

جامعة بغداد

كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة



فرع العلوم النظرية

المرحلة الثانية

2020-2019م

الإحصاء الرياضي

Sports Statistics

أ.د. فارس سامي يوسف شابا

مدرس المادة (ثاني أ + ك + ن)

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 2

✓ الإحصاء: هو عملية جمع البيانات وتصنيفها في صورة جداول ثم تمثيلها بيانياً في شكل رسوم وتحليلها واستخلاص النتائج منها ثم اتخاذ القرار المناسب.

✓ الإحصاء: من الطرائق الرياضية لفحص الظواهر الطبيعية والاجتماعية.

✓ الإحصاء: مجموعة الإجراءات التي تستخدم لفهم البيانات الإحصائية.

✓ أهمية الإحصاء في التربية البدنية وعلوم الرياضة:

1. له دور أساسي في البحث العلمي.
2. له دور في عملية التصنيف (طلاب أو لاعبين وفق العمر والمستوى وغيرها).
3. له دور في عملية التقويم الموضوعي (للمعلم والمدرب واللاعب وغير ذلك).
4. له دور في إيجاد العلاقة أو الفروق بين الظواهر أو المتغيرات وغير ذلك.
5. له دور في التنبؤ بالمستوى فضلاً عن ذلك اختيار الموهوبين بهدف توجيههم بالاتجاه الصحيح.

✓ البيانات: هي مجموعة من الحروف والكلمات والرموز والصور (الخام) المتعلقة بموضوع معين.

✓ البيانات الإحصائية: هي الدرجات المتجمعة والتي نحصل عليها من القياسات والاختبارات ويطلق عليها بعد المعالجة بالمعلومات.

✓ طرائق جمع البيانات (مصادر متنوعة) ومنها المجتمع، العينة، القياس والاختبار، الملاحظة، المقابلة، الاستبيان.

✓ أنواع البيانات:

- الكمية (الرقمية): بيانات يعبر عنها بأرقام عددية تمثل القيمة الفعلية للظاهرة مثال: قياس الأعراض والمحيطات لأعضاء الجسم لدى رياضيي السباحة أو رفع الأثقال فضلاً عن أوزانهم وتكون أما منفصلة (متقطعة) ويعبر عنها بالأرقام الصحيحة فقط مثال: عدد الملاعب، عدد الكرات، عدد المباريات، عدد اللاعبين، عدد التصويبات وغيرها، أو تكون متصلة (مستمرة) ويعبر عنها بأرقام صحيحة وكسور أي يمكن تقسيم هذه الأرقام إلى وحدات أصغر أو أجزاء صغيرة مناسبة مثال: الوزن (35 كغم، 45.30، 33.40)، العمر الزمني، ركض (100م) في زمن قدره (11.57 ثانية وأجزاء من الثانية).
- النوعية (الوصفية): بيانات غير رقمية (لا يمكن قياسها رقمياً) أو بيانات رقمية مرتبة في شكل مستويات أو في شكل فئات.

✓ أساليب البحث الإحصائي:

- أسلوب الحصر الشامل: يتطلب دراسة كل وحدة في المجتمع، والمجتمع: عبارة عن جميع المفردات التي يمكن أن يأخذها المتغير (نسبة الخطأ فيها قليلة ويعاب عليها تحتاج جهد كبير ووقت ومال وفريق عمل).
- أسلوب العينات: العينة: مجموعة من الأفراد أو الوحدات مأخوذة من المجتمع وفق قواعد وطرائق علمية تمثله بصدق لاستخلاص حقائق تصمم على المجتمع الأصلي (أخطائها خطأ الصدفة أو خطأ التمييز)، وأنواعها: عينات غير قابلة للاحتمال وعينات قابلة للاحتمال.

الجداول والأشكال البيانية

- ✓ الجداول الإحصائية: عبارة عن ترتيب منظم للبيانات في صفوف وأعمدة بقصد إبراز أهمية تلك البيانات.
- أ. الجداول البسيطة أو الأولية: وضع البيانات تحت وجانب بعضها البعض ومميزاتها أبسط عملية لتثبيت القيم العددية مثال (1): جدول (1) نتائج اختبار الوثب الطويل من الثبات لخمسة عشر طالباً (ن=عدد العينة=15):

1.57	1.42	1.57	1.52	1.67م
1.70	1.53	1.42	1.42	1.53
1.35	1.62	1.47	1.52	1.42

مثال (2): جدول (2) يمثل مؤهلات أعضاء هيئة التدريس في إحدى كليات التربية البدنية وعلوم الرياضة:

المؤهل	دكتوراه	ماجستير	بكالوريوس	دبلوم
العدد	10	16	05	02

مثال (3): جدول (3) بيانات أطوال ثلاثون طالباً:

157سم	149	130	144	132	150	164	138	144	152
152	148	136	147	140	158	149	165	154	147
163	176	138	136	168	135	140	153	148	143

- عيوبها: لا تعطي فكرة عن أقل وأعلى مستوى من أول نظرة وكذلك يتعذر معرفة المستويات الأكثر تكراراً.

ب. الجداول المرتبة (تصاعدياً أو تنازلياً): وضع البيانات تحت وجانب بعضها البعض بشكل مرتب تصاعدي أو تنازلي.

- ميزاتها: يمكن معرفة أوطأ وأعلى قيمة وكذلك معرفة أكثر القيم (الأرقام) تكراراً.

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 4

- مثال: جدول (1) نتائج اختبار الوثب الطويل لخمس عشرة طالباً مرتبة تصاعدياً:

1.42	1.42	1.42	1.42	1.35م
1.53	1.53	1.52	1.52	1.47
1.70	1.67	1.62	1.57	1.57

• عيوبها: لا تنفع إذا كان عدد البيانات كبيراً.

ج. الجداول التكرارية: وضع البيانات التي لها القيمة نفسها (ك=التكرار) وهي أكثر الأنواع استخداماً في تحليل نتائج البحوث تسهل على الباحث التعرف على خواصها وإعطاء صورة مختصرة عن توزيعها.

- مثال (1): جدول (1) التوزيع التكراري لأطوال مجموعة من اللاعبين: (ك=عدد العينة=65)

الفئات	140-130 سم	150-140	160-150	170-160	180-170	190-180	200-190
التكرار = ك	03	07	10	13	16	11	05

مثال (2): جدول (2) التوزيع التكراري لأعمار ستة وثلاثون طالباً: (ك=عدد العينة=36)

الفئات	18-13 سنة	23-18	28-23	33-28	38-33
التكرار = ك	03	08	09	11	05

د. الجداول المركبة: مثال: جدول (1) المراحل الدراسية والألعاب التي يمارسها (50) طالباً في كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة:

المجموع	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الألعاب
				المرحلة
15	7	5	3	الأولى
20	5	7	8	الثانية
9	2	3	4	الثالثة
6	0	2	4	الرابعة
50	14	17	19	المجموع

✓ الشروط الواجب توافرها بالجدول الإحصائي:

- لكل جدول رقم معين لغرض التمييز.
- لكل جدول عنوان يعطي وصفاً مختصراً لجميع محتوياته.
- لكل عامود عنوان فرعي خاص بمحتوياته.
- أن لا يكون طويلاً أو قصيراً جداً.
- تكتب الملاحظات المهمة في نهاية الجدول مثل توضيح المصطلح وغيرها.

التوزيعات التكرارية

✓ التوزيع التكراري البسيط: تبسيط العمليات الإحصائية وذلك بعرض البيانات في صورة مبسطة وكذلك صياغة عملية تبين أهم المميزات الرئيسة لهذه البيانات.

✓ هناك طريقتان لتصميم التوزيع التكراري:

- العلامات التكرارية: يرمز لتكرار أي درجة مرة واحدة بالرمز (/) ويرمز للتكرار مرتين بالرمز (//) وهكذا، مثال: البيانات الآتية تمثل المؤهلات العلمية لعينة من (35) موظف بإحدى الشركات، والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري.

ثانوي	ثانوي	دكتوراه	ثانوي	جامعي	جامعي	جامعي
ابتدائي	ثانوي	جامعي	ثانوي	متوسطة	جامعي	جامعي
ثانوي	ثانوي	متوسطة	ثانوي	ثانوي	جامعي	دكتوراه
جامعي	جامعي	ثانوي	ثانوي	جامعي	ثانوي	جامعي
ثانوي	ثانوي	جامعي	ثانوي	ثانوي	جامعي	متوسطة

- الجواب: جدول (1) جدول تكراري يمثل المؤهلات العلمية لعينة من (35) موظف بإحدى الشركات

التكرار (ك)	العلامات (/)	المؤهل العلمي (س)
2	//	دكتوراه
13	/// /////	جامعي
16	/ /////	ثانوي
03	///	متوسطة
01	/	ابتدائي
35	35	المجموع (مج)

- الفئات التكرارية: وسيلة لتجميع الدرجات المتقاربة في فئات أو تصنيفها في أقسام، ويعطي صورة عن

توزيع الصفة أو الظاهرة التي يقوم الباحث بدراستها، والجدول التكراري ذو الفئات يصمم بطريقتين هما:

أ. إذا كان طول الفئة (سعة الفئة) معلوماً: مثال: قام الباحث بدراسة الكشف عن القدرة على التذكر لدى مجموعة

من الأطفال عددهم (50) طفلاً، وكانت درجاتهم في الجدول الآتي: والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري

ذو فئات مع العلم إن طول الفئة يساوي (2).

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 6

13	15	11	6	8 درجة
6	3	9	10	12
8	18	18	20	6
17	2	17	15	15
19	14	9	17	14
21	11	5	8	12
15	10	14	11	19
صفر	9	6	13	صفر
12	17	17	16	5
7	12	16	10	19

- الجواب: بما إن طول الفئة معلوم ويساوي (2)، لذلك نحدد أقل وأكبر قيمة من البيانات وهما (صفر، 21) ليتسنى لنا عمل الجدول التكراري ذو الفئات بدءاً من الرقم (صفر).

جدول (1) الجدول التكراري ذو الفئات لنتائج اختبار القدرة على التذكر لدى (50) طفلاً

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)
1	صفر - أقل من 2	2
2	2 - أقل من 4	2
3	4 - 6	2
4	6 - 8	5
5	8 - 10	6
6	10 - 12	6
7	12 - 14	6
8	14 - 16	7
9	16 - 18	7
10	18 - 20	5
11	20 - أقل من 22	2
المجموع (مج ك)		50

ب. إذا كان طول الفئة (سعة الفئة) غير معلوم (مجهولاً): مثال: البيانات الآتية تمثل الأجور اليومية لعينة من (50) عاملاً بإحدى المصانع، والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري ذو الفئات (إذا علمت إن عدد الفئات = 7).

47	36	40	55	75	53	46	43	21	10 الآلف
66	56	46	35	47	32	52	48	41	30
27	25	57	15	37	22	63	21	61	62
54	42	35	49	39	32	45	31	72	50
65	18	79	23	48	44	32	51	44	42

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 7

- الجواب: بما إن طول الفئة غير معلوم لا بدّ من إيجاد طول الفئة عبر القانون المعتمد لغرض التوصل إلى الجدول التكراري ذو الفئات وهو:

المدى (المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة)

$$\text{طول الفئة (ن)} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$
$$\text{طول الفئة (ن)} = \frac{\text{المدى} = 79 - 10 = 69}{7} = 9.85 \text{ ويساوي تقريباً } 10$$

جدول (1)

الجدول التكراري ذو الفئات يمثل الأجور اليومية لدى (50) عاملاً بإحدى المصانع

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)
1	10 - أقل من 20	3
2	20 - أقل من 30	6
3	30 - 40	10
4	40 - 50	15
5	50 - 60	8
6	60 - 70	5
7	70 - أقل من 80	3
المجموع (مج ك)		50

التكرار المتجمع الصاعد (ك. م. ص) / التكرار المتجمع النازل (ك. م. ن)

- مثال: من البيانات الواردة في الجدول الآتي: جد قيمتي التكرار المتجمع الصاعد والنازل لها.

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)
1	10 - أقل من 20	3
2	20 - أقل من 30	6
3	30 - 40	10
4	40 - 50	15
5	50 - 60	8
6	60 - 70	5
7	70 - أقل من 80	3
المجموع (مج ك)		50

- الجواب: جدول (1) جدول يمثل التكرار الصاعد والنازل للجدول التكراري ذو الفئات

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)	(ك.م.ص) +	(ك.م.ن) -
1	10 - 20	3	3	50
2	20 - 30	6	9	47
3	30 - 40	10	19	41
4	40 - 50	15	34	31
5	50 - 60	8	42	16
6	60 - 70	5	47	8
7	70 - 80	3	50	3
المجموع (مج ك)		50	-	-

- أمثلة تطبيقية عن المواد السابقة:

- مثال (1): البيانات أدناه تمثل نتائج اختبار الاستناد الأمامي: ثني ومد الزراعين (وحدة القياس=تكرار أو عدد) لمجموعة من الطلاب البالغ عددهم (30) طالباً، والمطلوب: 1. وضعها في جدول مرتب تصاعدياً، 2. وضعها بجدول تكراري، 3. وضعها بجدول تكراري ذو فئات (عدد الفئات=5)، 4. وأحسب مراكز الفئات، 5. وأحسب التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

- نتائج الاختبار:

7	9	3	7	9
5	7	12	5	4
6	8	12	9	5
11	6	10	7	12
10	8	4	8	7
3	6	4	3	6

- الجواب (1): جدول (1) يمثل جدول مرتب تصاعدياً لنتائج اختبار الاستناد الأمامي لمجموعة من الطلاب (30).

4	4	3	3	3
6	5	5	5	4
7	7	6	6	6
8	8	7	7	7
10	9	9	9	8
12	12	12	11	10

- الجواب (2): جدول (2) يمثل جدول تكراري لنتائج اختبار الاستناد الأمامي لمجموعة من الطلاب (30).

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	الاستناد الأمامي
3	1	2	3	3	5	4	3	3	3	التكرار = ك

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 9

- الجواب (3): بما إن طول الفئة غير معلوم نوجد قانون طول الفئة لإيجاد الجدول التكراري ذو الفئات.

المدى (المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة)

$$\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة (ل)}$$

$$\text{طول الفئة (ل)} = \frac{\text{المدى} = 12 - 3 = 9}{5} = 1.8 \text{ ويساوي تقريباً } 2$$

جدول (3) الجدول التكراري ذو الفئات يمثل نتائج اختبار الاستناد الأمامي لمجموعة من الطلاب (30).

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)
1	3 - أقل من 5	6
2	5 - 7	7
3	7 - 9	8
4	9 - 11	5
5	11 - 13	4
المجموع (مج ك)		30

- الجواب (4 + 5): نوجد مراكز الفئات (س) عن طريق الحد الأدنى + الحد الأعلى $2 \div (4 = 2 \div 5 + 3)$.

