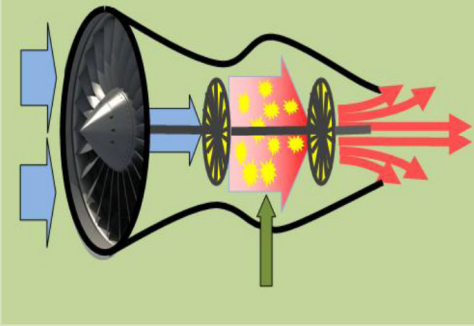


المعهد العالي للعلوم التطبيقية
والتكنولوجيا

الترموديناميك



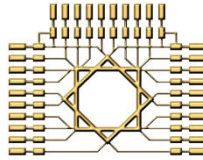
تأليف

د. عقيل سلوم

الترموديناميك

تأليف

الدكتور عقيل سلوم



منشورات المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا

2017

الترموديناميك

الدكتور عقيل سلوم

التقويم العلمي: د. بيداء الأشقر، د. غازي ترجان، د. ظافر موسى
التدقيق اللغوي: د. محمد موعد

من منشورات المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا
الجمهورية العربية السورية، 2017.

هذا الكتاب منشور تحت رخصة المشاع الإبداعي - النسب للمؤلف - حظر الاستئثار (CC-BY-ND 4.0).
يجوز للمستخدم بموجب هذه الرخصة نسخ هذا الكتاب ومشاركته وإعادة نشره أو توزيعه بأية صيغة وبأية وسيلة للنشر
ولأية غاية تجارية أو غير تجارية، وذلك شريطة عدم التعديل على الكتاب وعدم الاستئثار منه وعلى أن ينسب للمؤلف
الأصلي على الشكل التالي حصراً:

د. عقيل سلوم، الترموديناميك، من منشورات المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا،
الجمهورية العربية السورية، 2017.

متوفر للتحميل من: www.hiast.edu.sy

Thermodynamics

Dr. Akil Salloum

Publications of the **Higher Institute for Applied Sciences and Technology (HIAST)**
Syrian Arab Republic, 2017.

Published under the license

Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0
International (CC-BY-ND 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode>



Available for download at: www.hiast.edu.sy

ISBN 978-9933-9228-2-5

منشورات المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا

- "الجبر، الجزء الأول، مبادئ الجبر المجرد"، للدكتور عمران قوبا، الطبعة الأولى 2009، الطبعة الثانية 2017.
- "التحليل، الجزء الأول"، للدكتور عمران قوبا، الطبعة الأولى 2009، الطبعة الثانية 2017.
- "كيمياء المحاليل المائية"، للدكتورة يمن الأناسي، الطبعة الأولى 2011، الطبعة الثانية 2016.
- "الأنظمة الرادارية في مواجهة التشويش والخداع"، للدكتور علي طه، 2011.
- "ميكانيك النقطة المادية"، للدكتور مصطفى العليوي والدكتور هاني قوبا، الإصدار الأول 2011، الإصدار الثاني 2016.
- "الجبر، الجزء الثاني، الجبر الخطي"، للدكتور عمران قوبا، 2017.
- "التحليل، الجزء الثاني"، للدكتور عمران قوبا، 2017.
- "المرجع في الرسم الصناعي، الجزء الثالث"، للدكتور محمد بدر قويدر، 2017.
- "مدخل إلى كيمياء المياه: تلوث- معالجة- تحليل"، للدكتور نصر الحايك، 2017.
- "الترموديناميك"، للدكتور عقيل سلوم، 2017.
- "دليل الرسام الصناعي"، للدكتور مصطفى الجرف، 2017.

سيصدر لاحقاً:

- "التحليل، الجزء الثالث"، للدكتور عمران قوبا.
- "التحليل، الجزء الرابع"، للدكتور عمران قوبا.
- "التحليل، الجزء الخامس"، للدكتور عمران قوبا.

لمعلومات أوفى عن المنشورات وطلب نسخة ورقية أو تحميل
المتاح منها إلكترونياً، يمكن الاطلاع على موقع المعهد الإلكتروني:

www.hiast.edu.sy

المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا

المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا مؤسسة حكومية للتعليم العالي أحدثت بموجب المرسوم التشريعي رقم 24/ لعام 1983، وذلك بهدف إعداد أطر علمية متميزة من مهندسين وباحثين للإسهام الفاعل في عملية التطوير العلمي والتنمية في الجمهورية العربية السورية.

يمنح المعهد العالي درجة الإجازة في الهندسة في الاتصالات والمعلوماتية والنظم الإلكترونية والميكاترونيكس وعلوم وهندسة المواد وهندسة الطيران. يقبل المعهد العالي لدراسة هذه الاختصاصات شريحة منتقاة من المتفوقين في الشهادة الثانوية من الفرع العلمي. يتيح المعهد العالي أيضاً برامج ماجستير أكاديمي في نظم الاتصالات وفي التحكم والروبوتيك وفي نظم المعطيات الكبيرة ونظم المعلومات ودعم القرار وفي علوم وهندسة المواد وعلوم وهندسة البصريات. ويمنح المعهد العالي درجة الدكتوراه في الاتصالات والمعلوماتية ونظم التحكم والفيزياء التطبيقية. تُحدث في المعهد العالي اختصاصات جديدة بحسب متطلبات سوق العمل وتوجهات البحث والتطوير المحلية والعالمية.

يمتاز المعهد بأطره الكفوء ذات التأهيل العالي وبمختبراته المجهزة تجهيزاً عالياً وببنيتها التحتية الفريدة في القطر. إلى جانب النشاط التعليمي، يمارس المعهد العالي عبر جهود أطره وفعالياته العلمية المختلفة نشاطاً حثيثاً في البحث والتطوير، إذ ينفذ مشاريع متنوعة لصالح الجهات العامة والخاصة في القطر، كما يتعاون مع جهات خارج القطر في بعض المشاريع البحثية والتطويرية. يسعى المعهد أيضاً، عبر دورات تدريبية نظرية وعملية متاحة للقطاعين العام والخاص وللأفراد، إلى إفادة أوسع فئة من المهتمين من إمكانيات فريقه العلمي ومختبراته.

استكمالاً لدور المعهد العالي الرائد في مجال التعليم ونشر العلم، يحرص المعهد العالي على نشر كتب علمية عالية المستوى من نتاج أطره العلمية، منها ما هو تدريسي يوافق المناهج في المعهد العالي ويفيد شريحة واسعة من الطلاب الجامعيين عموماً، ومنها ما هو علمي ثقافي. يخضع الكتاب قبل نشره إلى عملية تقويم علمي من مجموعة منتقاة بعناية من أصحاب الاختصاص، إضافة إلى تدقيق لغوي حفاظاً على سوية عالية للمنشورات باللغة العربية.

يتيح المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا بعضاً من منشوراته على موقعه على الشبكة تحت رخصة المشاع الإبداعي لتعميم الفائدة على شريحة واسعة من القراء.

للتواصل مع المعهد العالي والاطلاع على شروط النشر وآخر المنشورات وتحميل المتاح منها:

المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا، دمشق، ص.ب 31983

هاتف 00963115123819 - فاكس 00963115140760

بريد إلكتروني contact@hiast.edu.sy

موقع إلكتروني www.hiast.edu.sy

المحتويات

5	المحتويات
13	مقدمة
17	الفصل الأول
	الجمال الترموديناميكية
17	1.1. المادة
17	1.1.1. أشكال المادة
19	2.1.1. مستويات الاستكشاف
22	2.1. الجمال الترموديناميكية
22	1.2.1. تعريف الجملة الترموديناميكية
22	2.2.1. تبادلات الجملة
23	3.2.1. وصف الجملة
27	4.2.1. التحولات التي تصيب الجملة
31	أسئلة
33	الفصل الثاني
	الضغط في مائع
33	1.2. تعاريف
33	1.1.2. الجسيم المائع
33	2.1.2. المائع المثالي
33	3.2.2. المائع في حالة التوازن
34	4.2.2. تعريف الضغط
35	2.2. المعادلة العامة لتوازن المائع
37	3.2. مائع يخضع لحقل الجاذبية
38	4.2. نتائج وتطبيقات
38	1.4.2. نظرية باسكال

39	2.4.2. نظرية أرخميدس
41	3.4.2. تجربة برميل باسكال
41	5.2. قياس الضغط
41	1.5.2. مقياس الضغط الزئبقي
42	2.5.2. مقياس الضغط الإلكتروني
43	3.5.2. وحدة قياس الضغط
44	تمارين
53	الفصل الثالث

درجة الحرارة

53	1.2. نشوء مفهوم درجة الحرارة
53	2.3. التوازن الحراري
54	3.3. سلم درجات الحرارة
54	1.3.3. سلم درجات الحرارة التجريبية
55	2.3.3. عيوب السلم التجريبية
56	3.3.3. درجة الحرارة المطلقة
60	4.3. قياس درجة الحرارة
60	1.4.3. مقياس درجة الحرارة الهيدروجيني
61	2.4.3. أجهزة القياس الشائعة
65	تمارين
67	الفصل الرابع

الغاز الكامل (دراسة ماكروسكوبية)

67	1.4. مقدمة
67	1.1.4. قانون بويل -ماريوت
68	2.1.4. قانون أفوغادرو
69	3.1.4. معادلة الحالة للغاز الكامل
70	2.4. تطبيقات
70	1.2.4. معاملات التمدد للغاز الكامل

71	2.2.4. قانون غي - لوساك وقانون شارل
73	3.4. مزج الغازات الكاملة
73	1.3.4. تجربة برتولية
74	2.3.4. الضغط الجزئي
75	3.3.4. النسبة المولية
75	4.3.4. الكتلة المولية المتوسطة
76	5.3.4. الكتلة الحجمية والكثافة النسبية للغازات
76	تمارين
83	الفصل الخامس

الغاز الكامل (دراسة ميكروسكوبية)

83	1.5. نموذج الغاز الكامل
83	1.1.5. قوى التأثير بين الجزيئات
84	2.1.5. الهيجان الجزيئي
84	3.1.5. توزع السرعة في غاز
87	4.1.5. شروط تقريب الغاز الكامل
89	2.5. نظرية تساوي التوزيع
89	3.5. درجة الحرارة الحركية
91	4.5. الحساب الميكروسكوبي للضغط في غاز
95	5.5. معادلة الحالة للغاز الكامل
95	6.5. الطاقة الداخلية للغاز الكامل
96	7.5. حدود صلاحية نموذج الغاز الكامل
99	تمارين
101	الفصل السادس

انتشار الجسيمات ونقل الحرارة

101	1.6. انتشار الجسيمات
101	1.1.6. مثال على ظاهرة انتشار الجسيمات
102	2.1.6. قانون فيك <i>Fick</i>

104	3.1.6. معادلة الانتثار
106	4.1.6. تعميم
107	2.6. نقل الحرارة
107	1.2.6. تعاريف
107	2.2.6. قانون فورييه Fourier
109	3.2.6. انحفاظ كمية الحرارة
110	4.2.6. معادلة الحرارة
111	5.2.6. حل معادلة الحرارة
115	3.6. مقارنة ميكروسكوبية لظاهرة الانتثار
115	1.3.6. المقطع الفعال للصدم
117	2.3.6. المسير الحر الوسطي
118	3.3.6. حساب معامل الانتثار في غاز
120	تمارين

125 الفصل السابع

العمل والحرارة في الترموديناميك التقليدي - المبدأ الأول

125	1.7. طاقة جملة ترموديناميكية
125	1.1.7. الطاقة الداخلية
126	3.1.5. الطاقة الداخلية والطاقة الكلية لجملة
126	3.1.7. نص المبدأ الأول
128	3.7. العمل
128	1.3.7. عمل قوى الضغط
130	2.3.7. أشكال أخرى من العمل
131	3.3.7. العمل ليس تابع حالة
132	4.7. الحرارة
132	1.4.7. كمية الحرارة
133	2.4.7. كمية الحرارة ودرجة الحرارة
133	5.7. محصلة الطاقة

135	6.7. تحولات خاصة
135	1.6.7. التحول متساوي الحجم
136	2.6.7. التحول متساوي الضغط
138	3.6.7. حالة غاز كامل
139	7.7. قياس الحرارة الكتلية
139	1.7.7. قياس الحرارة الكتلية بطريقة المزج
142	2.7.7. طرق أخرى لقياس الحرارة الكتلية
144	3.7.7. ملاحظة بخصوص الحرارة النوعية للسوائل والأجسام الصلبة
145	8.7. تطبيقات على التمدد
145	1.8.7. تمدد جول-غي-لوساك
147	2.8.7. تمدد جول-تومسون
149	3.8.7. التطبيقات العملية التي تعتمد على التمدد
149	تمارين

157 الفصل الثامن

الخصائص الطاقية للغاز الكامل

157	1.8. قانونا جول
158	2.8. علاقة ماير
158	3.8. حساب الحرارة المولية لغاز كامل
158	1.3.8. حالة غاز وحيد الذرة
159	2.3.8. نظرية تساوي التوزيع
160	3.3.8. حالة غاز ثنائي الذرة
162	4.8. الانضغاط متساوي الحرارة شبه السكوني لغاز كامل
163	5.8. الانضغاط الكظوم شبه السكوني للغاز الكامل
163	1.5.8. قانون لابلاس
164	2.5.8. نتائج
167	3.5.8. الشروط العملية لتطبيق قانون لابلاس
168	4.5.8. قياس المعامل γ للهواء
171	6.8. حلقة كارنو للغاز الكامل

171	1.6.8. تعريف
172	2.6.8. مطابقة كارنو - كلاسيوس
173	3.6.8. مردود الحلقة المنتجة
174	4.6.8. حلقة كارنو المستهلكة
176	تمارين
183	الفصل التاسع

المبدأ الثاني في الترموديناميك

183	1.9. التحولات التي تُصيب جملة معزولة
184	2.9. نص المبدأ الثاني
185	3.9. نصوص أخرى
186	4.9. التابع أنتروبي
186	1.4.9. درجة الحرارة الترموديناميكية
188	2.4.9. الضغط الترموديناميكي
189	3.4.9. نتيجة
189	4.4.9. حالة تحوّل عنصري عكوس
189	5.9. موازنة الأنتروبي
189	1.5.9. تبادل الحرارة مع منبع حراري
192	2.5.9. أسباب إنتاج الأنتروبي
193	6.9. أمثلة على حساب الأنتروبي
193	1.6.9. طريقة حساب الأنتروبي المنتج
193	2.6.9. أنتروبي الغاز الكامل
194	3.6.9. أمثلة لتحولات غير عكوسة
200	4.6.9. تطبيق على المحركات الحرارية
202	7.9. الأنتروبي الإحصائي
206	8.9. نظرية نرست
206	تمارين

تغيّر الطور لجسم نقي

- 219 1.10. مقدمة
- 220 2.10. تعاريف
- 221 3.10. مخططات التوازن
- 228 4.10. مخطط كلايبيرون للتحويل سائل-غاز
- 232 5.10. مخطط تغيّر الطور في الإحداثيات (T, s)
- 233 6.10. البخار الجاف والبخار المشبع
- 233 1.6.10. التبخير في الخلاء
- 235 2.6.10. التبخير في جو محصور
- 237 7.10. الحرارة الكتلية لتغيّر الطور
- 237 1.7.10. تعاريف
- 239 2.7.10. علاقة كلايبيرون
- 240 8.10. تطبيقات في خزن الموائع
- 242 9.10. التأخر على تغيّر الطور
- 245 تمارين

الفصل الحادي عشر

الآلات الحرارية

- 267 1.11. مقدمة
- 267 2.11. أنواع الآلات الحرارية
- 268 1.2.11. المحرك البخاري
- 269 2.2.11. البرّاد
- 270 3.11. دراسة الآلات الحرارية
- 270 1.3.11. تصنيف الآلات الحرارية
- 271 2.3.11. الآلات الثنائية المنبع
- 276 4.11. الحلقات المختلفة للمحركات الحرارية
- 276 1.4.11. المحرك الانفجاري

280	2.4.11. محرّك ديزل
283	3.4.11. محرّكات الدفع
286	4.4.11. محرّك ستيرلينغ
289	5.4.11. المحطات الحرارية التقليدية والنووية: حلقة رانكين وحلقة هيرن.
293	5.11. الآلات ذات الحلقة العكسية (أو المقلوبة)
294	1.5.11. الآلات التي تعمل بالهواء
295	2.5.11. الآلات التي تستخدم تحوّل الطور: حلقة هيرن <i>Hirn</i> المعكوسة
295	3.5.11. آلات الامتصاص
297	تمارين
302	الفصل الثاني عشر

المعاملات الحرارية لمائع متجانس

303	1.12. الجملة موصوفة بالمتحولين T و V
305	2.12. الجملة موصوفة بالمتحولين T و P
307	3.12. علاقات كلايرون
307	1.3.12. علاقتا كلايرون بالنسبة للمتحولين (V, T)
309	2.3.12. علاقتا كلايرون بالنسبة للمتحولين (T, P)
311	4.12. علاقة ماير لمائع متجانس
311	5.12. تطبيق على تمدد غاز حقيقي
311	1.5.12. تمدد جول - غي لو ساك
312	1.5.13. تمدد جول - تومسون
314	تمارين

315 فهرس المصطلحات

322 المراجع

مقدمة

الترموديناميك كلمة مكونة من مقطعين أصلها يوناني thermo أي حرارة وdynamique تحريك، وهو علم التحولات الحرارية. يهتم الترموديناميك بدراسة المادة وتحولاتها في كل الحالات المصحوبة بتدخل للحرارة.

إذا تأملت في الظواهر الطبيعية التي تعيشها دائماً، تجد الكثير منها مصحوباً بتبادلات حرارية، ويقتضي تحليل هذه الظواهر اللجوء إلى علم الترموديناميك، انظر مثلاً إلى جسم الإنسان وتبادلاته الحرارية مع الوسط الخارجي، وإلى تبخر المياه وتجمدها وسقوط الأمطار والثلوج، والتغيرات المناخية، وتغيرات درجات الحرارة بين الليل والنهار ومع تعاقب الفصول. لو تأملت من ناحية أخرى في النشاط البشري لوجدت عمليات طبخ الغذاء، وتدفئة المزروعات، وتدفئة البيوت، والتبريد والتكييف وغيرها، ولو التفت إلى الصناعة، لوجدت الكثير من الصناعات التي لا غنى فيها عن التبادلات الحرارية، من التعدين إلى تصنيع الاسمنت والزجاج والسيراميك والمواد البلاستيكية والكثير من الأدوية. وبالاتقال إلى توليد الطاقة نجد أن المحركات الحرارية تسد معظم حاجات البشرية من الطاقة، وهي التي تسيّر أدوات تنقله من سيارات وطائرات وقطارات وسفن. من هنا تأتي أهمية دراسة مبادئ الترموديناميك للطلاب المتابعين في المجالات العلمية، ونجد أن التعمق في فهم الترموديناميك ضرورة حتمية في الكثير من فروع الهندسة مثل الهندسات المهمة بالمحركات، وتوليد الطاقة، والمناخ والبيئة والتصنيع الكيماوي، وغيرها.

تطوّر علم الترموديناميك بدءاً من مطلع القرن التاسع عشر. وأتى الاهتمام به بعد اختراع المحرك البخاري وبعده المحركات الحرارية الأخرى، حيث كانت الضرورة ملحةً نمذجة عمل المحركات الحرارية، بهدف رفع مردودها. وتوسعت الدراسة لتشمل قضايا أخرى، تتدخل فيها التبادلات الحرارية، مثل تحولات المادة، لينشأ علم الترموديناميك.

يتحور تاريخ الترموديناميك حول استيعاب المفاهيم التالية: درجة الحرارة، وكمية الحرارة، والطاقة. ولم ير هذا العلم النور إلا بعد التمكن من هذه المفاهيم.

مع أن الحياة اليومية للإنسان كانت مقترنة بتجارب ترموديناميكية، فإن الشعور بالسخونة والبرودة كان أول هذه التجارب. غير أن الإنسان لم يكن يميز بين درجة الحرارة وكمية الحرارة، وفي القرون الوسطى وُضعت بعض الأدوات التي تعتمد على تمدد الهواء لمراقبة ارتفاع درجة الحرارة. في العام 1612 شرح أستاذ في الطب من جامعة بادو في إيطاليا مقياس حرارة مكون من مستودع صغير يحتوي الهواء موصول بأنبوب له شكل حرف U يملئ بماء، يوضع المستودع الزجاجي في فم المريض مما يسمح بمراقبة تغير حرارة المريض. في عام 1654 صُنِع مقياس حرارة أعلى دقة في فلورنس. وأصبح تعيين درجة الحرارة عملية لها صفة التكرارية.

اقترح فاهرنهايت Fahrenheit (1736-1686) سُلماً يعتمد على تمدد الزئبق في أنبوب أسطواني، واصطلح على أن درجة حرارة الجليد في حالة الذوبان 32 درجة، ودرجة حرارة الجسم البشري هي 96 درجة، يُعطي سلم فاهرنهايت الحالي لدرجة حرارة الماء في حالة غليان تحت ضغط جوي نظامي القيمة 212.

في عام 1741 اقترح أندرس سيلسيوس Andrs Celsius السلم المئوي، الذي اعتمد في فرنسا بعد الثورة الفرنسية.

في القرن الثامن عشر، تبين لعدد من الباحثين أن الحرارة يمكن أن تنتقل من جسم إلى آخر، وهذا ما سمح بتعريف الحرارة النوعية لمواد مختلفة. غير أن الباحثين لم يتوصلوا إلى شرح مُقنع للظواهر الحرارية لسببين:

الأول: كانوا يظنون أن كل جسم يمتلك كمية من الحرارة، وكلما ازدادت هذه الكمية ازدادت درجة حرارته. ومن ثم لم يفهموا لماذا ترتفع درجة حرارة جسم إذا ما صُغِط.

الثاني: لم يعوا العلاقة بين الطاقة والحرارة.

وهناك تفسيران لدرجة الحرارة:

الأول: التفسير الحركي الذي يقتضي أن درجة الحرارة هي محصلة الحركة الميكروسكوبية للجسيمات المكونة للمادة.

الثاني: المائع الحراري المسؤول عن انتقال الحرارة، حيث إنّ الحرارة تتكون من جُسيمات صغيرة، تتوزع ضمن فراغات المادة مكونة مائعاً. وكان هذا التفسير مسيطراً خلال القرن الثامن عشر وبداية القرن التاسع عشر.

اخترعت أول آلة بُخارية في القرن الثامن عشر. وقد استطاع العالم الاسكتلندي واط Watt (1736-1819) أن يجعل هذه الآلة عملية في عام 1780. ومن ذلك التاريخ تنوّع استعمال الآلات البخارية في الصناعة وفي النقل. في البداية كان المهندسون يُحسّنون بطريقة تجريبية الآلات البخارية. ثم اتجه العلماء إلى الدراسات النظرية لتحسين مردود الآلات مما مَهّد لظهور علم الترموديناميك. في عام 1824 نشرَ العالم الفرنسي سادي كارنو Sadi Carnot (1796-1832) كتابه المعروف باسم: " أفكار حول الاستطاعة المحركة للنار وحول الآلات الخاصة لتطوير هذه الاستطاعة". أما الصيغة التي تُدرّس حالياً للترموديناميك فقد تمّت على يد كلاوسيسيوس Clausius (1822-1888) بين العامين 1850 و 1854. وقد سمحت تجارب جول Joule (1818-1889) بإدراك التكافؤ بين كمية الحرارة والطاقة.

توسعت الدراسات في الترموديناميك إلى الدراسات الإحصائية التي تربط الظواهر الحرارية بالحركة الميكروسكوبية للمادة على يد بولتزمان Boltzmann (1844-1906). سمحت بعد ذلك أعمال هلمولتز Helmholtz وغيبس Gibbs بوضع الأسس النظرية للترموديناميك الكيميائي.

يهدف هذا الكتاب إلى شرح أساسيات الترموديناميك، التي تسمح للطلاب بفهم الكثير من الظواهر الطبيعية، فيتعرّف مفهومي الضغط ودرجة الحرارة، وتقريب الغاز الكامل، وانتثار الجسيمات وتوصيل الحرارة، كما يدرس المبدأ الأول والمبدأ الثاني في الترموديناميك، وبعدها ينتقل إلى دراسة تغيّر الطور الذي يسمح له بفهم الكثير من الظواهر الطبيعية المرافقة لتغيّر الطور، كما يتعرّف مبدأً عمل المحركات الحرارية دون الخوض في التقنيات المستعملة في صنعها، وفي الفصل الأخير هناك دراسة موجزة لمعاملات كمية الحرارة مع تطبيق على تمدد غاز. وقد أرفقت مختلف الأبحاث بعدد وافر من التمارين والمسائل، بعضها محلول، وقد وُضعت أجوبة معظم التمارين، مما يُمكن الطالب من التحقق من نتيجته. وأبقينا بعض المسائل دون أجوبة، ولذلك فائدته أيضاً إذ يسمح للطلاب بالتحقق الذاتي من نتائجه. تسمح هذه التمارين والمسائل للطلاب بتثبيت المفاهيم والأفكار النظرية الواردة في الفصول المختلفة كما تسمح له باستكمال بعض المعارف التي لم ترد في النص النظري.

وُضع هذا الكتاب ليناسب طلاب المعهد العالي في المرحلة التحضيرية وطلاب الجامعات في السنتين الأولى والثانية.. وإني أتقدّم بالشكر الجزيل لكل من يقدّم ملاحظات تسهم في تطوير هذا

الكتاب في طبعاته اللاحقة، وكلّي أمل أن يُسهم هذا الكتاب في التكوين العلمي المتكامل لطلابنا، المبني على متعة الاستكشاف، وطرح التساؤلات، والشغف في البحث عن الأجوبة.

د. عقيل سلوم

2014/12/10

الجمال الترموديناميكية

تدخل دراسة الجمال المادية والتحويلات التي تصيها في اختصاص الترموديناميك، عندما تكون الحرارة أحد العوامل الواجب إدخالها لتحقيق هذه الدراسة. وهذا هو الفارق بين الترموديناميك والميكانيك والكهرطيسية.

يهتم الترموديناميك بما يحدث للمادة على المستوى الكبري (الماكروسكوبي)، وهو يدرس ما يحدث على المستوى الصغري (الميكروسكوبي) لاستنباط النتائج على المستوى الكبري، فعلى سبيل المثال نجد أن المقادير الترموديناميكية مثل درجة الحرارة والضغط يمكن إعطاؤها تفسيراً ميكانيكياً إذا حللنا ما يحدث في المستوى الماكروسكوبي. من هنا لا بدّ لنا من التذكير بأشكال المادة، وتوضيح مفهوم المستوى الماكروسكوبي والمستوى الميكروسكوبي.

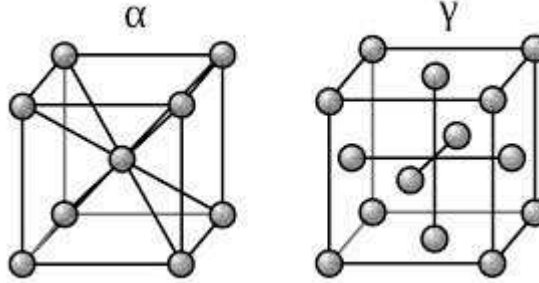
1.1. المادة

1.1.1. أشكال المادة

توجد المادة في الطبيعة في ثلاثة أشكال* تختلف في بنيتها، فنجد البنى التالية:
أ. البنية الصلبة: نقول عن مادة إنّ لها بنية صلبة إذا حافظت العناصر الأساسية المكونة للمادة (ذرات أو جزيئات) على مواقع نسبية ثابتة بتغير الزمن، وفي الطبيعة نوعان من الأجسام الصلبة:

(*) لن نتطرق في دراستنا إلى الأوساط البلازمية التي تختلف عن الأشكال الثلاثة الواردة هنا.

- **الأجسام البلورية:** وفيها تكون العناصر الأساسية مرتبة ترتيباً دورياً في الفراغ، مما يسمح بتعريف وحدة بناء أساسية مكروسكوبية، لها شكل هندسي محدد، ومكونة من عدة ذرات أو جزيئات. ويتكون الجسم من تنضيد الوحدات الأساسية المتطابقة مع الحفاظ على الشكل الهندسي واتجاهه، مما يسمح بالعثور على البنية الهندسية لتوزيع الذرات إذا قمنا بانسحاب داخل البلورة. مثال : يتكوّن الحديد من بلورات متلاصقة، تظهر في الشكل (1-1) الوحدة الأساسية المكوّنة للبلورة التي تأخذ شكل مكعب توجد في كل رأس من رؤوسه وفي مركزه ذرة في درجات الحرارة العادية (الحديد α)، ومكعب توجد ذرة في كل رأس من رؤوسه ومراكز وجوهه (الحديد γ) الذي نجده عندما نسخّن الحديد إلى ما فوق 911°C .



الشكل 1-1 : وحدة البناء الأساسية في بلورة الحديد، إلى اليسار في درجة الحرارة العادية، وإلى اليمين عند تسخين الحديد إلى الدرجة 911°C .

- **الأجسام اللابلورية:** وهي أجسام صلبة، غير أن بنيتها الميكروسكوبية ليس لها الترتيب الدوري الذي نجده في البلورات، فقد نجد بنية هندسية مكروسكوبية في نقطة ما من الجسم، فإذا انتقلنا إلى نقطة أخرى نجد بنية مغايرة. مثال : الأسمنت المسلّح، بعض أنواع الزجاج. يجدر أن نذكر أنه قد نجد ضمن الجوامد اللابلورية منطقة محدودة الانتشار داخل الجسم الصلب لها بنية بلورية محاطة ببنية لابلورية، نجد هذا في بعض أنواع الزجاج.

ب. **البنية المائعة:** يُمكن للعناصر الأساسية التحرك تحركاً حُرّاً داخل كتلة المائع. ويُمكن تمييز نوعين من الموائع: السوائل والغازات. فنجد مثلاً للماء في الظروف الطبيعية الطور السائل وفي الوقت نفسه نجد البخار وهما يختلفان في خواصهما الفيزيائية من كتلة حجمية وقرينة انكسار وغيرها.

ج. **البنى المختلطة:** وهي بنى وسيطة بين البنية السائلة والبنية البلورية، وهي تجمع بعض خواص البلورات حيث نجد البنية المرتبة ولكن جزئياً. فقد نجد أن الذرات أو الجزيئات قد ترتبت في سطوح متوازية، غير أن هذه السطوح يمكنها الانزلاق بعضها بالنسبة إلى بعض، مما يعطيها بعض خواص المائع. (مثال: يكون مركّب بنزوات الصوديوم صلباً تحت درجة الحرارة 145 سلسيوس ويكون سائلاً فوق الدرجة 178 سلسيوس، أما بين الدرجتين السابقتين فيكون في حالة مختلطة كما ورد وصفه).

2.1.1. مستويات الاستكشاف

نتعرّف الخواصّ الفيزيائية للمادة بالملاحظة والقياس والتجربة والنمذجة الرياضية التي يجري اختبارها من تحليل التجارب والقياسات. وتتعلق خواص المادة بطبيعة مكوناتها الأساسية (أي الذرات والجزيئات)، وتوزع هذه المكونات (البنية)، ويقوى التأثير بينها، إضافة إلى القوى الخارجية المؤثرة في الجملة. لذلك نجد أنفسنا أمام ثلاثة مستويات للدراسة: الميكروسكوبي الماكروسكوبي والميزوسكوبي.

1. المستوى الميكروسكوبي

عندما ننظر إلى المادة كجملة جسيمات (ذرات أو جزيئات) في تأثير متبادل، نقول إننا نستكشف المادة في المستوى الميكروسكوبي. نلاحظ أن الأبعاد المدروسة هي من رتبة أبعاد الذرات والجزيئات أي من رتبة الأنغستروم أو 10^{-10} m. في هذا المستوى نلاحظ أنّه من المستحيل دراسة حركة كل جسيم بتطبيق قوانين الميكانيك للسبين التاليين:

- إن عدد الجسيمات كبير جداً، فمثلاً يوجد في السنتيمتر المكعب الواحد من الهواء في الظروف الاعتيادية 3×10^{19} جزيء، ومن ثمّ من غير الممكن حل جملة المعادلات التي تصف حركة هذه الجزيئات حتى لو استعنا بطرق التقريب العددي وباستعمال أكثر الحواسيب قدرة.
- إنّ قوى التأثير المتبادل بين الجسيمات لا يمكن كتابة عبارتها إلا كتابة تقريبية.

وإذا افترضنا أنّه بإمكاننا التغلب على العقبتين السابقتين، فإننا نواجه مشكلة أخرى وهي أن حل المعادلات هو حل شواشي (كاوتيك)، أي أنّه إذا أخذنا حالتين: في الأولى تختلف الشروط الابتدائية اختلافاً طفيفاً عن الشروط الابتدائية في الثانية، فإننا نجد في الثانية حلولاً شديدة الاختلاف عن الحلول التي نجدها في الأولى. ولما كان هنالك دوماً ارتياب في تحديد الشروط الابتدائية، فإنّه من المستحيل إجراء دراسة موثوقة.

2. المستوى الماكروسكوبي

عند تفحصنا لجسم ما باستعمال الحواس فإن الخواص التي نستشعرها هي خواص ماكروسكوبية، إذ لا يمكننا رؤية الذرات أو الجزيئات، ولا يمكننا مراقبة حركة هذه الذرات، كما لا يمكننا تكوين أدنى فكرة عن طبيعة قوى التأثير المتبادل بين الذرات. والأبعاد المدروسة هي من رتبة أبعاد الجسم المدروس، والذي يجب ألا تقل عن حد معين بحيث يمكننا ملاحظته بالحواس، هذا الحد هو من رتبة المليمتر. نلاحظ هنا أنّ ما نلمسه أنّ للمادة بنية متّصلة (بالنسبة لنا)، على حين تكون بنيتها في المستوى الماكروسكوبي متقطّعة، لا يمكننا استكشافها بالطرق الحسيّة.

وبوجه عام فإنّ الخواص التي نتعرّفها هي التي تظهر من خلال المقادير التي يمكننا قياسها في كل نقطة من الجسم ونفترضها مستمرة، مثل الكتلة الحجمية، ودرجة الحرارة، والضغط، وغيرها.

3. المستوى الميزوسكوبي

في الظروف الاعتيادية يحتوي مكعب من الهواء طول ضلعه $1\mu\text{m}$ عدداً من الجزيئات يساوي 3×10^7 جزيء، وهذا المكعب يُعتبر صغيراً مقارنة بالأبعاد الماكروسكوبية، وكبيراً مقارنة بالأبعاد الماكروسكوبية، ويحتوي عدداً كبيراً من الجزيئات تسمح بتعريف مقادير ماكروسكوبية تصف الغاز في هذا المكعب. إنّ هذا المستوى الوسيط بين المستويين الماكروسكوبي والماكروسكوبي نسميه بالمستوى الميزوسكوبي.

عند أخذ حجم عنصرية في الترموديناميك، يجب الانتباه إلى أنّ هذه الحجوم هي في المستوى الميزوسكوبي. ولإيضاح هذه الفكرة نأخذ المثال التالي:

نعرف الكتلة الحجمية ρ في نقطة M من جملة مادية، بأخذ النسبة بين dm

التي تعبر عن كتلة حجم صغير dv بجوار النقطة M ، أي:

$$\rho = \frac{dm}{dv}$$

إذا كان dv حجماً ماكروسكوبياً فإنّ ρ ستكون متقطعة، وهي تأخذ قيمة كبيرة جداً في نقاط وجود نوى الذرات ومعدومة في النقاط ما بين الذرات. من ناحية أخرى نعلم أنّ الجزيئات في الغاز متحركة، وهذا يؤدي إلى تغيير عدد الجزيئات في الحجم dv مما يغير قيمة ρ . وفي الحالة المعاكسة عندما يكون dv حجماً ماكروسكوبياً، فإنّ حساب ρ لن يسمح بملاحظة تغييرات قيمة ρ عند الانتقال انتقالاً ماكروسكوبياً، أصغر من أبعاد dv . أي من الضرورة أن يكون dv صغيراً بقدرٍ يكفي لاعتبار المادة التي يحتويها متجانسة، ويجب أن يكون كبيراً بقدرٍ يكفي لإهمال تغيير عدد الجزيئات داخل الحجم dv نتيجة التبادل مع باقي أجزاء الجملة المجاورة.

2.1. الجمل الترموديناميكية

1.2.1. تعريف الجملة الترموديناميكية

هي جزء من الكون محدود بسطح مغلق، يحتوي داخله جسماً أو مجموعة أجسام مادية.

لنأخذ على سبيل المثال إناء يحتوي ماء، نعرّف جملة ترموديناميكية مكونة من الماء والوعاء معاً، ويمكننا أن نقصر في تعريفنا على الماء دون الوعاء، فيكون السطح المغلق هو السطح الذي يحد الماء. كما يمكننا أخذ كوكب الأرض على أنه جملة فيمكننا اختيار سطح مغلق كروي يحتوي الأرض وغلافها الجوي سطحاً للجملة، ويجب في هذه الحالة ألا يتجاوز نصف قطر هذه السطح الكروي حداً يجعله يشتمل على عناصر أخرى كالقمر مثلاً.

استناداً إلى التعريف السابق يمكننا أن نقسم الكون إلى قسمين:

- الجملة.
- الوسط الخارجي: كل ما هو موجود خارج السطح المغلق الذي يحيط بالجملة.

2.2.1. تبادلات الجملة

قد تحدث تبادلات بين الجملة والوسط الخارجي، وهذه التبادلات تجري حتماً عبر السطح المحيط بالجملة، وتشمل تبادل الطاقة والمادة، وتبادل الطاقة قد يكون بواسطة العمل، أو تبادل كمية من الحرارة، أو بالإشعاع، أو نتيجة تبادل المادة نفسها. تصنف الجمل الترموديناميكية حسب طبيعة التبادلات التي تقوم بها، فنجد الأنواع الآتية للجمل:

- أ. الجملة المعزولة: هي جملة لا تتبادل شيئاً (لا مادة ولا طاقة) مع الوسط الخارجي.
- ب. الجملة المغلقة: هي جملة لا تتبادل المادة مع الوسط الخارجي، ويمكن أن تتبادل الطاقة، حيث يمكن أن تأخذ أو تقدم عملاً أو كمية حرارة.

مثال: البراد (خلال فترة يكون بابه مغلقاً)، يأخذ البراد الطاقة الكهربائية من الوسط الخارجي، ويقوم بإعطاء حرارة إلى الوسط الخارجي من خلال المشعات، في الوقت نفسه تتسرب كمية من الحرارة إلى داخل البراد عبر جدرانه.

ت. الجملة المفتوحة: هي جملة يمكنها أن تتبادل المادة والطاقة مع الوسط الخارجي.

مثال: محرك السيارة، حيث يأخذ الهواء والوقود من الوسط الخارجي ويطرح نواتج الاحتراق إلى الخارج، كما يُقدم عملاً ميكانيكياً إلى الوسط الخارجي تُمكن السيارة من الحركة، ويقدم كمية من الحرارة إلى الوسط الخارجي أيضاً.