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)	مراكز الفئات (س)	(ك.م.ص) +	(ك.م.ن) -
1	3 - 5	6	$4 = 2 \div 5 + 3$	6	30
2	5 - 7	7	$6 = 2 \div 7 + 5$	13	24
3	7 - 9	8	8	21	17
4	9 - 11	5	10	26	9
5	11 - 13	4	12	30	4
المجموع (مج ك)		30	-	-	-

- مثال (2): واجب: أدناه نتائج اختبار الجلوس من الرقود لمجموعة من الطلاب عددهم (40)، والمطلوب: 1.

وضعها في جدول مرتب تنازلياً، 2. وضعها في جدول تكراري، 3. وضعها في جدول تكراري ذو فئات (عدد

الفئات=6)، 4. أحسب مراكز الفئات، 5. أحسب التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

5	6	20	21	21	23	24	25	26	27
8	9	9	9	28	30	36	3	4	5
12	12	13	13	13	13	6	7	7	8
14	15	15	16	17	17	18	19	10	10

الرسوم البيانية (العرض البياني)

- قد تكون الجداول التكرارية غير مفسرة للظاهرة المراد دراستها غير أننا نستطيع أن نقارن بين تكرارات الفئات المختلفة للمتغير، ولذلك يتجه كثير من الباحثين إلى توضيح هذه البيانات عن طريق عرضها في رسوم بيانية بهدف رسم صورة حقيقية عن البيانات، ومن هذه الرسوم البيانية:

- في حالة القيم (البيانات) غير المبوبة:
أ. الأعمدة البيانية (البسيطة)، ب. الخط البياني، ج. القطاعات الدائرية (الدائرة البيانية).
- في حالة القيم (البيانات) المبوبة:
أ. المدرج التكراري، ب. المضلع التكراري، ج. المنحنى التكراري، د. المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والنازل.

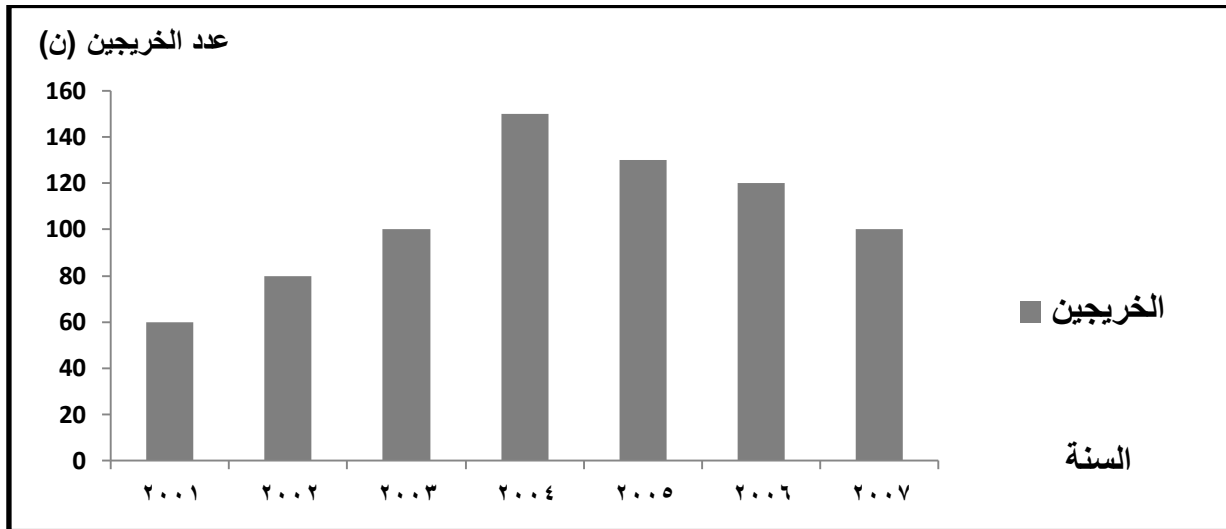
- أولاً: الرسوم البيانية في حالة القيم غير المبوبة:

أ. الأعمدة البيانية (البسيطة): تعد من الطرائق البسيطة والسهلة لغرض المقارنة بين البيانات المستخدمة إذ يتم رسم محورين أحدهما أفقي والآخر عامودي، والأعمدة عبارة عن مستطيلات ذات قواعد متساوية وتتناسب أطوالها مع التكرارات التي تمثلها، فضلاً عن ذلك يجب أن تكون المسافات بين الأعمدة متساوية.

- مثال: الجدول أدناه يمثل أعداد خريجي كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة في جامعة ديالى، والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية.

السنة	2001م	2002	2003	2004	2005	2006	2007
عدد الخريجين (ن)	60	80	100	150	130	120	100

- الجواب:



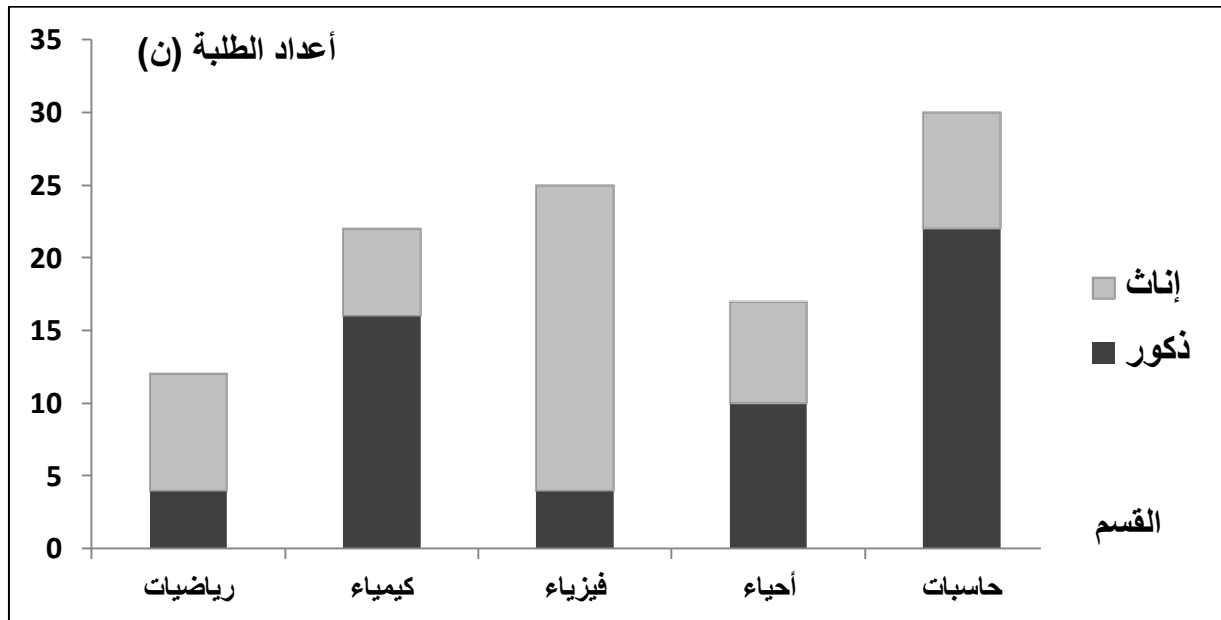
شكل (1) الأعمدة البيانية لأعداد خريجي الكلية في جامعة ديالى وفقاً لسنة التخرج

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 11

- الأعمدة البيانية (المركبة): مثال: الجدول أدناه يمثل توزيع الطلاب في السنة الأولى بكلية التربية في جامعة بغداد للعام الدراسي 2008-2009م وفق القسم والجنس، والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية.

المجموع	إناث	ذكور	الجنس
			القسم
12	8	4	الرياضيات
22	6	16	الكيمياء
25	21	4	الفيزياء
17	7	10	الأحياء
30	8	22	الحاسبات
106	50	56	المجموع

- الجواب:

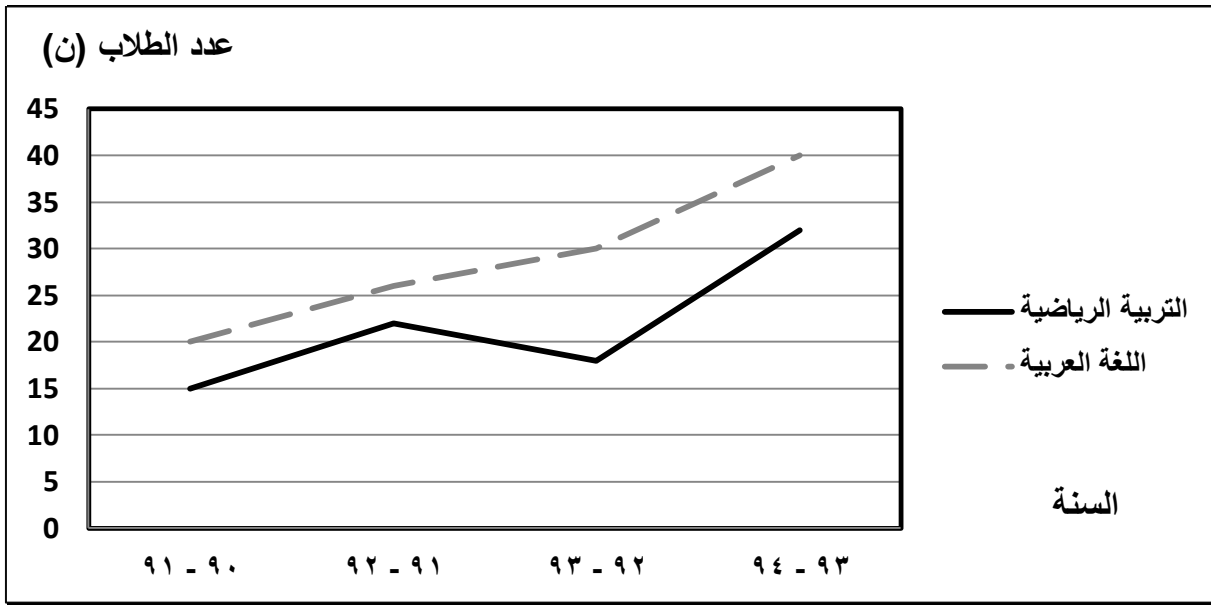


شكل (1) الأعمدة البيانية لتوزيع طلبة كلية التربية في جامعة بغداد وفقاً للقسم والجنس

ب. الخط البياني: التوصيل بين نقطتين متتاليتين بقطع مستقيمة وعليه نحصل على الخط المنكسر لتمثيل البيانات، مثال: الجدول أدناه يمثل عدد طلاب قسم التربية الرياضية واللغة العربية في كلية التربية الأساسية جامعة بغداد خلال السنوات (90، 91، 92، 93)، والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالخط المنكسر.

السنة	التربية الرياضية	اللغة العربية
90 - 91	15	20
91 - 92	22	26
92 - 93	18	30
93 - 94	32	40

- الجواب:



شكل (1) الخط البياني لعدد الطلاب في قسمي التربية الرياضية واللغة العربية في كلية التربية الأساسية وفقاً للسنة

ج. القطاعات الدائرية (الدائرة البيانية *): تعد من أكثر الأشكال استخداماً عند عرض البيانات، وتمثل مساحة الدائرة القيمة الكلية للبيانات الخاصة بالمتغيرات المدروسة أي نسبة (100%)، ومن ثم تقسم إلى قطاعات تمثل قيمة أو نسبة كل متغير وفقاً للظاهرة، مثال: منهاج تدريبي لأحد المنتخبات الوطنية لتطوير خمسة قدرات بدنية، ومدة هذا منهاج (30) أسبوعاً موزعة وفقاً لكل قدرة، والمطلوب تمثيل هذه البيانات باستخدام الدائرة البيانية.

- القدرات: 1. المطاولة (7 أسابيع)، 2. القوة المميزة بالسرعة (10)، 3. السرعة (5)، 4. الرشاقة (4)، 5. المرونة (4).

- الجواب: خطوات الحل: 1. نجد المجموع الكلي للمنهاج (30)، 2. نجد النسبة المئوية لكل قدرة أو متغير من المجموع الكلي للقدرات أو المتغيرات وفق القانون (النسبة المئوية = الجزء ÷ الكل × 100)، 3. نحول ناتج النسبة المئوية إلى ما يعادلها من زوايا وفق القانون (الزاوية = $360 \div 100 \times$ ناتج النسبة المئوية)، وهناك طريقة أخرى مركبة وفق قانون واحد (الزاوية = الجزء ÷ الكل × 360 درجة).

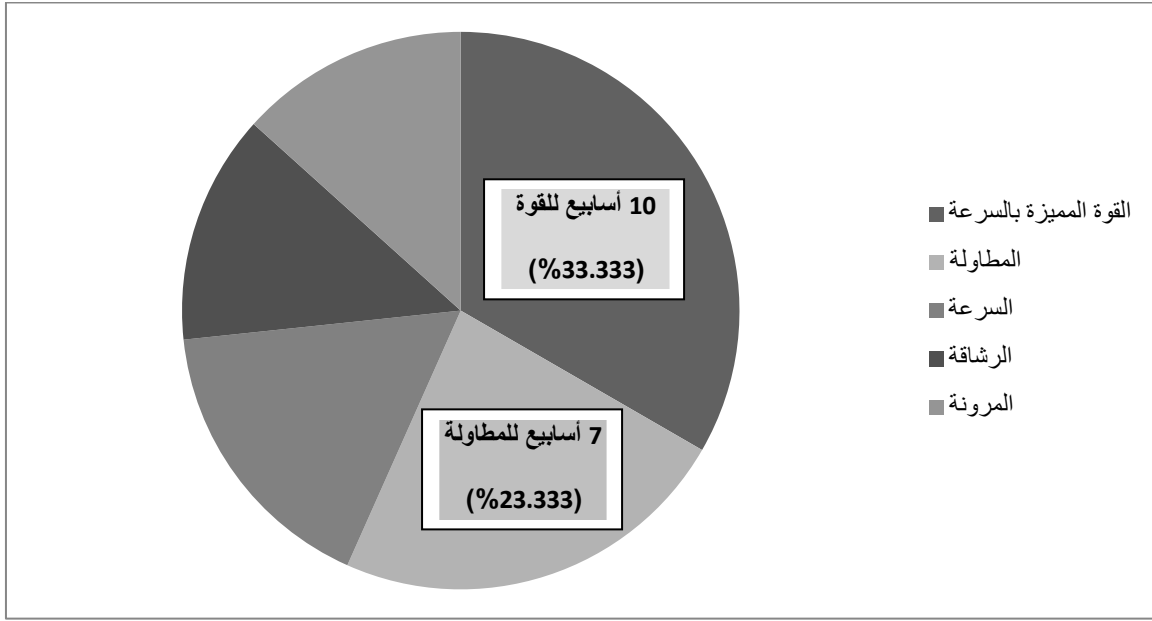
- النسبة المئوية للمطاولة = $100 \times 30 \div 7 = 23.333$ ، الزاوية = $23.333 \times 100 \div 360 = 83.99$ درجة.

- النسبة المئوية للقوة المميزة بالسرعة = $100 \times 30 \div 10 = 33.333$ ، الزاوية = $33.333 \times 100 \div 360 = 119.99$ درجة.

- النسبة المئوية للسرعة = $100 \times 30 \div 5 = 16.333$ ، الزاوية = $16.333 \times 100 \div 360 = 59.99$ درجة.

- النسبة المئوية للرشاقة = $100 \times 30 \div 4 = 13.333$ ، الزاوية = $13.333 \times 100 \div 360 = 47.99$ درجة.

- النسبة المئوية للمرونة = $100 \times 30 \div 4 = 13.333$ ، الزاوية = $13.333 \times 100 \div 360 = 47.99$ درجة.



شكل (1)

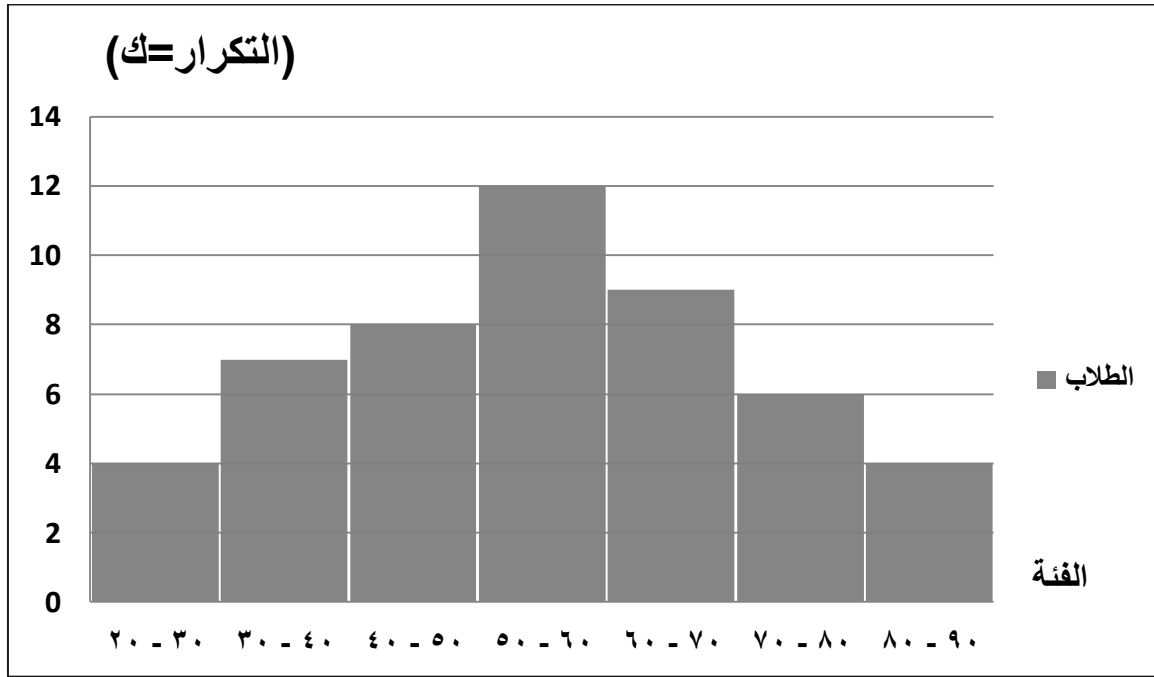
الدائرة البيانية لتوزيع القدرات البدنية في المنهاج التدريبي وفقاً لعدد الأسابيع

- واجب: عدد ممارسي الألعاب الرياضية في أحد الأندية كالتالي: 1. كرة القدم (300)، 2. كرة السلة (150)، 3. الكرة الطائرة (100)، 4. كرة اليد (75)، 5. السباحة (40)، والمطلوب وضع هذه البيانات على شكل دائرة بيانية توضح نسب المشاركة للألعاب أعلاه.

- ثانياً: الرسوم البيانية في حالة القيم المبوبة (التوزيعات التكرارية):

أ. المدرج التكراري: مجموعة من المستطيلات المتلاصقة عددها يساوي عدد الفئات، وقاعدة كل منها يمثل طول الفئة وارتفاعه يمثل التكرار لتلك الفئة، مثال: أرسم المدرج التكراري لدرجات (50) طالب في مادة الإحصاء من الجدول الآتي:

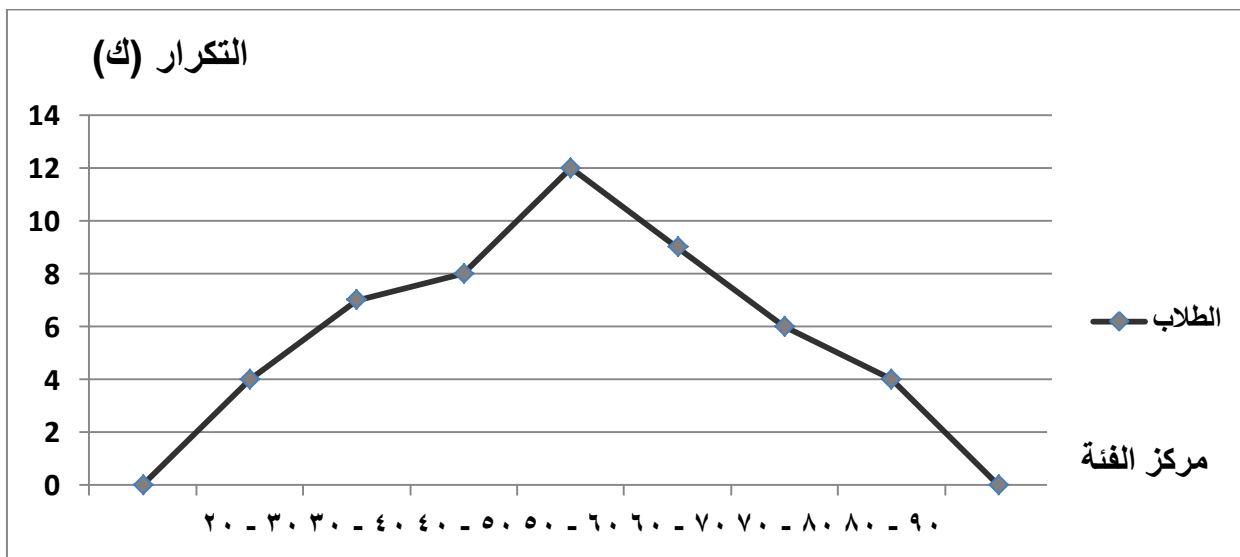
عدد الفئات	الفئات (ف) درجات الطلبة	عدد الطلاب: التكرار (ك)
1	20 - أقل من 30	4
2	30 - أقل من 40	7
3	40 - 50	8
4	50 - 60	12
5	60 - 70	9
6	70 - 80	6
7	80 - 90	4
المجموع (مج ك)		50



شكل (1)

المدرج التكراري لدرجات (50) طالب في مادة الإحصاء

ب. المضلع التكراري: الخط المنكسر الواصل بين منتصفات القواعد العليا للمدراج التكراري والممتد من أحد جانبيه إلى منتصف الفئة التي تسبق فئات التوزيع والممتد من الناحية الأخرى إلى مركز الفئة التي تأتي بعد انتهاء التوزيع، طبعاً لا يتطلب رسم المدراج التكراري، إذ يتم توصيل النقط التي تمثل مراكز الفئات والتكرارات المناظرة لها، مثال: من جدول البيانات السابق أرسم المضلع التكراري: - الجواب:

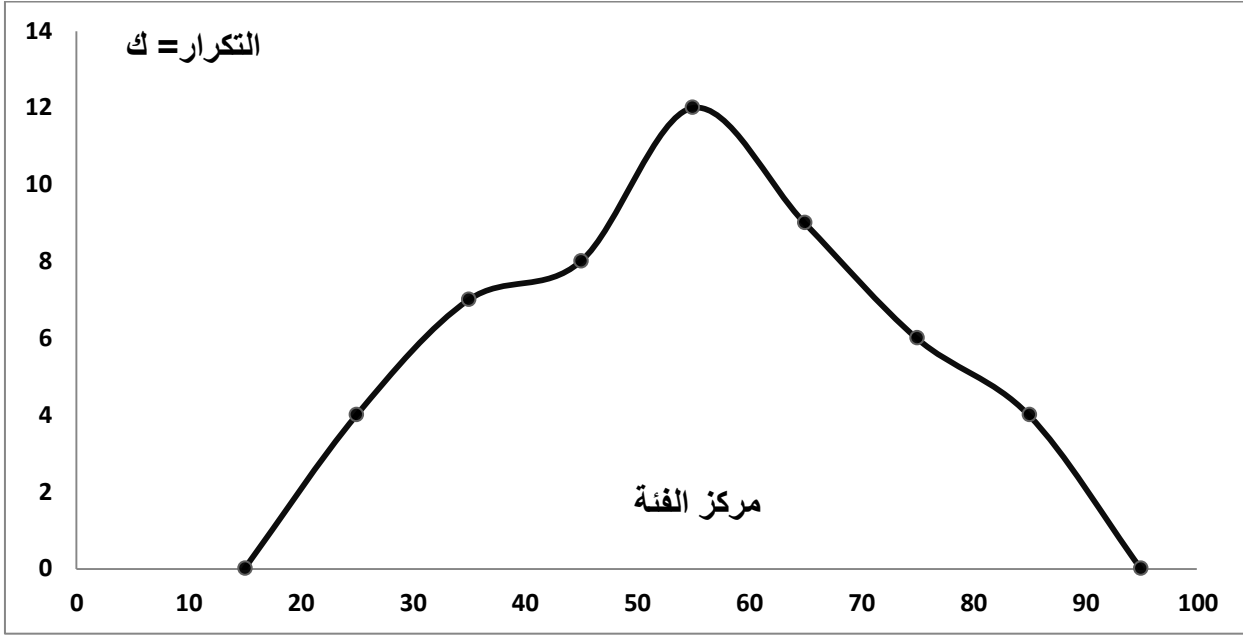


شكل (1)

المضلع التكراري لدرجات (50) طالب في مادة الإحصاء

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 15

ج. المنحنى التكراري: خطأ منحنيًا بانسيابية متواصلة ناتجة من نقاط مراكز الفئات والتكرار، مثال: من جدول البيانات السابق أرسم المنحنى التكراري: - الجواب:



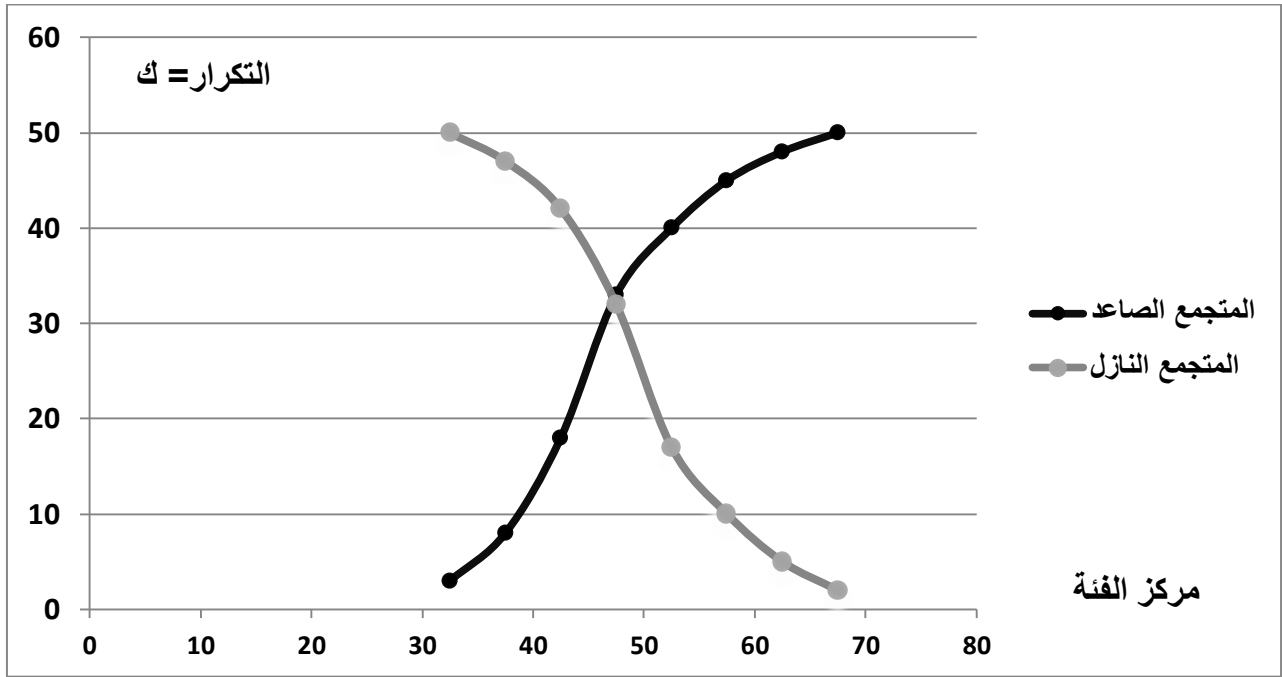
شكل (1)

المنحنى التكراري لدرجات (50) طالب في مادة الإحصاء

د. المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والنازل: فيما يخص الصاعد البدء من أصغر الفئات (الفئة الأولى)، أم النازل البدء من أكبر الفئات (الفئة الأخيرة)، مثال: أرسم المنحنى التكراري الصاعد والنازل لجدول التوزيع التكراري الذي يمثل درجات (50) طالب في مادة الاختبارات.

- الجواب:

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)	مراكز الفئات (س)	(ك.م.ص) +	(ك.م.ن) -
1	30 - أقل من 35	3	32.5	3	50
2	35 - 40	5	37.5	8	47
3	40 - 45	10	42.5	18	42
4	45 - 50	15	47.5	33	32
5	50 - 55	7	52.5	40	17
6	55 - 60	5	57.5	45	10
7	60 - 65	3	62.5	48	5
8	65 - 70	2	67.5	50	2
	المجموع (مج ك)	50	-	-	-



شكل (1) المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل لدرجات (50) طالب في مادة الاختبارات

نماذج من أسئلة نهائية لمادة الإحصاء الرياضي

س: واجب: فيما يأتي نتائج اختبار القوة المميزة بالسرعة للذراعين خلال (10) ثانية لعينة قوامها (30) طالب، **والمطلوب:** 1. جدول تكراري ذو فئات (عدد الفئات=5)، 2. مراكز الفئات، 3. التكرار المتجمع الصاعد، 4. أرسم المضلع التكراري.