اصطلاح

نعطي إشارة موجبة لكل ما تتلقاه الجملة (تربجه) من الوسط الخارجي ونعطي إشارة سالبة لكل ما تقدمه الجملة (تخسره) إلى الوسط الخارجي.

3.2.1. وصف الجملة

1. متحولات الحالة

لنتأمل الجملة الترموديناميكية الآتية: خزان مملوء بالماء السائل. لوصف حالة هذه الجملة نقول: خزان ماء حجمه 50 m^3 ، ودرجة حرارة الماء $T = 300 \text{ K}$ ، والضغط على سطح الماء يساوي $P = 10^5 \text{ Pa}$. نلاحظ في هذا المثال أنه جرى اختيار ثلاثة مقادير فيزيائية هي: الحجم ودرجة الحرارة والضغط، لوصف حالة الجملة، جرى اختيار ثلاثة متحولات هي (V ، و T ، و P) للتعبير عن تلك المقادير، ولتحديد حالة الجملة جرى إعطاء القيم العددية التي أخذتها تلك المتحولات في لحظة ما. وعندما تتغير حالة الجملة فإن بعض القيم العددية السابقة أو كلها تتغير. نسمي المتحولات: (V ، و T ، و P) متحولات الحالة للجملة السابقة.

وبوجهٍ عام لوصف حالة الجملة لا بد من تعريف ما يُسمى بمتحولات الحالة، ومتحول الحالة هو متحول يعبر عن مقدار فيزيائي متعلق بالجملة يُمكن قياسه أو حساب قيمته.

كيف نختار متحولات الحالة؟ إن اختيار متحولات الحالة يتوقف على الظاهرة المدروسة، فنختار المتحولات الدالة على المقادير الفيزيائية الممكن أن تتغير لدى قيام الجملة بتحوّل ما، وتدل التجربة على أنّ عدداً محدوداً من متحولات الحالة يكفي لدراسة الحالة.

2. تصنيف متحولات الحالة

يمكن تصنيف متحولات الحالة لجملة إلى:

- متحولات موضعية: وهي متحولات لا تتعلق بامتداد الجملة وكبرها، لأنها تأخذ قيمها في كل نقطة من الجملة، أي يُمكن أن تشكل حقلاً معرفاً على منطقة وجود الجملة، مثال: الضغط، درجة الحرارة، الكتلة الحجمية...
- متحولات لا موضعية: وهي متحولات تتعلق بكبر الجملة وامتدادها، والقيم التي تأخذها تتعلق بكامل الجملة، مثال: حجم الجملة، كتلة الجملة، شحنة الجملة....

نلاحظ أنّ المتحولات اللاموضعية لها خاصية التجميع، فإذا دمجنا جملتين مع الحفاظ على حالة كل من الجملتين، فإن المقادير الموضعية تبقى على حالها، على حين تصبح المقادير اللاموضعية الكلية، مجموعاً للمقادير الموضعية الجزئية، لذلك تُدعى المقادير الموضعية بالمقادير التجميعية على حين تُدعى المقادير اللاموضعية بالمقادير التجميعية.

2. أطوار الجملة

نعرف الطور في الجملة بأنه جزء من الجملة تنتظم فيه قيم المتحولات الموضعية، وبهذا المعنى قد تشتمل الجملة على طور وحيد، وقد تشتمل على عدة أطوار، لنوضح ذلك بالأمثلة:

أ) لو أخذنا غازاً متوازناً (سنشرح لاحقاً معنى التوازن) داخل علبة مغلقة لكان للمقادير الآتية: الضغط ودرجة الحرارة والكتلة الحجمية وقرينة الانكسار (وهي مقادير موضعية) قيم ثابتة في كل أرجاء الغاز. إذن لدينا جملة مكونة من طور وحيد. ونقول هنا إن الجملة متجانسة.

ب) لنأخذ علبة مغلقة تحتوي طبقة رقيقة من الماء السائل (بحيث نهمل تغير الضغط داخل السائل) يعلوها بخار الماء، نلاحظ أن الكتلة الحجمية للسائل تختلف عن الكتلة الحجمية للبخار. أما كل من البخار والسائل على حدة فيشكل جزءاً متجانساً. نقول هنا إن الجملة مكونة من طورين.

ت) لو كان يوجد في المثال السابق داخل العلبة قطعة من الحديد أيضاً، قلنا تتألف الجملة من ثلاثة أطوار.

4. معادلة الحالة

هي معادلة تربط بين متحولات الحالة المستعملة لوصف الجملة. فعند دراسة جملة غازية مغلقة، غالباً ما نختار المتحولات التالية لوصف الجملة: P الضغط، V الحجم، T درجة الحرارة المطلقة، إن تغيير درجة حرارة الغاز تحت ضغط ثابت يؤدي إلى تمدد الغاز أي إلى زيادة حجمه، أما زيادة ضغط هذا الغاز مع المحافظة على درجة حرارته فتؤدي إلى نقصان حجمه، ومن ثم فمتحولات الحالة المذكورة هي متحولات مرتبطة بمعادلة من الشكل $f(P, V, T) = 0$ ، تسمى هذه المعادلة بمعادلة الحالة.

5. الجملة المتوازنة

من المناسب عند دراسة الجمل في الترموديناميك أن نقوم بدراسة الجمل التي تكون فيها متحولات الحالة ثابتة مع الزمن. تقتصر دراستنا على الجمل المغلقة الساكنة والمتوازنة ميكانيكياً، أي تلك التي تكون فيها السرعة على المستوى الماكروسكوبي معدومة. وهنا نجد عدّة أوضاع ممكنة:

1) حالة التوازن الترموديناميكي الكامل: نجد هذه الحالة إذا حققت الجملة الشرطين الآتيين:

a. لا يوجد أي تبادل طاقي (حرارة أو عمل) بين الجملة والوسط الخارجي، ولا يوجد تبادل بين أجزاء الجملة.

b. الجملة مستقرّة بالنسبة للانزياحات التي تصيبها، بمعنى أنّه لو غيرنا أحد الشروط الخارجية المحيطة بالجملة، وأدى ذلك إلى تغيير في حالة الجملة، ثمّ أزلنا هذا التغيير فإنّ الجملة تعود إلى حالتها الابتدائية.

لاحظ أنّه في حالة الجملة غير المعزولة يرتبط توازن الجملة بالوسط الخارجي.

مثال: نتأمّل غازاً ضمن أسطوانة ناقلة للحرارة مغلقة يحيط بها هواء ذو درجة حرارة ثابتة، فإذا كان الغاز في حالة توازن فإنّ درجة حرارته يجب أن تساوي درجة حرارة المحيط وإلا فإنّ الغاز سوف يبرد أو يسخن تبعاً لدرجة حرارته الابتدائية (أكبر أو أصغر من درجة حرارة المحيط)، أي أنّه لن يكون متوازناً دون هذا الشرط. لاحظ من ناحية أخرى أنّه يجب أن يتحقق التوازن الداخلي في الجملة، أي يجب أن يتوازن كل جزء ميزوسكوبي من الجملة مع الأجزاء المجاورة وهذا يقتضي انتظام درجة الحرارة داخل الجملة، وإلا فستنتقل الحرارة من الجزء ذي درجة الحرارة الأعلى إلى الأجزاء ذات درجة الحرارة الأدنى، وهذا يتنافى مع تعريف التوازن. يُمكن بالطريقة نفسها بيان أنّ الضغط يجب أن يكون واحداً في كل أجزاء الجملة بغياب القوى الخارجية.

بوجهٍ عام في حال غياب القوى الخارجية المؤثرة في جملة مائعة مكوّنة من طور وحيد، يجب أن تنتظم قيم المقادير الموضعية في كل أجزاء الجملة ليتحقق التوازن الداخلي لهذه الجملة. وهنا لا بُدّ من الإشارة إلى أنّه بوجود قوى خارجية مؤثّرة في الجملة قد نجد حالة توازن دون أن تنتظم قيم جميع المتحولات الموضعية، كما هو حال غاز متوازن داخل أنبوب شاقولي طويل (عشرات الأمتار) ومعزول حرارياً بجوار سطح الأرض حيث يتغيّر كل من الضغط والكتلة الحجمية مع الارتفاع.

(2) التوازن غير الكامل: إذا تحقق الشرط (a) ولم يتحقق الشرط (b) تكون الجملة في حالة توازن غير كامل، وحالة الجملة لا تتعلّق بالظروف المحيطة بالجملة فقط بل تتعلّق بالمعالجات السابقة التي خضعت لها الجملة.

مثال: تتعلّق حالة قطعة من الفولاذ بما عانت منه سابقاً، فإذا سُخِنَتْ ثُمَّ بُرِدَتْ بسرعة فستصل إلى حالة تختلف عن تلك التي تصل إليها فيما لو سُخِنَتْ ثُمَّ بُرِدَتْ ببطء.

(3) إذا لم يتحقق الشرط (a.) ولكن كانت متحولات الحالة ثابتة مع الزمن، نقول عن الجملة إنّها في حالة مستقرّة، وهنا يجب التمييز بين حالة التوازن والحالة المستقرّة.

مثال: لو أخذنا الماء ضمن مشع حراري للتدفئة المنزلية، نجد المشعّ في الحالة المستقرّة يعبره الماء الساخن بصورة مستمرة، ويقوم بإشعاع الحرارة إلى الوسط المحيط، فإذا قسنا درجة الحرارة في كل نقطة من المشع نجد أنّها لا تتغير مع الزمن، نجد هنا حالة مستقرّة غير أنّها غير متوازنة، ترموديناميكياً.

4.2.1. التحولات التي تصيب الجملة

قد تطرأ تحولات على الجملة تقودها من حالتها الابتدائية إلى حالة جديدة. وتصنف التحولات التي تصيب الجملة تبعاً لخواصها. ومن التحولات التي تصيب الجمل لدينا التحولات التالية:

- أ) **التحولات المتساوية الحجم:** تحافظ فيها الجملة على حجمها.
- مثال: عند تسخين غاز ضمن وعاء مغلق غير قابل للتمدد، فإن حالة الغاز تتغير مع بقاء حجمه ثابتاً، وهو حجم الوعاء.
- ب) **التحولات المتساوية الضغط:** في هذه التحولات يبقى الضغط ثابتاً أثناء التحول.
- مثال: عند تسخين ماء في وعاء مفتوح فإن الضغط يبقى ثابتاً ويساوي الضغط الخارجي أي الضغط الجوي.
- ت) **التحولات المتساوية الحرارة:** تبقى درجة حرارة الجملة ثابتة طيلة التحول.
- مثال: ينصهر الجليد تحت ضغط يساوي 1 atm عند درجة الصفر المئوي، وتبقى درجة حرارة الجليد مساوية للصفر المئوي طيلة مدة انصهاره.
- ث) **التحولات المكثومة:** هي التحولات التي لا يرافقها تبادل للحرارة مع الوسط الخارجي.
- مثال: إذا أسقطنا قطرة من الإيثير داخل مسعر مغلق يحتوي الهواء فقط فإن القطرة تتبخّر، أثناء هذا التحول لا تتبادل الجملة (المكونة من الإيثير والهواء والمسعر) الحرارة مع الوسط الخارجي.
- ج) **التحولات شبه السكونية:** هي التحولات التي تحدث أثناء مرور الجملة بسلسلة من حالات التوازن المتجاورة، أي إنّ الاختلاف في القيم التي تأخذها متحولات الحالة بين حالتي توازن متجاورتين صغير إذا ما قورن بالاختلاف بين الحالة الابتدائية والحالة النهائية. نلاحظ هنا أنّ الحالات الوسيطة بين حالتي توازن متجاورتين ليست بالضرورة حالة توازن.

مثال: أسطوانة شاقولية مغلقة بمكبس وتحتوي غازاً ونريد وضع كتلة تساوي 1 kg فوق المكبس، يمكننا وضع هذه الكتلة كلّها فوق المكبس مباشرة، أو نقوم بوضع أجزاء صغيرة تباعاً فوق المكبس كتلة كل جزء $\frac{1}{n} \text{ kg}$ ، بحيث يكون n كبيراً ليسمح بتمثيل شبه

مستمر لتغيّر متحولات الحالة، إضافة لذلك يجب أن يوجد فاصل زمني بين كل عمليتين متتاليتين يسمح للجملة بالوصول إلى حالة توازن. ، وهذا يقتضي أن يكون الفاصل الزمني كبيراً مقارنة بالزمن المميّز لوصول الجملة إلى حالة التوازن أو ما يُسمى بـ زمن الاسترخاء، بعبارة أخرى التحول شبه السكوني هو تحول يجري ببطء مقارنة بـ زمن الاسترخاء.

في الطريقة الأولى عند وضع الكتلة بأكملها يختل توازن الجملة، وقد يقوم المكبس بالاهتزاز قبل أن يصل إلى حالة التوازن، ونلاحظ أنه لا توجد حالات توازن إلا الحالة الابتدائية والحالة النهائية.

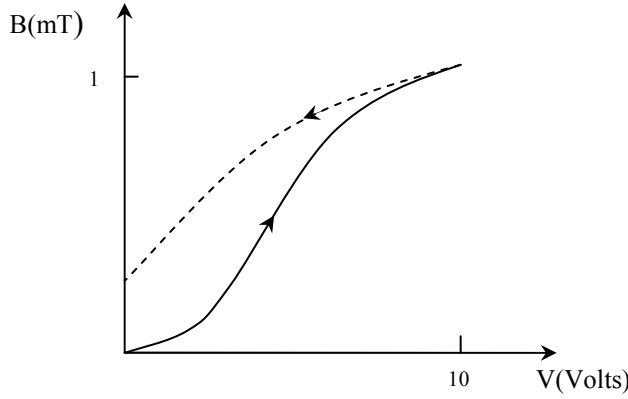
في الطريقة الثانية نلاحظ أنّه يحدث الأمر نفسه ولكن نصل إلى حالة انتقالية هي حالة توازن بعد إضافة كل جزء من الأجزاء، ونحصل بذلك على سلسلة من حالات التوازن بين الحالة الابتدائية والحالة النهائية. والحالات الوسيطة الأولى ليست حالات توازن إذ يقوم المكبس فيها بالاهتزاز.

ح) التحولات العكوسة: هي التحولات التي تمر بسلسلة مستمرة من حالات التوازن. لاحظ أنّ التحولات العكوسة يجب أن تقبل العكس أي يمكننا في كل لحظة عند قلب جهة التحول العودة مروراً بالحالات التي مرت بها الجملة قبل عكس جهة التحول، وهذا يأتي من أنّ التوازن المقصود هنا هو التوازن الكامل. لاحظ هنا أنّ التحولات شبه السكونية ليست بالضرورة قابلة للعكس.

مثال 1: إذا أخذنا المثال السابق (أسطوانة مغلقة بمكبس)، وقمنا بإزالة الأجزاء واحداً تلو الآخر وانتظرنا في كل مرة وصول الجملة إلى حالة توازن، نلاحظ أننا نمر بحالات التوازن نفسها التي مررنا بها أثناء إضافة الأجزاء، ولذا فإن هذا التحول قابل للعكس.

مثال 2: نقوم بوضع نواة من الفولاذ داخل ملف أسطواني، ونغذي الملف بتيار كهربائي مستمر، باستعمال مسير هول يمكننا قياس شدة الحقل المغناطيسي المتولد عن النواة الحديدية. نقوم برفع قيمة الجهد المسلط على الملف تدريجياً ونسجل قيم الحقل التي

- نأصل علها؁ نأوقف عأء بلوآ الالء 10 V؁ نأفض قةال الالء مآءءاً أأربآاً مع أأألل قةم أءة الال المأناطكة الة أأسأها المسر فلأأظ ما الك:
- إنَّ المأنا الال أسلأه أءة الال المأناطكة بأأر الال المسأأ أثناء رفأ الال لا أنطأ على المأنا الال أسلأه أثناء أفض الال.
 - عأء انأءام الال نلأأ أن الال المأناطكة لا أنأءم. أنظر الشأل (2-1).
- نرأ هنا أن الأأول الال أرى على النواة الأءةة لكة قابلاً للأكس.



الشأل 2-1: المأنا المأصل يمثل أربأ أءة الال المأناطكة برباة الال؁ والمأنا المنأأ يمثل أناقص الال بأناقص الال.

سوف نأأم فة الأروس اللأأة بأأولات أأون الالة اللأأةة فها أالة أوازن والالة النأأةة أالة أوازن أءةة. وفة أألب هأه الأأولات الة سأأرأها أأأأل الضأط P وأرأة الأارة T ؁ سوف نأوم فة الفصلان اللأأان بأأر أأل من مفهومي الضأط وأرأة الأارة.



أسئلة

1. أي الجمال الآتية هي جمال مغلقة؟

- الشمس
- المدفئة
- المصباح الكهربائي
- الخلية الكهروضوئية
- قطعة من الجليد موضوعة في الهواء ذي درجة الحرارة 0°C والضغط $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

2. أي الجمال الآتية توازنها الترموديناميكي كامل؟ علماً أنّ كلاً منها متوضع في الهواء

ذي درجة الحرارة 0°C والضغط $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

- قطعة من الفولاذ.
- إناء مغلق غير قابل للتمدد ناقل للحرارة يحتوي مزيجاً من الماء السائل والجليد.
- مقياس الحرارة الزئبقي.
- أسطوانة غاز مغلقة.
- قطعة من الجليد.

3. نقوم بإجراء دراسات مختلفة على عدد من الجمال الترموديناميكية. حدد

متحولات الحالة اللازمة في كل جملة للقيام بالدراسة المطلوبة.

(أ) تمدد غاز ضمن حاوية مغلقة.

(ب) غليان الماء في إناء مفتوح فوق موقد.

(ج) شحن مكثفة.

(د) حبل مطاطي لدى تعرضه للشد.

(هـ) عدسة ضوئية معرضة للتسخين.

4. علبة معدنية مغلقة مكعبة الشكل طول ضلعها $a = 40 \text{ cm}$ وشمك جدرانها $e = 0.2 \text{ cm}$ ، تبلغ الناقلية الحرارية لمادة العلبة $\lambda = 82 \text{ W.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ {انظر الفصل السادس}، يوجد داخل العلبة ماء سائل بدرجة حرارة $t = 85^\circ \text{C}$ ، درجة حرارة الوسط الخارجي $t = 25^\circ \text{C}$ ، نترك الجملة حتى تصل إلى حالة التوازن، إذا علمت أن التوازن الحراري داخل الجملة يتحقق خلال زمن من رتبة $\tau = 30 \text{ s}$ ، هل يمكن وصف التحول السابق بأنه شبه سكوني؟



الضغط في مائع

1.2. تعاريف

1.1.2. الجسم المائع

هو جزء من المائع أبعاده كبيرة إذا ما قورنت بأبعاد المكونات الأساسية للمائع فهو بذلك يشكل بنية متصلة غير أن أبعاد هذا الجزء صغيرة مقارنة بأبعاد الحيز الذي يشغله المائع المدروس. بعبارة أخرى هو جزء ميزوسكوبي من المائع.

2.1.2. المائع المثالي

إذا كانت جسيمات المائع ينزلق بعضها على بعض دون احتكاك نقول عن المائع إنه مثالي. وتكون القوى التي تُسلطها جسيمات المائع على السطوح التي تلامسها عمودية.

3.2.2. المائع في حالة التوازن

تكون جسيمات المائع في حالة سكون. نلاحظ هنا أنّ المكونات الأساسية للمائع غير ساكنة بل تتحرك دائماً بفعل التهيّج الحراري.

4.2.2. تعريف الضغط

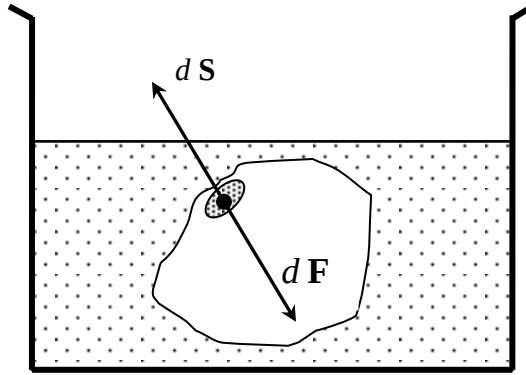
نتأمل مائعاً في حالة توازن، إنَّ القوة التي يُسلَّطها المائع على سطح عنصري dS من جسم صلب مغمور في المائع تكون عمودية على هذا السطح وهي متناسبة مع مساحته، انظر الشكل (1-2)، نعرّف الضغط P بالعلاقة:

$$dF = -P dS$$

إذا تأملنا جسماً أبعاده كبيرة مغموراً في الماء جزئياً مثل سفينة، نجد أنَّ أسفل السفينة يتعرض إلى ضغط أكبر من الأجزاء المغمورة القريبة من سطح الماء، إذ من المعروف أنَّ الضغط يتزايد كلما ازداد العمق. وبوجهٍ عام قد يتغير الضغط من نقطة إلى أخرى من سطح الجسم المغمور.

من ناحية أخرى إنَّ التعريف السابق للضغط يفترض أنَّ مساحة السطح العنصري dS صغيرة بقدرٍ يسمح بإهمال تغيّرات الضغط عليها، ومن ثَمَّ فإنَّ الضغط لا يتعلق بمساحة السطح العنصري ما دام الشرط السابق محققاً.

في الشكل (1.2) وجهنا السطح العنصري بحيث ينسجم مع توجيه السطح المغلق والذي اصطُلح على توجيهه نحو الخارج وهذا سبب إشارة (-) في تعريف P .



الشكل 1.2: شعاع القوة التي يُؤثّر بها السائل على سطح عنصري بجوار نقطة من سطح الجسم

2.2. المعادلة العامة لتوازن المائع

لنتأمل جسيماً مائعاً له شكل متوازي مستطيلات أبعاده $dx \times dy \times dz$ ، إحداثيات الرأس M لمتوازي المستطيلات هي (x, y, z) ، انظر الشكل (2-2). لندرس توازن هذا الجسيم، وهذا يتطلب تحديد القوى المسلطة على هذا الجسيم. نفترض أنّ محصلة القوى الخارجية المؤثرة في واحدة الحجم من المائع تساوي $\mathbf{F}$. إنّ ما نقصده بالقوى الخارجية هي القوى التي تؤثر في المائع غير تلك الناجمة عن التأثير المتبادل بين الجسيمات المائعة والتي افترضناها قوى داخلية.

مثال: - قوة الثقالة الناجمة عن التجاذب بين الجسيمات المائعة والأرض هي قوة خارجية.

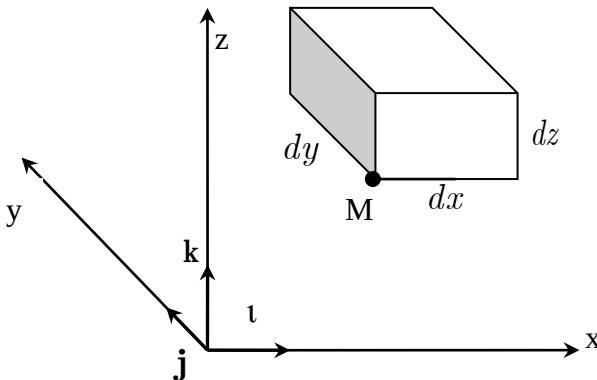
- إذا وُجد المائع في جملة غير عطالية فإنّه يخضع لقوى العطالة التي نعاملها كقوى خارجية.

لنحسب القوة التي يؤثر بها المائع في الجسيم الذي اخترناه (متوازي المستطيلات):
يؤثر المائع على السطح الأيسر الموازي للمستوي Oyz بقوة تساوي:

$$d\mathbf{f}_l = P(x, y, z) dy dz \mathbf{i}$$

و يؤثر على السطح الأيمن الموازي للمستوي Oyz بقوة تساوي:

$$d\mathbf{f}_r = -P(x + dx, y, z) dy dz \mathbf{i}$$



الشكل 2-2: عنصر حجمي بجوار النقطة M على شكل متوازي مستطيلات.

نستنتج مركبة القوة التي يؤثر بها المائع في الجسم وفق المحور Ox :

$$d\mathbf{f}_x = d\mathbf{f}_g + d\mathbf{f}_d$$

$$d\mathbf{f}_x = P(x, y, z) dy dz \mathbf{i} - P(x + dx, y, z) dy dz \mathbf{i}$$

$$d\mathbf{f}_x = -\frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz \mathbf{i}$$

بالأسلوب نفسه نستنتج مركبتي القوة التي يؤثر بها المائع وفق المحورين Oy و Oz :

$$d\mathbf{f}_y = -\frac{\partial P}{\partial y} dx dy dz \mathbf{j}$$

$$d\mathbf{f}_z = -\frac{\partial P}{\partial z} dx dy dz \mathbf{k}$$

والقوة التي يؤثر بها المائع في الجسم:

$$d\mathbf{f} = -\begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix} dx dy dz = -\mathbf{grad} P dx dy dz$$

القوة الخارجية المؤثرة في الجسم المائع:

$$d\mathbf{f}_{ext} = \mathbf{F} dx dy dz$$

حيث $\mathbf{F}$ القوة الخارجية المؤثرة في واحدة الحجم من الجسم.

ولما كان الجسم المائع في حالة توازن فإن:

$$d\mathbf{f} + \mathbf{F} dx dy dz = 0$$

نستنتج:

$$\mathbf{F} = \mathbf{grad} P$$

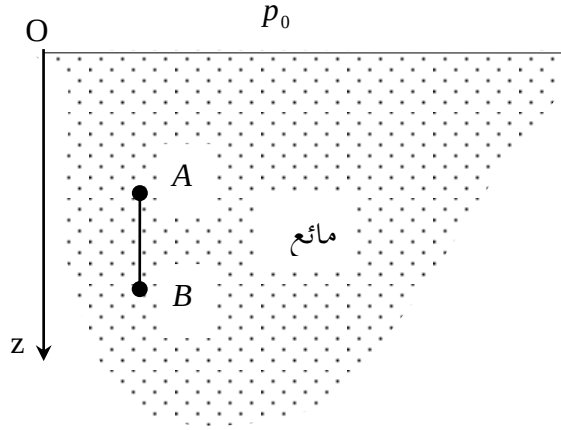
وهي المعادلة العامة لتوازن الموائع.

3.2. مائع يخضع لحقل الجاذبية

نفترض أنّ المائع متجانس وغير قابل للانضغاط، ولتكن ρ كتلته الحجمية،
ليكن P_0 الضغط الجوي بجوار سطح السائل، وليكن Oz محوراً شاقولياً موجهاً للأسفل،
لتكن A و B نقطتين من السائل، كما في الشكل (3-2).

إن كتلة جسيم مائع حجمه $\delta\tau$ تساوي $\delta m = \rho \delta\tau$ ، ومن ثمّ تكون قوة
الثقالة المؤثرة في هذا الجسيم تساوي $\delta F = \delta m g = \rho g \delta\tau$ والقوة المؤثرة في واحدة الحجم
في جوار الحجم العنصري المختار تساوي:

$$\mathbf{F} = \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta \tau} = \rho \mathbf{g}$$



الشكل 3-2: مائع متجانس بجوار سطح الأرض.

من المعادلة العامة لتوازن الموائع مع الأخذ بالحسبان أنّ المحور Oz موجّه إلى الأسفل،
نجد:

$$\rho g = \text{grad} P$$

ومن ثمّ

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \rho g$$

من المشتقين الجزئيين بالنسبة لـ x و لـ y نجد أنّ P مستقل عن x ، و y ، أي إنّ الضغط ثابت في أي مستوٍ أفقي، ونقول عن هذا المستوي أنّه متساوي الضغط. بمكاملة العلاقة الثالثة نجد:

$$P = P_0 + \rho g z$$

بحساب فرق الضغط بين النقطتين A و B نجد:

$$P_A - P_B = \rho g (z_A - z_B)$$

تُعرف هذه العلاقة باسم القانون الأساسي لتوازن الموائع.

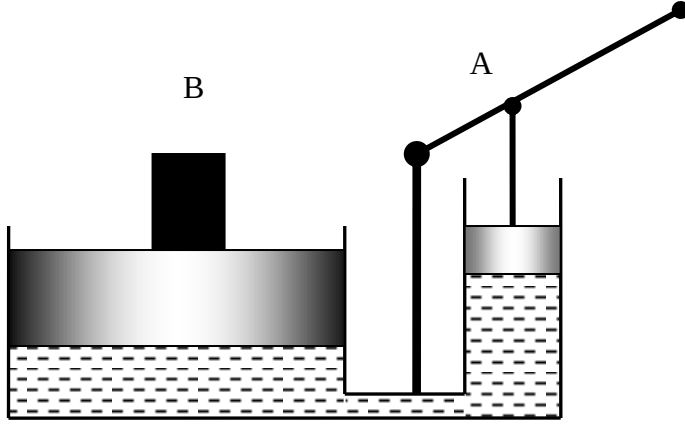
لاحظ أنّ فرق الضغط بين نقطتين من سائل متوازن في حقل الجاذبية لا يتعلق إلا بفرق الارتفاع بين النقطتين.

4.2. نتائج وتطبيقات

1.4.2. نظرية باسكال: ينقل السائل الضغط نقلاً كاملاً.

أي إذا سلطنا على سطح سائل ضغطاً ما، فإنّ قيمة هذا الضغط الإضافي سوف تنتقل إلى كافة أجزاء السائل.

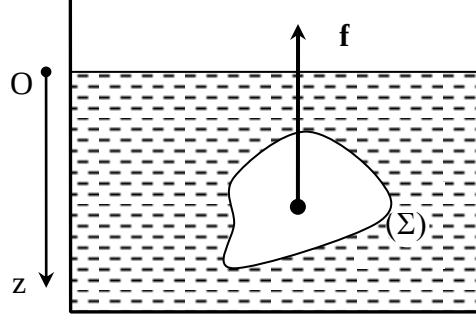
تطبيق: المكبس الزيتي: يتألف المكبس الزيتي (الشكل 2-4) من أسطوانتين متفاوتتي المقطع. ليكن s مساحة مقطع الصغرى و S مساحة مقطع الكبرى ($S > s$)، الأسطوانتان متصلتان بأنبوب. الأسطوانة الصغرى مغلقة بمكبس يُمكن تحريكه يدوياً أو بواسطة محرك كهربائي، الأسطوانة الكبرى مغلقة بمكبس آخر يُمكن استعمال طرفها الحر لأغراض شتى، مثل لَيّ القطع المعدنية أو عصر الزيت. الأسطوانتان مملوءتان بالزيت.



الشكل 2-4: مخطط مبسط للمكبس الزيتي.

إذا سلطنا قوة F في النقطة A ، يكون الضغط الذي يُسلطه المكبس الصغير على السائل مساوياً $\frac{F}{S}$ وبناءً على نظرية باسكال ينقل السائل هذا الضغط إلى المكبس الكبير، ومن ثم تكون القوة المسلطة في الجهة B مساوية $\frac{F}{S}S$ ، أي بتسليط قوة صغيرة نحصل على قوة أكبر بكثير.

2.4.2. نظرية أرخميدس: كل جسم مغمور في مائع في حالة توازن يخضع لقوة دافعة متجهة من الأسفل إلى الأعلى، تساوي بالقيمة المطلقة ثقل المائع الذي يزيحه الجسم. سَمِّينَا القُوَّة التي يخضع لها الجسم المغمور بالدافعة لشهرة التسمية: "دافعة أرخميدس".
يمكننا البرهان على هذه النظرية اعتماداً على المعادلة العامة لتوازن السوائل. للقيام بذلك نتأمل جسماً مغموراً في مائع كتلته الحجمية ρ . ليكن (Σ) السطح المحيط بالجسم، وليكن (V) حجم هذا الجسم. الشكل (2-5).



الشكل 5-2: جسم حجمه (V) وسطحه (Σ) مغمور في سائل.

إن محصلة القوى الناجمة عن الضغط المؤثرة في الجسم تُكتب:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= - \oint_{(\Sigma)} P d\mathbf{S} = - \oint_{(\Sigma)} P [(dS.\mathbf{i})\mathbf{i} + (dS.\mathbf{j})\mathbf{j} + (dS.\mathbf{k})\mathbf{k}] \\ \mathbf{f} &= - \left\{ \left[\oint_{(\Sigma)} (P.\mathbf{i}).d\mathbf{S} \right] \mathbf{i} + \left[\oint_{(\Sigma)} (P.\mathbf{j}).d\mathbf{S} \right] \mathbf{j} + \left[\oint_{(\Sigma)} (P.\mathbf{k}).d\mathbf{S} \right] \mathbf{k} \right\} \\ \mathbf{f} &= - \left[\left(\iiint_{(V)} \frac{\partial P}{\partial x} d\tau \right) \mathbf{i} + \left(\iiint_{(V)} \frac{\partial P}{\partial y} d\tau \right) \mathbf{j} + \left(\iiint_{(V)} \frac{\partial P}{\partial z} d\tau \right) \mathbf{k} \right] \\ \mathbf{f} &= - \iiint_{(V)} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \mathbf{k} \right) d\tau \\ \mathbf{f} &= - \iiint_{(V)} \mathbf{grad} P d\tau \end{aligned}$$

حيث استعملنا نظرية غرين أوستغرادسكي للانتقال في العلاقات السابقة من التكامل الشئائي إلى التكامل الثلاثي.

ولكن:

$$P = \rho g z + P_0 \Rightarrow \mathbf{grad} P = \rho g \mathbf{u}_z$$

$$\Rightarrow \mathbf{f} = - \iiint_{(V)} (\rho g \mathbf{u}_z) d\tau = - \rho g \mathbf{u}_z \iiint_{(V)} d\tau = - V \rho g \mathbf{u}_z$$

من الواضح أنَّ المقدار السابق يساوي بالقيمة المطلقة ثقل المائع الذي يزيحه الجسم المغمور، وأن القوة تتجه إلى الأعلى.

3.4.2. تجربة برميل باسكال

في هذه التجربة يوضع برميل خشبي مغلق متّصل بأنبوب ذي قطر صغير (1cm) شاقولي طوله يساوي 10m تقريباً، البرميل مملوء بالماء. ملء الأنبوب بالماء، نحتاج إلى ما يزيد قليلاً عن لتر ماء، غير أن امتلاء الأنبوب بالماء يؤدي إلى رفع الضغط داخل البرميل بمقدار:

$$\Delta P = \rho h g \approx 1000 \times 10 \times 10 \approx 10^5 \text{ Pa}$$

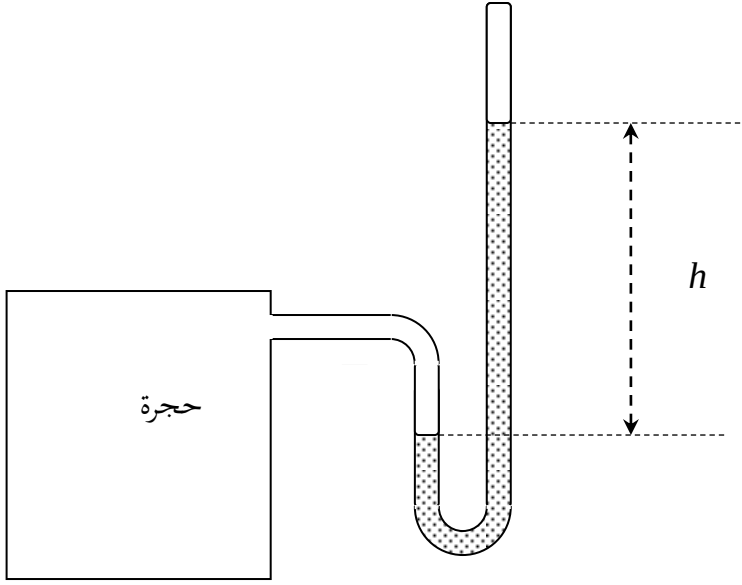
أي إنَّ الضغط داخل البرميل يصبح مساوياً تقريباً ضعف الضغط الجوي، وهذا قد يؤدي إلى انفجار البرميل، وهو ما حدث فعلاً لدى قيام باسكال بإجراء التجربة لأوّل مرّة عام 1656 أمام الجمهور المدهوش.

5.2. قياس الضغط

يوجد عدة أنواع لأجهزة قياس الضغط، تختلف هذه الأجهزة في حجمها وحساسيتها، ويعتمد بعضها على العلاقة الأساسية في توازن الموائع، وبعضها يعتمد على التشوّه المؤقت لشكل المادة لدى تعرضها لضغط خارجي، سوف نشرح مبدأ عمل مقياسين من مقاييس الضغط الشائعة الاستعمال.

1.5.2. مقياس الضغط الزئبقي

يتألّف هذا المقياس من أنبوب معقوف، له فرعان شاقوليان متفاوتا الطول، الطرف الأعلى للفرع الأطول مغلق، ويوصل طرف الفرع الآخر إلى الحجرة المراد قياس الضغط فيها، يُملأ الأنبوب بالزئبق بحيث لا نجد فوق سطح الزئبق في الفرع الأطول سوى بخار الزئبق الذي نهمل ضغطه في درجات الحرارة العادية، كما في الشكل (2-6).



الشكل 2-6: مقياس الضغط الزئبقي.

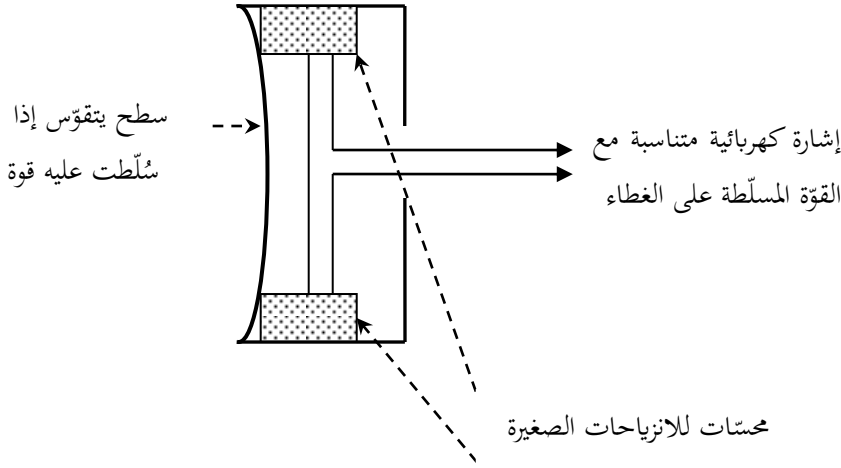
فيكون الضغط في الحجرة:

$$p = \rho gh$$

حيث: ρ تمثل الكتلة الحجمية للزئبق. و g تسارع الجاذبية الأرضية.

2.5.2. مقياس الضغط الإلكتروني

يتكون هذا المقياس من علبة مغلقة بغطاء مرن، يوضع في العلبة تحت الغطاء المرن مُحسّسات تُعطي إشارة كهربائية تتناسب مع انزياح الغطاء، فعند وضع العلبة في مائع ما فإنّ معرفة مطال الإشارة الكهربائية يسمح بتحديد الضغط، ويحتوي النموذج التجاري على شاشة رقمية تسمح بقراءة قيمة الضغط مباشرة. انظر الشكل (2-7).



الشكل 2-7: مخطط لمقياس ضغط إلكتروني.