5	7	12	5	4	7	9	3	7	9
11	6	10	7	12	6	8	12	9	5
3	6	4	3	6	10	8	4	8	7

س: واجب: بيانات مجموعها (30) رقماً، **والمطلوب:** 1. جدول تكراري ذو فئات (طول الفئة=2)، 2. أستخرج مراكز الفئات، 3. جد التكرار المتجمع الصاعد والنازل مع بيانه بالرسم.

س: واجب: فيما يأتي درجات المرحلة الرابعة في مادة البحث العلمي، **والمطلوب:** 1. جدول أولي مرتب، 2. جدول تكراري، 3. جدول تكراري ذو فئات (عدد الفئات=6)، 4. جد التكرار المتجمع الصاعد والنازل ثم أرسم الصاعد فقط، 5. أرسم المدرج التكراري + المضلع التكراري + المنحنى التكراري.

50	50	40	55	70	45	55	60	65	40
80	55	80	60	75	50	45	50	70	60
-	-	85	50	55	50	85	60	50	45

مقاييس النزعة المركزية

- مقاييس النزعة المركزية: تمثل مجموعة من البيانات (القيم) برقم واحد أو قيمة واحدة توصف تلك الظاهرة.
- مقاييس النزعة المركزية: عبارة عن قيم تتمركز حولها قيم المشاهدات، وإن هذه القيمة المتوسطة أو المتمركزة هي رقم واحد يعبر عن جميع بيانات تلك المجموعة.
- أهم مقاييس النزعة المركزية: (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال):
- ✓ **الوسط الحسابي:** من أكثر المقاييس استخداماً في الإحصاء، وهو عبارة عن حاصل جمع مجموعة من القيم مقسوماً على عدد تلك القيم.

أ. الوسط الحسابي للبيانات **غير المبوبة:** الوسط الحسابي (س) = مجموع القيم (مج س) ÷ عددها (ن).

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)}}{\text{عددها (ن)}}$$

- مثال (1): جد الوسط الحسابي لأعمار لاعبي الكرة الطائرة من البيانات الآتية: (16 سنة، 17، 18، 17، 19، 18)، - الجواب:

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)}}{\text{عددها (ن)}} = \frac{18+19+17+18+17+16}{6} = \frac{105}{6} = 17.5$$

- مثال (2): جد الوسط الحسابي لنتائج سبعة من لاعبي الكرة الطائرة في اختبار الاستجابة الحركية الانتقالية (2.67 ثانية، 2.10، 2.55، 2.57، 2.24، 2.66، 2.66)، - الجواب:

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)}}{\text{عددها (ن)}} = \frac{2.66+2.66+2.24+2.57+2.55+2.10+2.67}{7} = \frac{17.45}{7} = 2.49$$

ب. الوسط الحسابي للبيانات **المبوبة:** في حالة بعض الدرجات ومستويات الأداء قد تكررت أكثر من مرة:

$$\bar{س} = \frac{\text{مج س ك أو مج س} \times \text{ك}}{\text{مج ك}}$$

- مثال (1): جد الوسط الحسابي لنتائج اختبار السحب على العقلة لمجموعة من اللاعبين عددهم (20) لاعباً.

3 تكرار	4	5	6	4	5	2	8	7	5
2	10	9	11	10	10	11	5	12	11

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 18

- الجواب: نرتب البيانات تصاعدياً، ومن ثم نحسب عدد التكرارات، ثم نحسب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة.

6	5	5	5	5	4	4	3	2	2
12	11	11	11	10	10	10	9	8	7

نتائج الاختبار	التكرار = ك	س × ك
2	2	4
3	1	3
4	2	8
5	4	20
6	1	6
7	1	7
8	1	8
9	1	9
10	3	30
11	3	33
12	1	12
-	مج ك = 20	مج س × ك = 140

$$\bar{س} = \frac{مج س \times ك = 140}{مج ك = 20} = 7$$

- مثال (2): الجدول التكرار ذو الفئات أدناه يمثل نتائج امتحان الطلاب في مادة علم التدريب الرياضي للسعي السنوي والبالغ عددهم (74)، والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي، - الجواب: بما أنه جدول تكراري ذو فئات لا بدأً من إيجاد مراكز الفئات (س)، ومن ثم نوجد الوسط الحسابي.

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)	مركز الفئة (س)	س × ك
1	5 - 10 درجة	2	$7.5 = 2 \div 10 + 5$	15
2	10 - 15	4	12.5	50
3	15 - 20	3	17.5	52.5
4	20 - 25	2	22.5	45
5	25 - 30	25	27.5	687.5
6	30 - 35	11	32.5	357.5
7	35 - 40	14	37.5	525
8	40 - 45	8	42.5	340
9	45 - 50	5	47.5	237.5
-	-	مج ك = 74	-	مج س × ك = 2310

$$\bar{س} = \frac{مج س \times ك = 2310}{مج ك = 74} = 31.216$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 19

✓ الوسيط: أحد أنواع مقاييس النزعة المركزية، إذ يعرف بأنه القيمة التي تقع وسط القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً.

أ. الوسيط في القيم غير المبوبة ذات العدد الفردي.

- مثال: جد الوسيط من القيم الآتية والتي حصل عليها الطلاب في اختبار العقلة، (2 تكرار أو مرة أو عدة، 6، 8، 4، 10، 12، 14).

- الجواب: 1. نرتب القيم تصاعدياً (2، 4، 6، 8، 10، 12، 14)، ومن ثم نوجد 2. رتبة الوسيط القيم ومن ثم إيجاد الوسيط.

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{\text{عدد القيم (ن)} + 1}{2} = \frac{1 + 7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

3. رتبة الوسيط = 4 التي تقابل الرقم (8) لأنه يقع رابعاً في الترتيب أو التسلسل، وعليه الوسيط = 8.

ب. الوسيط في القيم غير المبوبة ذات العدد الزوجي: هنالك وسيطين، جمع الوسيطين $\div 2$ لإيجاد الوسيط.

- مثال: جد الوسيط للقيم الآتية (3، 5، 8، 6، 11، 14، 12، 16).

- الجواب: 1. نرتب القيم تصاعدياً (3، 5، 6، 8، 11، 12، 14، 16)، 2. نستخرج الوسيط الأول:

$$\text{رتبة الوسيط الأول} = \frac{\text{عدد القيم (ن)}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

- رتبة الوسيط = 4 التي تقابل الرقم (8)، وعليه الوسيط الأول = 8.

3. نستخرج الوسيط الثاني عن طريق (رتبة الوسيط الثاني = رتبة الوسيط الأول + 1)، وعليه رتبة الوسيط

الثاني = 4 + 1 = 5 التي تقابل الرقم (11)، وعليه الوسيط الثاني = 11.

4.

$$\text{الوسيط في القيم الزوجية} = \frac{\text{الوسيط 1} + \text{الوسيط 2}}{2} = \frac{11 + 8}{2} = \frac{19}{2} = 9.5$$

ج. الوسيط في القيم المبوبة (التوزيع التكراري).

- مثال: جد الوسيط من القيم الآتية:

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 20

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)
1	2 - أقل من 5	2
2	5 - 8	4
3	8 - 11	6
4	11 - 14	8
5	14 - 17	6
6	17 - 20	4
7	20 - 23	2
-	-	مج ك = 32

- الجواب: 1. إيجاد التكرار المتجمع الصاعد.

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)	(ك.م.ص) +
1	2 - أقل من 5	2	2
2	5 - 8	4	6
3	8 - 11	6	12 الفئة السابقة
4	11 - 14	8	20
5	14 - 17	6	26
6	17 - 20	4	30
7	20 - 23	2	32
-	-	مج ك = 32	-

2. لإيجاد ترتيب الوسيط.

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع التكرارات (مج ك)}}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

3. ملاحظة: إن ترتيب الوسيط = 16 يقع بين الرقم (12) والرقم (20) في التكرار المتجمع الصاعد، وعليه نختار الرقم (20) لأنه أكبر من (16).

4. نختار الفئة المقابلة لهذا التكرار وهي (11 - أقل من 14)، وهي الفئة الوسيطة.

5. تطبيق القانون للوسيط في القيم المبوبة.

$$\text{الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطة} + \frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{ك.م.ص للفئة السابقة}}{\text{التكرار الحقيقي}} \times \text{طول الفئة (ل)}$$

$$\text{الوسيط} = 11 + 3 \times \frac{16 - 12}{8} = 11 + 3 \times \frac{4}{8} = 11 + 1.5 = 12.5$$

✓ المنوال: القيمة الأكثر تكراراً:

• حساب المنوال في حالة البيانات المفردة: نقوم أولاً بترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً، وثانياً نحدد بعد ذلك القيمة الأكثر تكراراً.

• حساب المنوال من جداول التوزيع التكراري: نقوم أولاً بإيجاد مراكز الفئات (س)، وثانياً نحدد مركز الفئة المنوالية التي تضم أكبر التكرارات وهو المنوال.

- مثال (1): جد المنوال من القيم الآتية (10، 20، 13، 13، 4، 8، 5).

- الجواب: نرتب البيانات (4، 5، 8، 10، 13، 13، 20)، وهنا المنوال القيمة الأكثر تكراراً = 13.

- مثال (2): جد المنوال من الجدول التكراري ذو الفئات.

عدد الفئات	الفئات (ف)	التكرار (ك)	مراكز الفئات (س)
1	2 - أقل من 5	2	$3.5 = 2 \div 5 + 2$
2	8 - 5	4	$6.5 = 2 \div 8 + 5$
3	11 - 8	6	$9.5 = 2 \div 11 + 8$
4	14 - 11	8	$12.5 = 2 \div 14 + 11$
5	17 - 14	6	$15.5 = 2 \div 17 + 14$
6	20 - 17	4	$18.5 = 2 \div 20 + 17$
7	23 - 20	2	$21.5 = 2 \div 23 + 20$
-	-	مج ك = 32	-

- الجواب 1: نوجد مراكز الفئات كما في الجدول أعلاه، ومن ثم نحدد أكبر التكرارات، وعليه مركز الفئة (12.5) هو المنوال كونه يقابل أكبر تكرار.

- الجواب 2: بطريقة أخرى: نحدد الفئة التي تقابل أكبر تكرار وهنا (11 - 14)، ومن ثم نوجد مركز الفئة (س) لها عن طريق $(12.5 = 2 \div 25 = 2 \div 14 + 11)$ ، وعليه المنوال هو (12.5).

- مثال (3): جد المنوال من القيم الآتية (3، 3، 4، 4، 5).

- الجواب: القيم مرتبة، وعليه هنا المنوال ذا منوالين وهما (3، 4) كونهما الأكثر تكراراً.

- مثال (4): جد المنوال من الجدول التكراري ذو الفئات (10-14 تكرار=3، 14-18 تكرار=4، 18-22 تكرار=4، 22-26 تكرار=2).

- الجواب: هنالك فئتين لهما أكبر التكرارات، وعليه نوجد مركزي الفئتين $(16 = 2 \div 32 = 2 \div 18 + 14)$ ، ولذلك هنالك منوالين هما (16، 20) كونهما الأكثر تكراراً.

- مثال (5): جد المنوال من القيم الآتية (4، 4، 5، 5، 6، 6).

- الجواب: لا يوجد منوال هنا كون جميع القيم تكررت بالمقدار نفسه.

✓ **مقاييس التشتت:** هي تلك المقاييس التي نقيس لنا مقدار تباعد مفردات المجموعة الواحدة حول متوسطها الحسابي، مثال: ثلاث توزيعات مختلفة التشتت لها المتوسط الحسابي نفسه (س⁻=50، ع=3/س⁻=50، ع=6/س⁻=50، ع=9)، وعليه الوسط الحسابي وحده لا يبين الوصف الإحصائي الكافي للبيانات.

- **أهم مقاييس التشتت:**

1. المدى. 2. الانحراف المتوسط. 3. التباين. 4. الانحراف المعياري. 5. معامل الاختلاف.

✓ **أولاً: المدى:** المدى للبيانات **غير المبوبة:** يعد المدى من أبسط مقاييس التشتت وأقلها دقة، ويعرف بأنه **الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة في المجموعة، أما المدى لمجموعة من البيانات المبوبة:** هو الفرق بين الحد الأعلى لآخر فئة والحد الأدنى لأول فئة.

- مثال: مجموعتين من الرياضيين حصلا في اختبار دفع الكرة الطبية لأطول مسافة ممكنة على النتائج الآتية، أيهما أكثر تشتتاً باستخدام المدى.

مجموعه (أ)	10م	11م	12م	12.5م	12.5م
مجموعه (ب)	8.5م	10م	11م	13م	15.5م

- الجواب: حساب الوسط الحسابي للمجموعتين، وهنا كان الناتج (11.6) متساوي للمجموعتين.

$$س^- \text{ لمجموعه (أ)} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)} = 10 + 11 + 12 + 12.5 + 12.5}{\text{عددها (ن)} = 5} = \frac{58}{5} = 11.6$$

$$س^- \text{ لمجموعه (ب)} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)} = 8.5 + 10 + 11 + 13 + 15.5}{\text{عددها (ن)} = 5} = \frac{58}{5} = 11.6$$

أما المدى للمجموعه (أ) = 12.5 - 10 = 2.5. والمدى للمجموعه (ب) = 15.5 - 8.5 = 7.

- إن قيم المجموعه الثانية (ب) أكثر تشتتاً من قيم المجموعه الأولى (أ).

- المدى المطلق لا يعتمد عليه كثيراً كمقياس للتشتت (لأننا لا نستخدم في حسابه غير قيمتين متطرفتين وباقي القيم لا تدخل في حسابه).

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 23

✓ ثانياً: الانحراف المتوسط: مقياس يسهل حسابه، ويعطينا معلومات أكثر دقة من المدى، إذ تدخل عند حسابه جميع القيم الموجودة، ولا يكتفي بالقيمة الكبرى والصغرى كما في المدى.

$$1. \text{ قانون الانحراف المتوسط للبيانات غير المبوبة (ح) = } \frac{\text{مجموع (س - س)} \bar{\text{س}}}{\text{عددها (ن)}}$$

- مثال للبيانات غير المبوبة: في اختبار القفز العمودي لمجموعة من لاعبي الكرة الطائرة سجلت لهم النتائج الآتية محسوبة بالسنتيمترات، والمطلوب: حساب الانحراف المتوسط.

70	53	48	47	40	60	60	50	43	47	سم
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- الجواب: كتابة قانون الانحراف المتوسط ثم نوجد الوسط الحسابي ووضعه بالجدول ثم تطبيق القانون.

$$\frac{\text{مجموع (س - س)} \bar{\text{س}}}{\text{عددها (ن)}} = \text{الانحراف المتوسط للبيانات غير المبوبة (ح)}$$

$$51.8 = \frac{518}{10} = \frac{70+53+48+47+40+60+60+50+43+47}{10} = \frac{\text{مجموع القيم (مجموع س)}}{\text{عددها (ن)}} = \bar{\text{س}}$$

اللاعبون	س	س ⁻	(س - س) ⁻
1	47	51.8	4.8 - = 51.8 - 47
2	43	51.8	8.8 - = 51.8 - 43
3	50	51.8	1.8 - = 51.8 - 50
4	60	51.8	8.2 + = 51.8 - 60
5	60	51.8	8.2 + = 51.8 - 60
6	40	51.8	11.8 - = 51.8 - 40
7	47	51.8	4.8 - = 51.8 - 47
8	48	51.8	3.8 - = 51.8 - 48
9	53	51.8	1.2 - = 51.8 - 53
10	70	51.8	18.2 + = 51.8 - 70
-	مجموع س = 518	-	مجموع (س - س) = 71.6

- ملاحظة: إيجاد انحراف القيم عن الوسط الحسابي (س - س)⁻ ثم نجمعه، وفي حالة وجود الإشارتين (+، -) في القيم تهمل الإشارة وتجمع بصورة اعتيادية.

$$7.16 = \frac{71.6}{10} = \text{الانحراف المتوسط للبيانات غير المبوبة (ح)}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 24

- مثال للبيانات المبوبة: في اختبار لمهارة الوقوف على اليدين لمجموعة من طالبات المرحلة الثانية سجلت لهم النتائج الآتية محسوبة بالدرجة، والمطلوب: حساب الانحراف المتوسط.

2	3	8	6	5	7	4	10	9 درجات	القيم (س) محسوبة بالدرجة
6	5	7	6	13	12	10	5	8	التكرار (ك)

- الجواب: كتابة القانون ثم نوجد الوسط الحسابي ووضعه بالجدول ثم تطبيق القانون.

$$2. \text{ الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة (ح) } = \frac{\text{مج (س - س) ك}}{\text{مج ك}}$$

$$5.97 = \frac{430}{72} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \text{الوسط الحسابي للبيانات المبوبة (س)}$$

القيم (س)	التكرار (ك)	س × ك	س ⁻	(س - س ⁻)	(س - س ⁻) × ك
9	8	72 = 8×9	5.97	3.03 + = 5.97 - 9	24.24 = 8×3.03
10	5	50 = 5×10	5.97	4.03 + = 5.97 - 10	20.15 = 5×4.03
4	10	40	5.97	1.97 - = 5.97 - 4	19.7 = 10×1.97
7	12	84	5.97	1.03 +	12.36
5	13	65	5.97	0.97 -	12.61
6	6	36	5.97	0.03 +	0.18
8	7	56	5.97	2.03 +	14.21
3	5	15	5.97	2.97 -	14.85
2	6	12	5.97	3.97 -	23.82
-	مج ك = 72	مج س × ك = 430	-	-	مج (س - س ⁻) ك = 142.12

$$1.97 = \frac{142.12}{72} = \text{الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة (ح)}$$

✓ ثالثاً: التباين: تربيع الانحرافات للتخلص من الإشارات جميعها وقسمة المجموع على حجم العينة، ويمكن استخراجها من متوسط الانحرافات بعد تربيعها.

$$1. \text{ قانون التباين للبيانات غير المبوبة (ت) } = \frac{\text{مج (س - س) ك}^2}{\text{عددها (ن)}}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شأبا 25

- مثال (1) للبيانات غير المبوبة: أحسب الانحراف المتوسط والتباين لاختبار دقة الرمية الحرة (نقاط) بكرة السلة لخمسة لاعبين من البيانات الآتية (2، 4، 6، 8، 10).

- الجواب: كتابة قانون الانحراف المتوسط ثم نوجد الوسط الحسابي ووضعه بالجدول ثم نوجد التباين.

$$\frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{عددها (ن)}} = \text{ح) غير المبوبة (ح)}$$

$$6 = \frac{30}{5} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)} = 10+8+6+4+2}{\text{عددها (ن)} = 5} = \text{س}^-$$

ت اللاعبين	النتائج س	س ⁻	(س - س)	(س - س) ²
1	2	6	4 - = 6 - 2	16 = 4 × 4
2	4	6	2 - = 6 - 4	4
3	6	6	صفر	صفر
4	8	6	2 +	4
5	10	6	4 +	16
-	مج س = 30	-	مج (س - س) = 12	مج (س - س) ² = 40

$$2.4 = \frac{12}{5} = \text{ح) غير المبوبة (ح)}$$

$$8 = \frac{40}{5} = \frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{عددها (ن)}} = \text{ت) غير المبوبة (ت)}$$

- مثال (2) للبيانات غير المبوبة: أحسب التباين لاختبار دقة التصويب من مسافات بعيدة (نقاط) بكرة اليد لخمسة لاعبين من البيانات الآتية (7، 8، 9، 10، 15).

- الجواب: كتابة قانون التباين ثم نوجد الوسط الحسابي ووضعه بالجدول ثم تطبيق القانون.

$$\frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{عددها (ن)}} = \text{ت) غير المبوبة (ت)}$$

$$9.8 = \frac{49}{5} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)} = 15+10+9+8+7}{\text{عددها (ن)} = 5} = \text{س}^-$$

ت اللاعبين	النتائج س	س ⁻	(س - س ⁻)	(س - س ⁻) ²
1	7	9.8	2.8 - = 9.8 - 7	7.84 = 2.8 × 2.8
2	8	9.8	1.8 - = 9.8 - 8	3.24 = 1.8 × 1.8
3	9	9.8	0.8 -	0.64
4	10	9.8	0.2 +	0.04
5	15	9.8	5.2 +	27.04
-	مج س = 49	-	-	مج (س - س ⁻) ² = 38.80

$$7.76 = \frac{38.80}{5} = \frac{\text{مج (س - س⁻)²}}{\text{عددها (ن)}} = \text{(ت) غير المبوبة}$$

$$2. \text{ قانون التباين للبيانات المبوبة (ت) = } \frac{\text{مج (س - س⁻)² ك}}{\text{مج ك}}$$

- مثال (1) للبيانات المبوبة: أحسب الانحراف المتوسط والتباين لاختبار الاستناد الأمامي في 10 ثانية (تكرار/عدد) لتسع طلاب من البيانات الآتية:

القيم (س) محسوبة بالعدد	التكرار (ك)
9	1
7	2
5	3
3	2
1	1

- الجواب: كتابة قانون الانحراف المتوسط ثم نوجد الوسط الحسابي ووضعه بالجدول ثم نوجد التباين.

$$\frac{\text{مج (س - س⁻) ك}}{\text{مج ك}} = \text{(ح) الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة}$$

$$5 = \frac{45}{9} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \text{الوسط الحسابي للبيانات المبوبة (س⁻)}$$

القيم (س)	التكرار (ك)	س × ك	س ⁻	(س - س ⁻)	(س - س ⁻) × ك	(س - س ⁻) ²	(س - س ⁻) ² × ك
1	1	1 = 1 × 1	5	4 - = 5 - 1	4 - = 1 × 4 -	16 = 4 - × 4 -	16 = 1 × 16
3	2	6 = 2 × 3	5	2 - = 5 - 3	4 - = 2 × 2 -	4 = 2 - × 2 -	8 = 2 × 4
5	3	15	5	صفر	صفر	صفر	صفر
7	2	14	5	2 +	4 +	4	8
9	1	9	5	4 +	4 +	16	16
-	مج ك = 9	مج س × ك = 45	-	-	مج (س - س ⁻) × ك = 16	-	مج (س - س ⁻) ² × ك = 48

$$1.77 = \frac{16}{9} = \text{الانحراف المتوسط للبيانات المربوبة (ح)}$$

$$5.33 = \frac{48}{9} = \frac{\text{مج (س - س) }^2 \text{ ك}}{\text{مج ك}} = \text{التباين للبيانات المربوبة (ت)}$$

- مثال (2) للبيانات المربوبة: أحسب التباين لاختبار الاستناد الأمامي المعدل في 10 ثانية (تكرار/عدد) لثمانية طالبات من البيانات الآتية:

القيم (س) محسوبة بالعدد	صفر	2	4	6	8
التكرار (ك)	2	1	2	1	2

- الجواب: كتابة قانون التباين ثم نوجد الوسط الحسابي ووضعه بالجدول ثم تطبيق القانون.

$$\frac{\text{مج (س - س) }^2 \text{ ك}}{\text{مج ك}} = \text{التباين للبيانات المربوبة (ت)}$$

$$4 = \frac{32}{8} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \text{الوسط الحسابي للبيانات المربوبة (س)}$$

القيم (س)	التكرار (ك)	س × ك	س ²	(س - س)	(س - س) ²	(س - س) × ك
صفر	2	صفر × 2 = 0	4	4 - 4 = 0	4 - 4 = 0	4 × 0 = 0
2	1	2 = 1 × 2	4	2 - 4 = -2	4 - 4 = 0	4 × -2 = -8
4	2	8	4	صفر	صفر	صفر
6	1	6	4	2 +	4	4 × 2 = 8
8	2	16	4	4 +	16	4 × 4 = 16
-	مج ك = 8	مج س × ك = 32	-	-	-	مج (س - س) × ك = 72

$$9 = \frac{72}{8} = \frac{\text{مج (س - س) }^2 \text{ ك}}{\text{مج ك}} = \text{التباين للبيانات المربوبة (ت)}$$

✓ رابعاً: الانحراف المعياري: أحد مقاييس التشتت ويمز له (ع).

$$\frac{\text{مج (س - س) }^2 \text{ ك}}{\text{عددها (ن)}} = \text{1. الانحراف المعياري للبيانات غير المربوبة (ع)}$$

- مثال للبيانات غير المربوبة: أوجد قيمة الانحراف المعياري للبيانات الآتية (8، 16، 20، 4، 2، 9، 11، 13، 15، 2).

- الجواب: كتابة قانون الانحراف المعياري ثم نوجد الوسط الحسابي لتضمينه في الجدول ثم التطبيق.

$$\frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{عددها (ن)}}$$

الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع) =

$$10 = \frac{100}{10} = \frac{\text{مجموع القيم (مج س)}}{\text{عددها (ن) = 10}} = \bar{س}$$

النتائج س	س̄	(س - س̄)	(س - س̄) ²
8	10	2 - = 10 - 8	4 = 2- × 2-
16	10	6 + = 10 - 16	36 = 6 × 6
20	10	10 +	100
4	10	6 -	36
2	10	8 -	64
9	10	1 -	1
11	10	1 +	1
13	10	3 +	9
15	10	5 +	25
2	10	8 -	64
مج س = 100	-	-	مج (س - س) ² = 340

$$5.83 = \sqrt{34} = \frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{عددها (ن) = 10}} = \text{الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع)}$$

$$\frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{مج ك}}$$

2. الانحراف المعياري للبيانات المبوبة (ع) =

- مثال للبيانات المبوبة: أوجد قيمة الانحراف المعياري من البيانات الآتية:

الفئة	4-2	6-4	8-6	10-8	12-10
التكرار (ك)	2	صفر	4	3	1

- الجواب: نوجد مركز الفئة ثم الوسط الحسابي للبيانات المبوبة ثم نطبق قانون الانحراف المعياري.

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 29

الفئة	التكرار (ك)	مركز الفئة (س)	س × ك	س ⁻	(س - س ⁻)	(س - س ⁻) ²	(س - س ⁻) ² × ك
4-2	2	3 = 2÷6=4+2	6 = 2 × 3	7.2	4.2 - =7.2-3	17.64	35.28 = 2 × 17.64
6-4	صفر	5=2÷10=6+4	0 = 5×صفر	7.2	2.2- =7.2-5	4.84	0 = 4.84 × صفر
8-6	4	7	28	7.2	0.2 -	0.04	0.16
10-8	3	9	27	7.2	1.8 +	2.89	8.67
12-10	1	11	11	7.2	3.8 +	14.44	14.44
-	مج ك = 10	-	مج س × ك = 72	-	-	-	مج = 58.55

$$7.2 = \frac{72}{10} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \text{الوسط الحسابي للبيانات المبوبة (س)}$$

$$2.42 = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س⁻)² ك = 58.55}}{10 = \text{مج ك}}} = \text{الانحراف المعياري للبيانات المبوبة (ع)}$$

- ملاحظة: ممكن إيجاد الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة والمبوبة بالطريقة القصيرة.

$$1. \text{ الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع)} = \sqrt{\frac{\text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}}{\text{ن}}}$$

- الجدول الخاص بالطريقة القصيرة للانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة لأحد نتائج الاختبارات.

النتائج س	س ²
8	64
10	100
6	36
7	49
8	64
9	81
مج (س) = 48	مج (س ²) = 394

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 30

$$1.29 = \sqrt{1.6666666} = \frac{\sqrt{384 - 394}}{6} = \frac{\frac{(48)^2}{6} - 394}{6} = (ع)$$

$$\frac{\frac{\text{مج (س}^2 \times \text{ك)} - \text{مج (س}^2 \times \text{ك)}}{\text{مج ك}}}{\text{مج ك}} = (ع) \text{ 2. الانحراف المعياري للبيانات المبوبة}$$

- الجدول الخاص بالطريقة القصيرة للانحراف المعياري للبيانات المبوبة لأحد نتائج الاختبارات.

النتائج س	ك	س × ك	س ²	س ² × ك
8	2	16	64	128 = 2 × 64
10	1	10	100	100 = 1 × 100
6	3	18	36	108
7	2	14	49	98
8	2	16	64	128
9	1	9	81	81
-	مج ك = 11	مج (س × ك) = 83	-	مج (س ² × ك) = 724

$$2.98 = \sqrt{8.8842975} = \frac{\sqrt{626.2727272 - 724}}{11} = \frac{\frac{(83)^2}{11} - 724}{11} = (ع)$$

س: أحسب المدى والتباين للبيانات الآتية (3، 4، 10، 12، 9، 7، 5، 2).

س: أحسب المنوال والوسط الحسابي والانحراف المعياري من البيانات الآتية.

الفئة	4-2	6-4	8-6	10-8	12-10	14-12	16-14
التكرار (ك)	3	6	9	12	20	11	8

س: أوجد الوسيط والمنوال والانحراف المعياري للبيانات الآتية (6، 6، 8، 8، 9، 8، 10، 8، 7، 5).

س: أوجد الوسط الحسابي والوسيط والانحراف المتوسط للبيانات الآتية (10، 12، 12، 8، 24، 25، 20، 14).

س: أوجد قيمة الانحراف المعياري من البيانات الآتية.