3.5.2. وحدة قياس الضغط

- وحدة قياس الضغط في الجملة الدولية هي الباسكال ويرمز لها بالرمز Pa ، والباسكال هو الضغط الناجم عن تسليط قوة قدرها $1N$ تسليطاً منتظماً على سطح مساحته $1m^2$.
- تستعمل وحدات أخرى مثل:
 - الضغط الجوي بجوار سطح البحر: ويُرمز له بـ atm ، إذا استعملنا مقياس الضغط الزئبقي لقياس ضغط الهواء عند سطح البحر، نجد أن ارتفاع عمود الزئبق في المقياس يبلغ $h = 76cm$ وهذا يعني ضغطاً قدره:

$$p = \rho_{Hg} \times g \times h = 13595 \times 10 \times 0.76 = 1.013 \times 10^5 Pa$$

وهو يعادل $1atm$ في الجملة الدولية.

- السنتيمتر الزئبقي: نرّمز له بـ cmHg وهو الضغط الناجم عن عمود من الزئبق ارتفاعه 1cm.
- الميليمتر الزئبقي: نرّمز له بـ mmHg وهو الضغط الناجم عن عمود من الزئبق ارتفاعه 1mm. ويسمى هذا المقدار الـ Torr نسبة إلى توريشلي. لاحظ أنّ:

$$1 \text{ Torr} = 133.32 \text{ Pa}$$
- البار: وهو يساوي $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.



تمارين

تمارين محلولة

1. احسب تغير الضغط عندما تنتقل إلى عمق 1 m في ماء مسبح، ثمّ احسب تغير الضغط عندما ترتفع في الهواء 1 m فوق سطح المسبح. ماذا تستنتج؟
الحل:

تسارع الجاذبية الأرضية g يساوي تقريباً 10 m.s^{-2} ، والكتلة الحجمية للماء تساوي 10^3 kg.m^{-3} في الشرطين النظاميين، والكتلة الحجمية للهواء تساوي 1.3 kg.m^{-3} ، نستنتج أن تغير الضغط بالنسبة للماء يساوي:

$$(\Delta P)_{\text{Water}} \approx 10^4 \text{ Pa}$$

وتغيّر الضغط بالنسبة للهواء يساوي:

$$(\Delta P)_{\text{Air}} \approx 13 \text{ Pa}$$

نلاحظ أن تغيّر الضغط مهمل عند تغيير الارتفاع في الهواء مقارنة بتغيّر الضغط عند تغيير الارتفاع في الماء. يُمكننا في كثير من الحالات افتراض أن الضغط الجوي ثابت في الحيز المدروس عندما نغيّر الارتفاعات في حدود من رتبة المتر.

2. يحتوي وعاء على كمية من الماء يطفو فوقها كمية من الزيت، نُلقِي في الوعاء تُفاحة فنجد أنها تطفو فوق الماء، بحيث يكون حجم الجزء المغمور في الماء V_1 ويساوي ضعف حجم الجزء المغمور في الزيت V_2 ، أوجد العبارة التي تسمح بحساب الكتلة الحجمية للتفاحة ρ . ثمّ احسب قيمة ρ إذا علمت أنّ الكتلة الحجمية للماء تساوي $\rho_w = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ، والكتلة الحجمية للزيت $\rho_o = 0.9 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

الحل:

إنّ الكتلة الحجمية المتوسطة للتفاحة ρ_a أصغر من الكتلة الحجمية للماء وإلا فلن تطفو التفاحة فوق الماء، وهي أكبر من الكتلة الحجمية للزيت وإلا لطفّت فوق سطح الزيت.

تؤثر في التفاحة القوى التالية:

- قوة ثقلها :

$$\mathbf{w} = (V_1 + V_2)\rho_a \mathbf{g} = 3V_2\rho_a \mathbf{g}$$

- قوة دافعة أرخميدس وتساوي وزن ما تزيحه التفاحة من الماء إضافة إلى وزن ما تزيحه

التفاحة من الزيت أي:

$$\mathbf{f} = -(\rho_w V_1 + \rho_o V_2)\mathbf{g} = -V_2(2\rho_w + \rho_o)\mathbf{g}$$

تتوازن التفاحة عندما:

$$\mathbf{P} + \mathbf{f} = 0$$

$$3V_2\rho_a\mathbf{g} - V_2(2\rho_w + \rho_o)\mathbf{g} = 0$$

$$\Rightarrow 3\rho_a - (2\rho_w + \rho_o) = 0$$

$$\Rightarrow \rho_a = \frac{2\rho_w + \rho_o}{3}$$

بالحساب نجد:

$$\rho_a = 0.97 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

3. كأس من الزجاج على شكل مخروط متصل بساق شاقولية تحمل الكأس وتتصل بقاعدة على شكل قرص، نصف قطر فتحة الكأس $R = 5 \text{ cm}$ ، وارتفاع المخروط $H = 12 \text{ cm}$ ، كتلة الكأس $m = 25.5 \text{ g}$ ، ثابتة الجاذبية الأرضية $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.
توضع هذه الكأس مقلوبة في وعاء مملوء بالماء (الكتلة الحجمية للماء تساوي $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$)، ارتفاع سطح الماء عن القعر $L = 20 \text{ cm}$ ، وطول ساق الكأس يسمح بأن تبقى قاعدته فوق الماء، نُحمل قطر ساق الكأس. في أسفل الوعاء ثقب يسمح للهواء بالمرور ليكون داخل الكأس خاضعاً للضغط الجوي P_0 الذي يخضع له سطح الماء الملامس للهواء أيضاً. Oz موجّه نحو الأعلى كما في الشكل.

أ) اكتب عبارة الضغط في نقطة داخل الماء بدلالة L ، و z و ρ و g و P_0 .

ب) بأخذ عنصر سطحي من الكأس (من الجزء المخروطي) محصور بين الارتفاع z

و $z + dz$ اكتب العلاقة التي تُعطي مساحة هذا العنصر السطحي dS بدلالة

H و z و dz و θ (نصف زاوية رأس المخروط).

ج) ما جهة محصلة القوى الناجمة عن ضغط الماء المؤثرة في الكأس؟

د) استنتج محصلة القوى الناجمة عن ضغط الماء المؤثرة على الكأس بدلالة R ، و

H و L و g و ρ و P_0

هـ) ما محصلة القوى المؤثرة على الكأس الناجمة عن ضغط الهواء داخل الكأس؟

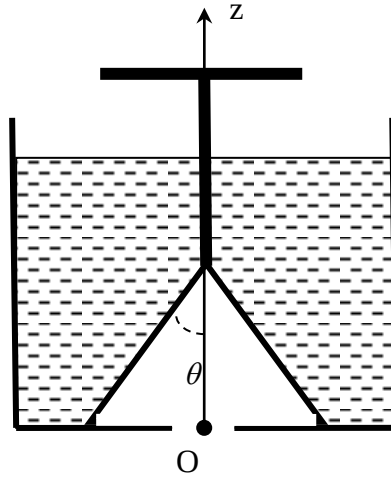
(و) استنتج محصلة القوى الناجمة عن ضغط الماء وضغط الهواء المؤثرة على الكأس

بدلالة R ، و H و L و g و ρ . واحسب قيمتها العددية.

(ز) ما عبارة القوة الدنيا f_0 الواجب شد قاعدة الكأس بها ليرتفع نحو الأعلى،

احسب قيمة هذه القوة عددياً.

(ح) بالعودة إلى الطلب (6) اشرح ماذا تُمثّل القوة التي حصلنا عليها؟



الحل:

$$P = P_0 + (L - z)\rho g \quad (\text{أ})$$

(ب) نأخذ شريحة من سطح المخروط محصورة بين z و $z + dz$ ليكن r نصف قطر

قاعدة الشريحة. لدينا:

$$\tan \theta = \frac{r}{H - z}$$

$$\Rightarrow r = (H - z)\tan \theta$$

مساحة الشريحة : $dS = 2\pi r \, dl$ حيث dl يُمثّل عرض الشريحة.

$$dl = \frac{dz}{\cos \theta} \quad \text{ولكن}$$

$$dS = 2\pi(H-z)\tan\theta \frac{dz}{\cos\theta} = 2\pi(H-z)\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} dz$$

ج) وبسبب التناظر الأسطواني فإنّ محصلة القوة تتجه نحو الأسفل أي توازي Oz وتعاكسه في الاتجاه.

$$dF_z = -PdS \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -PdS \sin\theta \quad (د)$$

$$F_z = -\int_0^H [P_0 + (L-z)\rho g] \left[2\pi(H-z)\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} dz \right]$$

$$F_z = -\pi R^2 \left[P_0 + \rho g \left(L - \frac{H}{3} \right) \right]$$

$$F_a = \pi R^2 P_0 \quad (هـ)$$

$$F = F_z + F_a = -\pi R^2 \rho g \left(L - \frac{H}{3} \right) = 12.3 \text{ N} \quad (و)$$

ز) القوة الدنيا اللازمة تساوي القيمة المحسوبة في (و) مضافاً إليها ثقل الكأس أي

$$12.6 \text{ N} \quad \text{تساوي:}$$

ح) تمثّل هذه القوّة ثقل الماء الموجود مباشرة فوق الكأس.

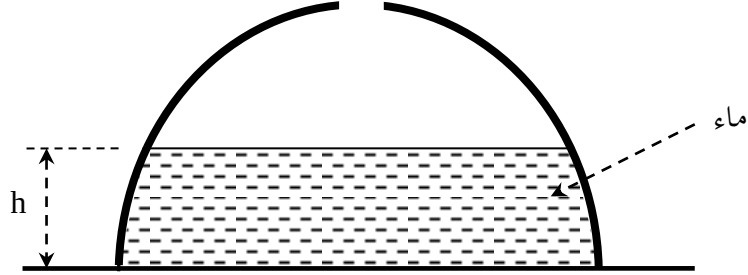
تمارين غير محلولة

1. كأس مُلئت بالماء حتى حافتها، يطفو فوق سطح الماء قطعة من الجليد، نترك

الكأس في الهواء المحيط الذي درجة حرارته أعلى من الصفر المئوي، وهذا سيؤدي إلى

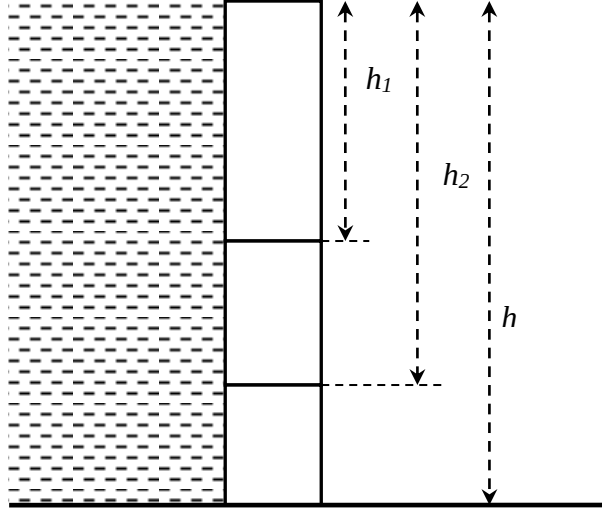
انصهار قطعة الجليد، هل تتوقع أن يفيض الماء من حافة الكأس ويخرج منها؟

2. ناقوس نصف كروي مثقوب في قمته، كتلة الناقوس m ، نضع هذا الناقوس فوق سطح طاولة مغطاة بطبقة من الجيلاتين تمنع مرور الماء من منطقة تلامس الناقوس مع الطاولة، نبدأ بملء الناقوس بالماء، ليكن h ارتفاع الماء داخل الناقوس.



- أ. لتكن R نصف قطر قاعدة الناقوس، أوجد العلاقة التي تُحققها m والتي تسمح للناقوس بأن يرتفع عن الطاولة نتيجة ملئه بالماء.
- ب. بفرض $m = 2 \text{ kg}$ ، $R = 20 \text{ cm}$ ، احسب ارتفاع الماء الذي ينفصل فيه الناقوس عن الطاولة.

3. حاجز مكون من ثلاث طبقات يحجز خلفه سائلاً في حالة توازن، أوجد كلاً من h_1 و h_2 بدلالة h التي تتساوى من أجلها القوى المسلطة على كل طبقة من طبقات الحاجز. (نفترض أن الضغط عند السطح مهملاً).



4. نضع أنبوباً معدنياً بجوار جدار مبنى ارتفاعه 30 m ، بحيث ينغمس طرفه الأسفل في وعاء يحتوي ماء، ويصل الطرف الآخر إلى أعلى المبنى، نثبت في طرف الأنبوب محلبة هواء، ونقوم بسحب الهواء من الأنبوب، ما الارتفاع الأعظم الذي يبلغه الماء في الأنبوب بعد تخلية الهواء في الأنبوب؟.

الجواب: 10.33 m .

5. وعاء يحتوي زئبق وفوق الزئبق ماء، نُلقِي في الوعاء قطعة من الألمنيوم مكعبة الشكل، تطفو قطعة الألمنيوم فوق الزئبق بحيث يُغمر جزء من القطعة في الزئبق، والجزء الآخر في الماء، ما نسبة حجم الجزء المغمور في الزئبق إلى الحجم الكلي. نُعطي: الكتلة الحجمية لكل من: الماء 10^3 kg/m^3 ، الزئبق $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ، الألمنيوم

$2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

الجواب: 0.135 .

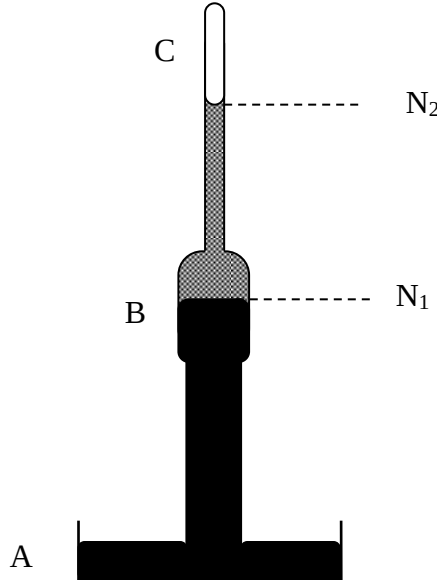
6. وعاء على شكل حرف U مساحة مقطعه s ، يحتوي الزئبق نضيف الماء إلى

أحد الفرعين فيطفو فوق الزئبق.

أ. نفترض أنَّ ارتفاع عمود الماء يساوي 1m، ما فرق الارتفاع بين سطحي الزئبق في الفرعين؟

ب. نفترض أن ارتفاع الماء يساوي 1m، وأن الماء لا يصل إلى حافة الوعاء، نُسقط قطعة من الألمنيوم كتلتها 0.27 g في الماء، نفترض أنَّ الماء لا يصل بعد ذلك إلى حافة الأنبوب، ما فرق الارتفاع الجديد بين سطحي الزئبق.
الجواب: أ. 93 cm ، لا يتغيّر.

7. يتألف مقياس هاينغز للضغط من أنبوب زجاجي يأخذ مقطعه ثلاث قيم، في الجزء الأسفل منه (A) مساحة مقطعه S ، والجزء المتوسط (B) مساحة مقطعه S_1 ، والجزء الأعلى (C) مساحة مقطعه S_2 ، وهو مغلق من الأعلى، هذا الأنبوب مقلوب فوق وعاء يحتوي الزئبق مساحة سطحه S ، يملأ الزئبق الجزء الأسفل من الأنبوب، وقسم من الجزء المتوسط، والفراغ المتبقى من الجزء الأوسط يملأه الغليسيرين الذي يملأ أيضاً قسماً من الجزء الأعلى، والفراغ المتبقى من الجزء العلوي يكون خالياً (إذا أهملنا ضغط البخار المشبع للغليسيرين). كما في الشكل التالي:

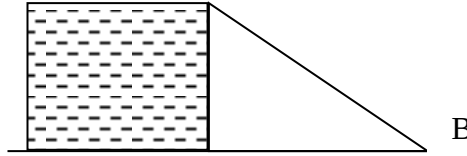


نفترض أن الضغط الجوي ارتفع بمقدار $\Delta P = 1 \text{ mmHg}$ ، كم يرتفع مستوى الغليسيرين في الجزء الأعلى من الأنبوب؟ نأخذ: $\rho_G = 1050 \text{ kg/m}^3$ ،
 $\rho_{Hg} = 13595 \text{ kg/m}^3$ ، $s_1 = 5 \text{ cm}^2$ ، $s_2 = 0.2 \text{ cm}^2$ ، $s_1 \ll S$.
 الجواب: 8.47 mm .

8. تتحرك شاحنة على طريق أفقي مستقيم بتسارع ثابت a تحمل الشاحنة خزان مياه، أوجد الزاوية التي يصنعها سطح الماء في الخزان مع المستوي الأفقي.
 الجواب: $\tan \theta = \frac{a}{g}$.

9. وعاء أسطواني يحتوي على سائل يدور حول محوره الشاقولي بسرعة زاوية ثابتة ω ، ما شكل سطح السائل في الوعاء؟
 الجواب: قطع مكافئ.

10. سد مقطعه مثلث قائم، كما في الشكل. ارتفاع السد $h = 50 \text{ m}$ و طول السد $l = 100 \text{ m}$. نفترض أن الكتلة الحجمية لجسم السد ρ ، وأن معامل الاحتكاك لهذا السد مع الأرض يساوي 0.5، ما طول الضلع الأفقي للمثلث حتى لا ينزلق السد؟



الجواب: 50 m .



درجة الحرارة

1.2. نشوء مفهوم درجة الحرارة

نشأ مفهوم درجة الحرارة من الشعور الفيزيولوجي الذي ينتاب الإنسان عند اقترابه أو ملامسته لوسط يُمكن وصفه بالبارد أو الساخن، وبمقارنة أوساط مختلفة أمكن القول أن هذا الوسط أو ذاك هو أبرد من الوسط الآخر، غير أن مفهوم درجة الحرارة مقدماً بهذا الشكل لا يُعطي نتائج موثوقة، فالإحساس بأن الجسم ساخن أو بارد لدى ملامسته تعتمد على درجة حرارة اليد قبل الملامسة. كما أن الشعور لا يعطي قيمة عددية لدرجة الحرارة، وكان لابد من اللجوء إلى ظواهر طبيعية كظاهرة التمدد لوضع سلم لقياس درجة الحرارة.

2.3. التوازن الحراري

إذا وضعنا جسماً بارداً في إناء يحتوي ماءً ساخناً، وانتظرنا فترة من الزمن، نجد أنه سينتابنا الشعور الحراري نفسه سواءً لامسنا الجسم أو لامسنا الماء، نستنتج أن درجة حرارة الجسم أصبحت مماثلة لدرجة حرارة الماء، ونقول إنَّ الجملة المكونة من الماء والجسم قد وصلت إلى حالة التوازن الحراري. بديهي أنه لو كانت لدينا جملة تتبادل الحرارة مع جملتين مستقلتين، فإنَّه عند التوازن، تكون درجة حرارة كل من الجملتين المستقلتين واحدة، أي إنَّ هاتين الجملتين في توازن حراري فيما بينهما. يعرف هذا باسم المبدأ "صفر" في الترموديناميك ويكتب:

" جملتان متوازنتان حرارياً مع جملة ثالثة تكونان متوازنتين فيما بينهما " .

3.3. سلام درجات الحرارة

1.3.3. سلام درجات الحرارة التجريبية

تعتمد هذه السلام على الظواهر الفيزيائية التي ترافق تغير درجة الحرارة، مثل ظاهرة التمدد، أو ظاهرة تغير المقاومة الكهربائية.

ولوضع سلم للقياس، نختار مقداراً فيزيائياً خاصاً بالجسم الذي سنستخدمه كمقياس (قد يكون هذا المقدار هو الطول أو المقاومة الكهربائية أو قمة طيف الإشعاع ...)، نختار درجتى حرارة تتعلقان بخواص فيزيائية محددة (مثل غليان الماء تحت الضغط الجوي أو النقطة الثلاثية للماء أو غير ذلك)، نقيس تغير المقدار الفيزيائي - وليكن Δx - عند انتقال الجسم بين درجتى الحرارة المختارتين، ثم نَصطَلح أنّ مقدار تغير درجة الحرارة بين الحالتين يساوي Δt ، فنحصل على تغير المقدار الفيزيائي الموافق لارتفاع بدرجة الحرارة قدره درجة واحدة بقسمة Δx على Δt ، وبذلك نحصل على سلم لدرجات الحرارة ومقياس للحرارة.

مثال عملي: نستخدم مسطرة من النحاس لصناعة مقياس لدرجة حرارة، وذلك اعتماداً على ظاهرة تمدد المعادن بارتفاع درجة الحرارة، نضع هذه المسطرة في إناء يحتوي على مزيج من الجليد والماء السائل، نقيس بمسطرة خشبية طول مسطرة النحاس، وليكن الطول المقاس ℓ_0 ثم نضع مسطرة النحاس في الماء وهو يغلي ونقيس طولها الجديد وليكن ℓ_e ، للحصول على مقياس للحرارة نفترض أن طول المسطرة النحاسية يتغير بشكل خطي مع ارتفاع درجة الحرارة، ونفترض أن الفرق في درجة الحرارة بين مزيج من الماء السائل مع الجليد و الماء في حالة الغليان يساوي 100 درجة، فيكون تغير طول المسطرة النحاسية الناجم عن ارتفاع في الحرارة درجة واحدة يساوي:

$$\Delta \ell = \frac{\ell_e - \ell_0}{100}$$

لنفترض أن درجة حرارة مزيج الماء السائل والجليد تساوي t_0 ، فنكون بذلك قد عرفنا سلماً لدرجات الحرارة، والمسطرة النحاسية المستخدمة أصبحت صالحة كميزان حرارة، ولقياس درجة حرارة جسم ما، نجعل المسطرة تلامس هذا الجسم وننتظر تحقق التوازن الحراري، ثم نقيس طول المسطرة وليكن ℓ فتكون درجة حرارة هذا الجسم:

$$t = t_0 + 100 \frac{\ell - \ell_0}{\ell_e - \ell_0}$$

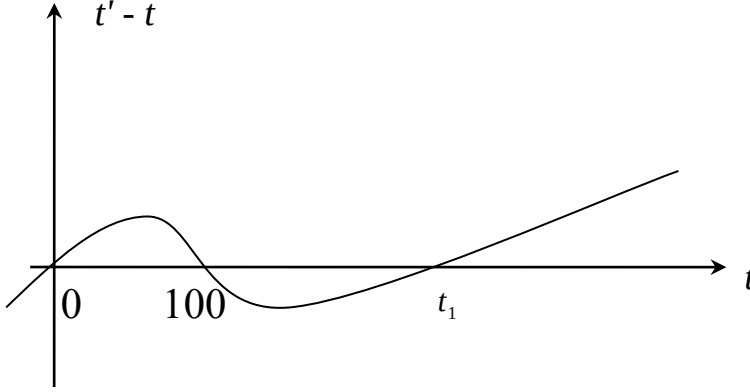
ملاحظة: يُمكننا اصطلاح أن درجة حرارة مزيج من الماء السائل والجليد مساوية للصفر المئوي أي $t_0 = 0^\circ C$ ، و $t_e = 100^\circ C$ نحصل بذلك على سلم سيلسيوس. والسلام من هذا النوع تعرف بالسلام المئوية.

2.3.3. عيوب السلام التجريبية

في المثال الوارد في الفقرة السابقة قمنا باستخدام مسطرة نحاسية لصنع مقياس حرارة، ولكن إذا استخدمنا مسطرة مصنوعة من معدن آخر، فإننا لا نجد بالضرورة النتيجة نفسها باستخدام المسطرتين لقياس درجة حرارة وسط ما. فإذا كانت t درجة الحرارة التي نقيسها باستخدام مسطرة النحاس و t' درجة الحرارة التي نقيسها باستخدام المسطرة المصنوعة من معدن آخر، من المؤكد أن المسطرتين تتوافقان عند الدرجتين $t_0 = 0^\circ C$ و $t_e = 100^\circ C$ ، أما بالنسبة لبقية الدرجات فقد دلت التجربة أن الفرق بين القياسين يُمكن تمثيله بكثير حدود من الدرجة الثالثة، أي:

$$t' - t = at^3 + bt^2 + ct + d$$

ونمثله بمنحنٍ كما في الشكل (1-3).



الشكل 3-1: منحنى يمثّل الفرق بين درجتي الحرارة اللتين يسجلهما مقياسان تجريبيان مختلفان.

لاحظ أنّ لكثير الحدود السابق ثلاثة جذور $0, 100, t_1$ ، وهذا يسمح بكتابة كثير الحدود على الشكل:

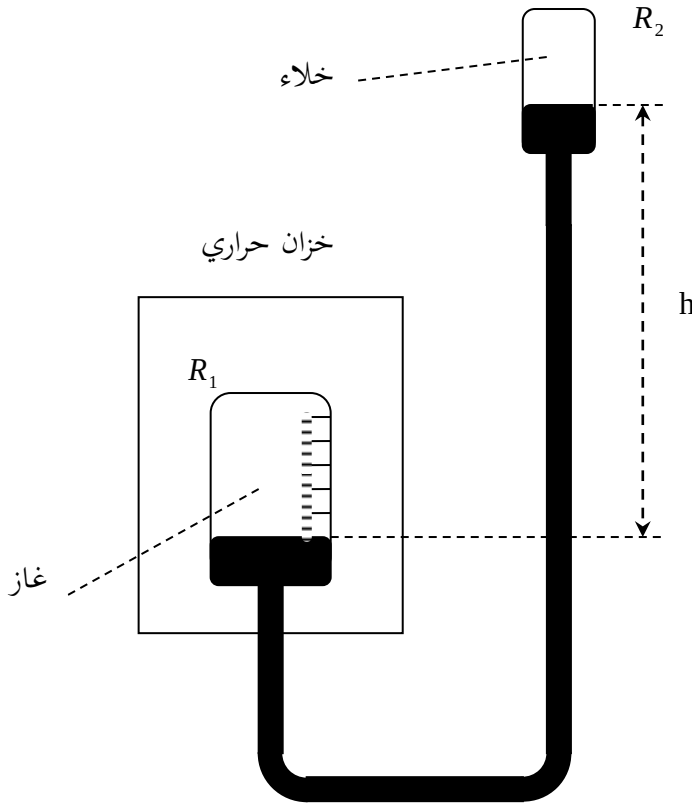
$$t' - t = at(t - 100)(t - t_1)$$

بناءً على ما سبق نصل إلى أنّ درجة الحرارة المقاسة بمقياس تجريبي تتغير حسب خواص المادة المصنّع منها المقياس، ومن ثمّ لا يمكننا وصفها بأنها درجة حرارة مطلقة، وكان لا بُدّ من البحث عن طريقة لقياس درجة حرارة مستقلة عن طبيعة المقياس، أي لا بُدّ من وضع سلم مطلق لدرجات الحرارة. وقد تمّ ذلك باستخدام الخواص التمددية للغازات تحت ضغوط منخفضة، كما سنراه في الفقرة الآتية.

3.3.3. درجة الحرارة المطلقة

1. الخواص التمددية للغازات تحت ضغوط منخفضة

نقوم بإجراء تجربة لدراسة تمدد الغازات باستخدام الجهاز الموضح بالشكل (3-2):



الشكل 2-3: جهاز دراسة الخواص التمددية للغازات بضغط منخفض.

يتألف الجهاز من وعاءين زجاجيين R_1 و R_2 ، يتصلان بأنبوب يمكن ثنيه، نملأ الأنبوب بالزئبق وكذلك جزءاً من كلٍّ من الوعاءين، يُبقي الفراغ فوق الزئبق في الوعاء R_2 خالياً، وأما الوعاء الثاني فنضع فيه مولاً واحداً من الغاز. تسمح تدريجات R_1 بقياس حجم الغاز، كما يسمح قياس h بحساب ضغط الغاز.

الخزان الحراري هو وعاء يُمكن أن نضع فيه مواد تتضمن درجة حرارة ثابتة للغاز، على سبيل المثال يُمكن أن نضع مزيجاً من الماء السائل والجليد والخزان مفتوح لنضمن أنّ الضغط المطبق عليه هو الضغط الجوي الذي نفترضه ثابتاً أثناء التجربة،

فضمن أنّ درجة حرارة الخزان ستبقى ثابتة ما دام في الخزان كلّ من الجليد والماء السائل معاً.

إذن في التجربة الأولى نملأ الخزان الحراري بمزيج من الماء السائل والجليد، ونقوم بتغيير الارتفاع h ونقيس حجم الغاز V ، ثمّ نحسب الضغط P ونحسب الجداء PV ، نكرر هذه التجربة عدداً كبيراً من المرات. ثمّ نمثل المنحني $PV=f(P)$.

تدل التجربة (انظر الشكل 2-3) على أنّ المنحني الناتج هو قطعة مستقيمة تميل قليلاً بالنسبة للمحور OP ، نقوم بتمديد المنحني لنحصل على قيمة PV عند $P=0$ ، فنجد أن هذا المنحني يتقاطع مع المحور ($O-PV$) في النقطة A_0 .

نعيد التجربة السابقة بعد وضع الماء في حالة الغليان عوضاً عن مزيج الماء والجليد، ونرسم من جديد المنحني $PV=f(P)$ على الشكل نفسه، ونجد أنه بتمديد المنحني فإنه يتقاطع مع المحور ($O-PV$) في النقطة A_{100} .

بحساب النسبة بين القيمة التي يأخذها المقدار PV في النقطة A_{100} إلى القيمة التي يأخذها في النقطة A_0 نجد:

$$\frac{(PV)_{100}}{(PV)_0} = \frac{OA_{100}}{OA_0} = 1.36610$$

نعرف درجة الحرارة المطلقة من خلال النسبة السابقة، أي بأخذ:

$$\frac{OA_{100}}{OA_0} = \frac{T_{100}}{T_0} = 1.36610$$

نلاحظ في العلاقة التي حصلنا عليها أنّه لدينا مجهولان هما درجة حرارة مزيج الماء والجليد ودرجة حرارة الماء وهو يغلي، إذن نحتاج معادلة أخرى لوضع سلم حراري، لهذا نصطلح على أن الفرق بين درجة حرارة مزيج من الماء السائل مع الجليد والماء في حالة الغليان (تحت ضغط جوي نظامي) يساوي 100 درجة. { في السلم الذي نحصل عليه وحدة درجات الحرارة هي الكلفن ونرمز لها بـ K . }

إذن تُصبح لدينا المعادلتان:

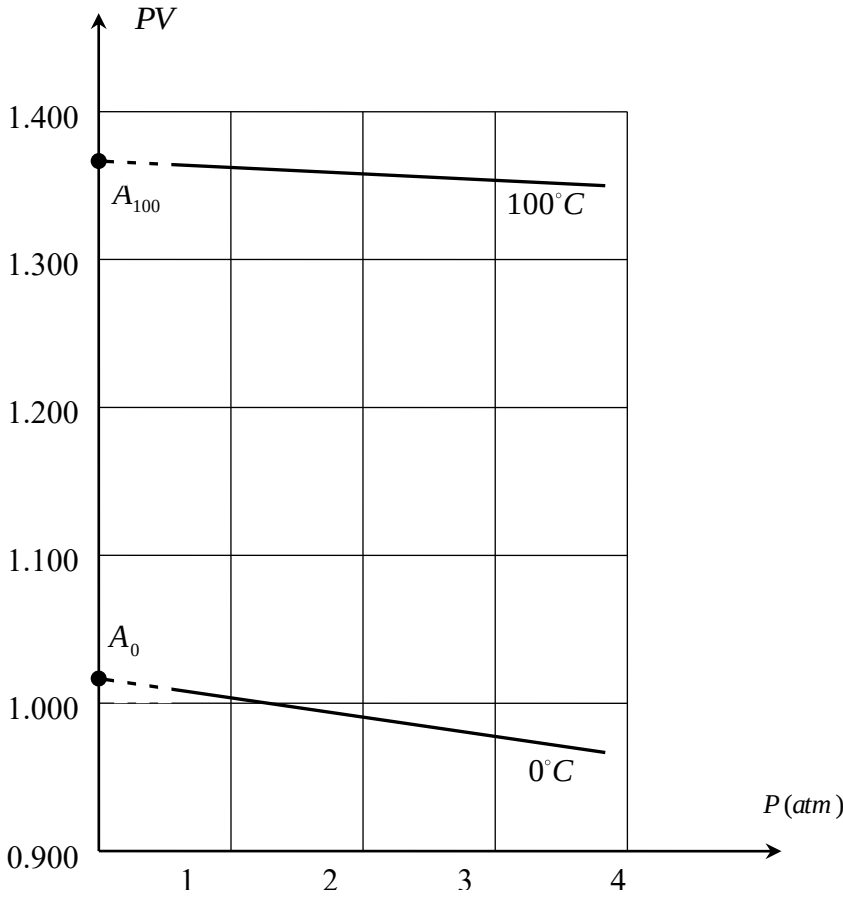
$$\frac{T_{100}}{T_0} = 1.36610$$

$$T_{100} - T_0 = 100K$$

بحل المعادلتين نجد أنّ درجة حرارة مزيج من الماء والجليد تحت ضغط جوي نظامي

تساوي $T_0 = 273.15K$. ونجد أنّ درجة حرارة غليان الماء تحت ضغط جوي نظامي

تساوي $T_{100} = 373.15K$.



الشكل 3-3: متساوي الحرارة لغاز بدرجة حرارة مزيج الماء السائل

والجليد ($0^\circ C$) والماء في حالة الغليان ($100^\circ C$)

إذا قمنا باستبدال الغاز المستخدم (مع المحافظة على عدد المولات) في هذه التجربة بأي غاز آخر نلاحظ أنه من أجل الظروف الحرارية نفسها يتقاطع ممد المنحني $PV = f(P)$ مع المحور ($O PV$) في النقطة نفسها، ومن ثمّ قياس درجة الحرارة لن يتغيّر بتغيير الغاز. أي إنّ القياس الذي حصلنا عليه مطلق لاستقلاله عن خواص الغاز المستخدم، ودرجة الحرارة التي نقيسها لذلك نسميها درجة الحرارة المطلقة.

2. سلم سيلسيوس

للانتقال إلى السلم المئوي يكفي أن نجري انسحاباً على درجة الحرارة المطلقة لنحصل على سلم سيلسيوس، أي:

$$t(^{\circ}C) = T(K) - 273.15$$

4.3. قياس درجة الحرارة

لقياس درجة حرارة جسم في الظروف العملية، من غير المقبول أن نقوم بملامسة هذا الجسم لحجرة تحتوي غازاً ونقوم برسم المنحني $PV = f(P)$ ، ونحدد نقطة تقاطع هذا المنحني مع المحور $O-PV$ لنستنتج درجة الحرارة المطلقة للجسم. هنالك طرق أبسط بكثير تعتمد على الظواهر الفيزيائية وتسمح بالحصول على قيم لدرجات الحرارة بتقريب مقبول، شرط أن تكون الأجهزة المستخدمة قد خضعت للمعايرة اعتماداً على جهاز قياس درجة الحرارة الغازي الذي شرحنا عمله في الفقرة السابقة.

ولصنع أجهزة قياس لدرجة الحرارة، نقوم في البداية بتعيين درجات الحرارة المطلقة لعدد من النقاط الثابتة، ونقصد بنقطة ثابتة درجة حرارة مادة في وضع فيزيائي يضمن لنا ثبات هذا الدرجة، فمثلاً درجة حرارة الماء في النقطة الثلاثية هو مقدار ثابت. يجري تعيين النقاط الثابتة باستخدام مقياس الحرارة الهيدروجيني الذي سنشرحه في الفقرة التالية، ونستخدم هذه النقاط الثابتة كنقاط مرجعية في معايرة أجهزة قياس درجة الحرارة الأخرى.

1.4.3. مقياس درجة الحرارة الهيدروجيني

نستخدم جهاز قياس الحرارة الغازي الموضح في الشكل 2-3 والغاز المستخدم هنا هو غاز الهيدروجين، والحجرة المحتوية للغاز مصنوعة من البلاتين. يُستخدم غاز

الهيدروجين لأنه أقل الغازات التي يتغير فيها الجداء PV بتغير الضغط. تجدر الإشارة إلى أنّ غاز الهيليوم يستخدم في درجات الحرارة المنخفضة (من رتبة $25K$) عوضاً عن الهيدروجين نظراً لأنّ الهيدروجين يتمتع عند هذه الدرجات، بينما يتمتع الهيليوم عند الدرجة $4\ K$ ، وفي درجات الحرارة العالية يُستعاض عن الهيدروجين بالآزوت، لأنّ البلاتين يُصبح نفوذاً للهيدروجين في درجات الحرارة العالية.

باستخدام مقياس الحرارة الهيدروجيني تمّ تعيين درجات حرارة عدد من النقاط

الثابتة وهي :

النقطة الثابتة	درجة الحرارة
النقطة الثلاثية للهيدروجين	$-259.34^{\circ}C$
غليان الهيدروجين	$-252.87^{\circ}C$
غليان الأكسجين	$-182.96^{\circ}C$
غليان الماء	$100^{\circ}C$
النقطة الثلاثية للماء	$0.01^{\circ}C$
انصهار الفضة	$961.93^{\circ}C$
انصهار الذهب	$1064.43^{\circ}C$

2.4.3. أجهزة القياس الشائعة

أ. مقاييس التمدد

تعتمد هذه المقاييس على الخواص التمددية للسوائل، نأخذ كمثال مقياس الحرارة الزئبقي، ويتألف من حجرة صغيرة تحتوي على الزئبق يعلوها أنبوب ضيق مفرغ من الهواء وبملاء الزئبق الجزء الأسفل منه، لمعايرة هذا المقياس نضعه في مزيج الماء السائل والجليد، فنحصل على النقطة الموافقة لدرجة الحرارة $0^{\circ}C$ ، ثم نضعه في الماء في حالة الغليان فيتمدد الزئبق ويرتفع في الأنبوب لنحصل عند التوازن على النقطة الموافقة لدرجة الحرارة $100^{\circ}C$ ، نقسم المسافة بين النقطتين التي حددناها إلى 100 تدرجاً متساوية البعد

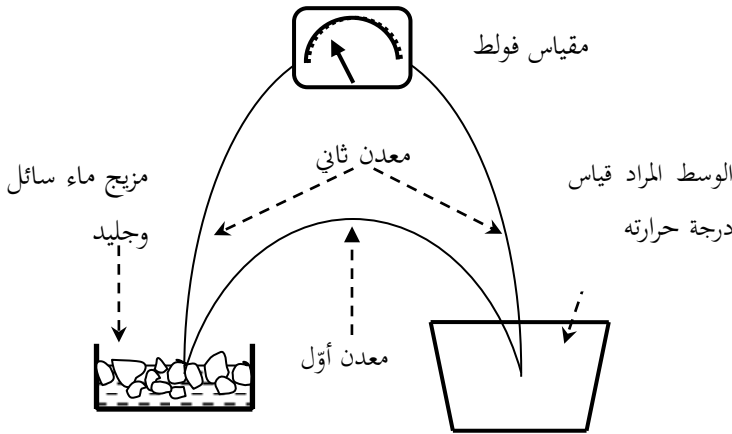
ويمكن الاستمرار بالتدريج بمسافات متساوية إلى ما تحت الصفر أو ما فوق المئة فنحصل على مقياس مثوي لدرجات الحرارة وبتقريب جيّد.