س	2	4	6	8	10	12	14
التكرار (ك)	6	8	8	12	10	6	6

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 31

✓ خامساً: معامل الاختلاف: مقياس تشتت نسبي لمعرفة التشتت داخل المجموعة الواحدة وبين المجموعات، وما يميزه أنه لا يتطلب توحيد وحدات القياس لأنه يعطي التشتت نسبياً، - ملاحظة: يستخدم عندما **تختلف** المتوسطات الحسابية، وفي حالة المتوسطات الحسابية **متساوية** يمكننا المقارنة باعتماد الانحراف المعياري.

$$\text{معامل الاختلاف (م.خ)} = \frac{\text{الانحراف المعياري} = ع}{\text{الوسط الحسابي} = س} \times 100$$

- ملاحظة: قيمة معمل الاختلاف (%)، وكلما اقترب معامل الاختلاف من (1%) يعد التجانس عالياً (أقل تشتتاً)، في حين إذا زاد عن (30%) تعد العينة غير متجانسة.

- مثال (1): متوسط أعمار طلاب كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة (20) سنة وانحرافهم المعياري (4)، ومتوسط أعمار طلاب كلية القانون (20) سنة وانحرافهم المعياري (3)، والمطلوب: أي من المجموعتين أكثر تجانساً (أقل تشتتاً).

- الجواب: الحكم مباشرة كون المتوسطات الحسابية متساوية، وعليه نعلم على الانحراف المعياري دون الحاجة لتطبيق معامل الاختلاف، وهنا أعمار طلاب كلية القانون (المجموعة 2) أكثر تجانساً (أقل تشتتاً) من المجموعة 1.

- مثال (2): عينة سنستخدمها في أحد البحوث الرياضية كان متوسطها الحسابي (22) سنة وانحرافها المعياري (5)، والمطلوب: إيجاد معامل الاختلاف لمعرفة هل إن العينة متجانسة أم لا؟

- الجواب: العينة متجانسة.

$$\text{معامل الاختلاف (م.خ)} = \frac{ع = 5}{س = 22} \times 100 = \left| 100 \times 0.2272727 \right| = 22.73\%$$

- مثال (3): ثلاث مجموعات أوساطها الحسابية على التوالي (50، 46، 40)، وانحرافاتهما المعيارية على التوالي (4.4، 4.2، 4)، والمطلوب: إيجاد معامل الاختلاف للمجموعات الثلاثة مع بيان من من المجاميع الأكثر تجانساً.

- الجواب: نوجد معامل الاختلاف لكل مجموعة على حدة ثم نحكم أيهم أكثر تجانساً (أقل تشتتاً).

$$\text{معامل الاختلاف للمجموعة 1 (م.خ)} = \frac{ع = 4.4}{س = 50} \times 100 = \left| 100 \times 0.088 \right| = 8.8\%$$

$$\text{معامل الاختلاف للمجموعة 2 (م.خ)} = \frac{ع = 4.2}{س = 46} \times 100 = \left| 100 \times 0.0913043 \right| = 9.13\%$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 32

$$\% 10 = \left| \begin{array}{c} 100 \times 0.1 \\ 100 \times \frac{4 = \text{ع}}{40 = \text{س}} \end{array} \right| = \text{معامل الاختلاف للمجموعة 3 (م.خ)}$$

- الحكم: المجموعات الثلاثة متجانسة إذ إن المجموعة 1 أكثر تجانساً (أقل تشتتاً) ثم المجموعتين (2 و 3).

- مثال (4): الوسط الحسابي للمجموعة 1 (70 كغم) وانحرافها المعياري (10)، والوسط الحسابي للمجموعة 2 (154.7 باون) وانحرافها المعياري (22.1)، والمطلوب: أي المجموعتين أكثر تجانساً (أقل تشتتاً).

- الجواب: نوجد معامل الاختلاف للمجموعتين ثم نحكم أيهم أكثر تجانساً (أقل تشتتاً).

$$\% 14.29 = \left| \begin{array}{c} 100 \times 0.1428571 \\ 100 \times \frac{10 = \text{ع}}{70 = \text{س}} \end{array} \right| = \text{معامل الاختلاف للمجموعة 1 (م.خ)}$$

$$\% 14.29 = \left| \begin{array}{c} 100 \times 0.1428571 \\ 100 \times \frac{22.1 = \text{ع}}{154.7 = \text{س}} \end{array} \right| = \text{معامل الاختلاف للمجموعة 2 (م.خ)}$$

- الحكم: المجموعتان متساويتان بالتجانس (التشتت).

- س: أحسب معامل الاختلاف للبيانات الآتية: (3، 6، صفر، 2، 5، 7، 8، 10، 4، 1).

- س: أحسب معامل الاختلاف للبيانات الآتية: (3، 6، 10، 16، 8، 5، 2) وهل المجموعة متجانسة؟

✓ معامل الالتواء: التحقق من أن نتائج أفراد عينة البحث تتوزع اعتدالياً وفق كل اختبار (تجانس نتائجها)، والالتواء في المنحنى المعتدل (منحنى كاوس) يمتد بين (± 3) وعادةً ما يظهر على شكل جرس مقلوب.

- هناك قانونين بخصوص استخراج قيمة معامل الالتواء هما:

$$1. \text{معامل الالتواء (م.ل)} = \frac{3 (\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{3 (\text{س}^- - \text{و})}{\text{ع}}$$

$$2. \text{معامل الالتواء (م.ل)} = \frac{\text{الوسط الحسابي} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{\text{س}^- - \text{م}}{\text{ع}}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 33

- مثال: فيما يأتي نتائج اختبار الركض المكوكي (4 × 9) متر بالثانية لطلاب السنوات الدراسية (1، 2، 3) في كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة، والمطلوب: إيجاد معامل الالتواء، وهل هي متجانسة؟

- الجواب: نستخرج الوسط الحسابي والمنوال والوسيط والانحراف المعياري لكل سنة على حدة ثم نطبق قانون معامل الالتواء لغرض الحكم عليها.

ك للسنة 3	ك للسنة 2	ك للسنة 1	النتائج س (ثانية)
0	1	1	9.0
2	1	6	9.1
3	2	9	9.2
4	2	7	9.3
6	2	5	9.4
8	3	3	9.5
6	4	2	9.6
4	6	2	9.7
3	9	1	9.8
2	7	1	9.9
0	1	1	10.0
9.5	9.64	9.35	الوسط الحسابي = س ⁻
9.5	9.8	9.2	المنوال = م
9.5	9.7	9.3	الوسيط = و
0.17	0.19	0.19	الانحراف المعياري = ع

$$0.80 + = \frac{0.15}{0.19} = \frac{9.2 - 9.35 = م - س^{-}}{0.19 = ع} = \text{معامل الالتواء للسنة الدراسية 1 (م.ل.)}$$

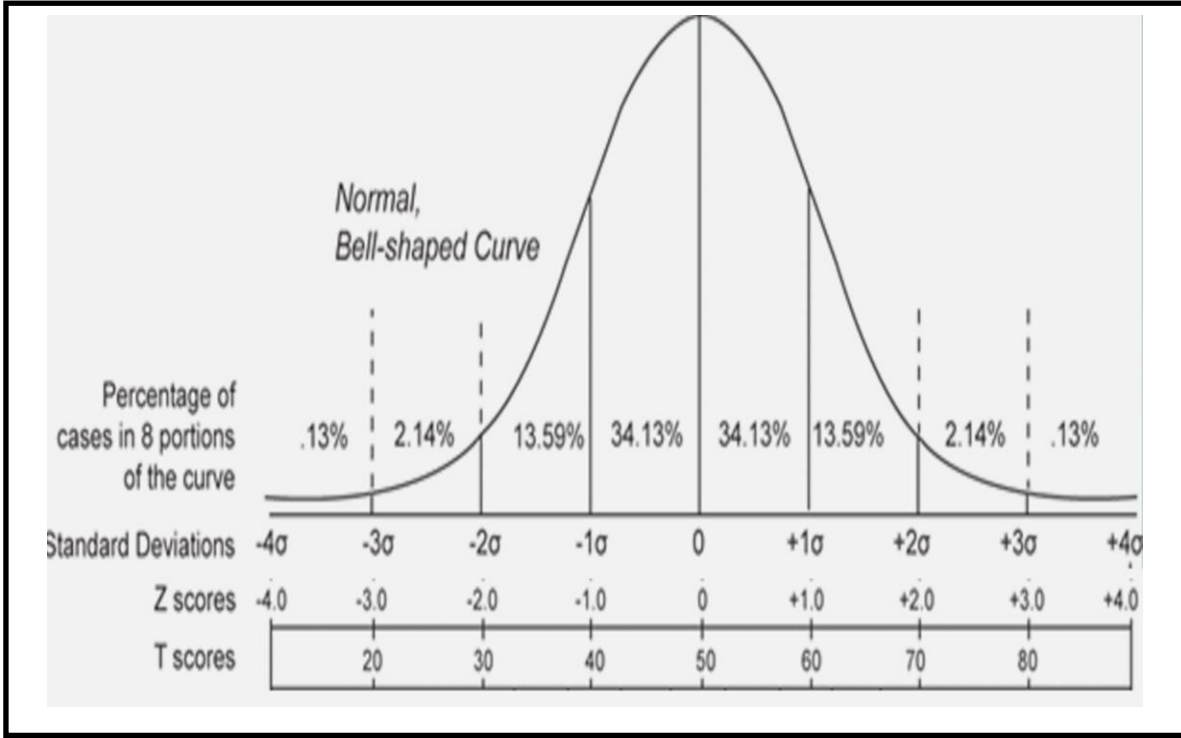
$$0.84 - = \frac{0.16 -}{0.19} = \frac{9.8 - 9.64 = م - س^{-}}{0.19 = ع} = \text{معامل الالتواء للسنة الدراسية 2 (م.ل.)}$$

$$\text{صفر} + = \frac{\text{صفر}}{0.17} = \frac{9.5 - 9.5 = م - س^{-}}{0.17 = ع} = \text{معامل الالتواء للسنة الدراسية 3 (م.ل.)}$$

- الحكم: المجاميع الثلاثة متجانسة.

✓ الدرجة المعيارية (الزائية - التائية):

- الدرجة المعيارية الزائية: هي درجة تمتاز بسهولة حسابها وفهمها، وتظهر قيم هذه الدرجة عند حسابها في هيئة أعداد صحيحة أو كسور، وهذه الدرجة تكون موجبة أو سالبة، وتمتد الدرجة المعيارية من (+3 إلى -3) انحراف معياري، وسطها الحسابي = صفرأ، وانحرافها المعياري = 1.



$$\frac{(س - س^-)}{ع} = \text{الدرجة المعيارية الزائية (ز)}$$

- س = الدرجة الخام، س^- = الوسط الحسابي، ع = الانحراف المعياري.
 - مثال 1: ما [الدرجة المعيارية الزائية] للدرجة الخام (40) ؟ في اختبار ما إذا علمت إن متوسط درجات المجموعة في هذا الاختبار (64) وانحرافها المعياري هو (15). **الجواب:** نستخرج قانون الدرجة المعيارية الزائية:

$$\text{الدرجة المعيارية الزائية (ز)} = \frac{(س - س^-)}{ع} = \frac{64-40}{15} = \frac{24}{15} = 1.6$$

وتعني هذه الدرجة إن مستوى اللاعب في هذا الاختبار **أقل من** مستوى متوسط المجموعة (التدريسي يرسم مكان هذه القيمة على المنحنى الطبيعي للتوضيح).

- مثال 2: جد [الدرجة المعيارية الزائية] للقيمتين (4، 6) من القيم الآتية (4، 5، 6، 2، 4، 10). **الجواب:** نستخرج الوسط الحسابي و الانحراف المعياري من البيانات غير المبوبة لقيم كافة أولاً، ومن ثم نوجد قانون الدرجة المعيارية الزائية للقيمتين (4، 6).

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 35

س	س ²
4	16
5	25
6	36
2	4
4	16
10	100
مج س = 31	مج س ² = 197

-
الوسط الحسابي:

$$5.16 = \frac{31}{6} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} = \text{الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة (س)}$$

- الانحراف المعياري بالطريقة القصيرة:

$$\frac{\frac{\text{مج (س)}^2}{\text{ن}} - \text{مج س}^2}{\text{ن}}$$

= الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع)

$$\frac{\frac{2(31)^2}{6} - 197}{6}$$

= الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع)

$$\frac{\frac{961}{6} - 197}{6}$$

= الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع)

$$\frac{160.17 - 197}{6}$$

= الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع)

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 36

$$\frac{36.83}{6}$$

الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع) =

$$2.48 = \frac{6.14}{2}$$

الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (ع) =

- تطبيق القانون للقيمتين (4، 6) فقط وفق المطلوب بعد معرفة قيمتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري:

$$0.46 - = \frac{1.16 -}{2.48} = \frac{5.16 - 4}{2.48} = \frac{(س - س^-)}{ع} = (ز) \text{ الدرجة المعيارية الزائفة}$$

$$0.33 = \frac{0.84}{2.48} = \frac{5.16 - 6}{2.48} = \frac{(س - س^-)}{ع} = (ز) \text{ الدرجة المعيارية الزائفة}$$

- **الدرجة المعيارية التائية (ت):** وهي من أكثر الدرجات المعيارية استخداماً في مجال التربية البدنية وعلوم الرياضة، وهذه الدرجة تبنى على أساس المنحنى الاعتدالي وتمتاز بكونها لا تتضمن قيم سالبة، وسطها الحسابي = 50 وانحرافها المعياري = 10.

$$\text{الدرجة المعيارية التائية (ت) = (ز) } \times 10 + 50$$

- مثال: أحسب **الدرجة المعيارية التائية** من البيانات الآتية: القيمة (س = 90)، الوسط الحسابي (87)، والانحراف المعياري (2.35).

- نوجد أولاً الدرجة المعيارية الزائفة ومن ثم نوجد الدرجة المعيارية التائية.

$$1.27 + = \frac{3}{2.35} = \frac{87 - 90}{2.35} = \frac{(س - س^-)}{ع} = (ز) \text{ الدرجة المعيارية الزائفة}$$

$$\text{الدرجة المعيارية التائية (ت) = (ز) } \times 10 + 50$$

$$\text{الدرجة المعيارية التائية (ت) = 62}$$

س: من البيانات الآتية (6، 6، 8، 9، 10، 8، 9، 7، 5) أحسب **الدرجة المعيارية الزائفة والتائية** للقيمتين الخام (6، 9). واجب آخر للقيمة الخام (8). (ملاحظة: نوجد الوسط والانحراف للبيانات غير المبوبة ثم تطبيق القانون).

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 37

س: من البيانات الآتية، أحسب الدرجة التائية المقابلة للدرجتين الخام (8، 22) ثم بين أيهما أفضل. (ملاحظة نوجد الوسط والانحراف للبيانات المبوبة ثم تطبيق القانون).

الفئات	التكرار (ك)
صفر - أقل من 5	2
5 - أقل من 10	4
10 - 15	6
15 - 20	5
20 - أقل من 25	3

✓ الفروق بين العينات وكيفية احتسابها: (اختبار الفرضيات / الفرضية = Hypothesis = H) (المقارنة)

- الخطوات: جمع البيانات + وضع الفرضيات + تحديد مستوى الدلالة (0.05) أو (0.01) + القانون المناسب + الحكم أو اتخاذ القرار بالقبول أو الرفض من خلال ملاحظة القيمة المحسوبة من القانون والقيمة الجدولية من السؤال متوافرة.

• أولاً: اختبار (ت) لعينة واحدة: (الاختبار المعلمي: One-Sample T-Test) / يستخدم للمقارنة بين نتائج الوسط الحسابي للعينة والوسط الحسابي للمجتمع معلوم.

$$t \text{ أو } t = \frac{\text{الوسط الحسابي للعينة} - \text{الوسط الحسابي للمجتمع}}{\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\sqrt{\text{عدد افراد العينة}}}} = \frac{\bar{س}_ع - \bar{س}_م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$$

- مثال (1): قام باحث بقياس أطول (16) طالب فكان متوسط أطوالهم (158 سم) بانحراف معياري (5)، وقارنه بمتوسط طول المجتمع البالغ (160 سم)، والمطلوب هل هناك فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسط العينة والمجتمع في الطول؟ (القيمة الجدولية = 2.13).

- الجواب: نضع الفرضيات: $H_0 = \bar{س}_ع = \bar{س}_م$ ، $H_1 = \bar{س}_ع \neq \bar{س}_م$ ، مستوى الدلالة (0.05) و درجة الحرية = $ن - 1 = 16 - 1 = 15$ ، تطبيق القانون الصحيح.

$$t \text{ أو } t = \frac{\bar{س}_ع - \bar{س}_م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{160 - 158}{\frac{5}{\sqrt{16}}} = \frac{2}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{1.25} = 1.6$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 38

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (1.6) > من قيمة (ت) الجدولية (2.13)، ولذلك لا توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي العينة والمجتمع في الطول، وعليه تقبل الفرضية الصفرية وتهمل الفرضية البديلة.

- مثال (2): كان متوسط درجات طلاب المرحلة الثانية بمادة علم التدريب (76)، إذ قام باحث بأخذ عينة من طلاب المرحلة نفسها وعددهم (25) وأجرى عليهم اختبار في علم التدريب فكان متوسط نتائجهم (80) وبانحراف معياري (4.25)، والمطلوب هل هناك فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع في مادة علم التدريب؟ (القيمة الجدولية = 2.06).

- الجواب: نضع الفرضيات: $H_0 = \bar{S}_E = \bar{S}_M$ ، $H_1 = \bar{S}_E \neq \bar{S}_M$ ، مستوى الدلالة (0.05) و درجة الحرية = $n - 1 = 25 - 1 = 24$ ، تطبيق القانون الصحيح.

$$t \text{ أوت} = \frac{\bar{S}_E - \bar{S}_M}{\frac{E}{\sqrt{n}}} = \frac{76 - 80}{\frac{4.25}{\sqrt{25}}} = \frac{4}{\frac{4.25}{5}} = \frac{4}{0.85} = 4.70$$

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (4.70) < من قيمة (ت) الجدولية (2.06)، ولذلك توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي العينة والمجتمع في مادة علم التدريب، وعليه ترفض الفرضية الصفرية وتقبل الفرضية البديلة.

- مثال خارجي: كان متوسط درجات طلاب المرحلة الرابعة في مادة التطبيق الميداني في المدارس (85)، إذ قام باحث بأخذ عينة من طلاب المرحلة نفسها وعددهم (20) وتم اعتماد نتائجهم في المادة نفسها، والمطلوب هل هناك فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع في مادة التطبيق؟ (القيمة الجدولية = 2.06).

- الجواب: (نوجد الوسط والانحراف لنتائج العينة ثم تطبيق القانون، وللتأكد $\bar{S} = 78.60$ ، $E = 4.76$).

- النتائج:

70	80	80	80	85
85	82	80	78	75
80	82	82	75	70
80	75	85	78	70

- ثانياً: اختبار (ت) لعينتين غير مستقلتين: (الاختبار المعلمي: Paired-Samples T - Test) / يستخدم للمقارنة بين نتائج الوسط الحسابي للعينة أو المجموعة نفسها عند اعادة الاختبار (الاختبار الأول (قبلي) - الاختبار الثاني (بعدي)).

$$\frac{\bar{س} - \bar{ع}}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{\text{الوسط الحسابي للفروق}}{\frac{\text{الانحراف المعياري للفروق}}{\sqrt{\text{عدد العينة}}}} = \text{القانون: اختبار (ت)}$$

$$\frac{\text{مج ف}}{ن} = \text{الوسط الحسابي للفروق (س - ع)}$$

$$\frac{\frac{\text{مج ف}^2}{ن} - \frac{(\text{مج ف})^2}{ن}}{ن} = \text{الانحراف المعياري للفروق (ع - ف)}$$

- مثال: أحسب معنوية الفروق بين الاوساط الحسابية لنتائج العينة وكالاتي: الاختبار القبلي (1، 2، 3)، الاختبار البعدي (6، 8، 10)، (القيمة الجدولية = 2.92).
- الجواب: نضع الفرضيات: $H_0 = (\bar{س} - \bar{ع} = 0)$ ، $H_1 = (\bar{س} - \bar{ع} \neq 0)$ ، مستوى الدلالة (0.05) و درجة الحرية = $ن - 1 = 3 - 1 = 2$ ، تطبيق القانون الصحيح.

الاختبار القبلي	الاختبار البعدي	الفروق (ف)	(ف ²)
1	6	5 -	25
2	8	6 -	36
3	10	7 -	49
		مج ف = 18	مج ف ² = 110

$$\frac{\bar{س} - \bar{ع}}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \text{القانون: اختبار (ت)}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 40

$$6 = \frac{18}{3} = \frac{\text{مج ف}}{\text{ن}} = \text{الوسط الحسابي للفروق (س ف)}$$

$$\frac{\frac{(\text{مج ف})^2}{\text{ن}} - \text{مج ف}^2}{\text{ن}} = \text{الانحراف المعياري للفروق (ع ف)}$$

$$\frac{\frac{2(18)^2}{3} - 110}{3} = \text{الانحراف المعياري للفروق (ع ف)}$$

$$\frac{\frac{324}{3} - 110}{3} = \text{الانحراف المعياري للفروق (ع ف)}$$

$$\frac{108 - 110}{3} = \text{الانحراف المعياري للفروق (ع ف)}$$

$$\frac{2}{3} = \text{الانحراف المعياري للفروق (ع ف)}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 41

$$0.82 = \sqrt{0.666666} = \sqrt{\frac{2}{3}} = (ع ف)$$

- الخطوة الآتية: (نجد قيمة ن=3 = 1.7320508)، ثم نقسم ع ف $0.47 = 1.7320508 \div 0.82$

$$12.77 = \frac{6}{0.47} = \text{اختبار (ت)}$$

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (12.77) < من قيمة (ت) الجدولية (2.92)، ولذلك توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي العينة نفسها (قبلي - بعدي)، وعليه ترفض الفرضية الصفرية وتقبل الفرضية البديلة.

- مثال خارجي: أراد باحث التعرف على تأثير برنامج تدريبي لتطوير مهارة التهديف بكرة السلة فأجرى اختبار للتهديف قبل وبعد تطبيقه البرنامج فحصل على النتائج أدناه، والمطلوب هل هناك فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين التطبيقين؟ (القيمة الجدولية = 2.26). (الجواب: هناك فروق معنوية).

41	37	36	30	35	33	31	التطبيق الأول (القبلي)
41	38	39	29	36	33	33	التطبيق الثاني (البعدي)

• ثالثاً: اختبار (ت) لعينتين مستقلتين: (الاختبار المعلمي: Independent-Samples T Test) / يستخدم للمقارنة بين نتائج الوسط الحسابي لمجموعتين مختلفتين (اختبار المجموعة الأولى (قبلي) - اختبار المجموعة الثانية (قبلي)، ويمكن أن يكون (بعدي - بعدي)).

- أ: اختبار (ت) في حالة العينتين متساويتين بالعدد:

$$t \text{ أو } T = \frac{\text{الوسط الحسابي الأول} - \text{الوسط الحسابي الثاني}}{\sqrt{\frac{2(1ع) + 2(2ع)}{1 - ن}}}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 42

- مثال (1): أجرى باحث اختبار حدة البصر لمجموعتين من الأطفال الأولى منها أخضعها لمراقبة طبية والثانية بدون مراقبة طبية، ثم تم الحصول على النتائج أدناه، والمطلوب هل هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين في حدة البصر؟ (القيمة الجدولية = 2.08).
- المجموعة الأولى (التجريبية): الوسط = 21 درجة، الانحراف = 5، $n_1 = 11$.
- المجموعة الثانية (الضابطة): الوسط = 19 درجة، الانحراف = 6، $n_2 = 11$.
- الجواب: نضع الفرضيات: $H_0 = (\bar{s}_1 = \bar{s}_2)$ ، $H_1 = (\bar{s}_1 \neq \bar{s}_2)$ ، مستوى الدلالة (0.05) و درجة الحرية = $n_1 + n_2 - 2 = 11 + 11 - 2 = 20$ ، تطبيق القانون الصحيح.

$$\bar{s}_1 - \bar{s}_2$$

$$t \text{ أو } t = \frac{\bar{s}_1 - \bar{s}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

$$t = \frac{21 - 19}{\sqrt{\frac{5^2 + 6^2}{11 + 11 - 2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{36 + 25}{10}}}$$

$$t = \frac{2}{\sqrt{\frac{61}{10}}}$$

$$t = \frac{2}{\sqrt{6.1}} = 0.81$$

2.469

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 43

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (0.81) > من قيمة (ت) الجدولية (2.08)، ولذلك لا توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي المجموعتين الأولى والثانية (أي لا يوجد تأثير للمراقبة الطبية في تطوير حدة البصر)، وعليه تقبل الفرضية الصفرية وتهمل الفرضية البديلة.

- مثال (2): استخدم باحث طريقتين مختلفتين في تعليم مجموعة من اللاعبين رمي القرص، وبعد انتهاء مدة التعليم تم تقييم الأداء من قبل خبراء فكانت نتائج كل مجموعة كالتالي، والمطلوب هل هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين الطريقتين في أداء رمي القرص؟ ولأي طريقة من الطريقتين؟ (القيمة الجدولية = 2.10).

- الطريقة الأولى (المجموعة 1): الوسط₁ = 6 درجة، الانحراف₁ = 1.3، ن₁ = 10.

- الطريقة الثانية (المجموعة 2): الوسط₂ = 4 درجة، الانحراف₂ = 1.1، ن₂ = 10.

- الجواب: نضع الفرضيات: $H_0 = (س_1^- = س_2^-)$ ، $H_1 = (س_1^- \neq س_2^-)$ ، مستوى الدلالة (0.05) و

درجة الحرية = $1 + 10 - 2 - 2 = 18 = 10 - 2 + 10 - 2$ ، تطبيق القانون الصحيح.

$$س_1^- - س_2^-$$

$$t \text{ أو } t = \frac{\frac{2(1.21) + 2(1.69)}{1 - 10}}{\sqrt{\frac{2(1.1) + 2(1.3)}{1 - 10}}}$$

2

4 - 6

$$t = \frac{1.21 + 1.69}{9} = t = \frac{2(1.1) + 2(1.3)}{1 - 10}$$

2

2

$$t = \frac{0.322222}{\sqrt{\frac{2.9}{9}}} = t = \frac{2.9}{9}$$

2

$$3.527 = \frac{\quad}{0.567} = t \text{ أو } t$$

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (3.52) < من قيمة (ت) الجدولية (2.10)، ولذلك توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي الطريقتين الأولى والثانية (ولمصلحة الطريقة الأولى في التأثير لأداء رمي القرص)، وعليه ترفض الفرضية الصفرية وتقبل الفرضية البديلة.
- ب: اختبار (ت) في حالة العينتين غير متساويتين بالعدد:

س⁻₁ - س⁻₂

$$\frac{(2n_1 + 1n_2) \times \frac{(2n_1)^2 + (1n_2)^2}{2 - 2n_1 + 1n_2}}{(2n_1 + 1n_2) \times \frac{(2n_1)^2 + (1n_2)^2}{2 - 2n_1 + 1n_2}} = t \text{ أو } t$$

- مثال (1): متوسط نسبة ذكاء المجموعة الأولى (102) درجة والبالغ عددها (98) طالب وانحرافها المعياري (14)، وكان متوسط ذكاء المجموعة الثانية (100) درجة والبالغ عددها (72) طالبة وانحرافها المعياري (12)، والمطلوب هل هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين في درجة الذكاء؟ (القيمة الجدولية = 1.96).

- المجموعة الأولى: الوسط₁ = 102 درجة، الانحراف₁ = 14، ن₁ = 98.
- المجموعة الثانية: الوسط₂ = 100 درجة، الانحراف₂ = 12، ن₂ = 72.
- الجواب: نضع الفرضيات: H₀ = (س⁻_{القبلي} = 1 س⁻_{القبلي}) ، H₁ = (س⁻_{القبلي} ≠ 1 س⁻_{القبلي}) ، مستوى الدلالة (0.05) و درجة الحرية = ن₁ + ن₂ - 2 = 98 + 72 - 2 = 168 ، تطبيق القانون الصحيح.

100 - 102

$$\frac{100 - 102}{\frac{(72 + 98) \times \frac{(72)^2 + (98)^2}{2 - 72 + 98}}{(72 + 98) \times \frac{(72)^2 + (98)^2}{2 - 72 + 98}}} = t \text{ أو } t$$

$$2 \times \frac{72 \times 144 + 98 \times 196}{(0.013 + 0.010) \times 2 - 170} = t \text{ أوت}$$

$$2 \times \frac{10368 + 19208}{(0.023) \times 168} = t \text{ أوت}$$

$$2 \times \frac{29576}{(0.023) \times 168} = t \text{ أوت}$$

$$2 \times \frac{0.023 \times 176.04}{2} = t \text{ أوت}$$

$$2 \times \frac{4.04892}{2} = t \text{ أوت}$$

$$0.99 = \frac{2}{2.0121928} = t \text{ أوت}$$

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 46

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (0.99) > من قيمة (ت) الجدولية (1.96)، ولذلك لا توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي المجموعتين الأولى والثانية في درجة الذكاء، وعليه تقبل الفرضية الصفرية وتهمل الفرضية البديلة.