يتجمد الزئبق عند الدرجة $-39^{\circ}C$ ، لذلك نستبدله بالكحول الملّون.

ب. المزدوجات الحرارية

يستند عمل المزدوجة الحرارية على الخاصّة التالية: عند لحم طرفي سلكين من معدنين مختلفين، فإنه يظهر فرق كمون بين الطرفين الحرين للسلكين. ويتغير فرق الكمون بتغيّر درجة الحرارة. لصنع مزدوجة نلحم طرفي سلك من المعدن الأول إلى طرفي سلكين من معدن آخر، نصل طرفي السلكين الحرين إلى مقياس فولت، ونضع أحد الملحمين في وسط له درجة حرارة نعتبرها مرجعية في القياس (مثل مزيج ماء سائل وجليد) ونضع الملحم الآخر في الوسط المراد قياس درجة حرارته، فنحصل على فرق كمون يتغير حسب درجة حرارة الوسط، انظر الشكل (3-4).

بشكل عام يتغيّر الكمون الذي تعطيه المزدوجة مع درجة الحرارة بصورة لا خطية، لذلك لا بُدّ من رسم منحنى معايرة للمزدوجة يُعطي V بدلالة t . تُستخدم المزدوجات بصورة عامة عند درجات الحرارة العالية (أقل من درجة حرارة انصهار المعدنين المكونان للمزدوجة).



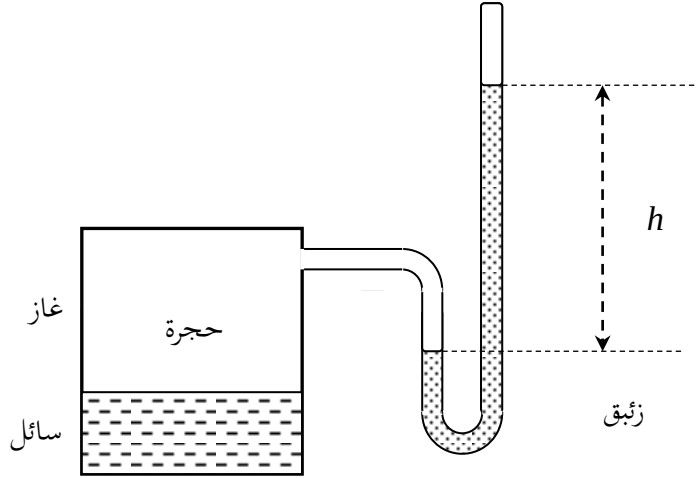
الشكل 3-4: مخطط قياس درجة الحرارة باستخدام مزدوجة حرارية.

أ. المقاومة الحرارية

تتغير مقاومة أنصاف النواقل بسرعة بتغير درجة الحرارة، تُستخدم هذه الخاصية لقياس درجة الحرارة، والتغيرات الصغيرة بدرجة الحرارة. من الأمثلة الشائعة استخدام مقاومة مصنوعة من البلاتين تؤمن قياس دقيق لدرجة الحرارة.

ب. مقياس الحرارة ذو ضغط البخار المشبع

يتغير ضغط البخار المشبع لمادة بتغير درجة الحرارة، فإذا قمنا بقياس ضغط البخار المشبع لهذه المادة تمكنا من معرفة درجة حرارتها، يتألف المقياس من حجرة تحتوي سائل يتصل بأنبوب معقوف يحتوي الزئبق (الشكل-53). للقياس نضع الحجرة في الوسط المراد قياس درجة حرارته، يسمح قياس فرق المستوى بين سطحي الزئبق h في الأنبوب بحساب الضغط داخل الحجرة ومن ثم نستنتج درجة حرارة الوسط.



الشكل 3-5: مقياس الحرارة ذو البخار المشبع.

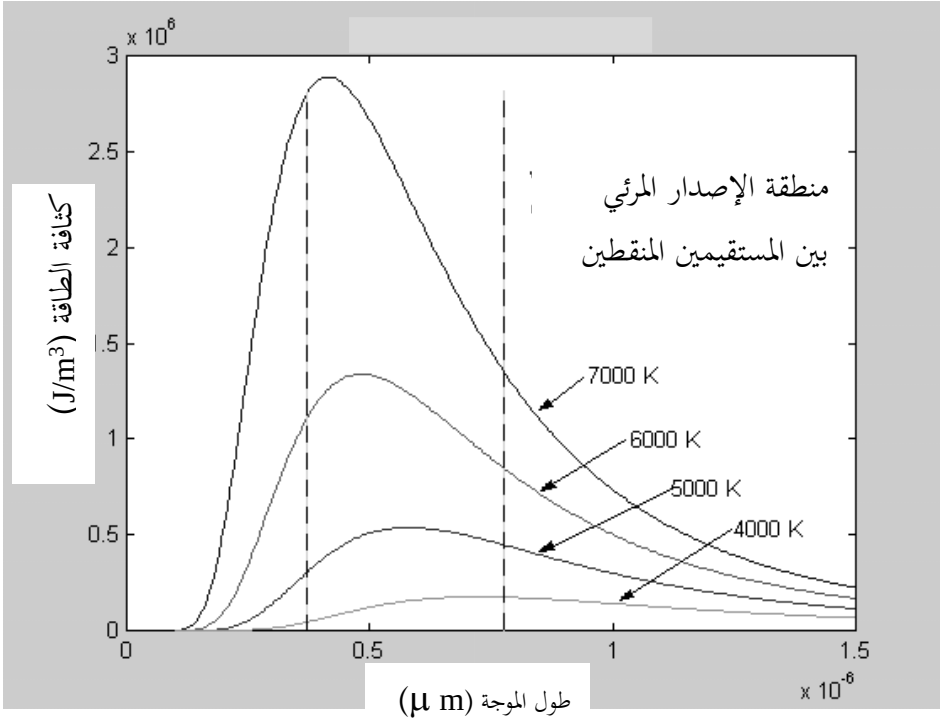
د. مقاييس الحرارة الضوئية

تعتمد هذه المقاييس على خاصية إصدار الجسم الأسود، حيث أن إشعاع أي جسم ساخن يتوزع على طيف مستمر (الشكل 3-6)، يتغير هذا الطيف بتغير درجة الحرارة، فنجد أن قمة الإصدار لها تواتر ينزاح باتجاه التواترات الكبيرة كلما ازدادت درجة

الحرارة، وهكذا يسمح تسجيل طيف إصدار الجسم باستنتاج درجة حرارته. تُعطى العلاقة الآتية (قانون فين) ارتباط طول الموجة في قمة إصدار الجسم الأسود بدرجة حرارته:

$$\lambda_M.T = 2898 \mu m.K$$

تُستخدم هذه الطريقة لقياس درجة حرارة الأجسام العالية الحرارة، مثل المعادن المصهورة، وبهذه الطريقة قيس درجة حرارة سطح الشمس، ودرجة حرارة بعض النجوم.



الشكل 3-6: إصدار الجسم الأسود.



تمارين

1. يُستخدم سلم فهرنهايت في عدد من الدول، وفي هذا السلم درجة حرارة مزيج من الماء السائل والجليد تساوي $32^\circ F$ ، بينما تساوي درجة حرارة غليان الماء $212^\circ F$.
 أ. ما درجة الحرارة في سلم سلسيوس الموافقة لدرجة الحرارة $451^\circ F$ في سلم فهرنهايت.
 ب. ما درجة الحرارة التي يُعطي كلٌّ من السلمين عندها القيمة نفسها؟

الجواب: أ. $232.8^\circ C$ ، ب. $-40^\circ C$

2. لتكن t ، t' درجتَي الحرارة المقاستين بسلمي حرارة تجريبيين مئويين، الفرق $t'-t$ صغير مقارنة بـ t ، ويبلغ هذا الفرق قيمة عظمى عند $t=40$ ، وينعدم عند درجة حرارة وحيدة $t=t_1$ ، خارج المجال $[0, 100]$ ، احسب قيمة $t=t_1$.
 الجواب: $t_1=160$.

3. القوة المحركة الكهربائية للمزدوجة رصاص - كوبالت عندما يكون الملح الممرجي للمزدوجة في درجة الحرارة $0^\circ C$ ، تساوي:

- $1.114mV$ عند وضع الملح الثاني في درجة الحرارة $50^\circ C$.
- $3.902mV$ عند وضع الملح الثاني في درجة الحرارة $150^\circ C$.
- $7.436mV$ عند وضع الملح الثاني في درجة الحرارة $250^\circ C$.

أ. تقرّب عبارة القوة المحركة الكهربائية للمزدوجة بالعلاقة الآتية:

$$E = at + bt^2$$

احسب قيمة كل من a و b .

ب. نفترض أن المزدوجة قد عٌيِّرت عند الدرجة 250°C فقط، فإذا قبلنا أنَّ E تتغير بشكل خطي بدلالة t ، عند أية درجة يكون الخطأ أعلى ما يُمكن؟
 (الجواب: أ) $a = 2.042 \times 10^{-2} \text{ mV}/^{\circ}\text{C}$ ، $b = 3.73 \times 10^{-5} \text{ mV}/(^{\circ}\text{C})^2$ ،
 ب. $t = 125^{\circ}\text{C}$.

4. مقاومة حرارية، تأخذ القيمة $33.8 \text{ k}\Omega$ ، عند الدرجة 273 K ، والقيمة $3.16 \text{ k}\Omega$ عند الدرجة 333 K ، والقيمة 0.994Ω عند الدرجة 373 K .
 أ. بيِّن أنه بالإمكان تمثيل المقاومة R بدلالة درجة الحرارة المطلقة T بالعلاقة $R = Ae^{B/T}$ ، وأوجد قيمتي الثابتين A و B .
 ب. نريد استخدام المقاومة الحرارية عند الدرجة 300 K لقياس تغيّرات صغيرة في درجة الحرارة. ما قيمة التغيّر الأصغر ΔT الممكن قياسه، علماً أنَّه بالإمكان قياس تغيّر نسبي للمقاومة يساوي 10^{-4} ؟
 (الجواب: أ. $A = 6.57 \times 10^{-5} \text{ k}\Omega$ ، $B = 3590 \text{ K}$. ب. $\Delta T = 2.4 \times 10^{-3} \text{ K}$.

5. يُعطى تغيّر الحجم الكتلي للماء (مقدراً بـ cm^3/kg) تحت ضغط جوي نظامي بين الدرجتين $t = 0^{\circ}\text{C}$ و الدرجة $t = 40^{\circ}\text{C}$ بالعلاقة:

$$u = 999.87 - 6.426 \times 10^{-2}t + 8.5045 \times 10^{-3}t^2 - 6.79 \times 10^{-5}t^3$$

 أ. احسب درجة الحرارة التي تبلغ كثافة الماء فيها قيمة عظمى.
 ب. احسب معامل التمدد الحجمي عند الدرجة 25°C .
 (الجواب: أ. 4°C ، ب. $2.33 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.



الغاز الكامل

(دراسة ماكرو سكوبية)

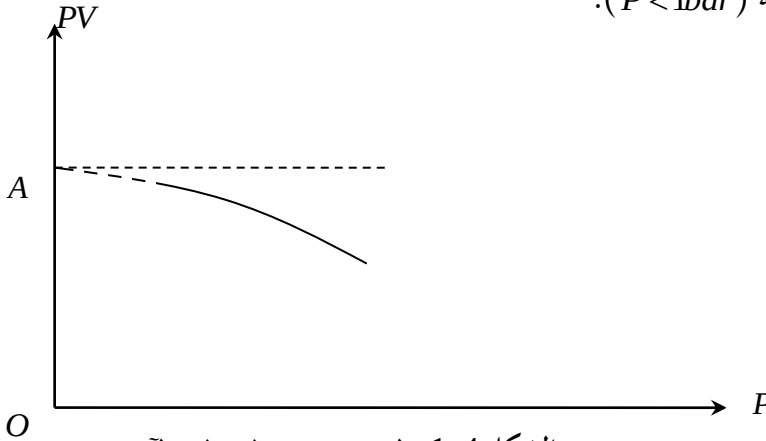
1.4. مقدمة

أغلب الجمل الترموديناميكية التي سندرسها هي جمل غازية، وفي كثير من الحالات يُمكن استخدام التقريب الذي يعامل هذه الغازات كغازات كاملة. سوف نعرّف في هذا الفصل الغاز الكامل انطلاقاً من خواص الغازات تحت ضغوط منخفضة.

1.1.4. قانون بويل-ماريوت

المنحني متساوي الحرارة هو المنحني الذي يجري تمثيله بدرجة الحرارة نفسها في كل نقاط المنحني.

يُمثّل الشكل (1-4) المنحني متساوي الحرارة $PV = f(P)$ لغاز الآزوت في ضغوط منخفضة ($P < 1\text{bar}$).



الشكل 1-4: المنحني متساوي الحرارة لغاز الآزوت،
يُمثّل المنحني المنقّط متساوي الحرارة للغاز الكامل.

نلاحظ أنَّ المنحني يُمكن تقريبه بقطعة مستقيمة تميل قليلاً بالنسبة للمحور OP عند الضغوط المنخفضة، وإذا مددنا المنحني نجد أنَّه يتقاطع مع المحور OPV في النقطة A ، نقوم برسم المنحني الموازي للمحور OP والمار بالنقطة A (المنحني المنقّط)، نعرّف الغاز الكامل المقترن بالغاز الحقيقي بأنّه غاز مثالي يحقق الشرطين التاليين:

1. جزيئات الغاز الكامل هي جزيئات الغاز الحقيقي.
2. المنحني متساوي الحرارة للغاز الكامل هو المستقيم الموازي لمحور الضغط والمار من النقطة A .

بعبارة أخرى الغاز الكامل هو تقريب للغاز الحقيقي عند الضغوط المنخفضة، حيث نقرب المنحني متساوي الحرارة المائل قليلاً بالنسبة لمحور الضغط بمستقيم ميله صفر. أي إنّ الجداء PV لغاز كامل يبقى ثابتاً مادامت درجة الحرارة ثابتة، وقد رأينا عند تعريفنا لدرجة الحرارة المطلقة أنّ:

$$\frac{OA}{OA_0} = \frac{T}{T_0}$$

$$\Rightarrow OA = OA_0 \frac{T}{T_0} = rT$$

مع $r = \frac{OA_0}{T_0}$ مقدار ثابت لا يتعلق بـ T .

نستنتج أنّ الجداء PV للغاز الكامل يحقق:

$$PV = OA = rT$$

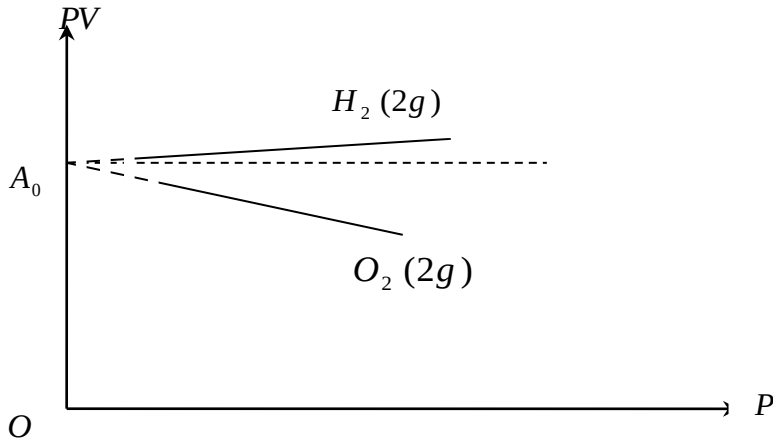
تُعرف العلاقة السابقة باسم قانون بويل ماريوت، الذي ينصّ على: " عندما

يكون الغاز ممدداً فإنّ الجداء PV لهذا الغاز يتناسب مع درجة الحرارة T " .

2.1.4 قانون أفوغادرو

نرسم المنحني متساوي الحرارة $PV = f(P)$ لمول واحد من الأوكسجين (نجلع الغاز في درجة حرارة مزيج من الماء السائل والجليد مثلاً)، ثمّ نرسم متساوي الحرارة لمول

من الهيدروجين بالطريقة نفسها وفي درجة الحرارة نفسها فنحصل على منحنين كل منهما قطعة مستقيمة تميل قليلاً على المحور، ومختلفين في الميل، كما في الشكل (4-2)، نمدد كلاً من المنحنين ليتقاطعا مع المحور $O-PV$ ، نلاحظ أن المنحنين يلاقيان المحور $O-PV$ في النقطة نفسها A_0 .



الشكل 4-2: منحنيات متساوية الحرارة لمول واحد من:

الأوكسجين، والهيدروجين، والغاز الكامل (الخط الأفقي المتقطع).

أي إنه في حالة الضغوط الصغيرة ودرجة الحرارة نفسها فإن، حجم مول واحد من الأوكسجين يساوي (تقريباً) حجم مول واحد من الهيدروجين. إذا أعدنا التجربة باستخدام غازات أخرى فإننا نصل إلى النتيجة نفسها.

تُعرف النتيجة السابقة بقانون أفوغادرو الذي ينص على ما يلي:

"في الضغوط المنخفضة تحتوي الحجوم المتساوية من الغازات العدد نفسه من المولات"

3.1.4. معادلة الحالة للغاز الكامل

وجدنا أنّ الغاز الكامل يحقق المعادلة: $PV = rT$ ولكن المقدار V لا موضعي والمقدار P موضعي، إذن الجداء PV هو مقدار لا موضعي، وكذلك المقدار rT ، ولما كان T

موضعي فإنّ r يجب أن يكون لا موضعياً، ومن ثمّ r يتناسب مع كتلة الغاز، و الكتلة هي جداء الكتلة المولية بعدد المولات، إذن r يتناسب مع عدد المولات n ، أي يمكننا أن نكتب:

$$r = nR$$

حيث R ثابت نسميه ثابت الغازات، وقيمته العددية تساوي:

$$R = 8.314 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$$

وبالنتيجة يمكننا كتابة معادلة الحالة للغاز الكامل بالشكل:

$$PV = nRT$$

2.4. تطبيقات

1.2.4. معاملات التمدد للغاز الكامل

نعرف معاملات التمدد التالية لجسم ما:

أ. معامل تغير الحجم بتغير درجة الحرارة تحت ضغط ثابت α ويساوي:

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

أ. معامل تغير الضغط بتغير درجة الحرارة β (الانضغاطية بحجم ثابت) ويساوي:

$$\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

ج. معامل تغير الحجم بتغير الضغط χ_T (الانضغاطية بدرجة حرارة ثابتة)

ويساوي:

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

انطلاقاً من معادلة الغاز الكامل $PV = nRT$ نجد:

$$V = \frac{nRT}{P}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{nR}{P}$$

إذن:

$$\alpha = \frac{1}{V} \frac{nR}{P} = \frac{nR}{nRT} = \frac{1}{T}$$

بالشكل نفسه نجد:

$$\chi_T = \frac{1}{P} \text{ و } \beta = \frac{1}{T}$$

2.2.4. قانون غي - لوساك وقانون شارل

أ. **قانون غي لوساك:** نقول عن غاز أنه يخضع لقانون غي - لوساك إذا كان حجمه يتناسب مع درجة حرارته المطلقة، بافتراض الضغط ثابتاً.

نلاحظ من معادلة الغاز الكامل $PV = nRT$ أنه إذا كان الضغط ثابتاً فإن الحجم يتناسب مع درجة الحرارة المطلقة للغاز، أي أن الغاز الكامل يحقق قانون غي - لوساك. ب. **قانون شارل:** نقول عن غاز أنه يخضع لقانون شارل إذا كان ضغطه متناسباً مع درجة حرارته في حال ثبتنا حجمه.

نلاحظ من معادلة الغاز الكامل أنه إذا كان V ثابتاً فإن P يتناسب مع T . أي إن الغاز الكامل يخضع لقانون شارل.

تمرين محلول: تحقق أنه إذا خضع غاز لقانون غي - لوساك وقانون شارل في الوقت نفسه فإن هذا الغاز كامل.

الحل: نفترض أن الغاز يخضع لقانون غي - لوساك، هذا يعني أن الحجم V ودرجة الحرارة T يحققان العلاقة:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}$$

حيث يعبر الزوج V_0, T_0 عن حالة معروفة، ومن ثم يُكتب معامل التمدد بضغط ثابت لهذا الغاز:

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{T_0}{V_0 T} \frac{V_0}{T_0} = \frac{1}{T}$$

للحصول على معادلة الحالة للغاز يكفي مكاملة المعادلة:

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{T}$$

ولكن هذه المعادلة محققة في ضغط ثابت، و يجب مكاملتها مع الحفاظ على ضغط ثابت، ومن ثم يمكننا أن نكتب:

$$\left(\text{بضغط ثابت} \right) \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

بمكاملة هذه المعادلة نجد:

$$\ln V = \ln T + \ln [\phi(P)]$$

أي أضفنا ثابتاً (بالنسبة لـ V و T) يتغير هذا الثابت إذا غيرنا P .
نستنتج:

$$V = T \cdot \phi(P)$$

بالشكل نفسه نستنتج أن:

$$P = T \cdot \psi(V)$$

ومن ثم:

$$p\phi(P) = V\psi(V)$$

الطرف الأول تابع لـ P و الطرف الثاني تابع لـ V ، و المساواة لا تتحقق إلا إذا كان كل من التابعين ثابت، أي:

$$p\phi(P) = r$$

$$V\psi(V) = r$$

حيث r ثابت.

نستنتج أن:

$$\psi(V) = \frac{r}{V} \text{ و } \phi(P) = \frac{r}{p}$$

تصبح معادلة الحالة للغاز:

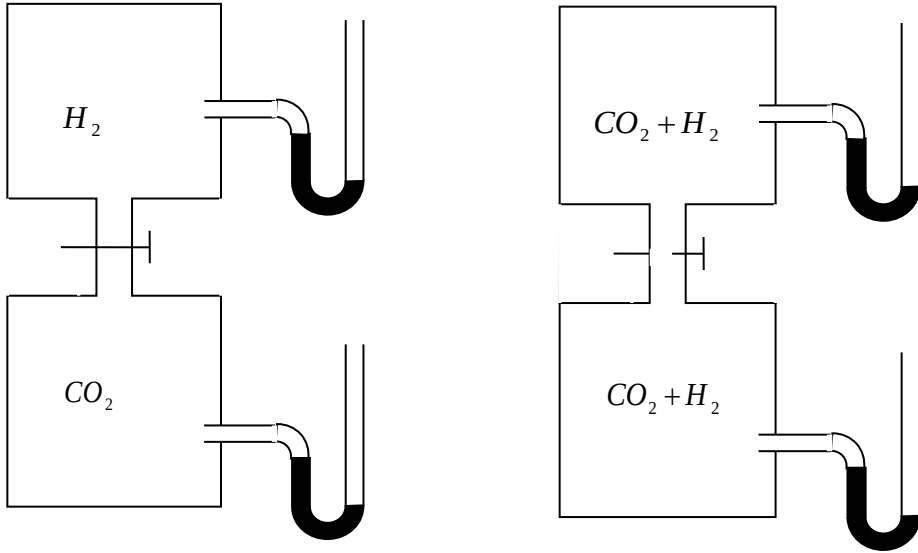
$$PV = rT$$

وهي معادلة الغاز الكامل.

3.3. مزج الغازات الكاملة

1.3.4. تجربة برتولية

نجري التجربة الموضحة بالشكل (3-4).



الشكل 3-4: مزج غازين في ظروف الضغط المنخفضة، في اليسار: الصنبور مغلق في البداية، في

اليمين: لدينا مزيج من الغازين في الحجرتين بعد فتح الصنبور.

لدينا حجرتان متصلتان بأنبوب يُمكن إغلاقه بواسطة صنبور (الشكل 3-4)، في

البداية الصنبور مغلق، تحتوي الحجرة الأولى على غاز الهيدروجين، والثانية على غاز ثاني

أكسيد الكربون، لدينا مقياس مؤلف من أنبوب معقوف يحتوي على الزيت يسمح

بقياس فرق الضغط بين الوسط الخارجي وما تحتويه الحجرة الأولى، ولدنا مقياس مائل للحجرة الثانية.

نضبط الشروط الابتدائية بحيث يكون لدينا درجة الحرارة نفسها والضغط نفسه في كلتا الحجرتين.

نفتح الصنبور مما يسمح بامتزاج الغازين، نلاحظ ثبات درجة الحرارة، كما نلاحظ ثبات قيمة الضغط في كلتا الحجرتين.

عندما نمزج غازين بهذه الطريقة ولا يتغير الضغط ولا درجة الحرارة بعد المزج وتبقى جزيئات كل غاز كما هي نقول عن المزيج بأنه مزيج مثالي.

لو أعدنا التجربة باستخدام غازي NO و O_2 ، فإننا سوف نجد الضغط قد تغير، وينتج هذا التغير عن تفاعل الأوكسجين مع غاز أول أكسيد الآزوت. نقول عن المزيج في هذه الحالة إنه غير مثالي.

بشكل عام يكون مزيج غازين مثالي في حال لم تتأثر جزيئات الغاز الأول بجزيئات الغاز الثاني.

2.3.4. الضغط الجزئي

نتأمل مزيجاً من الغازات يشغل حيزاً من الفراغ، نسمي ضغطاً جزئياً لأحد غازات المزيج ضغط هذا الغاز فيما لو وُجد وحيداً ضمن الحيز.

لنتأمل مزيجاً مثالياً من n غاز، ونفترض أن الحجم الذي يشغله المزيج يساوي V ، و درجة حرارة المزيج تساوي T . ليكن P_i الضغط الجزئي للغاز رقم i وليكن n_i عدد مولاته، معادلة الحالة للغاز رقم i :

$$P_i V = n_i RT$$

نستنتج:

$$\sum_i P_i V = \sum_i n_i RT \Rightarrow$$

$$\left(\sum_i P_i \right) V = \left(\sum_i n_i \right) RT = n RT$$

حيث $n = \sum_i n_i$ عدد مولات المزيج.

ومن ناحية ثانية تُكتب معادلة الحالة للمزيج:

$$PV = nRT$$

نستنتج:

$$P = \sum_i P_i$$

بعبارة أخرى إنّ ضغط مزيج مثالي لغازات كاملة يساوي مجموع الضغوط الجزئية لكل الغازات في المزيج.

3.3.4. النسبة المولية

نسمي النسبة المولية x_i لغاز في مزيج بأنه نسبة عدد مولات الغاز إلى عدد مولات المزيج أي:

$$x_i = \frac{n_i}{n}$$

لنفترض أن المزيج مثالي، نجد (باستخدام علاقات الفقرة السابقة):

$$\frac{P_i}{P} = \frac{n_i}{n} \Rightarrow P_i = x_i P$$

4.3.4. الكتلة المولية المتوسطة

إن كتلة المزيج تساوي $m = \sum_i m_i$ حيث m_i هي كتلة الغاز رقم i في المزيج.

ولكن $m_i = n_i M_i$ حيث M_i هي الكتلة المولية للغاز رقم i .

إذن:

$$m = \sum_i n_i M_i$$

و الكتلة المولية المتوسطة تُعطى بالعلاقة:

$$M = \frac{m}{n} = \frac{\sum_i n_i M_i}{\sum_i n_i}$$

5.3.4. الكتلة الحجمية والكثافة النسبية للغازات

تُكتب الكتلة الحجمية للغاز الكامل:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\left(\frac{nRT}{P}\right)} = \frac{PM}{RT}$$

نُعرّف الكثافة النسبية لجسم صلب أو سائل بأنه النسبة بين كتلة الجسم وكتلة من الماء لها حجم يساوي حجم الجسم. أما فيما يخص الغازات فتؤخذ النسبة بين كتلة الغاز وكتلة الحجم نفسه من الهواء في الشروط نفسها. أي إنّ الكثافة النسبية لغاز تساوي نسبة الكتلة الحجمية للغاز إلى الكتلة الحجمية للهواء، فإذا اعتبرنا الهواء والغازات الأخرى غازات كاملة، فإن الكثافة النسبية لغاز تساوي نسبة كتلته المولية إلى الكتلة المولية للهواء.



تمارين

تمارين محلولة

1. تغيّر الضغط الجوي مع الارتفاع لهواء متساوي الحرارة

نفترض أنّ درجة حرارة الهواء لا تتغيّر مع الارتفاع، ليكن P_0 الضغط الجوي بجوار سطح الأرض.

أ- أوجد عبارة تغيّر الضغط بتغيّر الارتفاع.

ب- احسب الضغط في قمة أفرست التي ترتفع عن سطح البحر 8848m، بافتراض درجة الحرارة تساوي 300 K.

الحل:

أ. ليكن Oz محوراً موجهاً إلى الأعلى، ليكن P الضغط الجوي عند الارتفاع z ، فيكون تغيّر الضغط عند الانتقال إلى الارتفاع $z+dz$ مساوياً :

$$dP = -\rho g dz$$

حيث ρ تمثل الكتلة الحجمية للهواء عند الارتفاع z .

نعلم أنّ الكتلة الحجمية للهواء تتغيّر مع الارتفاع بسبب تغيّر الضغط، وقد رأينا أنّها ترتبط بالضغط بالعلاقة:

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

نعوّض في علاقة dP فنجد:

$$dP = -\frac{PM}{RT} g dz$$

بمكاملة هذه المعادلة التفاضلية، وأخذ $P = P_0$ عند الارتفاع $z = 0$ نجد:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} z\right)$$

ملاحظة: افترضنا في حسابنا هذا أنّ درجة الحرارة لا تتغير مع الارتفاع، وهذا التقريب سيقودنا إلى نتيجة تقريبية لتغيّر الضغط مع الارتفاع، ويبقى هذا التقريب مقبولاً في حالة الارتفاعات الصغيرة عن سطح الأرض (من رتبة عشرات الأمتار)، كما أنّه يسمح بوصف طبقات الغلاف الجوي بين 11 km و 25 km حيث درجة الحرارة تكاد تكون منتظمة، أما في الطبقات الأدنى فإنّ درجة الحرارة تتناقص مع الارتفاع، وهو ما سنعالجه في التمرين التالي.

ب. الضغط في قمة أفرست:

$$P = 0.357 \text{ atm}$$

2. تغيّر الضغط الجوي مع الارتفاع لهواء ذي تدرّج حراري

نقرب تغيّر درجة الحرارة مع الارتفاع بالقانون:

$$T(z) = T_0(1 - \lambda z)$$

حيث نفترض تدرج الحرارة $\frac{dT}{dz} = -\lambda T_0$ ثابتاً ويساوي: $\frac{dT}{dz} = -6.5 \text{ K.km}^{-1}$ بأخذ

$$T_0 = 300 \text{ K}$$

أ. أوجد عبارة تغيّر الضغط مع الارتفاع.

ب. أوجد قيمة الضغط في قمة أفرست، وقارنها مع نتيجة التمرين السابق.

الحل:

أ. من التمرين السابق لدينا:

$$dP = -\frac{PM}{RT} g dz$$

أي:

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0(1 - \lambda z)} dz$$

بالتكامل نجد:

$$P(z) = P_0(1 - \lambda z)^{\left(\frac{Mg}{\lambda RT_0}\right)}$$

ب. الضغط على قمة أفرست:

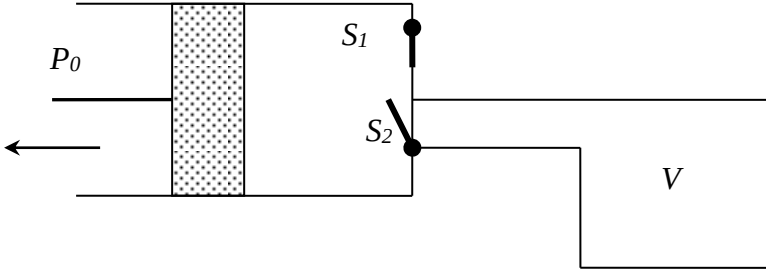
$$P = 0.319 \text{ atm}$$

نلاحظ أنّ الضغط هنا أصغر من الضغط المحسوب في التمرين السابق، ولكن الفرق يساوي 12% تقريباً ويمكن إهماله في بعض الحالات.



تمارين غير محلولة

1. نقوم بتفريغ خزان حجمه V ، في البداية الخزان مملوء بالهواء الذي نفترضه غازاً كاملاً، نستخدم لهذه الغاية مضخة كما في الشكل، حيث يفتح الصمام S_1 ويُغلق الصمام S_2 عندما نسحب المكبس، بينما يُغلق الصمام S_1 ويُفتح الصمام S_2 عندما نضغط المكبس، عند سحب المكبس إلى أقصاه يبلغ الحجم داخل المضخة v_2 وعند ضغط المكبس إلى أدناه يُصبح هذا الحجم v_1 . نفترض أنّ درجة حرارة الهواء داخل الخزان تبقى ثابتة T حيث أنّ جدران الخزان جيّدة النقل للحرارة. الضغط الابتدائي يساوي P_0 .
 (أ) في الدور n للمضخة يتغير الحجم داخل المضخة من v_1 إلى v_2 ثمّ من v_2 إلى v_1 ، ينتقل الضغط داخل الخزان من P_n إلى P_{n+1} .
 أوجد العلاقة بين P_n و P_{n+1} .
 (ب) أوجد قيمة $P_{\lim}$ عندما $P_{n+1} = P_n$.
 (ج) اكتب عبارة $P_n - P_{\lim}$ ، واستنتج P_n ، هل يُمكننا الوصول إلى الخلاء التام في الخزان؟



2. برهن العلاقة التالية بين المعاملات التمددية لغاز $\alpha = P \beta \chi_T$.

3. احسب المعاملات α و β و χ_T لغاز يحقق معادلة دييتريسي *Dieterici* لمول واحد من الغاز:

$$P(V-b) = RT e^{-\frac{a}{RTV}}$$

4. مائع متجانس له معادلة حالة من الشكل $f(P, V, T) = 0$ ، المعاملين α و β

متساويان $\alpha(P, T) = \beta(P, T)$ لكل قيم T و P .

(أ) برهن أن $\chi_T = \frac{1}{P}$.

(ب) برهن أن الجداء PV لا يتعلّق إلا بـ T .

(ج) برهن أنّه إذا كان PV تابع لـ T فقط فإنّ $\alpha = \beta$.

5. تُعطى المعاملات التمددية α و β لغاز بالعلاقين:

$$\alpha = \frac{a}{aT + bP} \text{ و } \beta = \frac{1}{T} \text{ حيث } a \text{ و } b \text{ ثابتان موجبان.}$$

(أ) اكتب العبارة التفاضلية لـ dT علماً أنّ للغاز معادلة حالة من الشكل:

$$f(P, V, T) = 0$$

(ب) بافتراض $Z = \frac{P}{T}$ برهن أنّ: $\frac{dZ}{Z} = -\frac{a+bZ}{aV} dV$

(ج) استنتج أنّ معادلة الحالة للغاز هي: $P\left(V - K \frac{b}{a}\right) = KT$

حيث K ثابت.

6. بالون حجمه 10L وكتلته الكلية 8g ، يحتوي هذا البالون $m_0 = 4 \text{ g}$ من

الهيليوم، نفترض درجة الحرارة عند سطح الأرض 300 K وأن درجة الحرارة تتناقص مع

الارتفاع بمعدّل 6.5 K.km^{-1} ، نفترض أنّ حقل الجاذبية الأرضية منتظم ويساوي

$g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$. نفترض أن الهيليوم في هذه المسألة غاز كامل.

(أ) ما الضغط P_1 داخل البالون بجوار سطح الأرض؟

(ب) إذا أفلتنا البالون بجوار سطح الأرض، احسب تسارعه a . (تُهمل مقاومة الهواء)
 (ج) برهن أنه يوجد ارتفاع h يُمكن للبالون أن يتوازن عنده واحسب هذا الارتفاع،
 بافتراض أن حجم البالون ثابت.

(د) ما الضغط P_2 داخل البالون عند الارتفاع h بافتراض حجمه ثابت.
 الجواب: أ. $P_1 = 2.44 \times 10^3 \text{ hPa}$ ، ب. $a = 4.95 \text{ m.s}^{-2}$ ، ج. $h = 4.88 \text{ km}$ ،

$$P_2 = 2.19 \times 10^3 \text{ hPa} \quad \text{د.}$$

7. بالون كروي مركزه O ونصف قطره a يحتوي غاز الهيليوم، البالون مكوّن من غشاء مرن، يضغط الغشاء على الغاز داخله مما يجعل الضغط داخل البالون أكبر من الضغط الخارجي، قوة الشدّ في واحدة الطول من خط مأخوذ على سطح الغشاء تساوي σ تُسمّى قوة شدّ الغشاء وتكون مماسية لسطح الغشاء، وتمانع تمدد البالون.
 (أ) نفترض البالون في حالة توازن، أوجد العلاقة بين الضغط الخارجي P_e والضغط داخل البالون P_i و σ و a . (توجيه اكتب شرط توازن النصف الأيمن من البالون بتأثير القوى الناجمة عن الضغط و قوى شدّ الغشاء).

(ب) نفترض أن $P_e = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ، $a = 25 \text{ cm}$ ، $\sigma = 2 \times 10^3 \text{ N.m}^{-1}$ ،
 احسب الضغط داخل البالون.

(ج) احسب كتلة الغاز m داخل البالون علماً أن درجة الحرارة 300 K .
 (د) كم يُصبح نصف قطر البالون a' عندما يرتفع إلى 2000 m ، علماً أن الضغط الخارجي يبلغ عند هذا الارتفاع $P_e = 0.804 \times 10^5 \text{ Pa}$ وتبلغ درجة الحرارة $T = 288 \text{ K}$. (نفترض σ ثابتة مع هذه التغيّرات في درجة الحرارة).