- مثال (2): عينتان عشوائيتان طبق عليهما اختبار معرفي في كرة القدم، والمطلوب هل هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين الشعبتين أو المجموعتين في درجة الاختبار المعرفي؟ (القيمة الجدولية = 2.04).

- شعبة أ (المجموع 1): الوسط₁ = 120 درجة، الانحراف₁ = 11، ن₁ = 15.

- شعبة ب (المجموع 2): الوسط₂ = 110 درجة، الانحراف₂ = 8، ن₂ = 18.

- الجواب: نضع الفرضيات: $H_0 = (س^- القبلي = 1 س^- القبلي 2)$ ، $H_1 = (س^- القبلي 1 \neq س^- القبلي 2)$ ، مستوى الدلالة (0.05) و درجة الحرية = $ن_1 + ن_2 - 2 = 15 + 18 - 2 = 31$ ، تطبيق القانون الصحيح.

$$110 - 120$$

$$t \text{ أو } t = \frac{(18 \times 8^2 + 15 \times 11^2)}{(18 \div 1 + 15 \div 1) \times \frac{2 - 18 + 15}{10}}$$

$$t \text{ أو } t = \frac{(18 \times 64 + 15 \times 121)}{(18 \div 1 + 15 \div 1) \times \frac{2 - 33}{10}}$$

$$t \text{ أو } t = \frac{1152 + 1815}{(0.055 + 0.066) \times 31}$$

$$10$$
$$\frac{2967}{31} \times (0.121) = t \text{ أو } t$$

$$10$$
$$\frac{95.7}{(0.121)} = t \text{ أو } t$$

$$10$$
$$11.57 = t \text{ أو } t$$

$$10$$
$$2.93 = \frac{10}{3.4014702} = t \text{ أو } t$$

- الحكم / القرار: بما إن قيمة (ت) المحسوبة (2.93) < من قيمة (ت) الجدولية (2.04)، ولذلك توجد فروق معنوية ذات دلالة إحصائية بين متوسطي المجموعتين (ولمصلحة المجموعة الأولى في الاختبار المعرفي)، وعليه ترفض الفرضية الصفرية وتقبل الفرضية البديلة.

- الارتباط: قوة العلاقة بين متغيرين أو أكثر، وهو من مقاييس العلاقة.
- معامل الارتباط: مقياس إحصائي لبيان قوة هذه العلاقة بين المتغيرات ونوعها إذا كانت عكسية أم طردية.
- أمثلة: 1. مدى العلاقة بين تحصيل الطالب ونسبة ذكائه. 2. مدى العلاقة بين شخصية اللاعب ومستوى الأداء.
- 3. مدى العلاقة بين مستوى ذكاء اللاعب وأدائه المهاري. 4. مدى العلاقة بين التوافق النفسي ودرجة التعلم.
- 5. مدى العلاقة بين مستوى القلق والإنجاز الرياضي.
- ملاحظتين: 1. الإجابة عن التساؤلات في الأمثلة السابقة يتم من خلال إيجاد الارتباط بين هذين المتغيرين.
- 2. نعبر عن أحد هذين المتغيرين بالرمز (س)، والآخر بالرمز (ص).
- معامل الارتباط البسيط لبيرسون: يستخدم لإيجاد قوة العلاقة بين متغيرين ويرمز له (ر).
- ملاحظات: 1. إن قيمة معامل الارتباط لا تزيد عن +1 ولا تقل عن -1 أي أنها محصورة بين (±1). 2. كلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من (±1) كان الارتباط قوياً. 3. إذا كانت قيمة معامل الارتباط (+) فيدل ذلك على وجود علاقة طردية، فيما إذا كانت (-) فيدل ذلك على وجود علاقة عكسية. 4. يمكن الحكم على قيمة معامل الارتباط من خلال مقارنة قيمة (ر) المحسوبة مع قيمة (ر) الجدولية عند درجة حرية (ن-2) ومستوى دلالة (0.01، 0.05).
- القانون:

$$\text{معامل الارتباط (ر)} = \frac{\text{مج س} \times \text{مج ص} - \frac{(\text{مج س} \times \text{مج ص})}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}} - \text{مج س}^2 \right) \times \left(\frac{(\text{مج ص})^2}{\text{ن}} - \text{مج ص}^2 \right)}}$$

✓ ملاحظة: من أجل احتساب هذا القانون نستخدم الجدول الإحصائي الآتي:

ت	قيم (س) من الاختبار الأول	قيم (ص) من الاختبار الثاني	س × ص	س ²	ص ²
1					
	مج س =	مج ص =	مج س × ص =	مج س ² =	مج ص ² =

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 49

س1: تم اختبار (10) لاعبين في دقة الإرسال بالكرة الطائرة وحصلوا على الدرجات الآتية (9، 6، 5، 6، 2، 3، 8، 10، 4)، ومن ثم تم إعادة الاختبار بعد فاصل زمني قدره أسبوع وحصلوا على الدرجات الآتية (8، 8، 8، 4، 5، 4، 8، 10، 4)، والمطلوب إيجاد معامل الارتباط البسيط أو إيجاد نوع العلاقة بين الاختبارين أو جد ثبات الاختبار، (القيمة الجدولية = 0.632).

✓ الحل:

ت	قيم (س) من الاختبار الأول	قيم (ص) من الاختبار الثاني	س × ص	س ²	ص ²
1	9	8	72	81	64
2	6	8	48	36	64
3	9	8	72	81	64
4	5	4	20	25	16
5	6	5	30	36	25
6	2	صفر	صفر	4	صفر
7	3	4	12	9	16
8	8	8	64	64	64
9	10	10	100	100	100
10	4	4	16	16	16
مج س = 62		مج ص = 59	مج س × ص = 434	مج س ² = 452	مج ص ² = 429

$$\text{معامل الارتباط (ر)} = \frac{\text{مج س} \times \text{مج ص} - \text{مج (س} \times \text{ص)}}{\text{ن}} = \frac{\text{مج س}^2 - \text{مج ص}^2}{\text{ن}} \times \frac{\text{مج (س} \times \text{ص)}}{\text{ن}}$$

$$59 \times 62$$

$$\frac{434}{10} - 434$$

= معامل الارتباط (ر)

$$\frac{2(59)}{10} - 429 \times \frac{2(62)}{10} - 452$$

$$365.8 - 434$$

$$\frac{365.8 - 434}{\sqrt{(348.1 - 429) \times (384.4 - 452)}} = \text{معامل الارتباط (ر)}$$

$$\frac{68.2}{\sqrt{5468.84}} = \frac{68.2}{\sqrt{(80.9) \times (67.6)}} = \text{معامل الارتباط (ر)}$$

$$0.92 = \frac{68.2}{73.951605} = \text{معامل الارتباط (ر)}$$

✓ الحكم: قيمة (ر) الجدولية (0.632) عند درجة حرية (ن-2) = (8) ومستوى دلالة (0.05)، وعليه نجد إن قيمة (ر) المحسوبة أكبر من قيمة (ر) الجدولية أي هناك علاقة معنوية طردية (يوجد ثبات).

- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان: يستخدم للمقارنة بين درجات متغيرين (س و ص)، وذلك بعد إعطاء كل منها رتبة تدل على مركزه، ويرمز له (رت).
- ملاحظة: في حالة تشابه أكثر من قيمة ولكي نعطي لها رتباً نجمع قيم الرتب لها ومن ثم تقسيمها على عددها، ونستمر بالتسلسل للرتب.
- (القانون):

$$6 \times \text{مج ف}^2$$

$$\frac{6 \times \text{مج ف}^2}{\text{ن} (1 - 2)} - 1 = \text{معامل ارتباط الرتب (رت)}$$

- (ف) الفرق بين الرتب (س و ص).

س1: فيما يأتي تقديرات (6) لاعبين في اختبار بالجمناستك وكما مبين في الجدول، والمطلوب إيجاد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين رأي الحكمان، (القيمة الجدولية = 0.811).

✓ (الحل): إعطاء الرتبة للتقديرات الموجودة.

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 51

ت	رأي الحكم الأول (س)	رأي الحكم الثاني (ص)	الرتبة لتقدير الحكم (1)	الرتبة لتقدير الحكم (2)	الفرق بين الرتب (ف)	ف ²
1	ضعيف	مقبول	5	4	1 +	1
2	ممتاز	جيد جداً	1	2	1 -	1
3	جيد	جيد	3	3	صفر	صفر
4	ضعيف جداً	ضعيف	6	5	1 +	1
5	مقبول	ضعيف جداً	4	6	2 -	4
6	جيد جداً	ممتاز	2	1	1 +	1
ن = 6		-	-	-	-	مج ف ² = 8

$$\text{معامل ارتباط الرتب (ر ت)} = 1 - \frac{6 \times 6 \times 6}{(1 - 2^2) 6} = 1 - \frac{8 \times 6}{(1 - 2^2) 6}$$

48

$$\text{معامل ارتباط الرتب (ر ت)} = 1 - \frac{48}{210} = 1 - 0.22857141 = 0.77142859$$

✓ الحكم: قيمة (ر) الجدولية (0.811) عند درجة حرية (ن-2) = (4) ومستوى دلالة (0.05)، وعليه نجد إن قيمة (ر) المحسوبة أقل من قيمة (ر) الجدولية أي العلاقة غير معنوية (الفرق عشوائي)، وعليه لا توجد موضوعية بين رأي الحكمان.

س2: شارك (10) لاعبين في بطولة القطر لبناء الأجسام وكما مبين في الجدول، والمطلوب إيجاد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين رأي الحكمان، علماً إن القيمة للدرجة كلما ارتفعت هي الأفضل، (القيمة الجدولية = 0.632).

✓ (الحل): إعطاء الرتبة للقيم الموجودة، ومن ثم مراعاة تسلسل الرتب لوجود قيم متشابهة.

ت	رأي الحكم الأول (س)	رأي الحكم الثاني (ص)	الرتبة لتقدير الحكم (1)	الرتبة لتقدير الحكم (2)	الفرق بين الرتب (ف)	ف ²
1	100	200	10	9	1 +	1
2	110	200	8.5	9	0.5 -	0.25
3	120	200	7	9	2 -	4
4	110	230	8.5	6.5	2 +	4
5	130	230	6	6.5	0.5 -	0.25
6	150	250	3.5	3.5	صفر	صفر
7	170	270	1	1	صفر	صفر
8	160	260	2	2	صفر	صفر
9	150	250	3.5	3.5	صفر	صفر
10	140	240	5	5	صفر	صفر
ن = 10		-	-	-	-	مج ف ² = 9.5

أ.د. فارس سامي يوسف شابا 52

$$\frac{9.5 \times 6}{(1 - 2) 10} - 1 = \frac{6 \times \text{مج ف}^2}{\text{ن} (1 - 2)} - 1 = \text{معامل ارتباط الرتب (ر ت)}$$

$$\text{معامل ارتباط الرتب (ر ت)} = -1 = \frac{57}{990 = (99) 10} - 1 = 0.0575757 - 1 = (0.942).$$

✓ الحكم: قيمة (ر) الجدولية (0.632) عند درجة حرية (8) ومستوى دلالة (0.05)، وعليه نجد إن قيمة (ر) المحسوبة أكبر من قيمة (ر) الجدولية أي العلاقة معنوية (الفرق غير عشوائي)، وعليه توجد موضوعية بين رأي الحكمان.

• مربع كاي (كا²): يستخدم مربع كاي في المواقف التي تحتاج فيها إلى مقارنة التكرارات التي نلاحظها مع التكرارات المتوقعة، والتكرارات الملاحظة هي التي نحصل عليها عن طريق الملاحظة أو التجربة، وأما التكرارات المتوقعة فهي تكرارات تحسب على أساس نظري لا علاقة له بالملاحظة الخاصة بالبيانات التي نريد دراستها، والصيغة الإحصائية له كالآتي :

$$\frac{\text{مج (ل - ق)}^2}{\text{ق}} = \text{كا}^2$$

- 2: اختبار كاي، مج: المجموع، ل: التكرار الملاحظ أو المشاهد، ق: التكرار المتوقع.
- مربع كا² في حالة متغير واحد (اختبار جودة التطابق).
- مثال 1: تم توجيه استبيان لـ (140) طالباً في إحدى الكليات التابعة لجامعة بغداد حول ممارستهم للرياضة، فجاءت اجابات (90) منهم بأنهم يمارسون النشاط الرياضي و (50) طالب لا يزاولون النشاط الرياضي، المطلوب هل هناك فروق معنوية، (القيمة الجدولية = 3.84).
- الجواب:

$(ل - ق)^2$	$(ل - ق)$	ق	ل	الإجابة
ق	$(ل - ق)$	ق	ل	
$5.71 = 70 \div 400$	400	70 + 20	90	يمارسون (نعم)
$5.71 = 70 \div 400$	400	70 - 20	50	لا يمارسون (كلا)
$مج \text{كا}^2 = 11.42$	مج = 800			

$$11.42 = \frac{800}{70} = \chi^2$$

- درجة الحرية (2-1 = 1) عند مستوى دلالة (0.05) لاستخراج القيمة الجدولية.
- الحكم: قيمة مربع كاي المحسوبة (11.42) < أكبر من قيمة مربع كاي الجدولية (3.84) مما يشير ذلك إلى وجود فروق معنوية في اجابات الطلبة نحو ممارسة النشاط الرياضي ولصالح الطلبة الممارسين للرياضة.
- مثال 2: في مقابلة شخصية مع (400) طالب بشأن تطبيق الزي الموحد بجامعة بغداد، وجاءت النتائج كالاتي:
 (100) موافق بشدة و (125) موافق و (50) غير موافق و (125) غير موافق بشدة، والمطلوب هل تعتمد هذه النتيجة في بيان أغلبية الطلاب للموافقة على تطبيق الزي الموحد؟، (القيمة الجدولية = 3.37).
 الجواب:

(ل-ق) ²	(ل - ق) ²	(ل - ق)	ق	ل	الإجابة
ق					
صفر ÷ 100 = صفر	صفر	صفر	100	100	موافق بشدة
6.25	625	25 +	100	125	موافق
25	2500	50 -	100	50	غير موافق
6.25	625	25 +	100	125	غير موافق بشدة
مج $\chi^2 = 37.5$	مج = 3750				

$$37.5 = \frac{3750}{100} = \chi^2$$

- درجة الحرية (3-1 = 2) عند مستوى دلالة (0.05) لاستخراج القيمة الجدولية.
- الحكم: قيمة مربع كاي المحسوبة (37.5) < أكبر من قيمة مربع كاي الجدولية (3.84) مما يشير ذلك إلى وجود فروق معنوية في اجابات الطلاب نحو تطبيق الزي الموحد، وعليه غالبية العينة لا تنحصر بالموافقة فقط بل هناك غير موافق بشدة أيضاً.