الجواب: أ. $P_i = P_e + \frac{2\sigma}{a}$ ، ب. $P_i = 1.17 \times 10^5 \text{ Pa}$ ، ج. $m = 12.3 \text{ g}$ ، د.

$$a' = 26.4 \text{ cm}$$

8. نفترض العلاقة بين الضغط ودرجة الحرارة في التروبوسفير $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = Cte$ مع $\gamma = 1.4$

- (1) احسب التدرج الشاقولي لدرجة الحرارة $K_a = \frac{dT}{dz}$.
 - (2) اكتب علاقة كل من P ، T ، ρ بدلالة z .
 - (3) في قمة أفرست $z = 8.9 \text{ km}$ احسب P ، T ، ρ . (نستخدم ما يلزم من معطيات المسألة السابقة)
 - (4) عند أي ارتفاع ينعدم الضغط؟ ماذا تستنتج؟
9. أسطوانة شاقولية مغلقة مقسومة إلى حجرتين يفصلهما مكبس قابل للحركة دون احتكاك، كتلة المكبس في واحدة السطح $m_s = 136 \text{ g.cm}^{-2}$ ، ارتفاع كل من الحجرتين يساوي $h = 50 \text{ cm}$ ، وتحتوي كل من الحجرتين على غاز كامل بدرجة الحرارة $T_o = 273.15 \text{ K}$ ، الضغط في الحجرة السفلى يساوي $P_d = 100 \text{ cmHg}$. نفترض تسارع الجاذبية الأرضية $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.
- أ) نقوم برفع درجة حرارة الجملة 100 K ، احسب مقدار تحرك المكبس.
- ب) نقوم بقلب الأسطوانة ونفترض أننا حافظنا على درجة الحرارة $T_o = 273.15 \text{ K}$ أوجد مقدار تحرك المكبس.
10. لدينا أنبوب أسطواني مقلوب فوق حوض زئبق، الأنبوب مغلق من طرفه الأعلى، ويحتوي غازاً كاملاً، ارتفاع عمود الغاز في الأنبوب 10 cm ، وارتفاع عمود الزئبق في الأنبوب يساوي 60 cm ، ندفع الأنبوب إلى الأسفل بمقدار 20 cm ، وتبقى درجة حرارة الغاز ثابتة، فيصبح ارتفاع الزئبق في الأنبوب 45 cm . استنتج قيمة الضغط الجوي.
- الجواب: 75 cmHg



الغاز الكامل

(دراسة مكروسكوبية)

1.5. نموذج الغاز الكامل

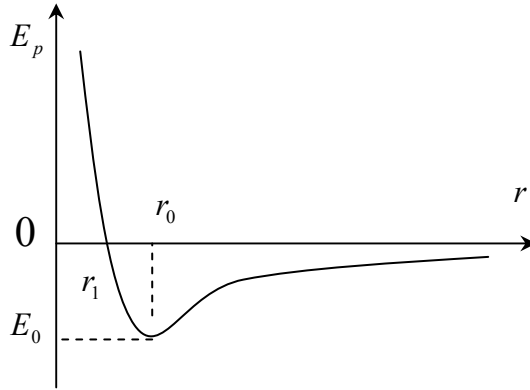
1.1.5. قوى التأثير بين الجزيئات

للجزيئات المكوّنة للغازات والسوائل أبعاد من رتبة $10^{-10} m$ ، تؤثر الجزيئات على بعضها بقوى ناجمة عن التأثير المتبادل بين شحنات الجزيء وشحنات الجزيء المجاور. درس فان-در-فالس *van der waals* قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات واستنتج أنّ هذه القوى تُشتق من طاقة كامنة تُعطى بالعلاقة:

$$E_p = 4E_0 \left[\left(\frac{r_1}{r} \right)^{12} - \left(\frac{r_1}{r} \right)^6 \right]$$

حيث r البعد بين جزيئين و r_1 قيمة r التي تنعدم عندها الطاقة الكامنة.

الشكل (1-5) يُمثل هذا التابع.



الشكل 1-5: منحنى طاقة التأثير المتبادل بين جزيئين وفق نموذج فاندرفال.

يُمثِّل r_0 البعد الذي تبلغ فيه الطاقة قيمتها الدنيا E_0 .

مثال: في حالة الأرجون لدينا $r_1 = 0.34 \text{ nm}$ و $E_0 = 0.01 \text{ eV}$.

نلاحظ أنَّ قوة التأثير بين جزيئين هي قوة تدافع في حال كانت المسافة بين الجزيئين r أصغر من r_0 ، وتُصبح قوة تجاذب في حال كان $r > r_0$. في الغازات تحت ضغط جوي، البعد المتوسط بين الجزيئات هو من رتبة 10^{-9} m ومن ثمَّ فإنَّ هذه القوى يُمكن إهمالها عندما يكون الضغط أصغر أو يساوي الضغط الجوي، وكلما خف الضغط كلما كان هذا التقريب أفضل.

2.1.5. الهيجان الجزيئي

إنَّ الهيجان الجزيئي أو الهيجان الحراري هو ظاهرة عامة تُخصَّص كل أطوار المادة، ففي الجسم الصلب تقوم الجزيئات المكوِّنة للجسم الصلب بالاهتزاز حول موضعها الوسطي، وفي الغاز تتحرك الجزيئات بشكل حر تقريباً بين تصادمين متتاليين. لاحظ أنَّه عند فتح زجاجة عطر فإنَّ جزء من العطر يتبخَّر وتنتشر الجزيئات في الغرفة بحيث يُمكن تحسس هذه الجزيئات على بعد عدة أمتار خلال ثوان معدودة. في الظروف الاعتيادية تبلغ السرعة المتوسطة للجزيئات عدة مئات من الأمتار في الثانية، ويعاني الجزيء من حوالي 10^8 تصادم في الثانية.

3.1.5. توزع السرعة في غاز

1. تحليل سرعة جزيء

نأخذ جملة (S) من N جزيء لغاز وحيد الذرة، لتكن m الكتلة الجزيئية، وليكن $\mathbf{v}(G)$ سرعة مركز العطالة G للجملة (S) في الجملة المرتبطة بالمخبر، ولتكن $\mathbf{v}_i$ سرعة الجزيء في المخبر، فتكون سرعة الجزيء في الجملة المرتبطة بمركز العطالة

$$\mathbf{v}_i^* = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}(G)$$

إن السرعة التي نلاحظها على المستوى الماكروسكوبي هي $v(G)$ ، فهي تعبر عن سرعة جريان الغاز في أنبوب، أو سرعة الرياح، يكون الغاز في حالة سكون إذا كانت $v(G)$ معدومة، v_i^* هي سرعة الهيجان الحراري، أي سرعة الجزيء في جملة مركز العطالة، وهذه السرعة لا تنعدم لكل جزيئات الغاز إلا إذا انعدمت درجة الحرارة المطلقة كما سنراه لاحقاً.

2. الشواش الجزيئي

إذا تأملنا غازاً في حالة السكون، نجد أن سرعة جملة الغاز معدومة، وسرعة أي جزيء في الغاز لا يمكن قياسها بشكل مباشر، وكل جزيء له سرعة تتغير بفعل التصادمات، والهيجان الحراري لا يتبع نظاماً معيّناً، غير أن القيمة المتوسطة للسرعة التي يأخذها جزيء تكون معدومة. نقبل بأنّ سرع الجزيئات أو سرع الهيجان الحراري تتوزع بصورة متماثلة في جميع المناحي، أي إنّ جميع الاتجاهات متكافئة.

3. السرعة المتوسطة والسرعة التربيعية المتوسطة

السرعة المطلقة المتوسطة لجزيء هي متوسط طولية شعاع سرعته:

$$v_m = \langle |v| \rangle$$

السرعة التربيعية المتوسطة هي:

$$u = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

هذان المقداران مختلفان بشكل عام وإن كان لهما الرتبة نفسها، ويجب عدم الخلط بينهما وبين السرعة المتوسطة لجزيء في غاز ساكن والتي تساوي الصفر.

تمرين محلّول

نتأمل غازاً في حالة توازن مكوّن من N جزيء، نقبل أنّ عدد الجزيئات dN التي لها سرعة محصورة بين v و $v + dv$ يُعطى بالعلاقة (توزع ماكسويل):

$$dN = Av^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv$$

حيث: m كتلة الجزيء، T درجة الحرارة المطلقة، k_B ثابت بولتزمان، A ثابت يجب تعيينه.

أ. أوجد قيمة A

ب. احسب السرعة المتوسطة لجزيء في الغاز v_m ، والسرعة التربيعية المتوسطة u ، والنسبة بين سرعتين، والسرعة الأكثر احتمالاً v_p .

ت. احسب عددياً كلاً من السرع الواردة في الطلب السابق، لكل من غاز الهيدروجين، وغاز الآزوت في الدرجة $T = 300K$ ، علماً أنّ الكتلة المولية للهيدروجين

$$M_{H_2} = 2g.mol^{-1} \text{ ولأزوت } M_{N_2} = 28g.mol^{-1} \text{ و أن}$$

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} J / K$$

نُعطى بعض قيم التكامل $I_n = \int_0^{\infty} x^n e^{-ax^2} dx$

$$I_2 = \frac{3}{8a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad I_3 = \frac{1}{4a^2}, \quad I_2 = \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

الحل:

أ. العدد الكلي للجزيئات يساوي N إذن:

$$N = \int_0^{\infty} A v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv = A \frac{k_B T}{2m} \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m}}$$

نستنتج:

$$A = \frac{2m}{k_B T} \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} N$$

ب.

$$v_m = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v dN$$

$$v_m = \frac{A}{N} \int_0^{\infty} v^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv = 2 \sqrt{\frac{2k_B T}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

$$u^2 = \frac{A}{N} \int_0^\infty v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv = \frac{3k_B T}{m}$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}} v_m$$

$$\Rightarrow u = 1.09 v_m$$

السرعة الأكثر احتمالاً هي التي يأخذ عندها $\frac{dN}{dv} = Av^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right)$ القيمة العظمى، بالحساب نجد:

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

ت.

السرعة \ الغاز	v_m $m.s^{-1}$	v_p $m.s^{-1}$	u $m.s^{-1}$
H_2	1.78×10^3	1.58×10^3	1.93×10^3
N_2	0.47×10^3	0.42×10^3	0.52×10^3

4.1.5. شروط تقريب الغاز الكامل

نتأمل غازاً مكوناً من N جزيء ضمن حيز حجمه V . يُمكننا نمذجة هذا الغاز بغاز كامل إذا حقق الشروط التالية:

أ. شروط على الجزيئات: يجب أن يكون بالإمكان افتراض الجزيئات ككرات صغيرة صلبة، ينطبق هذا التقريب على الجزيئات وحيدة الذرة مثل الهيليوم والأرغون والنيون والكربتون، أما الجزيئات المتعددة الذرات فهي بعيدة عن تقريبها بكرات، لذلك نستبعدا الآن، وسوف نكيّف النتيجة التي نتوصل إليها في حالة الغاز وحيد الذرة

لتتلاءم مع حالة الجزيئات المتعددة الذرات. تُكتب الطاقة الحركية للجزيء ذو الرقم i في حالة غاز وحيد الذرة:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2} m v_i^2$$

حيث v_i سرعة الجزيء و m كتلته.

الجزيئات الغازية دائمة التحرك وهي تعاني من التصادمات فيما بينها وكذلك مع جدار الحيز الذي يشغله الغاز، في نموذج الغاز الكامل نفترض أنّ جميع التصادمات التي تعاني منها الجزيئات سواء مع بعضها أو مع جدار الحيز الذي يشغله الغاز هي تصادمات مرنة.

ب. شرط على التأثيرات المتبادلة: نفترض أنه لا توجد أية قوى تأثير بين الجزيئات، ومن ثمّ لا توجد طاقة كامنة للتأثير. هذه الفرضية مقبولة ما دامت الجزيئات متباعدة، فقد رأينا في الفقرة (1.1.5) أنّ قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات تتناقص سريعاً عند ابتعاد الجزيئات، وهذا يتحقق عندما يكون الغاز ممدداً (ضغط أقل من 1bar).

ج. شرط على القوى الخارجية: نفترض غياب أية قوى خارجية تؤثر على جزيئات الغاز أو نفترض أنّ هذه القوى مهملة.

في حال تحققت الشروط السابقة تنحصر تغيّرات طاقة الغاز بتغيّرات الطاقة الحركية لجزيئات الغاز، حيث لا توجد طاقة كامنة لتأثير متبادل بين جزيئات الغاز ولا توجد طاقة كامنة للقوى الخارجية، كما أنّ الطاقة السكونية (المكافئ الطاقي لكتلة الجزيئات) هي مقدار ثابت حيث نستبعد هنا أيّة تفاعلات نووية. تُكتب عبارة الطاقة الكلية لجزيئات الغاز (بأخذ مبدأ للطاقة طاقة الغاز عندما تكون كل جزيئاته ساكنة):

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2$$

نسمي هذا المقدار بالطاقة الداخلية للغاز الكامل.

2.5. نظرية تساوي التوزيع

نتأمل جزيئاً ضمن الغاز، نتيجة التصادمات التي يعاني منها هذا الجزيء تتغير طاقته الحركية باستمرار، لتكن ε_1 ، ε_2 ، ... ، ε_n قيم الطاقة الحركية التي يأخذها الجزيء بعد أن يعاني من n تصادم. تُكتب القيمة المتوسطة للطاقة الحركية للجزيء:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n}{n}$$

نفترض أن العدد n كبير بما يكفي لتكون القيمة المتوسطة ثابتة، أي لو أخذنا رقماً أكبر نحصل على القيمة نفسها (ضمن التقريبات التي نقبلها)، إنَّ القيمة المتوسطة التي تأخذها الطاقة الحركية لجزيء ما يجب ألا تختلف عن القيمة المتوسطة التي تأخذها الطاقة الحركية لجزيء آخر في الغاز، نظراً لأنَّ الجزيئات تخضع للشروط نفسها. إنَّ هذه الخاصة ليست إلا نتيجة لنظرية أعم تُعرف باسم نظرية تساوي التوزيع، ونقبل هنا بالنتيجة الآتية:

"إنَّ القيمة المتوسطة للطاقة الحركية التي يأخذها كل جزيء في غاز هي مقدار ثابت، لا يتغير من جزيء إلى آخر."

لدينا:

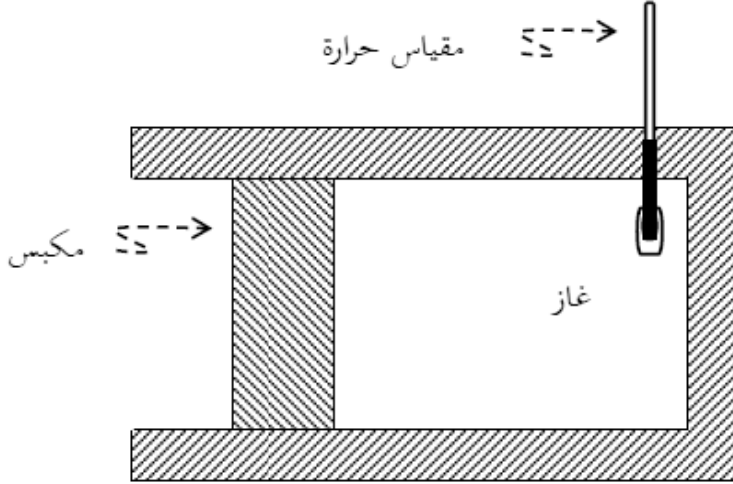
$$U = \langle U \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2 \right\rangle = \sum_{i=1}^N \left\langle \frac{1}{2} m v_i^2 \right\rangle = N \langle \varepsilon \rangle$$

نتيجة : الطاقة الداخلية للغاز تساوي جداء عدد الجزيئات بالطاقة الحركية المتوسطة لجزيء.

3.5. درجة الحرارة الحركية

نستعين بأسطوانة أفقية معزولة حرارياً ومغلقة بمكبس يُمكنه الحركة دون احتكاك، الشكل (5-2) تحتوي الأسطوانة غازاً وحيد الذرة وممدداً بما يسمح بتقريبه بغاز كامل. نستخدم مقياس حرارة يسمح برصد تغيرات درجة حرارة الغاز. نُطبّق على المكبس قوة

ثابتة F تسمح بتحريك المكبس إلى الجهة اليمنى بمقدار d . نلاحظ بعد تحقق التوازن أنّ درجة الحرارة قد ارتفعت.



الشكل 5-2: نلاحظ ارتفاع درجة الحرارة لدى ضغط الغاز.

نفسر ما يحدث على الشكل التالي: إنّ تحريك المكبس إلى اليمين يؤدي إلى إعطاء الغاز عملاً يساوي $F \cdot d$ ، وهذا العمل يؤدي إلى زيادة الطاقة الكلية للغاز، ولكن افترضنا أنّ الغاز كامل، إذن التغير في طاقة الغاز يساوي التغير في الطاقة الحركية المتوسطة لجزيئاته، أي:

$$\Delta U = N \Delta \langle \varepsilon \rangle$$

والشيء الذي تغير على المستوى الميكروسكوبي هو الطاقة الحركية المتوسطة للجزيء الواحد في الغاز، ولكن ما نقيسه هو ارتفاع درجة الحرارة، نستنتج وجود ارتباط مباشر بين درجة الحرارة والطاقة المتوسطة للجزيء في الغاز، وتدل التجربة على أنّ ارتفاع درجة الحرارة يتناسب طردياً مع العمل المقدم.

بناءً على ما تقدّم نعرّف درجة الحرارة الحركية بأنها مقدار يتناسب والطاقة المتوسطة للجزيء في غاز وفق العلاقة:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT$$

معامل التناسب هنا يساوي $\frac{3}{2}k$ ، الثابت k يُعرف باسم ثابت بولتزمان، وسوف نرى لاحقاً لماذا كتبنا العلاقة على الشكل أعلاه مع معامل ضرب $\frac{3}{2}$.

تطبيق:

لدينا أسطوانة تحتوي مزيجاً من الهيدروجين والآزوت في حالة توازن، إنّ درجة الحرارة الحركية هي واحدة للغازين وإلا لن يكون هنالك توازن، ومن ثمّ فإنّ الطاقة الحركية المتوسطة لجزيء الهيليوم تساوي الطاقة الحركية المتوسطة لجزيء الآزوت، ولكن كتلة جزيء الآزوت أكبر من كتلة جزيء الهيدروجين، نستنتج أن جزيئات الهيدروجين تتحرك بسرعة أكبر من سرعة جزيئات الآزوت.

هذا يسوّغ ندرة الهيليوم في الغلاف الجوي الأرضي حيث يُمكن لذرات الهيليوم بلوغ سرعات تساوي سرعة التحرر من كوكب الأرض. بالشكل نفسه يُمكننا تفسير ندرة جزيئات الماء الثقيل في القطبين حيث إنّها تتكثف قبل وصولها إلى القطبين.

4.5. الحساب الميكروسكوبي للضغط في غاز

أ. الاصطدامات مع جدار الحيز

في الشروط الاعتيادية عدد جزيئات الغاز في واحدة الحجم هو من رتبة $n^* = 10^{25} m^{-3}$ ، عدد الجزيئات التي تصدم $1 mm^2$ من سطح الجدار هو من رتبة $10^{22} s^{-1}$. الجزيئات التي تصدم الجدار يلتصق بعضها بالجدار، وفي الوقت نفسه تغادر

بعض الجزيئات التي كانت ملتصقة بالجدار، وفي الحالة المستقرة يكون تدفق الجزيئات على الجدار يساوي تدفق الجزيئات التي تغادر الجدار. نقبل بأنه عندما يكون الغاز في توازن حراري مع جدار الحيز الذي يشغله فإنّ قانون توزيع سرع الجزيئات الواردة على سطح الجدار يماثل قانون توزيع سرع الجزيئات المرتدة عنه، وهذا يسمح بمعاملة التصادمات مع الجدار كتصادمات مرنة.

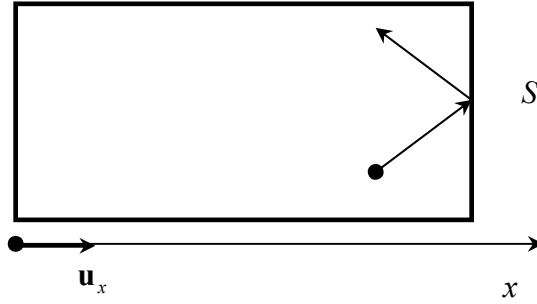
ب. التقريبات المستخدمة في حساب الضغط

نجري التقريبات التالية عند حسابنا للضغط في غاز:

- نعامل جزيئات الغاز كنقاط مادية.
 - الغاز في حالة سكون، ولا يوجد إلا حركة للجزيئات ناجمة عن الهيجان الحراري، حيث تكون جميع الاتجاهات متكافئة.
 - الغاز في حالة توازن داخلي أي إنّ المتحولات الموضعية تأخذ القيمة نفسها في كل نقاط الغاز بما فيها النقاط المجاورة لجدار الحيز الذي يشغله الغاز.
 - الغاز كامل ولا يوجد قوى تأثير بين الجزيئات (إلا لحظة الاصطدام).
 - قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات وسطح الجدار معدومة إلا عند الاصطدام، واصطدام الجزيء بالسطح هو اصطدام مرن.
- ضمن هذه التقريبات الضغط المحسوب يُسمى بالضغط الحركي.

ج. حساب الضغط الحركي

لنتأمل غازاً يحقق شروط تقريب الغاز الكامل ضمن أسطوانة أفقية، نفترض أنّ التقريبات الواردة في الفقرة السابقة محققة.



الشكل 3-5: عند اصطدام جسيم بالسطح الأيمن تتغير كمية حركته بمقدار $(\Delta P) = -2mv_x u_x$.

لننظر إلى السطح الأيمن للأسطوانة ولتكن مساحته S (الشكل 3-5) يعاني هذا السطح من اصطدام الجزيئات به، وقد افترضنا أنّ هذه الاصطدامات مرنة، فجزء يصدم السطح الأيمن بسرعة $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ يرتد عنه بسرعة تساوي $\mathbf{v}' = (-v_x, v_y, v_z)$ ، فإذا كانت كتلة الجزيء m فإنّ تغير كمية حركته تساوي:

$$(\Delta P) = -2mv_x u_x$$

إنّ الجزيئات التي يمكنها صدم السطح الأيمن خلال زمن δt (بافتراض مركبة سرعة الجزيء على المحور ox تساوي v_x) هي الجزيئات المحتواة في أسطوانة قاعدتها السطح الأيمن وارتفاعها $v_x \delta t$ ، بشرط أن تكون جهة حركة هذه الجزيئات باتجاه السطح الأيمن، إنّ عدد هذه الجزيئات المحتواة في أسطوانة قاعدتها السطح الأيمن وارتفاعها $v_x \delta t$ يساوي:

$$\delta N = \ell S v_x \delta t$$

حيث: ℓ هو عدد الجزيئات في واحدة الحجم داخل الأسطوانة.

ولكن نصف هذه الجزيئات فقط له مركبة سرعة موجبة على المحور Ox وتقوده لصدم السطح الأيمن، إذن يكون عدد الجزيئات التي تصدم السطح الأيمن خلال زمن δt يساوي:

$$\delta N' = \frac{1}{2} \ell S v_x \delta t$$

نستنتج أنّ كمية الحركة التي يتلقاها السطح الأيمن نتيجة التصادمات خلال الزمن dt تساوي:

$$\delta \mathbf{P} = (\Delta \mathbf{P})_1 \cdot \delta N' = (2m v_x \mathbf{u}_x) \frac{1}{2} \ell S v_x \delta t$$

$$\delta \mathbf{P} = (m \ell S v_x^2 \delta t) \mathbf{u}_x$$

نستنتج أنّ القوة التي يخضع لها السطح الأيمن:

$$\mathbf{F} = \frac{\delta \mathbf{P}}{\delta t} = (m \ell S v_x^2) \mathbf{u}_x$$

والقوة المتوسطة تساوي:

$$\langle \mathbf{F} \rangle = (m \ell S \langle v_x^2 \rangle) \mathbf{u}_x$$

ومن ثمّ يكون الضغط:

$$P = m \ell \langle v_x^2 \rangle$$

ولما كانت جميع الاتجاهات متكافئة، فإنّ:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$

ولدينا:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

نستنتج:

$$P = \frac{1}{3} m \ell \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} \ell \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{2}{3} \ell \langle \epsilon \rangle$$

نلاحظ من خلال هذه العلاقة ارتباط الضغط الذي نقيسه بالطاقة الحركية المتوسطة للجزيء.

5.5. معادلة الحالة للغاز الكامل

ليكن N عدد الجزيئات في الأسطوانة، وليكن V حجم الغاز، فيكون $\ell = \frac{N}{V}$. ولكن

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT$$

نستنتج:

$$P = \frac{N}{V} kT \Rightarrow PV = NkT$$

نلاحظ وجود تشابه بين هذه المعادلة ومعادلة الغاز الكامل الماكروسكوبي:

$$PV = nRT$$

لتحقيق التساوي بين درجتي الحرارة الترموديناميكية (المعرفة ماكروسكوبياً) والحركية (المعرفة ميكروسكوبياً) يجب أن يكون:

$$Nk = nR$$

مما يُحدّد قيمة k من خلال العلاقة التالية:

$$k = \frac{nR}{N} = \frac{R}{A}$$

حيث A هو عدد أفوغادرو.

بالحساب نجد:

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$$

6.5. الطاقة الداخلية للغاز الكامل

وجدنا أن الطاقة الداخلية للغاز الكامل تساوي:

$$U = N \langle \varepsilon \rangle$$

إذن:

$$U = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} nRT$$

هذه النتيجة تعبر عن قانون جول الأول:

" الطاقة الداخلية لغاز كامل لا تتعلق إلا بدرجة حرارته "

7.5. حدود صلاحية نموذج الغاز الكامل

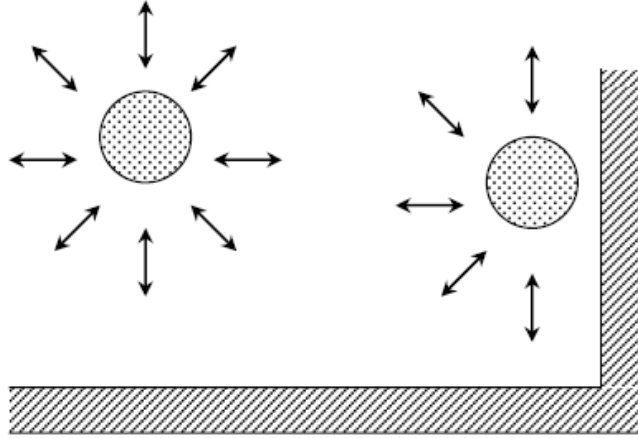
يبقى تقريب الغاز الكامل جيداً ما دام الغاز ممدداً بشكل يكفي لإهمال قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات، وفي الحالة المعاكسة لا تبقى المعادلة $PV = nRT$ صحيحة ولا يمكن الوصول بها إلى نتائج مرضية، ولا بُد من وضع معادلة تأخذ بأثر وجود قوى تأثير متبادل بين الجزيئات. وهذا ما قام به فان-در-فال بوضع معادلة يمكن استخدامها كمعادلة حالة للغاز الحقيقي عندما تفقد معادلة الغاز الكامل صلاحيتها.

يمكننا الوصول إلى معادلة فان-در-فال بإدخال حدود تصحيحية على معادلة الغاز الكامل:

أ. التصحيح على الحجم: عندما يقترب جزيئان إلى مسافة $r < r_0$ فإنهما يتدافعان، وكأنّ لكلّ جزيء حجماً خاصاً لا يمكن دخوله من قبل جزيء آخر، لذلك فإنّ الحجم المتاح لأن يدخله جزيء ليس V حجم الحيز الذي يشغله الغاز وإنما $V - Nb = V - nb$ حيث B يُمثّل الحجم الذي لا يمكن دخوله بجوار جزيء، و b الحجم الذي لا يمكن دخوله نتيجة وجود مول من الغاز ضمن الحيز، وهو ثابت يتغيّر من غاز إلى آخر. بإدخال هذا التصحيح على معادلة الغاز الكامل تُصبح:

$$P(V - nb) = nRT$$

ب. حد التصحيح على الضغط



الشكل 4-5: توزع القوى التأثير المتبادل التي يعاني منها جزيء بجوار سطح الحيز الذي يشغله الغاز، والتي يعاني منها جزيء في داخل الغاز محاط بجزيئات أخرى من جميع الجهات.

يعبر هذا الحد عن التجاذب بين الجزيئات عندما يكون $r > r_0$ (انظر الفقرة 1.1.5)، الجزيئات القريبة من سطح جدار الحيز تتعرض للجذب من قبل الجزيئات الأخرى في الغاز، بينما تخضع الجزيئات داخل الغاز إلى محصلة معدومة (الشكل 4-5)، وهذا يؤدي إلى أنّ الضغط الذي يخضع له جدار الحيز أصغر من الضغط داخل الغاز، لذلك يجب أن نطرح من قيمة الضغط المقاس حداً نسميه الضغط الداخلي. تجدر الإشارة هنا إلى أنّ الجزيئات القريبة من السطح تخضع لقوى متبادل مع جزيئات السطح لكن نأخذ هنا بفرضية أنّ هذه القوى أضعف من قوى التأثير المتبادل بين جزيئات الغاز. يتناسب الضغط الداخلي مع عدد الاصطدامات على سطح الجدار وعدد هذه الاصطدامات يتناسب مع عدد المولات في واحدة الحجم n/V ، وطاقة التأثير المتبادل تتناسب مع n/V ، إذن يُمكن كتابة الضغط الداخلي مع $a(n/V)^2$ حيث a ثابت يتعلق بالغاز.

بإدخال هذا التصحيح نجد:

$$P = \frac{nRT}{V - nb} - a\left(\frac{n}{V}\right)^2$$

ومن ثمَّ تُصبح معادلة الغاز بعد إدخال التصحيح:

$$\left[P + a\left(\frac{n}{V}\right)^2 \right] (V - nb) = nRT$$

ملاحظة: توجد معادلات أخرى تأخذ بالحسبان قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات بشكل أدق من معادلة فان-در-فال، وذلك بكتابة الجداء PV على شكل متسلسلة كالتالي:

$$PV = nRT \left(1 + n \frac{A}{V} + n^2 \frac{B}{V^2} + \dots \right)$$

الثوابت A ، B ، . . . نعيّنها بالتجربة.

تمرين محلّول

1. أوجد رتبة الكبر للبعد المتوسط بين جزيئين في الشرطين النظاميين:

أ. لغاز.

ب. للماء السائل.

الحل:

أ. بتطبيق معادلة الغاز الكامل نجد أنّ مولاً واحداً من غاز كامل يشغل حجماً

قدره:

$$V = \frac{RT}{P} = \frac{8.314 \times 273}{1.013 \times 10^5} = 0.0224 \text{ m}^3$$

ومن ثمَّ عدد الجزيئات في واحدة الحجم يساوي:

$$\ell = \frac{N_A}{V} = \frac{6.022 \times 10^{23}}{0.0224} = 2.69 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

بافتراض أن كل جزيء يشغل مكعباً طوله يساوي d البعد بين جزيئين نجد:

$$d \approx 3 \times 10^{-9} \text{ m}$$

ملاحظة: في غاز مثل الأكسجين أو الهيدروجين يمكننا إهمال قوى التجاذب بين الجزيئات عندما يكون البعد من هذه الرتبة.

ب. الكتلة المولية للماء تساوي 18 g.mol^{-1} ، والكتلة الحجمية للماء تساوي

$$10^3 \text{ kg.m}^{-3} \text{ نستنتج أن عدد الجزيئات في واحدة الحجم يساوي:}$$

$$3.3 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

ومن ثم يكون البعد المتوسط بين جزيئين:

$$d \approx 3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

ملاحظة: لا يمكن هنا إهمال قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات والتي تؤثر على خواص الماء السائل.



تمارين

1. نذكر أن الانضغاطية بدرجة حرارة ثابتة تُعطى بالعلاقة:

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

اكتب عبارة χ_T بدلالة P و V_{mol} الحجم المولي، لغاز يحقق معادلة فان -

در-فال.

$$\chi_T = \frac{1}{P - \frac{a}{V_m^2} + \frac{bP}{V_m}} \quad \text{الجواب:}$$

2. كتلة كوكب عطارد مقارنة بكوكب الأرض $m_M = 0.055 m_T$ ، ونصف قطر الكوكب $R_M = 0.38 R_T$ ، درجة الحرارة على سطح عطارد $T_M \approx 350^\circ \text{C}$ عندما تكون الشمس في كبد السماء، احسب السرعة اللازمة لتحرر جزيء من CO_2 من الكوكب، واشرح سبب غياب الغلاف الجوي في هذا الكوكب، خذ للشرح غاز CO_2 الذي كان على الأرض في بداية حياتها.

الجواب: $v_{lib} = 4 \times 10^4 \text{ m/s}$ ، السرعة التربيعية المتوسطة لغاز CO_2 على سطح عطارد هي من رتبة 600 m/s ، ومن ثمّ توجد دوماً جزيئات تتجاوز هذه القيمة وتصل إلى قيمة سرعة التحرر مما يسمح بانفلات الجزيئات تدريجياً من الكوكب.



انتشار الجسيمات ونقل الحرارة

1.6. انتشار الجسيمات

1.1.6. مثال على ظاهرة انتشار الجسيمات

نضع زجاجة عطر في إحدى زوايا الغرفة، ونفتح الغطاء، خلال ثوان معدودة نجد أنّ رائحة العطر قد انتشرت في كل أرجاء الغرفة، تحصل هذه الظاهرة وإن كان هواء الغرفة في حالة سكون ولا حاجة لتيارات الهواء لنقل جزيئات العطر إلى أرجاء الغرفة.

تُسقط قطرة من الحبر في حوض زجاجي، ونراقب ما يحدث، نجد أنّ بقعة الحبر أخذت بالتوسع مما يدلّ على انتشار الحبر في الماء، ولو انتظرنا فترة كافية سوف نجد أنّ كامل الماء قد تلوّن بالحبر. إنّ ما نشاهده هو انتشار جزيئات الحبر من موقع إلقاء قطرة الحبر حيث يوجد تركيز مرتفع من الحبر إلى المناطق الأخرى حيث التركيز منخفض أو معدوم، وعندما نصل إلى حالة التوازن يُصبح تركيز الحبر متساوياً في كل أرجاء السائل. من ناحية ثانية إنّ الانتشار هو ظاهرة غير عكوسة، حيث إنّنا مهما انتظرنا فلن يعود الحبر في هذا المثال إلى وضعه الابتدائي أي إلى قطرة حبر ضمن الماء.

لا يقتصر الانتشار على الأوساط المائعة بل نجده في الأوساط الصلبة،
وُستثمر هذه الظاهرة في بعض التطبيقات الصناعية، كصناعة الألياف الضوئية،
وذلك لإشابة الليف الضوئي مما يسمح بتغيير قرينة انكساره.

تنتج ظاهرة الانتشار عن المهيجان الحراري الذي يسعى إلى انتظام توزّع
الجسيمات في الحيز الذي تشغله المادة، سوف ندرس الانتشار في هذا البحث
من خلال نموذج مبسّط يأخذ بالتقريبات التالية:
أ. نفترض أنّه لا توجد تيارات في الوسط المدروس.

ب. ندرس المسألة ببعد وحيد حيث نفترض أنّ تركيز المادة المنتشرة
لا يتغيّر إلا وفق اتجاه وحيد.

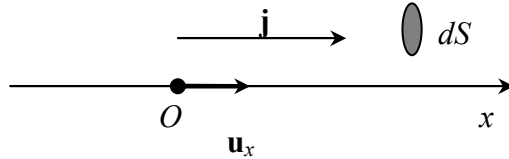
2.1.6. قانون فيك Fick

لنتأمّل وسطاً تنتشر فيه جسيمات بالاتجاه Ox ، إنّ تركيز الجسيمات
 n يتعلّق بـ x من ناحية وبالزمن t ولا يتعلّق بمتمحولات أخرى، أي
 $n = n(x, t)$.

إنّ عدد الجزيئات الذي يعبر سطحاً dS عمودياً على المحور Ox خلال الزمن
 δt يُمكن كتابته:

$$\delta N(x, t) = j_n dS \delta t$$

حيث نسمي المقدار $\mathbf{j}_n(x, t) = j_n(x, t)\mathbf{u}_x$ شعاع كثافة تيار
الجسيمات (الشكل 6-1)، وهو يُمثّل عدد الجسيمات التي تعبر السطح dS في
واحدة الزمن.



الشكل 6-1: شعاع كثافة الجسيمات.

وضع أدولف فيك في عام 1856 قانونه الذي يربط بين j_n وتركيز الجزيئات في نقطة ما، ويكتب هذا القانون في حالة انتشار ببعد وحيد:

$$j_n(x,t) = -D \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_t$$

تدلّ الإشارة (-) على أنّ جهة تدفق الجسيمات هو باتجاه التراكيز الأخفض.

يُسمّى المقدار D الانتشارية أو معامل الانتشار، وهو مقدار موجب. يتعلق هذا المقدار بوسط الانتشار من ناحية وبطبيعة الجسيمات المنتشرة. ولكنّه لا يتعلق بشكل عام بالتركيز n على مجال واسع من التراكيز، ولكنّه قد يتعلّق بالتركيز عند التراكيز الحدية، فمثلاً عند التراكيز العالية تُصبح المسافات بين الجسيمات صغيرة بحيث تصبح قوى التأثير المتبادل غير مهمة.

من ناحية أخرى يتزايد معامل الانتشار مع تزايد درجة الحرارة ويتناقص مع تزايد الضغط، ويرتبط هذا المعامل بكل من درجة الحرارة والضغط بالعلاقة التجريبية:

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^\alpha \frac{P_0}{P}$$

حيث D_0 هو معامل الانتشار في الشرطين النظاميين (P_0, T_0) ، و α

ثابت يتغيّر من غاز إلى آخر ويتراوح بين 1.6 و 2.

يقاس D بـ m^2/s ، وغالباً ما نجده في الجداول مقدراً بـ cm^2/s .

يُعطي الجدول (1-6) قيم D لعدد من الغازات في الهواء في الشرطين النظاميين

جدول 1.6:

قيم معامل الانتشار لعدد من الغازات في الهواء في الشرطين النظاميين

الغاز	$D(\text{cm}^2/\text{s})$
H_2O	0.219
CO_2	0.138
CH_4	0.196
H_2	0.611
O_2	0.178

ملاحظة: في الحالة العامة يُكتب قانون فيك على الشكل التالي:

$$j_n = -D \text{grad } n$$

تسمح هذه المعادلة بحل مسائل الانتشار ثنائي وثلاثي البعد.

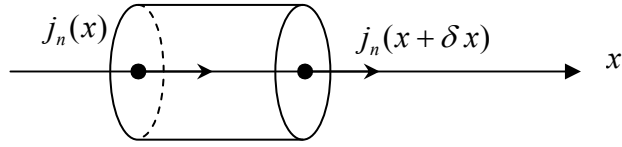
3.1.6. معادلة الانتشار

نتأمل حجماً صغيراً أسطوانياً الشكل محوره Ox موازٍ لشعاع كثافة التيار $\vec{j}_n$ ، يتقاطع مع قاعدتي الأسطوانة في الفاصلتين x ، و $x + \delta x$ ، ولتكن S مساحة القاعدة. لنحسب تدفق شعاع كثافة التيار من خلال سطح الحجم العنصري:

- التدفق من خلال السطح الجانبي معدوم لأن $\vec{j}_n$ منطبق على السطح في كل نقطة منه.

- التدفق من خلال القاعدة اليسرى يساوي: $Sj_n(x)$.

- التدفق من خلال القاعدة اليمنى يساوي: $Sj_n(x + \delta x)$.



الشكل 6-2: حجم صغير أسطواني الشكل له المحور Ox الموازي لشعاع كثافة التيار $\vec{j}_n$.

وبافتراض أنه لا يوجد توليد للجسيمات داخل الحجم العنصري إذن تغيّر عدد الجسيمات داخل الحجم العنصري في واحدة الزمن $S \delta x \frac{\partial n}{\partial t}$ يساوي التدفق الكلي، إذن:

$$S \delta x \frac{\partial n}{\partial t} = S j_n(x) - S j_n(x + \delta x)$$

بنشر الحد الأخير في المعادلة السابقة والاكتفاء بالحد الذي يحوي المشتق

$$j_n(x + \delta x) \approx j_n(x) + \frac{\partial j_n(x)}{\partial x} \delta x$$

نستنتج:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{\partial j_n}{\partial x}$$

بافتراض أنّ تغيرات كل من درجة الحرارة والضغط صغيرة على الحيز

المدرس، فإنّ D لا تتعلّق إلا بـ x ، لنشتق قانون فيك بالنسبة لـ x :

$$\frac{\partial j_n}{\partial x}(x, t) = -D \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)$$

لنعوّض في العلاقة السابقة نجد:

$$\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}}$$

تُعرف المعادلة الأخيرة بمعادلة الانتشار.

حالة خاصة: الانتشار المستقر

في الحالة المستقرة تكون المقادير مستقلة عن الزمن، إذن لا يتعلق التركيز n بالزمن ولدينا $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ ، نتأمل حالة انتشار باتجاه وحيد ونفترض أنّ D ثابتة، عندها نجد من معادلة الانتشار:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial n}{\partial x} = \text{const.}$$

ومن معادلة فيك نجد:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = -\frac{j_n}{D}$$

أي إنّ j_n ثابتة ومستقلة عن x .

لنكامل العلاقة السابقة فنجد:

$$n(x) = -\frac{j_n}{D}x + n(0)$$

أي إنّ التركيز يتغيّر بشكل خطي مع المسافة.

مثال: تنتشر الجسيمات في أنبوب طوله L ، ومساحة مقطعه S ، وليكن n_1 و n_2 تركيز الجسيمات في بداية الأنبوب (الجهة اليسرى) و نهايته (الجهة اليمنى) على الترتيب. نستنتج أن كثافة التيار تُعطى بالعلاقة:

$$j_n = D \frac{n_1 - n_2}{L}$$

ويُعطى التدفق الكلي للجزيئات بالعلاقة:

$$I_n = D \frac{S}{L} (n_1 - n_2)$$

تسمح لنا هذه العلاقة بحساب قيمة D .

4.1.6. تعميم

يمكن أن نستنتج أنّ معادلة الانتشار في حالة الانتشار بثلاثة أبعاد

تُكتب:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \Delta n$$

حيث Δn هو لابلاسي n .

2.6. نقل الحرارة

1.2.6. تعاريف

هناك ثلاثة طرق لانتقال الحرارة هي النقل والحمل والإشعاع.

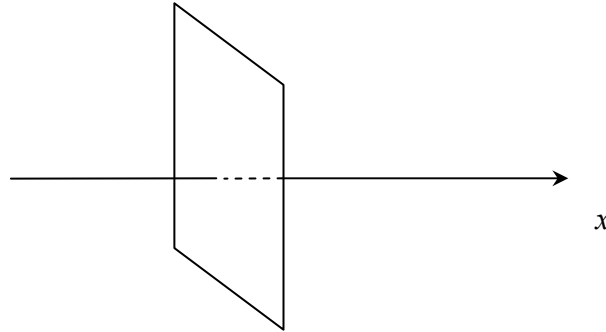
النقل: هو انتقال الحرارة ضمن وسط مادي دون حركة ماكروسكوبية داخل المادة.

الحمل: هو انتقال الحرارة عن طريق انتقال المادة بين أجزاء الجملة.

الإشعاع: هو انتقال الحرارة عن طريق الإشعاع الكهرومغناطيسي.

2.2.6. قانون فورييه Fourier

سوف ندرس نقل الحرارة باتجاه وحيد، وليكن وفق اتجاه Ox . لنأمل جسماً متجانساً، درجة حرارته لا تتعلق إلا بالفاصلة x ، والزمن t ، أي إنّ درجة الحرارة تأخذ القيمة نفسها في كل نقاط أي مستوى عمودي على المحور Ox في اللحظة نفسها (الشكل 3-6)، أي $T = T(x, t)$.



$$x = cte$$

الشكل 3-6: في المستوي العمودي على المحور Ox لدينا درجة الحرارة نفسها.

تعريف: نسمي كثافة تيار الحرارة j_Q : كمية الحرارة التي تعبر واحدة السطح العمودي على Ox في واحدة الزمن.

واحدة كثافة تيار الحرارة هي: $W.m^{-2}$.

إذا كانت درجة حرارة الجسم ثابتة فلا يوجد انتقال للحرارة، ولدينا $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ و $j_Q = 0$. وإذا كانت درجة الحرارة متغيرة بتغير x ، أي $\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$ ، عندها يوجد انتقال للحرارة ولدينا $j_Q \neq 0$ ، بالتجربة نجد أنّ هناك تناسباً طردياً بين تغير درجة الحرارة مع المسافة وكثافة تيار الحرارة، وهو ما يُعبّر عنه بالعلاقة:

$$j_Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

يعرف القانون السابق بقانون فورييه ببعد وحيد. وتسمى λ الناقلية الحرارية وهي دوماً موجبة. لاحظ أنّ الإشارة السالبة تدل على أنّ جهة انتقال الحرارة هي باتجاه المناطق ذات درجة الحرارة الأدنى.

تتغير الناقلية الحرارية بشكل عام حسب المادة، كما تعتمد الناقلية الحرارية بشكل صغير على درجة الحرارة. والسوائل بشكل عام سيئة النقل للحرارة، و يتم نقل الحرارة فيها بالحمل بشكل أساسي. أما الغازات فهي تتمتع بناقلية حرارية صغيرة ويعتبر الهيدروجين كأفضل ناقل غازي للحرارة. في الجدول (2-6) نجد قيمة الناقلية الحرارية لعدد من المواد.

الجدول 2-6: الناقلية الحرارية لعدد من المواد.

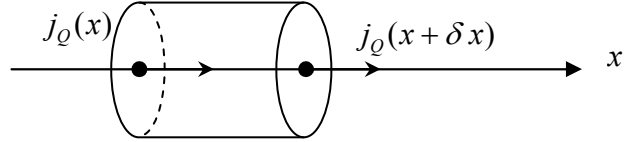
المادة	الفضة	النحاس	الباطون	الزجاج	الخشب	بوليستيرين	الهيدروجين	الهواء
λ الناقلية ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	418	390	1.5	1.2	0.2	0.004	0.18	0.025

ملاحظة: يُكتب الشكل العام لقانون فورييه حيث تنتقل الحرارة في اتجاهات متعددة:

$$\mathbf{j}_Q = -\lambda \text{ grad } T$$

3.2.6. انحفاظ كمية الحرارة

نتأمل الحالة التي لا يوجد فيها منابع حرارية داخل المنطقة التي تنتشر فيها الحرارة، ولنتأمل أسطوانة محورها ينطبق على المحور Ox ، وليكن طول الأسطوانة δx ، ولتكن S مساحة قاعدة الأسطوانة. انظر الشكل (4-6).



الشكل 4-6: انتشار وحيد الاتجاه.

لنحسب تدفق الحرارة (وهو تدفق شعاع كثافة تيار الحرارة) من خلال جدران الأسطوانة (آخذين ما يدخل موجباً وما يخرج سالباً):

- تدفق الحرارة من خلال القاعدة اليسرى يساوي: $\Phi_l = S j_Q(x)$.
- التدفق من خلال القاعدة اليمنى يساوي: $\Phi_r = -S j_Q(x + \delta x)$.
- التدفق من خلال السطح الجانبي معدوم لأن $\vec{j}_Q$ منطبق على السطح في كل نقطة منه.

كمية الحرارة التي تتلقاها الأسطوانة في واحدة الزمن تساوي:

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi_l - \Phi_r = S [j_Q(x) - j_Q(x + \delta x)]$$

$$\frac{dQ}{dt} = S \{ j_Q(x) - [j_Q(x) + \frac{\partial j_Q}{\partial x} \delta x] \}$$

$$\frac{dQ}{dt} = -S \frac{\partial j_Q}{\partial x} \delta x$$

وكمية الحرارة المتلقاة خلال الفترة dt تساوي:

$$dQ = \rho dv c dT$$

$$\frac{dQ}{dt} = \rho dv c \frac{\partial T}{\partial t}$$

حيث: dv حجم الأسطوانة العنصرية وتساوي $dv = S \delta x$ ، و ρ

الكتلة الحجمية للمادة، و c الحرارة النوعية للمادة.

نستنتج:

$$-S \frac{\partial j_Q}{\partial x} \delta x = \rho dv c \frac{\partial T}{\partial t}$$

إذن:

$$\boxed{\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = 0}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن انحفاظ كمية الحرارة.

4.2.6. معادلة الحرارة

من معادلة فورية نجد:

$$\frac{\partial j_Q}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

نعوّض في معادلة انحفاظ الحرارة فنجد:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

أو:

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0}$$

وهي معادلة الحرارة. نسمي المقدار $h = \frac{\lambda}{\rho c}$ الانتشار الحراري.

5.2.6. حل معادلة الحرارة

1. الانتشار المستقر للحرارة

في الحالة المستقرة تكون المقادير مستقلة عن الزمن، إذن لا تتعلق درجة الحرارة T بالزمن ولدينا $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ ، نتأمل حالة انتشار باتجاه وحيد ونفترض أنّ λ ثابتة، نجد عند ذلك من معادلة الانتشار:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T = Ax + B$$

حيث A و B ثابتان يتحددان من الشروط الابتدائية.

ومن قانون فورييه:

$$j_Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda A$$

تطبيق 1: انتشار الحرارة في أسطوانة معدنية: نتأمل انتشار الحرارة في أسطوانة معدنية طولها L ، ومساحة مقطعها S ، وقاعدتها اليسرى في تماس مع منبع حراري درجة حرارته T_1 ، وقاعدتها اليمنى في تماس مع منبع حراري درجة حرارته T_2 ، لنعوّض هذه الشروط الحدية في المعادلة $T = Ax + B$:

$$T_1 = B$$

$$T_2 = AL + B$$

نستنتج:

$$A = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

ومن ثمّ:

$$j_Q = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L}$$

كمية الحرارة التي توصلها الأسطوانة في واحدة الزمن تساوي:

$$\frac{dQ}{dt} = S |j_Q| = S \lambda \frac{T_2 - T_1}{L}$$

تطبيق 2: انتقال الحرارة عبر حائط: نتأمل حائط غرفة مساحته S وسماكته L ، وناقليته الحرارية λ ، درجة حرارة الهواء الخارجي T_1 ، ودرجة حرارة الغرفة T_2 ، فتكون كمية الحرارة المتسربة إلى الخارج في واحدة الزمن:

$$\frac{dQ}{dt} = S |j_Q| = S \lambda \frac{T_2 - T_1}{L}$$

ملاحظة: لنعرّف في التطبيق 1 شدة التيار الحراري بأنها كمية الحرارة التي تعبر مقطع الأسطوانة في واحدة الزمن أي $I_Q = S j_Q$ ، نستنتج:

$$I_Q = S \lambda \frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}}$$

مع $R_{th} = \frac{1}{\lambda S} L$ ، نسمي هذا المقدار المقاومة الحرارية بالمقارنة مع

المقاومة الكهربائية. لاحظ أن درجة الحرارة تقابل الكمون الكهربائي، وكمية الحرارة تقابل كمية الكهرباء.

2. تغيّر جيبي في درجة الحرارة

نتأمل وسطاً يشغل المنطقة $(x \geq 0)$ ، ودرجة الحرارة في المستوي Oyz ، تُعطى بالعلاقة:

$$T(0, t) = T_0 + \theta_0 \cos \omega t$$

نفترض $(\theta_0 \ll T_0)$ ، لنبحث عن حل لمعادلة الانتشار في الوسط يأخذ في الساحة العقدية الشكل:

$$\theta(x, t) = \alpha(x) e^{j\omega t} \quad \text{بحيث} \quad T(x, t) = T_0 + \theta(x, t)$$

بالتعويض في معادلة الحرارة نجد:

$$\alpha(x) j\omega = h \frac{d^2 \alpha}{dx^2}$$

ومن ثمَّ:

$$\frac{d^2\alpha}{dx^2} - j\frac{\omega}{h}\alpha(x) = 0$$

المعادلة المميزة:

$$r^2 - j\frac{\omega}{h} = 0$$

وحلولها:

$$r_{\pm} = \pm\sqrt{\frac{\omega}{h}}\sqrt{j} = \pm\sqrt{\frac{\omega}{2h}}(1+j)$$

ومن ثمَّ:

$$\alpha(x) = Ae^{\sqrt{\frac{\omega}{2h}}(1+j)x} + Be^{-\sqrt{\frac{\omega}{2h}}(1+j)x}$$

في حال $x \rightarrow \infty$ ، الحد الأول يسعى إلى اللانهاية وهذا غير مقبول فيزيائياً، إذن $A = 0$.

نلاحظ أنه في حال $x = 0$ لدينا $B = \theta_0$ إذن:

$$\alpha(x) = \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2h}}(1+j)x}$$

ومن ثمَّ:

$$\theta(x,t) = \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2h}}x} e^{j\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2h}}x\right)}$$

والجزء الحقيقي من الحل السابق:

$$\theta(x,t) = \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2h}}x} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2h}}x\right)$$

ومن ثمَّ:

$$T(x,t) = T_0 + \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2h}}x} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2h}}x\right)$$

نلاحظ أنه لدينا موجة حرارية متخامدة، شعاع موجتها له الطويلة $K = \sqrt{\frac{\omega}{2h}}$ وسرعة الطور تساوي:

$$v_\phi = \frac{\omega}{K} = \sqrt{2h\omega}$$

نلاحظ أن التخامد يزداد كلما ازدادت ω . ونلاحظ أن أول انعكاس للطور

يحدث عند تغلغل الموجة مسافة δ ، بحيث: $\delta \sqrt{\frac{\omega}{2h}} = \pi$ أي:

$$\delta = \pi \sqrt{\frac{2h}{\omega}}$$

عند هذه القيمة نجد أن مطال الجزء المتغير قد انخفض إلى

$0.43 \approx e^{-\pi}$ من مطاله الأعظم، أي أقل من 5%، نسمي δ عمق النقل.

تطبيق: يبلغ الانتشار الحراري للتراب: $h \approx 7.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ، في حال التغيرات اليومية للحرارة، يكون الدور مساوياً: $P = 24 \text{ h}$ ، إذن $\delta = 0.45 \text{ m}$ وتكون: $v_\phi \approx 10^{-5} \text{ m/s} = 3.6 \text{ cm/h}$ ، أي في حال تجويف تحت الأرض، نضمن شبه انعدام لتأثير التغيرات الحرارية اليومية إذا كانت سماكة التراب فوق التجويف تتجاوز النصف متر. ومن هنا أتت أهمية أن يكون عمق تمديدات المياه في التربة من هذه الرتبة. من ناحية ثانية نلاحظ أن التغيرات الحرارية اليومية في الهواء لا يصل أثرها إلى عمق بضعة سنتيمترات في التراب إلا بعد ساعات.

لنتأمل الآن التغيرات السنوية والتي يبلغ دورها $P = 365 \text{ days}$. نجد أن

$\delta = 8.6 \text{ m}$ ، وأن: $v_\phi \approx 2.7 \times 10^{-7} \text{ m/s} = 9.7 \times 10^{-4} \text{ m/h}$ ، نستنتج أن

المغاور التي يزيد سمك التراب فوقها عن الثمانية أمتار لا تكاد تتأثر بالتغيرات المناخية وتحافظ على درجة حرارة ثابتة تقريباً طيلة العام، كما نلاحظ أن الزمن اللازم لوصول تأثير التغيرات الحرارية الفصلية إلى عمق 3 أمتار يزيد على المئة يوم، أي إن تأثير تغير الحرارة في أحد الفصول يتأخر فصلاً كاملاً، فجدور

النباتات مثلاً التي تقع على هذا العمق لن تستشعر قدوم الصيف إلا في الخريف.

3.6. مقارنة ميكروسكوبية لظاهرة الانتشار

1.3.6. المقطع الفعال للصدم

لنفترض بداية أن الجزيئات في الوسط الذي تنتشر فيه الجسيمات هي جزيئات ساكنة، ليكن $n(x,t)$ تركيز الجسيمات المنتشرة ولتكن v سرعة هذه الجسيمات ونفترضها ثابتة، وليكن N تركيز الجزيئات الساكنة، إن عدد الجسيمات التي تعبر ناظماً واحدة السطح في واحدة الزمن هي المحتواة في أسطوانة طولها يساوي v بالقيمة ومساحة قاعدتها تساوي واحدة المساحة، إذن يساوي:

$$\Phi_1 = n v$$

لنتأمل أحد الجزيئات الساكنة، وليكن N_d عدد الجسيمات المنتشرة التي يصطدم كل منها بهذا الجزيء الساكن في واحدة الزمن، نعرف المقطع الفعال σ بأنه النسبة بين عدد الجسيمات التي تقوم بعملية الصدم (N_d) من بين الجسيمات الواردة، إلى عدد الجسيمات الواردة (Φ_1)، إذن:

$$\sigma = \frac{N_d}{\Phi_1}$$

نتيجة: يمثل $N_d = \sigma \Phi_1 = \sigma n v$ عدد الجسيمات التي يقوم كل منها بصدم جزيء ساكن، لنحسب عدد التصادمات التي تحدث في عنصر حجمي dV ، إن عدد الجزيئات الساكنة في هذا العنصر الحجمي يساوي: $N dV$ ، ومن ثم، يكون عدد التصادمات التي تحدث في هذا الحجم العنصري مساوية:

$$N_d N dV = n N \sigma v dV$$

وعدد التصادمات التي يقوم بها الجسيم المنتشر في واحدة الزمن تساوي:

$$N_c = \frac{n N \sigma v dV}{ndV} = N v \sigma$$

أي إنّ عدد التصادمات التي يعاني منها جسيم منتشر يساوي عدد الجزيئات الساكنة في أسطوانة طولها v ومساحة مقطعها σ .

لنعطي نموذجاً آخر للمقطع الفعال للانتشار: لنقرّب الجزيء الساكن بكرة صغيرة نصف قطرها R ، والجسيم المنتشر بكرة نصف قطرها r ، سوف يقوم الجسيم المنتشر بصدم الجزيء الساكن إذا كان مسار مركز الجسيم المنتشر يبعد عن مركز الجزيء الساكن مسافة أصغر أو تساوي $R+r$ ، أي إذا عبر مركز الجسيم المنتشر القرص ذا نصف القطر $R+r$ والذي ينطبق مركزه على مركز الجزيء الساكن، ومن ثمّ يكون عدد الجسيمات التي تصدم الجزيء الساكن يساوي إلى :

$$N_d = \Phi_1 \pi(R+r)^2$$

بالنتيجة يكون المقطع الفعال للانتشار مساوياً:

$$\sigma = \pi(R+r)^2$$

يقاس المقطع الفعال للانتشار بالمتّر المربع في الجملة الدولية، وهناك وحدة شائعة وهي البارن barn، وتستخدم في حال التصادمات على المستوى النووي، ولدينا: $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$.

2.3.6. المسير الحر الوسطي

لنقدّر طول المسار الذي يقطعه الجسيم بين اصطدامين متتاليين، وهو ما ندعوه بالمسير الحر. وجدنا في الفقرة السابقة أنّ عدد التصادمات التي يعاني منها جسيم منتشر يساوي $N_c = Nv\sigma$ في واحدة الزمن، ومن ثمّ يكون الزمن الفاصل بين تصادمين يساوي:

$$\tau = \frac{1}{Nv\sigma}$$

وخلال هذا الزمن يقطع الجسيم مسافة قدرها:

$$\ell = v\tau = \frac{1}{N\sigma}$$

تمثّل هذه القيمة ما يُمكن وصفه برتبة المسافة التي يقطعها الجسيم بين تصادمين متتاليين ونسميها المسير الحر الوسطي.

ملاحظة: نفترض القيمة السابقة أنّ الجسيمات تنتشر في وسط جزيئاته ساكنة، في حالة انتشار الجسيمات في وسطها نفسه، يجب الأخذ بالحسبان حركة الجسيمات المصدومة، نبرهن عندها أنّ:

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n\sigma}$$

وهو من نفس رتبة الكبر للقيمة الأسبق.

مثال: في حالة الأرجون لدينا $2r = 3 \text{ Å}$ ، وفي الشرطين النظاميين يشغل مول من غاز الأرجون حجماً قدره 22.4 L ، إذن عدد الجزيئات في واحدة الحجم:

$$n = \frac{6.022 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^{-3}} = 2.69 \times 10^{25} \text{ molecule/m}^3$$

والمقطع الفعال للانتشار يساوي:

$$\sigma = \pi(3 \times 10^{-10})^2 = 2.83 \times 10^{-19} \text{ m}^2$$

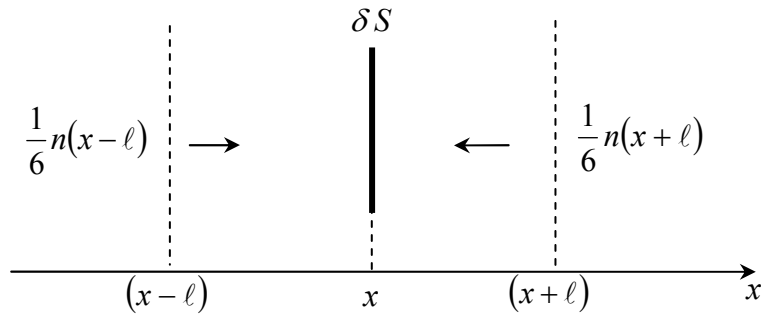
نستنتج:

$$\ell \approx 0.1 \mu\text{m}$$

لنحسب التركيز اللازم للحصول على مسير حر متوسط من رتبة 10 cm، أي في حال وُجد الغاز ضمن حاوية مغلقة حجمها لتر واحد، كم يجب أن يكون الضغط ليكون للجزيء فرصة عبور الحاوية من جهة إلى أخرى دون صدم جزيء آخر؟ نلاحظ أنّ ℓ يتناسب عكساً مع n ، إذن يجب أن نقسم n بـ 10^{-6} ، وبالتالي يجب قسمة الضغط بالعدد نفسه، فنجد ضغطاً قدره $7.6 \times 10^{-4} \text{ mmHg}$ ، يبدو هذا الضغط صغيراً، ولكن يجب ملاحظة أنّه في هذا الضغط لدينا 2.7×10^{13} جزيء في السنتيمتر المكعب الواحد.

3.3.6. حساب معامل الانتشار في غاز

سوف نقوم بحساب تقديري يُعطي قيمة تقريبية لمعامل الانتشار: لنفترض مجموعة من الجزيئات المتماثلة بتركيز n_0 ثابت، ونفترض أنّ مجموعة أخرى من الجزيئات بتركيز n غير ثابت ويتغيّر بتغيّر x ، مع $\partial n / \partial x < 0$ ، لتأمل سطحاً عنصرياً δS يعامد المحور Ox ، عند الفاصلة x (انظر الشكل 5-6):



الشكل 5-6: في المخطط سدس الجزيئات الموجودة

إلى اليمين تصل السطح العنصري، والأمر نفسه للجزيئات الموجودة إلى اليسار.

إنّ تركيز الجزيئات التي يُمكن أن تعبر السطح العنصري في الاتجاه الموجب بعد أن تكون قد عانت مباشرة من اصطدام عند الفاصلة $x - \ell$ هو $n(x - \ell)$. لتحديد عدد الجزيئات التي تعبر فعلاً السطح، لنأخذ u القيمة المتوسطة لمركبة سرعة هذا الجزيئات v_x المتجهة إلى السطح العنصري، ولنأخذ أسطوانة طولها u ، وقاعدتها اليمنى العنصر السطحي δS ، لما كان هناك ستة اتجاهات متعامدة ممكن تعريفها بحيث يكون أحدها الاتجاه Ox ، فيمكن القول إنّ سدس الجزيئات في الأسطوانة السابقة تقريباً سوف يصدم السطح العنصري في واحدة الزمن، فيكون تدفق هذه الجزيئات من خلال السطح العنصري:

$$\frac{1}{6} \delta S \cdot u \cdot n(x - \ell)$$

بالشكل نفسه يكون تدفق الجزيئات على السطح العنصري في الاتجاه

المعاكس:

$$\frac{1}{6} \delta S \cdot u \cdot n(x + \ell)$$

والتدفق الكلي:

$$j_n \delta S = \frac{\delta S \cdot u}{6} [n(x - \ell) - n(x + \ell)]$$

ولكن:

$$n(x - \ell) \approx n(x) - \frac{\partial n}{\partial x} \ell$$

$$n(x + \ell) \approx n(x) + \frac{\partial n}{\partial x} \ell$$

إذن:

$$j_n \delta S = -\frac{\delta S \cdot u}{3} \frac{\partial n}{\partial x} \ell$$

ومن ثمّ:

$$J_n = -\frac{u \cdot \ell}{3} \frac{\partial n}{\partial x}$$

بمقارنة هذه العلاقة بقانون فيك نستنتج معامل الانتشار:

$$D = \frac{1}{3} u \cdot \ell$$

لنحسب الآن D بدلالة مقادير ماكروسكوبية، بافتراض الغاز كامل يكون لدينا

$$n = \frac{AP}{RT} \text{ حيث } A \text{ عدد أفوغادرو. ونُبرهن من خلال الدراسة الحركية للغازات}$$

$$(\text{توزع مكسويل-بولتزمان: لا يُدرس في هذه المرحلة}) \text{ أن } u = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \text{ حيث}$$

M الكتلة المولية، فنجد:

$$D = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sigma A \sqrt{M}} \frac{(RT)^{3/2}}{P}$$

وهي علاقة تقريبية، وقد تم التحقق تجريبياً من تناسب D عكساً مع الضغط،

أما التناسب مع $T^{3/2}$ ، فقد وجد تجريبياً أن التناسب هو مع T^α مع α

تتراوح بين 1.6 و 2 حسب الحالة.

ملاحظة: يُمكن بخطوات مشابهة إيجاد عبارة الناقلية الحرارية من اعتبارات ميكروسكوبية.

تمارين

1. أنبوب أسطواني طوله L ، ونصف قطره a ، وسماكة جداره e ، بحيث

$e \ll a$ و $L \gg a$ ، يُستخدم الأنبوب لنقل الغاز، الجدار نفوذ قليلاً

للجزيئات التي تعبر الأنبوب. نهتم بدراسة الحالة المستقرة حيث يكون تركيز

الجزيئات في بداية الأنبوب n_0 ، وفي نهايته n_1 . ليكن D معامل الانتشار داخل

الأنبوب، ونفترض أنه من الممكن نمذجة انتقال الجزيئات عبر الجدار النفوذ بمعامل انتشار D' بحيث: $D' \ll D$.

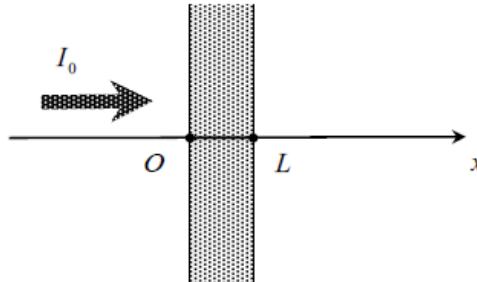
أ) عبّر عن انحفاظ عدد الجزيئات بدراسة ما يحدث في الأنبوب بين الفاصلتين x و $x + \delta x$ ، واستنتج علاقة بين كثافة التيار j_n داخل الأنبوب والتركيز n .

ب) اكتب معادلة الانتشار التي تحققها $n(x)$ في الحالة المستقرة.

ج) أوجد حل المعادلة السابقة بالأخذ بالشروط الحدية. ادرس الحالة التي

$$\text{يكون فيها } 1 \gg L \sqrt{\frac{2D'}{aeD}}.$$

2. تردد حزمة من النيوترونات على حاجز من مادة البور سماكته L ، لتكن I_0 شدة الحزمة (شدة الحزمة هنا هي عدد النيوترونات التي تعبر ناظماً واحدة السطح في واحدة الزمن)، يحتوي حاجز البور على N ذرة في واحدة الحجم. عند حدوث اصطدام للنيوترون بنواة ذرة البور يجري امتصاص النيوترون من قبل النواة.



أ) اكتب عبارة الشدة $I(x)$ في نقطة فاصلتها x داخل الحاجز بدلالة I_0 و N و σ المقطع الفعال للتصادم نيوترون-نواة بور.

ب) ما نسبة النيوترونات الممتصة من قبل الحاجز؟ نأخذ $L = 12 \text{ cm}$ و

$$N = 5 \times 10^{24} \text{ m}^{-3} \text{ ، } \sigma = 284 \text{ barns}$$

الجواب: أ. $I(x) = I_0 e^{-\sigma N x}$ ، ب. 1.7% .

3. نتأمل ساق أسطوانية من السيليسيوم محورها Ox ، ومساحة مقطعها A ، وطولها L كبير مقارنة بالأبعاد الأخرى. سوف ندرس التيار الكهربائي الناجم عن انتشار الجسيمات P التي يحمل كل منها شحنة q . عدد الجسيمات في واحدة الحجم متغير ويساوي $p(x, t)$ ، ليكن D معامل الانتشار. مع الإشارة إلى أن الجسيمات تتولد بالتأثير الحراري وفق القانون:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{p_0}{\tau}$$

يُمثل dp تغيّر p الناجم عن الأثر الحراري فقط خلال الزمن dt ، حيث p_0 و τ ثابتان. كما يُمكن للجسيمات أن تتلاشى وفق القانون:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{\tau}$$

أ) بوضع معادلة تضم الجسيمات المتولدة والمتلاشية والمنشرة بين الفاصلتين

x و $x + dx$ ، استنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها $p(x, t)$.

ب) نتأمل الحالة المستقرة، ونفترض كثافة التيار الكهربائي

$$\vec{j}_p(x, t) = j_p(x, t) \vec{u}_x \text{ ناجمة عن انتشار الجسيمات، ليكن } L_p = (D\tau)^{1/2}$$

نقرّب طول الساق بطول لانهاضي حيث $L \gg L_p$.

a. اكتب عبارة $p(x)$ بدلالة $p(0)$ و p_0 ، و x و L_p .

b. اكتب عبارة شدة التيار $I(x)$ الناجم عن انتشار الجسيمات بدلالة

$$A، و q، و D، و L_p، و p(0)، و p_0، و x.$$

c. نكوّن حالة مستقرة بحقن جسيمات في الموضع $x = 0$ من الساق

الخاضعة للكمون (0) ، عندما يكون المنبع بكمون $-V_0$ ، يكون

$p(0) = p_0$. نرفع كمون المنبع إلى $-V_0 + V$. اكتب القيمة الجديدة لـ $p(0)$ بدلالة p_0 ، و V ، و q ، وثابت بولتزمان k_B ، ودرجة الحرارة T .
 {نستخدم هنا توزيع بولتزمان الذي ينص على: عدد الجسيمات التي تتمتع بالطاقة E يتناسب مع $e^{-\frac{E}{k_B T}}$ }

d . أعط عبارة $I(0)$ بدلالة A ، و q ، و D ، و L_p ، و p_0 ، و k_B ، و T .
 الجواب: أ) $\frac{\partial p}{\partial t} = \left(\frac{p_0}{\tau} - \frac{p}{\tau} \right) + D \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$ ، ب) a .
 $p(x) = [p(0) - p_0] e^{-\frac{x}{L_p}} + p_0$ ، b . $I(x) = \frac{qDA}{L_p} [p(0) - p_0] e^{-\frac{x}{L_p}}$
 c . $p(0) = p_0 e^{\frac{qV}{k_B T}}$ ، d . $I(x) = \frac{qDA}{L_p} p_0 (e^{\frac{qV}{k_B T}} - 1)$

4 . أنبوب أسطواني نصف قطره a ، ودرجة حرارته $T_1 = 304 \text{ K}$ ، يغطي هذا الأنبوب غلافًا خارجيًا سماكته e ، مكوّن من مادة لها ناقلية حرارية $\lambda = 0.9 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ، تبلغ درجة الحرارة الخارجية $T_2 = 275 \text{ K}$.

أ) ما العلاقة التي تُعطي المقاومة الحرارية R_{th} للغلاف إذا كان طوله L .
 ب) احسب الاستطاعة I_{th} المتبددة من خلال الغلاف. نأخذ:
 $a = 20 \text{ cm}$ ، و $e = 4 \text{ cm}$ ، و $L = 1 \text{ m}$.

ج) نقوم بتعزيز عزل الأنبوب بوضع غلاف إضافي سماكته e' ، يتمتع بناقلية حرارية $\lambda' = 0.03 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. ما قيمة السماكة e' التي تسمح بقسمة الضياعات الحرارية بـ 10؟

الجواب: أ) $R_{th} = \frac{\ln\left(1 + \frac{e}{a}\right)}{2\pi L \lambda}$ ، ب) $I_{th} = 906 \text{ W}$ ، ج) $e' = 1.35 \text{ cm}$

5. تبلغ سماكة القشرة الأرضية $e = 35 \text{ km}$ ، وناقليتها الحرارية $\lambda = 23 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ، درجة حرارة سطح التراب تساوي $T_2 = 273 \text{ K}$ ، ودرجة حرارة السطح الداخلي للقشرة $T_1 = 873 \text{ K}$.
 أ) احسب الاستطاعة الحرارية J_{th} التي تخرج من سطح الأرض في واحدة المساحة.

ب) تولّد المواد المشعة في القشرة الأرضية استطاعة حجمية تساوي $\sigma_u = 3 \mu\text{W.m}^{-3}$ ، اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها درجة حرارة القشرة. واستنتج الاستطاعة الحرارية J'_{th} التي تخرج من سطح الأرض في واحدة المساحة عندما نأخذ بالحسبان المواد المشعة. ماذا تستنتج؟

$$J_{th} = 39.4 \text{ mW/m}^2 \quad (\text{الجواب: أ})$$

ب) $\frac{d^2T}{dr^2} = -\frac{\sigma_u}{\lambda}$ ، $J'_{th} = 91.9 \text{ mW/m}^2$ إذن يمثل النشاط الإشعاعي للصخور 57% من الاستطاعة الجيوحرارية (التي تخرج من سطح الأرض).



العمل والحرارة في الترموديناميك التقليدي

المبدأ الأول

1.7. طاقة جملة ترموديناميكية

1.1.7. الطاقة الداخلية

تتألف الجمل التي ندرسها في الترموديناميك من عدد هائل من الجسيمات (6.02×10^{23} جسيم لكل مول)، لتأمل جملة متوازنة في المخبر الذي نقرّبه بجملة غاليلية، لكل جسيم في الجملة طاقة حركية فإذا جمعنا الطاقات الحركية لهذه الجسيمات نحصل على الطاقة الحركية الداخلية الكلية E_{Cint} ، يتأثر كل جسيم بقوى تجاذب أو تدافع من الجسيمات المجاورة، نقبل بأنّ جميع قوى التأثير بين الجسيمات مشتقة من طاقة كامنة، فإذا جمعنا الطاقات الكامنة لجميع قوى التأثير بين الجسيمات نحصل على الطاقة الكامنة الداخلية للجملة E_{Pint} ، نسمي مجموع الطاقة الداخلية الحركية والطاقة الداخلية الكامنة بالطاقة الداخلية U ، أي:

$$U = E_{Cint} + E_{Pint}$$

ولما كانت قوى التأثير المتبادل بين الجسيمات مشتقة من كمون فإنّ

عمل هذه القوى δW_i يُمكن كتابته:

$$\delta W_i = -dE_{\text{int}}$$

2.1.7. الطاقة الداخلية والطاقة الكلية لجملة

- الجملة في حالة السكون

في هذه الحالة الطاقة الحركية للجملة تقتصر على الطاقة الحركية الداخلية الناجمة عن الهيجان الحراري. فإذا كانت الجملة خاضعة لقوى خارجية مشتقة من الطاقة الكامنة E_{pext} (قوة الثقالة مثلاً)، فإنّ الطاقة الكلية للجملة تُكتب:

$$E = U + E_{\text{pext}}$$

- الجملة في حالة حركة (ماكروسكوبية)

في هذه الحالة الطاقة الحركية للجملة تساوي مجموع الطاقة الحركية الداخلية E_{Cint} (المكروسكوبية الناجمة عن الهيجان الحراري) والطاقة الحركية الماكروسكوبية E_C ومن ثمّ تكون الطاقة الكلية للجملة:

$$E = U + E_{\text{pext}} + E_C$$

2.7. نص المبدأ الأول

وُضع نص المبدأ الأول في الترموديناميك بشكل واضح عام 1845 من قبل العالم الألماني ماير *J.R. Von Mayer* وكان يخص الجمل المغلقة، ووضعت نصوص أخرى أكثر شمولية لتلائم مختلف المسائل المطروحة، وهذا هو النص:

" لكل جملة مغلقة يُمكن تعريف تابع لمتحولات الحالة، تجميعي، نسميه الطاقة وهو محافظ، أي يبقى ثابتاً ما دامت الجملة لا تتبادل الطاقة مع الوسط الخارجي "

نرى من هذا النص أنّ الطاقة الكلية لجملة معزولة ثابتة.

لو نظرنا إلى جملة مكوّنة من غاز كامل في حالة سكون، نجد أنّ الطاقة الداخلية تقتصر على الطاقة الحركية المكروسكوبية الناجمة عن الهيجان الحراري، وقد رأينا أنّه يُمكن حساب هذه الطاقة من خلال قياس درجة حرارة الغاز T ،

أي إنَّ قياس متحوّل الحالة (مقدار ماكروسكوبي) يسمح بتحديد طاقة الغاز الداخلية، لذلك يُمكننا القول إنَّ الطاقة الداخلية للغاز الكامل هي تابع حالة، يكفي معرفة قيم متحولات الحالة لمعرفة هذه الطاقة.

إنَّ قياس قيمة المتحوّل T تقتضي أن تكون الجملة في حالة توازن داخلي، وإلا فإنَّ قيمة T ستتغيّر من نقطة إلى أخرى في الجملة. نعم هذه النتيجة بالقول:

" عندما تكون جملة في حالة توازن ترموديناميكي داخلي، فإنَّ طاقتها الداخلية U تتحدد بمعرفة حالتها الماكروسكوبية، بعبارة أخرى U هو تابع حالة."

في حالة الغاز الحقيقي نبرهن أنّه يُمكننا معرفة الطاقة الداخلية للجملة بمعرفة قيمة كلّ من T درجة حرارة الغاز و V حجمه، وهما يقاسان ماكروسكوبياً، وهنا أيضاً نقول إنَّ الطاقة الداخلية هي تابع حالة.

وبشكل عام يُمكن تحديد الطاقة الداخلية U لغاز من خلال معرفة قيم عدد من متحولات الحالة $r_1, r_2, r_3, \dots$ ومن ثمَّ يُمكننا حساب تغيّرات الطاقة الداخلية إذا عرفنا قيم هذه المتحولات في الحالة الابتدائية والحالة النهائية، أي:

$$\Delta U = U(r_1^f, r_2^f, r_3^f, \dots) - U(r_1^i, r_2^i, r_3^i, \dots)$$

حيث: $r_1^i, r_2^i, r_3^i, \dots$ قيم متحولات الحالة التي تعتمد عليها الطاقة الداخلية في الحالة الابتدائية، و $r_1^f, r_2^f, r_3^f, \dots$ قيم متحولات الحالة التي تعتمد عليها الطاقة الداخلية في الحالة النهائية.

لنتأمّل جملة مغلقة تتبادل الطاقة بين اللحظتين t_1 و t_2 مع الوسط الخارجي، إنَّ تغيّر طاقة الجملة ΔE يساوي الطاقة المتبادلة بين الجملة والوسط الخارجي E_{exch} .

فإذا كان E_{exch} موجباً فإنّ الجملة تأخذ طاقة. وإذا كان E_{exch} سالباً فالجملة تُعطي طاقة للوسط الخارجي.

إن تلقي الطاقة سوف يزيد الطاقة الكلية للجملة، فإذا كانت الجملة في حالة توازن، أي طاقتها الحركية الماكروسكوبية معدومة، وكانت القوى الكامنة لقوى التأثير الخارجي معدومة، فإنّ الطاقة التي تتلقاها الجملة تُضاف إلى طاقتها الداخلية وهنا يمكننا صياغة المبدأ الأول بالشكل التالي:

" لكل جملة تابع حالة U يسمى الطاقة الداخلية، خلال تحوّل ما: تغيّر U يساوي الطاقة التي تتلقاها الجملة"

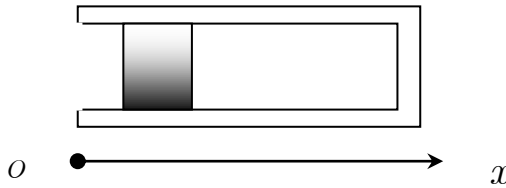
سوف ندرس تبادل الطاقة بين الجملة والوسط الخارجي من خلال العمل ومن خلال نقل الحرارة.

3.7. العمل

1.3.7. عمل قوى الضغط

1. حالة أسطوانة مغلقة بوساطة مكبس

نتأمل أسطوانة مغلقة من إحدى الجهتين، ومن الجهة الأخرى يُغلق فتحها مكبس يمكنه الانزلاق دون احتكاك داخل الأسطوانة، مساحة مقطع الأسطوانة S (الشكل 1-7) تحتوي الأسطوانة على غاز.



الشكل 1-7: ضغط غاز بتأثير قوة ناجمة عن الضغط الخارجي.

نفترض أن المكبس تحرك نحو اليمين بمقدار dx وذلك بتأثير القوة F الناجمة عن الضغط الخارجي كما في الشكل (1-7) فيكون عمل هذه القوة:

$$\delta W = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{u}_x = P_{ext} \cdot S \mathbf{u}_x \cdot d\mathbf{u}_x = -P_{ext} dV$$

لاحظ هنا أنّ $s dx = -dV$ لأنّه إذا كانت dx موجبة فإنّ الحجم يتناقص وبالتالي تغيّر الحجم يكون سالباً، وبالعكس إذا كانت dx سالبة فإنّ الحجم يزداد وبالتالي تغيّر الحجم يكون موجباً.

2. الحالة العامة

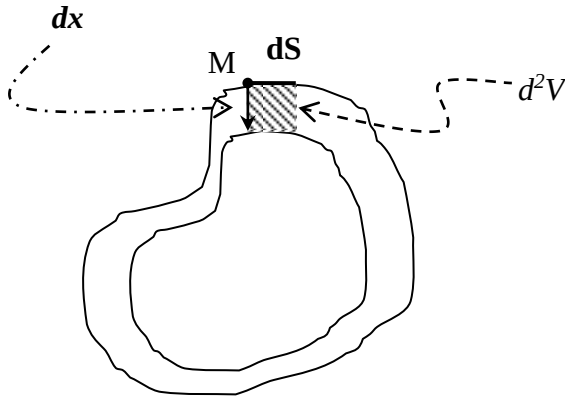
لنتأمّل جملة ترموديناميكية تشغل حيّزاً حجمه V يحيطه سطح S نفترض أنّ سطح الجملة انزاح بجوار النقطة M بمقدار dx بتأثير الضغط الخارجي (الشكل 2-7)، فيكون عمل القوة الناجمة عن الضغط المؤثرة على السطح العنصري dS بجوار M مساوية:

$$\delta^2 W = -P_{ext} dS \cdot dx = P_{ext} (-dS \cdot dx) = P_{ext} (-d^2 V)$$

ومن ثمّ:

$$\delta W = \oint_S -P_{ext} d^2 V = -P_{ext} dV$$

حيث dV تغيّر حجم كامل الجملة.



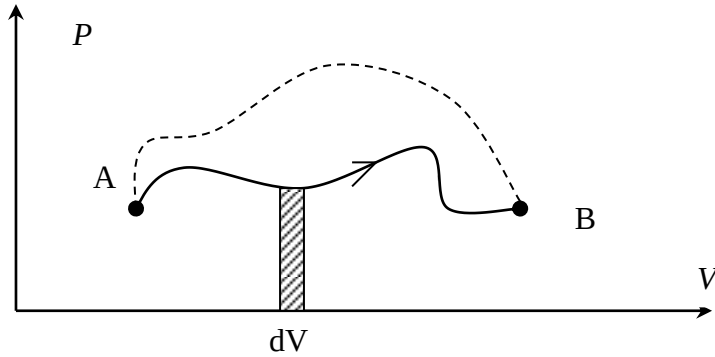
الشكل 2-7: تقلص الحجم الذي يشغله غاز بتأثير الضغط الخارجي. يمثّل $d^2 V$ تغيّر الحجم الناجم عن انتقال السطح dS بمقدار dx .

3. حالة تحوّل شبه سكوني

في التحول شبه السكوني الضغط الخارجي P_{ext} يساوي الضغط داخل الجملة P ومن ثمّ:

$$\delta W = -PdV$$

لنتأمل تحوّلًا شبه سكوني ينقل الجملة من الحالة A إلى الحالة B، التحول ممثل بمنحني (الشكل 3-7) في الإحداثيات (P, V) .



الشكل 3-7: تمثيل تحوّل شبه سكوني بمنحني في الإحداثيات (P, V) .

لدينا:

$$W = -\int_A^B PdV$$

من الشكل (3-7) نلاحظ أنّ الجداء PdV يُمثل مساحة السطح المهشّر، إذن التكامل السابق يساوي السطح المحصور بين منحني التحوّل ومحور الحجم، والعمل يساوي هذه المساحة مضروبة بـ (-1).

2.3.7. أشكال أخرى من العمل

يمكن تقديم العمل إلى جملة بطرق أخرى، مثلاً إذا قمنا بتدوير ساق داخل سائل فإنّ ذلك سوف يؤدي إلى ارتفاع درجة حرارة السائل.

3.3.7 العمل ليس تابع حالة

يمكن بيان ذلك من خلال المثال التالي:

أسطوانة ناقلة للحرارة مغلقة بمكبس يحصر غاز داخل الأسطوانة (الشكل 4-7) نقوم بوضع قطعتين معدنيتين متماثلتين، كتلة كل واحدة m فوق المكبس مما يؤدي إلى انزياح المكبس نحو الأسفل بمقدار l_1 ويكون العمل المقدم إلى الغاز مساوياً :

$$W_{1-3} = (2mg + P_{ext}S).l_1$$

لنختار طريقاً آخر للوصول إلى الحالة النهائية، وذلك بوضع قطعة واحدة والانتظار حتى التوازن مما يحرك المكبس بمقدار l_2 ثم نضع القطعة الثانية فيتوازن المكبس بعد أن يكون قد انتقل نحو الأسفل مسافة كلية قدرها l_1 ، لنحسب العمل الذي تلقاه الغاز نتيجة الخطوتين السابقتين:

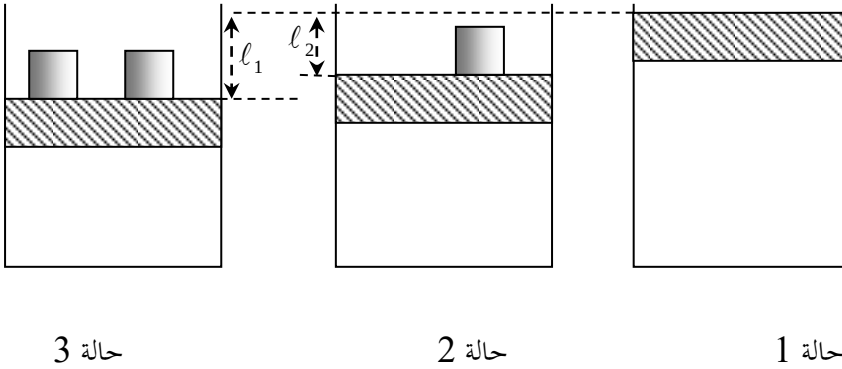
$$\begin{aligned} W'_{1-3} &= W_{1-2} + W_{2-3} \\ &= (mg + P_{ext}S)l_2 + (2mg + P_{ext}S)(l_1 - l_2) \\ &= (2mg + P_{ext}S)l_1 - mgl_2 \end{aligned}$$

نلاحظ أن:

$$W_{1-3} \neq W'_{1-3}$$

أي إن العمل يتغير بتغير الطريق المسلوك. وبذلك العمل ليس تابع

حالة.



الشكل 4-7: يختلف عمل القوى الخارجية عند الانتقال من الحالة (1) إلى الحالة (3) مروراً بـ (الحالة 2) عن العمل في حال الانتقال المباشر دون المرور بـ (الحالة 2).

مثال آخر: في الشكل (3-7) لو أخذنا منحنياً آخر (المنحني المنقط) يصل بين A و B أي بأخذ طريق آخر للتحوّل نجد أن المساحة التي يحصرها هذا المنحني مع محور الحجم مغايرة. إذن العمل يتغيّر حسب الطريق المسلوكة.

4.7. الحرارة

1.4.7. كمية الحرارة

أسطوانة مغلقة تحتوي غازاً كاملاً وحيد الذرة درجة حرارته تساوي 273.15 K، نضع هذه الأسطوانة في تماس مع منبع حراري درجة حرارته 373.15 K. عند التوازن تصبح درجة حرارة الغاز مساوية لدرجة حرارة المنبع. إنّ ارتفاع درجة الحرارة يدل على ازدياد الطاقة الداخلية للغاز، ومن ثمّ يكون الغاز قد تلقى طاقة من المنبع الحراري، نسمي الطاقة التي تلقاها الغاز عن طريق التسخين: كمية الحرارة.

رأينا أنّ الطاقة الداخلية للغاز الكامل وحيد الذرة تُعطى بالعلاقة:

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

وتغيّر هذه الطاقة يُعطى بالعلاقة:

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

باستعمال هذه العلاقة نجد أنّ تغيّر الطاقة الداخلية لمول واحد من الغاز تساوي عددياً:

$$\Delta U = 1247J$$

إذا قارنا هذه الطاقة بالعمل الميكانيكي الواجب تقديمه لرفع ثقل عن سطح الأرض ، نلاحظ أنّ هذه الطاقة تكفي لرفع جسم كتلته $1kg$ إلى ارتفاع $124m$ تقريباً.

2.4.7. كمية الحرارة ودرجة الحرارة

يجب عدم الخلط بين كمية الحرارة ودرجة الحرارة، فالمقداران غير متكافئين . حيث يمكننا إعطاء كمية من الحرارة دون رفع درجة الحرارة، وبالعكس يمكن تغيير درجة الحرارة دون إعطاء كمية من الحرارة.

مثال أول: إن تسخين مزيج من الماء السائل والجليد يؤدي إلى ذوبان الجليد دون ارتفاع حرارة المزيج.

مثال ثان: إن تبخر كمية من الماء داخل وعاء مغلق معزول حرارياً يؤدي إلى انخفاض درجة حرارة الماء.

5.7. محصلة الطاقة

لنتأمل جملة تتبادل العمل والحرارة مع الوسط الخارجي، ليكن Q و W العمل وكمية الحرارة التي تتلقاها الجملة خلال تحوّل ما. إنّ تغيّر الطاقة الداخلية للجملة يساوي:

$$\Delta U = W + Q$$

وفي حالة تحوّل لامتناهٍ في الصغر يكون لدينا:

$$dU = \delta W + \delta Q$$

لاحظ ما يلي:

1. افترضنا أنّ تغيّر الطاقة الكلية للجملة يساوي تغيّر الطاقة الداخلية، وهذا يتضمن افتراض عدم تغيّر الطاقة الحركية الماكروسكوبية للجملة، وعدم تغيّر الطاقة الكامنة للقوى الخارجية، أو إهمال تأثيرها.
2. وجدنا أن العمل W ليس تابع حالة، نستنتج أن كمية الحرارة Q ليست تابع حالة.
3. في حالة التحول الكظوم لدينا $\delta Q = 0$ ، عندئذٍ يكون $dU = \delta W$.
4. في حالة التبادل الحراري وحده يمكننا أن نكتب $dU = \delta Q$.
5. نلاحظ أن تقديم العمل أو تقديم كمية من الحرارة لجملة، هو تبادل للطاقة، في حالة العمل يكون التبادل ذا طبيعة ماكروسكوبية، بينما تبادل الحرارة له طبيعة مكروسكوبية حيث يجري التبادل في الطاقة الحركية للجسيمات المكوّنة للجملة.

تمرين محلول

أسطوانة مغلقة بمكبس تحتوي غازاً كاملاً حجمه V_1 ، يمكن للغاز تبادل الحرارة عبر جدران الأسطوانة مع الوسط الخارجي الذي نفترض درجة حرارته T_0 ثابتة. نفترض الضغط الخارجي P_0 ، والضغط داخل الأسطوانة P_1 . نترك المكبس يتحرك بحرية. أوجد قيمة كلّ من W و Q العمل وكمية الحرارة التي تلقاها الغاز.

الحل:

افترضنا أنّ الغاز كامل، إذن الطاقة الداخلية للغاز لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة وبما أنّ درجة الحرارة ثابتة فإنّ U ثابتة، إذن $Q + W = 0$.

$$\delta W = -P_0 dV \Rightarrow W = -P_0(V_f - V_i)$$

$$P_1 V_i = P_0 V_f \Rightarrow V_f = \frac{P_1}{P_0} V_i$$

$$\Rightarrow W = -P_0 \left(\frac{P_1}{P_0} V_i - V_i \right) = -(P_1 V_i - P_0 V_i)$$

حيث: $V_i = V_1$ الحجم الابتدائي، و V_f الحجم النهائي للغاز.
إذن:

$$W = P_0 V_i - P_1 V_1 = -Q$$

6.7. تحولات خاصة

1.6.7. التحول متساوي الحجم

في هذا التحول لدينا $dV = 0$ إذن عمل قوى الضغط الخارجي معدوم $W = 0$ ، وهذا يقتضي $\Delta U = Q$ وفي حالة التحول اللا متناهي في الصغر لدينا: $dU = \delta Q$.

نفترض أنه يمكننا وصف حالة الجملة من خلال المتحولات (V, P, T) ، وأنّ هذه المتحولات ترتبط فيما بينها بمعادلة الحالة $f(P, V, T) = 0$. عندها يكفي متحولان لكتابة عبارة الطاقة الداخلية، لنختار المتحولين T, V ، لدينا:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T=Cte} dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

ليكن n عدد مولات الجملة ولتكن m كتلة الجملة، نسمي المقدار c_v الحرارة الكتلية (أو الحرارة النوعية) بحجم ثابت للجملة ونعرّفه بالعلاقة:

$$mc_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$$

نتيجة: في حال تحوّل متساوي الحجم تُكتب كمية الحرارة المتبادلة:

$$\delta Q = mc_v dT$$

من ناحية ثانية لدينا: $m = nM$ حيث M الكتلة المولية، نعوض في العلاقة السابقة فنجد:

$$\delta Q = nM c_v dT$$

نسمي المقدار $c_{vm} = Mc_v$ الحرارة المولية بحجم ثابت. ونسمي المقدار $nc_{vm} = mc_v$ السعة الحرارية للجسم.

نستنتج أنّه في حال تحوّل متساوي الحجم لمادة مكوّنة من n مول وكتلتها m لدينا:

$$dU = \delta Q = nc_{vm} dT = mc_v dT$$

2.6.7. التحوّل متساوي الضغط:

في هذا التحوّل لدينا $P = P_{ext} = Cte$ أي إنّ الضغط يبقى ثابتاً طيلة التحوّل، يُكتب العمل:

$$\delta W = -PdV \Rightarrow W = -P(V_2 - V_1)$$

إذن:

$$\Delta U = W + Q$$

$$\Delta U = -P(V_2 - V_1) + Q$$

ليكن التابع:

$$H = U + PV$$

نلاحظ أنّ التغيّر $\Delta(PV)$ لا يتعلق إلا بالقيم البدائية والنهائية للمتحولين P و V ، نستنتج أنّ H هو تابع حالة. نسمي هذا التابع الأنتالي (أو أنتالبية الجملة).
نلاحظ أنّ:

$$\begin{aligned} Q &= U_2 - U_1 + P(V_2 - V_1) \\ &= H_2 - H_1 \end{aligned}$$

إذن:

في حال تحوّل متساوي الضغط يكون لدينا:

$$\Delta H = Q$$

أي في حالة جملة تخضع لقوى الضغط فقط تكون كمية الحرارة التي تتلقاها الجملة في تحوّل متساوي الضغط مساوية لتغيّر الأنتالي لهذه الجملة.
نفترض أنه يمكننا وصف حالة الجملة من خلال المتحولات (V, P, T) ، وأنّ هذه المتحولات ترتبط فيما بينها بمعادلة الحالة $f(P, V, T) = 0$. عندها يكفي متحولان لكتابة عبارة الأنتالي، لنختار المتحولين T و P لوصف حالة الجملة، لدينا:

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_{T=Cte} dP + \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT$$

ولكن $dH = \delta Q$ إذن:

$$dQ = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT$$

نعرف السعة الحرارية بضغط ثابت mc_p والحرارة الكتلية (النوعية) c_p بضغط ثابت بالعلاقة:

$$mc_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$$

نستنتج:

$$\delta Q = mc_p dT$$

ونعرّف الحرارة المولية بضغط ثابت $c_{pm} = Mc_p$ حيث M الكتلة المولية. كما نستنتج :

$$dH = \delta Q = nc_{pm} dT$$

محققة بشكل عام إذا كان التحوّل متساوي الضغط.

ملاحظات:

1. وحدة c_p و c_v هي $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$. و وحدة c_{vm} و c_{pm} هي $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$.
2. المقداران c_p و c_v موضعيان. بينما mc_v و mc_p تجميعيان.
3. تتغيّر المقادير السابقة بشكل عام مع درجة الحرارة.

3.6.7. حالة غاز كامل

في حالة الغاز الكامل الطاقة الداخلية لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة T ومن ثمّ:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right) dT = nc_{vm} dT = mc_v dT$$

وهذه العلاقة محققة مهما كانت طبيعة التحوّل.

من ناحية ثانية، يُكتب الأنتالبي للغاز الكامل $H = U + PV = U + nRT$ فهو لا يتعلق إلا بدرجة الحرارة، ومن ثمّ يُكتب الأنتالبي للغاز الكامل مهما كانت طبيعة التحوّل:

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right) dT = n c_{pm} dT = m c_p dT$$

7.7. قياس الحرارة الكتلية

1.7.7. قياس الحرارة الكتلية بطريقة المزج

أ. الحرارة الكتلية للماء

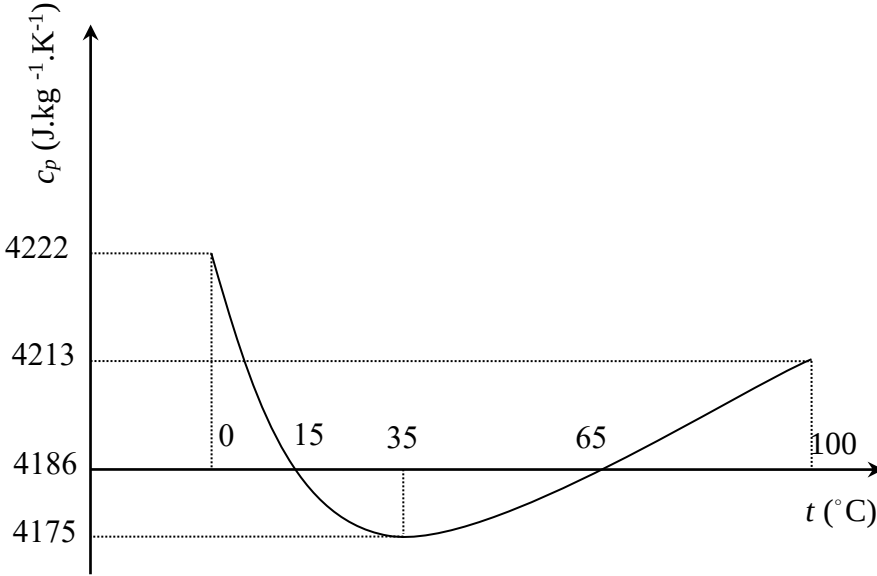
تعريف: الحرارة c_0 هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة 1 g من الماء من الدرجة $14.5^\circ C$ إلى الدرجة $15.5^\circ C$ تحت ضغط جوي نظامي.

$$c_0 = 4.168 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1} \text{ تجريبياً نجد}$$

ومن ثم فإن الحرارة الكتلية للماء عند الدرجة $14.5^\circ C$ هي:

$$c_p = 4168 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} .$$

تتغير c_p للماء مع درجة الحرارة وفق المنحني المبين في الشكل 5-7 .

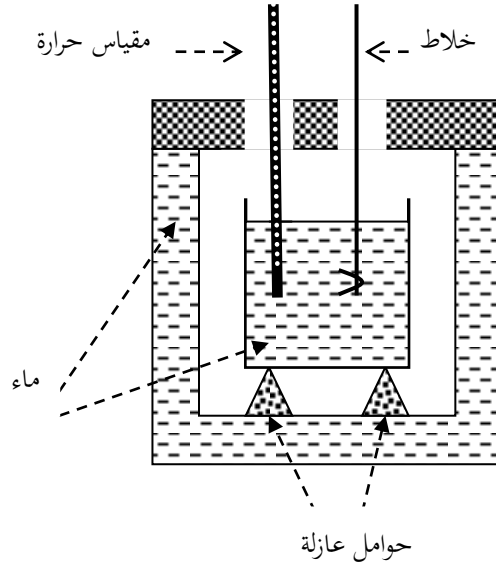


الشكل 5-7: تغيّر الحرارة النوعية (الكتلية) للماء بتغيّر درجة الحرارة.

ب. قياس الحرارة الكتلية لجسم صلب

لقياس الحرارة الكتلية c_{Ps} لجسم صلب يمكننا استعمال وعاء

برتولو الموضح بالشكل 6-7.



الشكل 6-7: وعاء برتولو: يتكوّن من وعاء داخلي متوضع داخل وعاء خارجي مستنداً في ذلك على حوامل من الفلين، ويكون للوعاء الخارجي جدار مضاعف بحيث يُملأ بالماء الذي يشكّل ساتراً حرارياً يقلل من أثر تغيّرات الحرارة الخارجية. يغطّى الوعاء بغطاء من الفلين يحتوي لتمرير الخلاط ومقياس درجة الحرارة.

يُفيد الماء في الخزان الخارجي في تخفيض أثر الاضطرابات الحرارية في الخارج .

قياس المكافئ الحراري المائي للمسعر: نعرّف المكافئ الحراري المائي للمسعر

μ بأنه كتلة الماء التي لها السعة الحرارية للمسعر و ملحقاته.

لتكن t_0 درجة حرارة المسعر البدائية التي نفترضها مساوية لدرجة حرارة الوسط الخارجي. نسكب في المسعر ماء ساخن كتلته M ودرجة حرارته t_1 ، لتكن t_2 درجة حرارة الجملة عند التوازن. نلاحظ أنّ التحول يتمتع بالخواص التالية: كظوم، متساوي الضغط، ولا تؤثر على الجملة قوى خارجية.

تغيّر الأنتالي للمسعر يساوي:

$$\Delta H_1 = c_P \mu (t_2 - t_0)$$

وتغير الأنتالي للماء يساوي:

$$\Delta H_2 = M c_P (t_2 - t_1)$$

الجملة معزولة حرارياً وبالتالي فإنّ تغير الأنتالي معدوم، إذن:

$$\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$$

$$M c_P (t_2 - t_1) + c_P \mu (t_2 - t_0) = 0$$

ومن ثمّ:

$$\mu_1 = \frac{M(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_0)}$$

قياس c_{Ps} :

نفترض أنّ الجسم المراد قياس حرارته الكتلية (النوعية) يتمتع في البداية بدرجة حرارة الوسط الخارجي t_0 . ندخل هذا الجسم في ماء المسعر وننتظر تحقيق التوازن، حيث تستقر درجة الحرارة عند قيمة جديدة t_f ، كما في التجربة السابقة التحول كظوم متساوي الضغط ولا عمل للقوى الخارجية، ومن ثمّ يكون تغيّر الأنتالي للجملة معدوماً.

تغيّر الأنتالي للمسعر:

$$\Delta H_3 = \mu c_P (t_f - t_2)$$

تغيّر الأنتالي للجسم:

$$\Delta H_4 = mc_{Ps}(t_f - t_0)$$

تغيّر الأنتالي للماء:

$$\Delta H_5 = Mc_P(t_f - t_2)$$

إذن:

$$\Delta H_3 + \Delta H_4 + \Delta H_5 = 0$$

$$Mc_P(t_f - t_2) + mc_{Ps}(t_f - t_0) + \mu c_P(t_f - t_2) = 0$$

نستنتج:

$$c_{Ps} = - \frac{(M + \mu)(t_f - t_2)c_P}{m(t_f - t_0)}$$

تُعرف الطريقة السابقة بطريقة المزج.

2.7.7. طرق أخرى لقياس الحرارة الكتلية

أ. الطريقة الكهربائية

تُستعمل هذه الطريقة لقياس الحرارة الكتلية للسوائل، وتتبع الخطوات الآتية: نضع كمية من السائل في مسعر مشابه للمسعر المستعمل في القياس السابق، ونستعمل ميزان حرارة لقياس درجة حرارة السائل ونستعمل خلاطاً لمزج مكونات السائل لضمان التجانس، نقيس درجة حرارة السائل الابتدائية t_1 .

نقوم بتسخين السائل بالاستعانة بمقاومة حرارية R يمر فيها تيار I

خلال زمن t ، فتكون كمية الحرارة المقدّمة للسائل $Q = RI^2t$.

نقيس درجة الحرارة النهائية T_2 ، فإذا كانت السعة الحرارية للمسعر وملحقاته معروفة (مقاسة سابقاً) وتساوي C_0 ، و رمزنا c الحرارة الكتلية للسائل يمكننا استنتاج قيمة c من العلاقة:

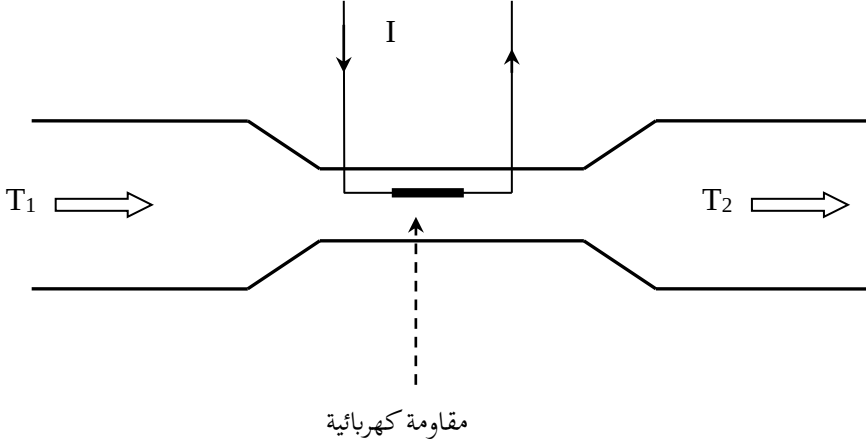
$$(mc + C_0)(T_2 - T_1) = RI^2t$$

حيث m كتلة السائل.

ب. الطريقة الكهربائية في الحالة المستقرة

يُمكن استعمال هذه الطريقة لقياس الحرارة الكتلية c لسائل أو لغاز، يتكوّن جهاز القياس من أنبوب معزول حرارياً، يحتوي داخله على مقاومة كهربائية، حيث نمرر السائل أو الغاز بحيث يكون التدفق مستمراً، (انظر الشكل 7-7). نمرر تياراً شدته I في المقاومة، ونقيس درجة الحرارة عند مدخل الأنبوب T_1 ، وعند مخرج الأنبوب T_2 وذلك بعد أن تصل الجملة إلى الحالة المستقرة. ليكن D_m المنسوب الكتلي للمائع عبر الأنبوب (نعرف المنسوب الكتلي بأنه كتلة المائع التي تعبر مقطع الأنبوب في وحدة الزمن). يُمكن حساب الحرارة الكتلية للمائع من العلاقة:

$$D_m c (T_2 - T_1) = RI^2$$



الشكل 7-7: مخطط يوضح طريقة قياس الحرارة النوعية لمائع.

3.7.7. ملاحظة بخصوص الحرارة النوعية للسوائل والأجسام الصلبة

إنّ تغيّر الحجم لسائل أو لصلب بتغيّر درجة الحرارة تحت ضغط ثابت هو تغيّر صغير بحيث يُمكننا إهمال هذا التغيّر، من ناحية ثانية تغيّر الضغط بارتفاع درجة الحرارة مع المحافظة على الحجم هو تغيّر صغير يُمكن إهماله، بعبارة أخرى إذا ثبتنا الضغط للجملة فذلك يسمح بتقريب أنّ الحجم ثابت، وإذا ثبتنا الحجم فإنّ ذلك يسمح بتقريب أنّ الضغط ثابت. بناءً على هذه التقريبات يُمكن أن نكتب:

$$mc_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \approx \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_{p,v} = \left(\frac{\partial (U + PV)}{\partial T} \right)_{p,v} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{p,v} \approx mc_v$$

أي إنّ الحرارة النوعية للجسم السائل أو الصلب تحت ضغط ثابت تساوي تقريباً الحرارة النوعية لهذا الجسم بحجم ثابت، مع ملاحظة أنّ هذا

التقريب مقبول في درجات الحرارة العادية والمنخفضة، غير أنه مع ارتفاع درجة الحرارة يُصبح الاختلاف أكثر وضوحاً.

مثال: تجريبياً نجد أن الحرارتين النوعيتين للنحاس بضغط ثابت وحجم ثابت على الترتيب تتباينان مع ارتفاع درجة الحرارة حيث نجد القيم المبينة في الجدول (7-1) للفروق النسبية بين الحرارتين النوعيتين للنحاس في درجات حرارة مختلفة.

الجدول (7-1):

الفروق النسبية بين الحرارتين النوعيتين بضغط ثابت وبحجم ثابت للنحاس في درجات حرارة مختلفة.

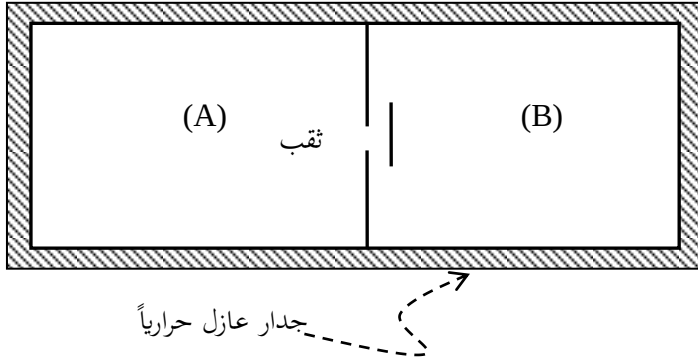
درجة الحرارة	$(c_p - c_v)/c_p$
$-190^\circ C$	4.5×10^{-3}
$20^\circ C$	3.4×10^{-2}
$1000^\circ C$	0.2

8.7. تطبيقات على التمدد

8.7.1. تمدد جول-غي-لوساك

هو تمدد كظوم في الخلاء.

يمكن إجراء تمدد جول-غي-لوساك في المختبر من خلال التجربة الموضّح مخططها بالشكل (7-8)، حيث نستعمل أسطوانة معزولة حرارياً مقسومة إلى حجرتين متماثلتين (A) و (B) بواسطة حاجز ناقل للحرارة يحتوي ثقباً مغلقاً بسدادة يُمكن نزعها، في البداية الحجرة (A) تحتوي غازاً، والحجرة (B) خالية.



الشكل 7-8: مخطط لتجربة مخبرية لتمدد غي لو ساك.

نقوم بنزع السدادة مما يسمح للغاز بالتسرب إلى الحجرة (B)، وبذلك يتمدد الغاز ليشغل الحجرتين.

نلاحظ في هذه التجربة أنه لا تؤثر في الغاز قوى خارجية، كما أن الغاز لا يتبادل الحرارة مع الوسط الخارجي، أي إنّ العمل الذي يتلقاه الغاز معدوم $W = 0$ ، وكذلك كمية الحرارة التي يتلقاها الغاز $Q = 0$. ومن ثمّ يُكتب تغير الطاقة الداخلية للغاز:

$$\Delta U = Q + W = 0$$

نستنتج أنّ تمدد جول- غي لوساك يحافظ على الطاقة الداخلية

للجسملة.

تجريبياً نلاحظ انخفاضاً طفيفاً لدرجة الحرارة بعد إجراء التمدد وذلك لمعظم الغازات. وهذا الانخفاض يصغر كلما كان الضغط الابتدائي أصغر.

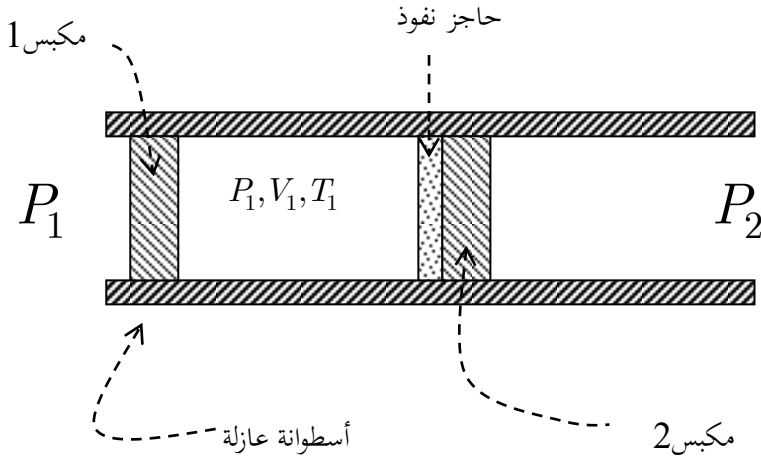
حالة غاز كامل

إذا كان الغاز كاملاً فإنّ الطاقة الداخلية للغاز لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة فإذا بقيت الطاقة الداخلية ثابتة فإنّ درجة حرارة الغاز تبقى ثابتة.

2.8.7. تمدد جول-تومسون

هو التمدد الكظوم لغاز عند انتقاله بشكل شبه سكوني من ضغط إلى آخر أخفض.

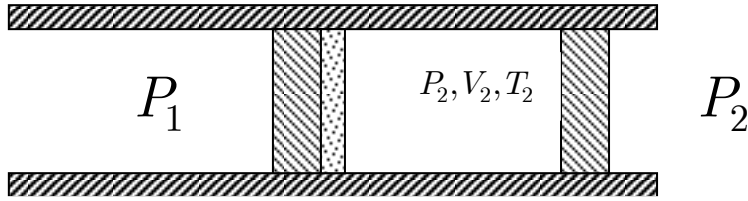
ويمكن دراسة هذا التمدد من خلال التجربة الممثلة بالشكل (7-9):



الشكل 7-9: مخطط لتجربة مخبرية لتمدد جول-تومسون (الحالة الابتدائية)

لدينا أنبوب أسطوانتي معزول حرارياً، ويحتوي على حاجز نفوذ غير قابل للحركة، هذا الحاجز يحتوي على أفقية مجهرية تسمح للغاز بالتسرب ببطء من جهة إلى أخرى، حيث تعمل قوى اللزوجة على إعاقه حركته داخل الأفقية الضيقة، الحاجز النفوذ لا يُمرّر الحرارة. الجهة اليمنى مغلقة بمكبس عازل للحرارة، ويمكنه التحرك دون احتكاك، في البداية يلامس هذا المكبس الحاجز النفوذ. الجهة اليسرى من الأنبوب مغلقة بمكبس آخر عازل للحرارة ويمكنه التحرك دون احتكاك. ينحصر الغاز بين المكبس الأيسر والحاجز النفوذ، يتمتع الغاز بالقيم التالية لمتحولات الحالة (P_1, V_1, T_1) . الضغط الخارجي المطبق على المكبس

الأيسر يساوي P_1 ، والضغط الخارجي المطبق على المكبس الأيمن P_2 وهذا الضغط أصغر من P_1 ، وهذا سوف يؤدي إلى تسرب الغاز عبر الحاجز النفوذ دافعاً بالمكبس الأيمن نحو اليمين. إنّ تسرب الغاز يجري بشكل بطيء مما يسمح باعتبار التحوّل شبه سكوني. عند التوازن يكون كامل الغاز قد تسرب إلى الجهة الثانية وأصبحت قيم متحولات الحالة للغاز (P_2, V_2, T_2) كما في الشكل 7-10:



الشكل 7-10: مخطط لتجربة مخبرية لتمدد جول-تومسون (الحالة النهائية)

لنحسب العمل الذي يتلقاه الغاز: يساوي هذا العمل مجموع عمل القوة المؤثرة على المكبس الأيسر $w_g = \int -p_1 dV_g$ و عمل القوة المؤثرة على المكبس الأيمن $w_g = \int -p_1 dV_g$:

$$\delta W = -P_1 dV_g - P_2 dV_d$$

$$\begin{aligned} W &= -P_1 \int_{V_1}^0 dV_g - P_2 \int_0^{V_2} dV_d \\ &= P_1(V_1 - 0) - P_2(V_2 - 0) \\ &= P_1 V_1 - P_2 V_2 \end{aligned}$$

ومن ثمّ:

$$\Delta U = W + Q = P_1 V_1 - P_2 V_2$$

لنحسب تغيّر الأنثالي:

$$\begin{aligned} \Delta H &= (U_2 + P_2 V_2) - (U_1 + P_1 V_1) \\ &= U_2 - U_1 + P_2 V_2 - P_1 V_1 \\ &= P_1 V_1 - P_2 V_2 + P_2 V_2 - P_1 V_1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

نستنتج أنه في تمدد جول- تومسون لا تتغير قيمة الأنتالي للجسملة.
إنّ تمدد جول- تومسون لغاز حقيقي يُصاحبه في أكثر الحالات انخفاض في درجة الحرارة، وفي بعض الحالات يرافقه ارتفاع في درجة الحرارة وذلك يعتمد على قيمتي الضغطين P_1 و P_2 . وكلّما كان P_1 منخفضاً كلّما كان تغير الحرارة أقل.

حالة الغاز الكامل

في حالة الغاز الكامل يُكتب الأنتالي (انظر الفقرة السابقة):

$$H = U + PV = U + nRT$$

أي إنّ الأنتالي لا يتعلق إلا بدرجة الحرارة، إذن تبقى درجة حرارة الغاز ثابتة أثناء التمدد. إذن تمدد جول-تومسون يحافظ على درجة الحرارة، وبالتالي يحافظ على قيمة الطاقة الداخلية للغاز الكامل.

3.8.7. التطبيقات العملية التي تعتمد على التمدد

1. يسمح تمدد جول غي لوساك وتمدد تومسون بدراسة الخواص الطاقة للغازات الحقيقية، حيث يُمكن أن نتعرف على شكل ارتباط الطاقة الداخلية للغاز وانتالبية الغاز بالحجم أو بالضغط.
2. نستفيد من التمدد في عملية التبريد وفي الحصول على درجات حرارة منخفضة. حيث أنّ تمدد الغاز في كثير من الحالات يخفّض درجة حرارته.



تمارين

تمرين محلول: تُكتب الطاقة الداخلية لغاز حقيقي:

$$U = nc_{vm}T - a\frac{n^2}{V} + U_0$$

حيث n عدد المولات و a ثابت يتعلق بطبيعة الغاز.

نفترض أنّ $c_{vm} = \frac{5}{2}R$ وهي مستقلة عن T في مجال درجات الحرارة الاعتيادية . في البداية: الحجم يساوي $V_1 = 24 \text{ cm}^3$ ، ودرجة الحرارة تساوي $T_1 = 293 \text{ K}$. نجري تمدد جول - غي - لوساك على هذا الغاز مما يؤدي إلى مضاعفة حجمه.

احسب تغيّر درجة حرارة الغاز، علماً أنّ $a = 0.14 \text{ J.m}^3.\text{mol}^{-2}$ ،

$$n = 1$$

الحل:

في تمدد جول غي لوساك لدينا:

$$\Delta U = 0$$

$$\Rightarrow c_{vm} \Delta T = n a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

نستنتج:

$$\Delta T = -0.14 \text{ K}$$

تمارين غير محلولة

1. أسطوانة شاقولية مغلقة بمكبس قابل للحركة ناقل للحرارة، تحتوي الأسطوانة على 1 mol من غاز الأرجون، في البداية يوجد جسم كتلته 1 kg فوق المكبس، وارتفاع المكبس عن قعر الأسطوانة يساوي 1 m ، ودرجة حرارة الغاز تساوي 300 K ، نفترض تسارع الجاذبية الأرضية 10 m.s^{-2} .
(أ) نزيح الجسم من فوق المكبس وننتظر وصول المكبس إلى وضع التوازن، أوجد ارتفاع المكبس الجديد.

(ب) احسب العمل المقدم إلى الغاز.

(ج) احسب كمية الحرارة التي تلقاها الغاز.

(د) استنتج تغير كل من الطاقة الداخلية والأنتالبي للغاز.

2. أسطوانة أفقية معزولة حرارياً مغلقة بمكبس عازل حرارياً يمكنه الحركة دون احتكاك، تحتوي 2 مول من غاز كامل وحيد الذرة، في البداية درجة حرارة الغاز تساوي 20 درجة مئوية، نسخن الغاز عن طريق مقاومة داخل الأسطوانة، لتكن $Q = 80 \text{ J}$ كمية الحرارة المقدمة إلى الغاز. ونفترض الضغط الخارجي مساوياً 1 atm .

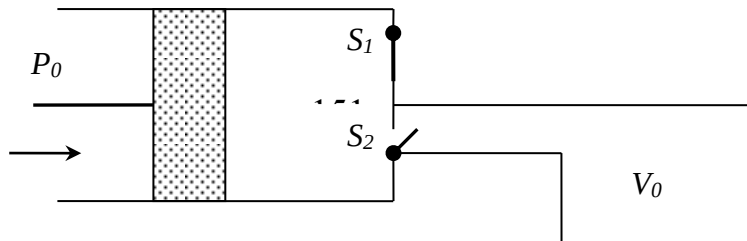
(أ) احسب الحجم الذي يشغله الغاز في البداية.

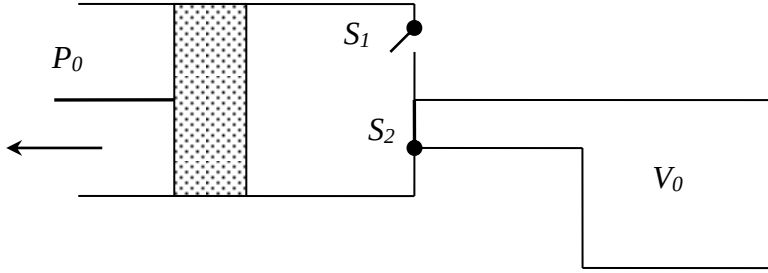
(ب) احسب الحجم الذي يشغله الغاز في النهاية.

(ج) احسب تغير الطاقة الداخلية للغاز.

(د) استنتج درجة حرارة الغاز.

3. خزان حجمه V_0 يحتوي الهواء (الذي نقرّبه بغاز كامل) والضغط داخل الخزان يساوي P_0 ، نريد رفع الضغط داخل الخزان بالاستعانة بمضخة مكونة من أسطوانة ينزلق داخلها مكبس دون احتكاك، حجم الحيز الأقصى داخل المضخة عندما يكون المكبس في أقصى اليسار يساوي V ، والحجم الأدنى للحيز يساوي v ، عند تحرك المكبس إلى اليمين يُغلق الصمام s_1 ، ويفتح الصمام s_2 عندما يُصبح الضغط داخل الأسطوانة مساوياً للضغط داخل الخزان، وعندما يتحرك المكبس نحو اليسار يبقى الصمامان s_1 و s_2 مغلقان حتى يُصبح الضغط داخل المضخة مساوياً للضغط الخارجي حيث يفتح الصمام s_1 ويبقى الصمام s_2 مغلقاً.





نفترض أنّ التحولات شبه سكونية، ومتساوية الحرارة.

(أ) أوجد عبارة الضغط P_k للهواء في الخزان بعد k انتقال للمكبس إلى اليمين ثمّ إلى اليسار. وما هي القيمة النهائية P_f لـ P_k عندما يُصبح k كبيراً جداً. أوجد هذه القيمة دون المرور بالقيم الوسيطة. نفترض في الطلبات اللاحقة $v = 0$.

(ب) اكتب عبارة P_k بدلالة P_0 و V و V_0 و k .

(ج) احسب العمل W_k الذي يقدمه المحرك للقيام بـ k انتقال للمكبس إلى اليمين ثمّ إلى اليسار.

$$\text{الجواب: (أ)} \quad P_f = P_0 \frac{V}{v}, \quad P_k = P_0 \frac{V}{v} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k \right] + P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k$$

$$\text{(ب)} \quad P_k = P_0 \left(1 - k \frac{v}{V_0} \right) \quad (\text{بافتراض } v \text{ صغيرة}).$$

$$\text{(ج)} \quad W_k = P_k V_0 \ln \frac{P_k}{P_0} - (P_k - P_0) V_0$$

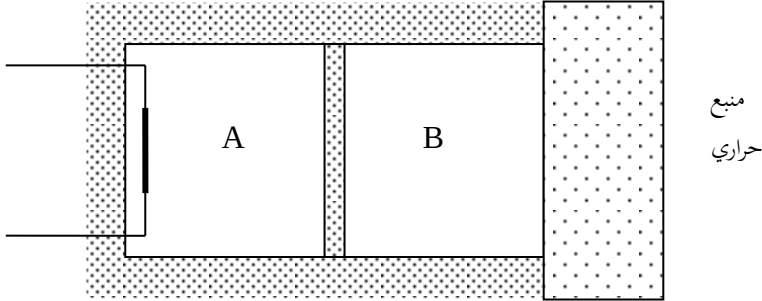
4. أسطوانة أفقية مغلقة ومعزولة حرارياً عن الوسط الخارجي، الأسطوانة مقسومة إلى حجرتين A و B بواسطة مكبس عازل حرارياً يمكنه الانزلاق دون احتكاك، لكل منهما الحجم V_0 وتحتوي مولاً واحداً من غاز كامل ضغطه P_0 ، ودرجة حرارته T_0 . ليكن $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$.

تحتوي الحجرة اليسرى على مقاومة نستعملها لتسخين الغاز ببطء إلى الدرجة T_1 . الجدار الأيمن للحجرة B هو سطح منبع حراري درجة حرارته ثابتة وتساوي T_0 .

أ. اكتب عبارة الحجمين V_A و V_B والضغط النهائي P_f بدلالة T_0 ، T_1 و V_0 عندما تتوازن الجملة.

ب. ما تغير الطاقة الداخلية للغاز داخل كل من A و B؟ استنتج تغير الطاقة الداخلية للجملة (A+B).

ج. ما طبيعة التحول الذي يعانيه الغاز في B؟ ما العمل W المتبادل بين A و B؟ استنتج كمية الحرارة Q_1 المتبادلة مع المنبع، بدلالة T_0 و T_1 .



الجواب: أ) $P_f = \frac{R(T_0 + T_1)}{2V_0}$ ، $V_B = V_0 \frac{2T_0}{T_0 + T_1}$ ، $V_A = V_0 \frac{2T_1}{T_0 + T_1}$

ب) $\Delta U_B = 0$ ، $\Delta U_A = \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)$

$$، W = RT_0 \ln \left(\frac{T_0 + T_1}{2T_0} \right) \text{ (ج)}$$

$$Q_1 = -\Delta U_B + W = RT_0 \ln \left(\frac{T_0 + T_1}{2T_0} \right)$$

5. مكبس كتلته m_0 يُمكنه الحركة دون احتكاك في أسطوانة شاقولية مقطوعها S ، الضغط الخارجي يساوي P_0 ، جدران الأسطوانة عازلة للحرارة، تحتوي الأسطوانة على الهواء الذي نفترضه غازاً كاملاً، عند التوازن يتوضع المكبس على ارتفاع h من قعر الأسطوانة، درجة حرارة الغاز تساوي T_0 .

(أ) اكتب عبارة الضغط P_1 داخل الأسطوانة عند التوازن.

(ب) نزيح المكبس نحو الأسفل إزاحة صغيرة ($x \ll h$)، ونتركه، فيهتز، أوجد دور اهتزازه. { نفترض دور الاهتزاز طويل نسبياً بالمقارنة بالثابت الزمني

لتوازن الغاز }

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{\gamma g}} \quad (\text{الجواب: أ) } P = P_0 + \frac{m_0 g}{S} \text{ . ب)}$$

6. غاز معادلة حالته $P(V - nb) = nRT$ ، حيث b ثابت، الطاقة الداخلية للغاز لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة.

(أ) ما العلاقة التي تربط الحرارة المولية بضغط ثابت c_{pm} والحرارة المولية بحجم ثابت c_{vm} و R .

نفترض أن النسبة $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$ لا تتعلق بدرجة الحرارة.

(ب) يتعرض مول من هذا الغاز إلى تمدد جول-تومسون الذي ينقل الغاز من الضغط P_1 إلى الضغط P_2 ، احسب تغير درجة الحرارة ΔT للغاز.

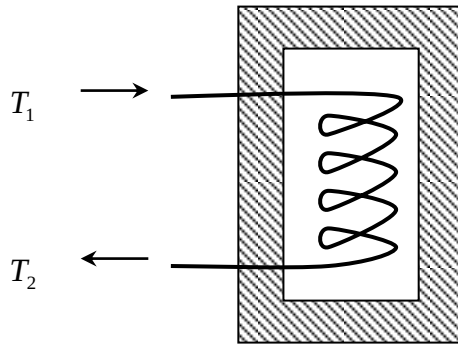
ج) تطبيق عددي: احسب ΔT علماً أنّ: $P_1 = 10^6 \text{ Pa}$ ، $P_2 = 10^5 \text{ Pa}$ ، $b = 38 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ ، $\gamma = 1.4$

الجواب: أ) $c_{Pm} = c_{Vm} + R$ ، ب) $\Delta T = \frac{b}{c_{Pm}}(P_2 - P_1)$ ، ج) $\Delta T = 1.2 \text{ K}$

7. إنّ معامل الانضغاط متساوي الحرارة للماء χ_T لا يتعلّق إلا بدرجة الحرارة. عند الدرجة 293K المعامل χ_T يساوي $4.95 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ ، والحجم الكتلي للماء يساوي $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ عند الدرجة 293 K وتحت ضغط $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$.

أ) احسب تناقص الحجم الكتلي للماء عندما ينتقل الضغط من $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$ إلى $P_2 = 2 \times 10^7 \text{ Pa}$ مع الحفاظ على درجة الحرارة مساوية 293 K .
ب) احسب العمل الذي يتلقاه الماء .

8. نمّرّ تياراً غازياً في أنبوب حلزوني معدني مغمور في مسعر يحتوي ماءً، السعة الحرارية لجملة الماء والمسعر وملحقاته تساوي C ، في الحالة المستقرة يدخل الغاز الأنبوب بمنسوب كتلي D ودرجة حرارة T_1 ، ويخرج بدرجة حرارة T_2 .



أ) إذا أوقفنا تدفق الغاز نلاحظ أن درجة حرارة المسعر T تنخفض، مما يدل على تسرّب حراري، بافتراض أنّ التسرب الحراري في واحدة الزمن متناسب مع فرق درجتي الحرارة T داخل المسعر و T_0 خارجه، أي

حيث $\frac{dQ}{dt} = k(T - T_0)$ عامل التناسب. أوجد العلاقة التي تعطي

تغير T بدلالة t (الزمن)، C ، k ، T_0 و T_2 .

(ب) أوجد الحرارة الكتلية للغاز c_p بدلالة C ، k ، T_0 ، T_1 و T_2 .

(ج) تطبيق عددي: بافتراض أن تناقص درجة حرارة المسعر بعد إيقاف

التدفق بـ 5 دقائق بلغ 2 K أوجد قيمة k علماً أن $C = 4 \text{ kJ.K}^{-1}$

$T_2 = 310 \text{ K}$ ، $T_1 = 373 \text{ K}$ ، $T_0 = 293 \text{ K}$ ، $D = 0.47 \text{ g.s}^{-1}$.

(د) استنتج قيمة c_p .

(الجواب: أ) $T = T_0 + (T_2 - T_1)e^{-\frac{k}{C}t}$ (ب) $c_p = \frac{k(T_2 - T_0)}{D(T_1 - T_2)}$

(ج) $k = \frac{C}{t} \ln \left(\frac{T_2 - T_0}{T_2 - \Delta T - T_0} \right) = 0.83 \text{ W.K}^{-1}$ (د) $c_p = 479 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$



الخصائص الطاقية للغاز الكامل

1.8. قانونا جول

نقول عن غاز أنه يتبع قانون جول الأول إذا كانت طاقته الداخلية لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة.

ونقول عن غاز أنه يتبع قانون جول الثاني إذا كانت أنتالبية هذا الغاز لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة.

وجدنا أنّ الطاقة الداخلية للغاز الكامل لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة، إذن الغاز الكامل يتبع القانون الأول لجول.

من ناحية ثانية يُكتب الأنتالبي للغاز الكامل:

$$H = U + PV = U + nRT$$

إذن أنتالبية الغاز الكامل لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة، والغاز الكامل يتبع قانون جول الثاني.

يُمكننا إعطاء تفسير لعدم تعلّق الطاقة الداخلية للغاز الكامل بحجمه وذلك بالنظر لما يحدث في المستوى الميكروسكوبي، رأينا أنّ الطاقة الداخلية لغاز ساكن في حالة توازن تساوي مجموع الطاقة الحركية الكلية لجزيئاته والطاقة الكامنة الكلية لقوى التأثير المتبادل، وقد وجدنا أنّ الحد الأول لا يتعلّق إلا بدرجة الحرارة، أما الحد الثاني فإنّه يتغيّر بتغيّر الحجم، ذلك أنّه عندما يصغر

حجم الغاز تصغر المسافة المتوسطة بين جزيئين في الغاز، وهذا يؤدي في حالة الغاز الحقيقي إلى تغيير الطاقة الكامنة لقوة التأثير المتبادل بين جزيئين من الغاز، ومن ثمّ تتغير الطاقة الكامنة الكلية لقوى التأثير المتبادل بين الجزيئات، أي إنّ الطاقة الداخلية لغاز حقيقي سوف تتغير بتغير الحجم، أما في حالة الغاز الكامل فإننا نهمّل قوى التأثير المتبادل بين الجزيئات ومن ثمّ لا تتغير الطاقة الداخلية للغاز الكامل بتغير حجمه ما دامت درجة حرارته ثابتة.

2.8. علاقة ماير

تُكتب أنتالبية الغاز الكامل:

$$H = U + nRT$$

وتُكتب السعة الحرارية للغاز:

$$nc_{pm} = \frac{dH}{dT}$$

لأنّ أنتالبية الغاز لا تتعلق إلا بدرجة حرارة الغاز.

إذن:

$$nc_{pm} = \frac{d}{dT}(U + nRT) = \frac{dU}{dT} + nR = nc_{vm} + nR$$

نستنتج:

$$c_{pm} - c_{vm} = R$$

تعرف العلاقة السابقة باسم علاقة ماير.

3.8. حساب الحرارة المولية لغاز كامل

1.3.8. حالة غاز وحيد الذرة

وجدنا أنّ الطاقة الداخلية لغاز كامل وحيد الذرة مكوّن من n مول

تساوي:

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

نستنتج:

$$nc_{vm} = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} nR$$

والحرارة المولية للغاز:

$$c_{vm} = \frac{3}{2} R$$

أي مقدار ثابت ويساوي عددياً $c_{vm} = 12.6 J.mol^{-1}.K^{-1}$ وقد أثبتت هذه القيمة تجريبياً.

2.3.8. نظرية تساوي التوزيع

تعتمد الطاقة الحركية الانسحابية للجزيء على سرعة الجزيء، ولكن شعاع السرعة معرّف بثلاثة مركبات، لتكن هذه المركبات (v_x, v_y, v_z) في الإحداثيات الديكارتية. نقول إنّ للانسحاب ثلاث درجات حرية.

لتكن v طول شعاع سرعة جزيء من الغاز، لدينا:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

والطاقة الحركية المتوسطة للجزيء:

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle + \frac{1}{2} m \langle v_y^2 \rangle + \frac{1}{2} m \langle v_z^2 \rangle$$

ولكنّ الاتجاهات الثلاثة متكافئة إذن:

$$\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right)$$

وقد وجدنا أنّ:

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

أي إنّ كل حد في عبارة الطاقة الحركية المتوسطة لجزيء يساوي $\frac{1}{2} kT$

هذه النتيجة ما هي إلا حالة خاصة من نظرية أعمّ وهي نظرية تساوي التوزيع التي نقبلها هنا دون برهان، وهذا نصّها:

"تتوزع الطاقة بالمتوسط بشكلٍ متساوٍ بين درجات الحرية، والطاقة المتوسطة لكل درجة حرية تساوي $\frac{1}{2}kT$ ".

إنّ التوزّع المتساوي للطاقة على درجات الحرية المختلفة يُمكن قبوله بملاحظة أنه نتيجة للتصادمات المستمرة بين الجزيئات يجري بشكل دائم إعادة توزيع الطاقة على مختلف أشكال الطاقة من انسحابية إلى دورانية إلى اهتزازية وبمختلف درجات الحرية، وبالمحصلة فإنّ القيمة المتوسطة التي يأخذها حد طاقي تساوي القيمة المتوسطة التي يأخذها حد طاقي آخر. ونبرهن باستعمال الفيزياء الإحصائية أنّ القيمة المتوسطة لكل حد تربيعي في عبارة طاقة الجزيء تساوي $\frac{1}{2}kT$ ، وهنا يجب ملاحظة أنّ جميع الحدود الطاقية المذكورة أعلاه هي حدود تربيعية.

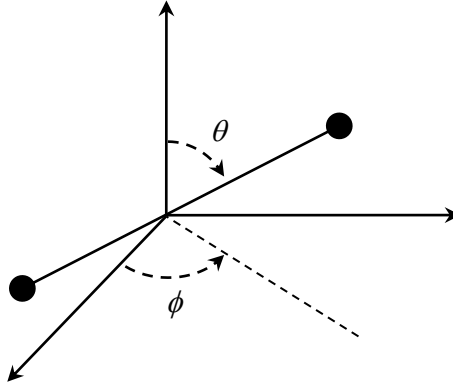
نذكر هنا أننا أوردنا في الفصل الخامس نصاً كنتيجة لنظرية التوزيع، لاحظ أنّه يُمكن استنتاج النص الوارد في الفصل الخامس من هذا النص.

3.3.8. حالة غاز ثنائي الذرة

إذا تأملنا جزيئاً ثنائي الذرة نجد:

- يمتلك الجزيء ثنائي الذرة ثلاث درجات حرية مرتبطة بالحركة الانسحابية.

- إنّ دوران الجزيء يمكن تحليله إلى دوران حول محور يمر من المبدأ (مركز عطالة الجزيء) يتعامد مع المستوي المعرّف بالجزيء والمحور Oz . يمكن وصف هذا الدوران من خلال تغيّر الزاوية θ ، والدوران حول المحور Oz من خلال تغيّر الزاوية ϕ . أيّ إنّه هناك درجتان حريّة للدوران. (انظر الشكل 8-1).



الشكل 8-1: يتحدد محور الجزيء في الفراغ بمعرفة الزاويتين θ و ϕ .

- يُمكن للجزيء أن يهتز و طاقة الاهتزاز هي مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة أي إنّ الاهتزاز يتعلق بمتغيرين هما r المسافة بين الذرتين، و r السرعة النسبية لذرة بالنسبة لأخرى، أي إنّ للحركة الاهتزازية درجتين حرة. بناءً على نظرية تساوي التوزيع نستنتج أنّ الطاقة المتوسطة لجزيء ثنائي الذرة في غاز درجة حرارته T تساوي $\frac{7}{2}kT$ في حال نشط كل من الانسحاب والدوران والاهتزاز.

ولكن تُثبت التجربة أنّ هذه القيمة لا يأخذها الجزيء إلا في درجات حرارة عالية (أعلى من درجات الحرارة الاعتيادية) ويتغير ذلك من غاز إلى آخر، وتفسير ذلك أنّ الاهتزاز لا ينشط إلا في درجات الحرارة العالية، أما في درجات الحرارة الاعتيادية فنجد أنّ كلاً من الدوران والحركة الانسحابية ناشطان، فتكون الطاقة المتوسطة للجزيء $\frac{5}{2}kT$ ، وفي درجات الحرارة المنخفضة لا نجد سوى الحركة الانسحابية، وتكون الطاقة المتوسطة للجزيء مساوية $\frac{3}{2}kT$ ، وقد دلت التجربة على أنّ الحرارة المولية للهيدروجين تبلغ $\frac{3}{2}R$ في درجات الحرارة

المنخفضة حتى الدرجة $30K$ ، وعند تجاوز هذه الدرجة ارتفاعاً تتزايد الحرارة المولية لتبلغ $\frac{5}{2}R$ عند الدرجة $350K$ حيث تحتفظ بهذه القيمة حتى الدرجة $2000K$ ثم تتزايد لتبلغ القيمة $\frac{7}{2}R$ عند الدرجة $6000K$. وقد شوهد بالتجربة تغيرات مشابهة في غازات أخرى.

نفسر الحالات الانتقالية (حالة الهيدروجين) بأنه بعد الدرجة $30K$ تبدأ بعض الجزيئات بالدوران ويتزايد عدد هذه الجزيئات مع ارتفاع درجة الحرارة حتى يصبح أغلب هذه الجزيئات دائراً عند الدرجة $350K$ ، وعند الدرجة $2000K$ تأخذ بعض الجزيئات بالاهتزاز ويزداد عدد الجزيئات المهتزة حتى الدرجة $6000K$.

ونلفت الانتباه هنا إلى عدم الوقوع في خطأ تعميم القيم العددية السابقة لدرجات الحرارة الخاصة بجزيء الهيدروجين، فلكل جزيء درجة حرارة خاصة يبدأ عندها الدوران، وبشكل تقريبي يبدأ دوران الجزيء عندما تصبح الطاقة الانسحابية للجزيء $(\frac{3}{2}kT)$ مساوية لفرق الطاقة بين سويتين دورانيتين في الجزيء. الأمر نفسه يُطبق على الاهتزاز.

4.8. الانضغاط متساوي الحرارة شبه السكوني لغاز كامل

نقوم بضغط غاز كامل محتوي في أسطوانة ناقلة للحرارة ومغلقة بمكبس ينزلق دون احتكاك، ليكن P_1 الضغط داخل الأسطوانة في البداية و P_2 الضغط النهائي، وليكن V_1 حجم الغاز البدائي و V_2 الحجم النهائي.

لما كان التحول شبه سكوني فإن $P_{ext} = P$ ، ومن ثم يمكن كتابة عبارة

العمل المقدم للغاز في حال تغير عنصري في الحجم dV :

$$\delta W = -PdV$$

من معادلة الحالة للغاز $PV = nRT$ نجد $P = \frac{nRT}{V}$ ، نعوض في

علاقة العمل:

$$W = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

نجد:

$$W = nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

لحساب كمية الحرارة نلاحظ أن الطاقة الداخلية للغاز ثابتة، لأن درجة

حرارة الغاز ثابتة، إذن:

$$Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$$

لتحقيق شرط التحول شبه السكوني يجب أن يكون هذا التحول بطيئاً

بما يسمح للغاز بالوصول إلى حالة التوازن الداخلي أي تساوي الضغط في كل أجزاء الغاز، كما يجب أن يكون بطيئاً بما يكفي لتحقيق التوازن الحراري في كل لحظة مع الوسط الخارجي عن طريق تبادل الحرارة عبر جدران الأسطوانة.

5.8. الانضغاط الكظوم شبه السكوني للغاز الكامل

1.5.8. قانون لابلاس

نفترض أننا ضغطنا غازاً كاملاً بشكل شبه سكوني وكظوم، في المثال

الوارد في الفقرة السابقة يكفي أن نفترض جدران الأسطوانة والمكبس عازلين للحرارة.

في حالة التحول شبه السكوني لدينا: $\delta W = -PdV$

وفي حال كان التحول كظوماً لدينا: $dQ = 0$

بتطبيق المبدأ الأول نجد: $dU = -PdV$

من ناحية ثانية لدينا: $dU = nc_{vm}dT$

$$nc_{vm}dT = -PdV \quad \text{نستنتج:}$$

ونكتب معادلة الغاز الكامل:

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow PdV + VdP = nRdT$$

$$\Rightarrow PdV + VdP = nR\left(-\frac{P}{nc_{vm}}dV\right) = -\frac{R}{c_{vm}}PdV$$

$$\Rightarrow (c_{vm} + R)PdV + c_{vm}VdP = 0$$

$$\Rightarrow c_{pm}PdV + c_{vm}VdP = 0$$

$$\Rightarrow \frac{c_{pm}}{c_{vm}} \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

ليكن $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$ ، تصبح العلاقة السابقة:

$$\boxed{\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0}$$

تُعرف هذه العلاقة باسم قانون لابلاس.

ملاحظة: لدينا $c_{pm} - c_{vm} = R$ ولدينا $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$ نستنتج:

$$\frac{c_{pm}}{c_{vm}} - 1 = \frac{R}{c_{vm}}$$

ومن ثم:

$$c_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad \text{و} \quad c_{vm} = \frac{R}{\gamma - 1}$$

2.5.8. نتائج

أ. من قانون لابلاس نستنتج: $\ln P + \ln V^\gamma = cte$ ومن ثم:

$$\boxed{PV^\gamma = C}$$

وهذه العلاقة محققة في حال كل تحوّل كظوم شبه سكوبي للغاز كامل.

ب. في حال غاز وحيد الذرة لدينا:

$$\left. \begin{aligned} c_{vm} &= \frac{3}{2}R \\ c_{pm} &= \frac{5}{2}R \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma = 1.67$$

وفي حال غاز ثنائي الذرة في درجات الحرارة الاعتيادية لدينا:

$$\left. \begin{aligned} c_{vm} &= \frac{5}{2}R \\ c_{pm} &= \frac{7}{2}R \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma = 1.4$$

ج. من علاقة لابلاس نستنتج:

$$\left(\frac{dP}{dV} \right)_{adia} = -\gamma \frac{P}{V}$$

من ناحية ثانية في التحول متساوي الحرارة لغاز كامل لدينا:

$$PV = Cte \quad \text{إذن:}$$

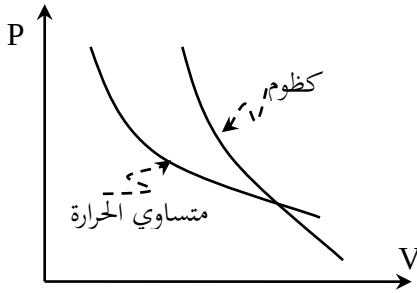
$$PdV + VdP = 0 \Rightarrow \left(\frac{dP}{dV} \right)_{isoth} = -\frac{P}{V}$$

أي إنّ ميل المنحني متساوي الحرارة هو $-\frac{P}{V}$ وميل المنحني الكظوم هو

$$-\gamma \frac{P}{V}, \text{ ولما كانت } \gamma \text{ أكبر من الواحد دوماً، فإن:}$$

$$\left| \left(\frac{dP}{dV} \right)_{adia} \right| > \left| \left(\frac{dP}{dV} \right)_{isoth} \right|$$

ومن ثمّ يأخذ المنحنيان الممثلان للتحولين الكظوم ومتساوي الحرارة الوضع المبين في الشكل (2-8).



الشكل 2-8: التوضع النسبي لمنحنيين متقاطعين لتحول متساوي الحرارة ولتحول كظوم لغاز كامل.

د. أشكال أخرى لمعادلة التحول الكظوم شبه السكوني لغاز كامل:
لدينا:

$$(معادلة التحول) \quad PV^\gamma = C$$

$$(معادلة الغاز الكامل) \quad PV = nRT \Rightarrow P^\gamma V^\gamma = n^\gamma R^\gamma T^\gamma$$

نستنتج:

$$P^{1-\gamma} = \frac{C}{n^\gamma R^\gamma T^\gamma} \Rightarrow \boxed{P^{1-\gamma} T^\gamma = C'}$$

من ناحية أخرى نجد:

$$V^{\gamma-1} = \frac{C}{nRT} \Rightarrow \boxed{V^{\gamma-1} T = C''}$$

هـ. العمل الذي تتلقاه الجملة خلال التحول:

$$\delta W = -PdV \Leftarrow \text{التحول شبه سكوني}$$

التحول كظوم

$$PV^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Leftarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{P_1 V_1^\gamma}{V^\gamma}$$

$$\Rightarrow \delta W = -\frac{P_1 V_1^\gamma}{V^\gamma} dV$$

$$\Rightarrow W = -P_1 V_1^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$\Rightarrow W = -P_1 V_1^\gamma \frac{V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}}$$

ملاحظة: العلاقة السابقة تبقى محققة وإن لم يكن الانضغاط شبه سكوني، لأنه في التحول الكظوم يكون $\Delta U = W$ ، ولما كان ΔU لا يتعلق بالطريق

المسلوك فإنّ العمل هو الآخر يملك هذه الخاصة ما دام التحوّل كظوماً، ونحصل على النتيجة نفسها مهما كان الطريق المتّبع.

3.5.8. الشروط العملية لتطبيق قانون لابلاس

في الظروف العملية لا يوجد تحوّل كظوم بشكل تام، فجميع المواد تنقل الحرارة، وحتى المواد التي نَصَفها بالعازلة حرارياً تنقل الحرارة ولكن بشكل ضعيف مقارنة بالمواد التي ندعوها ناقلة. من ناحية ثانية فإنّ الوصول إلى وضع التوازن الداخلي في الجملة قد يتطلب وقتاً طويلاً جداً، ومع ذلك يُمكننا في كثير من التطبيقات العملية الأخذ بتقريب التحوّل الكظوم وتقريب التحول شبه السكوني.

حتى نقبل بأنّ التحول كظوم يجب أن يتحقق أحد الشرطين:

- إما أن نعزل الجملة عزلاً مثالياً، وهذا غير ممكن لما ذكرناه أعلاه.
- أو أن يكون زمن الانتقال سريعاً مقارنة بزمن تبدد الحرارة من خلال السطح الذي يفصل الجملة عن الوسط الخارجي.

وحتى نقبل بأنّ التحول شبه سكوني يجب أن يكون زمن وصول الجملة إلى حالة التوازن قصيراً إذا ما قورن بزمن التحوّل.

مثال: لو تأملنا أسطوانة محرّك سيارة، لتبيّن لنا أنه في حال سارت السيارة بسرعة 100 km/h، فإنّ عدد دورات المحرّك تساوي 3000 دورة/الدقيقة، وتدوم بذلك حركة المكبس 10^{-2} ثانية. أما سرعة المكبس المتوسطة فهي من رتبة 6 m/s.

في حالة غاز درجة حرارته 600K (درجة حرارة الغاز في أسطوانة المحرّك) تكون السرعة المتوسطة للجزيئات 600 m/s، هذه السرعة تسمح للجملة بالوصول إلى التوازن الداخلي خلال زمن قصير مقارنة بزمن تحرّك المكبس، إنّ ارتباط زمن وصول الجملة إلى التوازن الداخلي بسرعة الجزيئات ينتج

من أنّه كلّما ازدادت السرعة كلّما أصبح الزمن الفاصل بين تصادمين للجزيء بالجزيئات الأخرى أصغر، ومن ثمّ إعادة توزيع الطاقة المكتسبة وتجانس قيم كل من درجة الحرارة والضغط في مختلف أجزاء الغاز يكون أسرع . ومن ثمّ فإنّ زمن توازن الجملة (الغاز) صغير إذا ما قورن بزمن التحوّل، في هذه الظروف نقبل بتقريب التحوّل شبه السكوني.

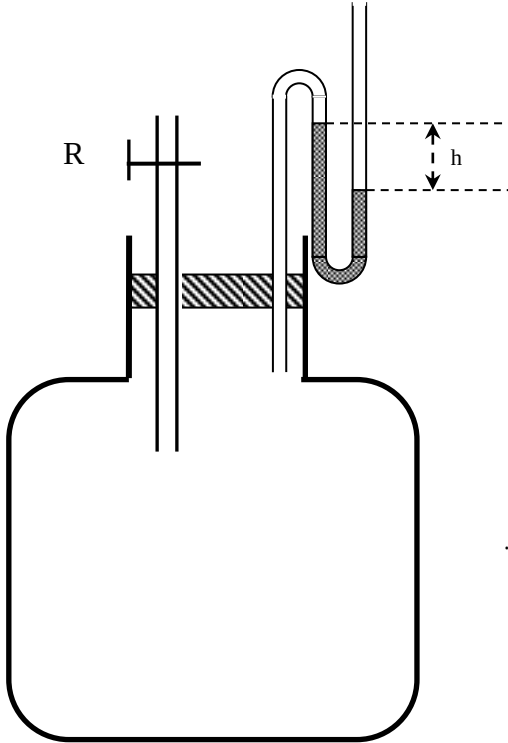
من ناحية أخرى، زمن تبدد الحرارة من خلال جدران الأسطوانة أكبر بكثير من $10^{-2}s$ ، إذن يمكن تقريب التحوّل بتحوّل كظوم.

4.5.8. قياس المعامل γ للهواء

نعرض في هذه الفقرة طريقتين لقياس هذا المعامل.

1. تجربة كلمنت - ديزورم

نلجأ في هذه الطريقة إلى تجربة كلمنت-ديزورم الموضحة بالشكل (3-8).

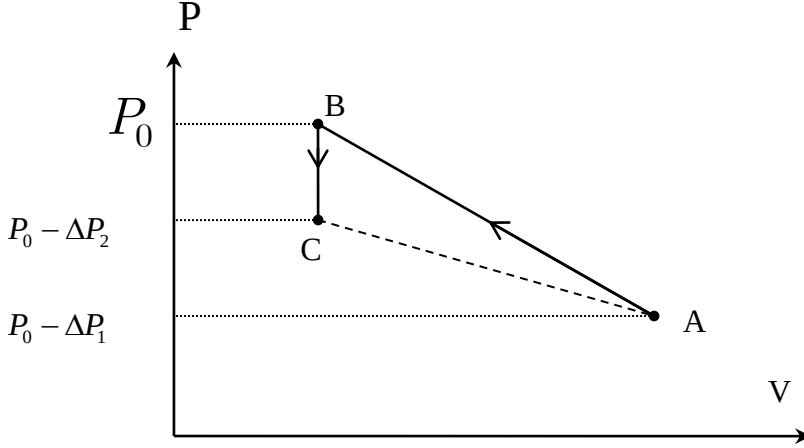


الشكل 3-8: تجربة كلمنت ديزورم.

يتألف الجهاز الموضح بالشكل من أسطوانة زجاجية ثخينة الجدار (1 cm) ذات حجم كبير (20 L). فتحة الأسطوانة مغلقة بسدادة مطاطية يجتازها أنبوب معقوف مرتين ومملوء بسائل ملون مما يسمح بقياس فرق الضغط بين خارج الأسطوانة وداخلها بقياس الارتفاع h (انظر الشكل 3-8)

نفترض في البداية وجود ضغط أقل بقليل من الضغط الجوي P_0 أي إنَّ الضغط داخل الأسطوانة يساوي $P_0 - \Delta P_1$ ، وهذا يقابل فرقاً في ارتفاع السائل h_1 . نفتح الصنبور R لفترة وجيزة (ثانية واحدة) ونغلقه فيدخل إلى الأسطوانة كمية من الهواء حجمها ΔV صغير إذا ما قورن بحجم الهواء الموجود بداية داخل الأسطوانة، ينضغط الهواء الموجود بداية في الأسطوانة لينقص حجمه بمقدار ΔV ، وهذا الانضغاط يُمكن وصفه بالكظوم لأنَّ زمن فتح الصنبور صغير إذا ما قورن بالزمن اللازم لتبدد الحرارة عبر جدران الأسطوانة (عدة دقائق)، مما يسمح بإهمال تبادل الحرارة أثناء الانضغاط.

قمنا بتمثيل هذا التحوّل (الانضغاط الكظوم للغاز) في الشكل 4-8، حيث مثلنا ذلك بالقطعة المستقيمة AB . إنَّ هذا الانضغاط يؤدي إلى رفع درجة حرارة الهواء داخل الأسطوانة، ننتظر مدة كافية (10 دقائق) حتى يتحقق التوازن الحراري مع الوسط الخارجي عن طريق تبادل الحرارة عبر جدران الأسطوانة، أثناء ذلك يعاني الهواء من تبرّد متساوي الحجم نظراً لأنَّ الصنبور R يكون مغلقاً، نمثّل هذا التحوّل بالقطعة المستقيمة BC ، في نهاية هذا التحوّل يكون الضغط قد انخفض داخل الأسطوانة ليصل إلى القيمة $P_0 - \Delta P_2$. إذا وصلنا النقطتين A و C نحصل على تحول متساوي الحرارة ذلك أن للغاز في كلّ من النقطتين درجة الحرارة نفسها (درجة حرارة الوسط الخارجي).



الشكل 4-8: التحول AB كظوم، والتحول BC متساوي الحجم.

من الشكل نستنتج أن:

$$\left(\frac{dP}{dV} \right)_{adia} = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

أي إنَّ قياس كلٍّ من h_1 و h_2 يسمح بحساب قيمة γ .

2. سرعة الصوت

نبرهن أنه في حالة الغاز الكامل وفي درجة الحرارة T تكون سرعة

انتشار الصوت معطاة بالعلاقة:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$

حيث $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$ و M الكتلة المولية للغاز، و R ثابت الغازات

الكاملة.

فمثلاً في حالة الهواء $\gamma = 1.4$ نجد في درجة الحرارة $273K$ أنّ سرعة الصوت تساوي $v = 331m. s^{-1}$.

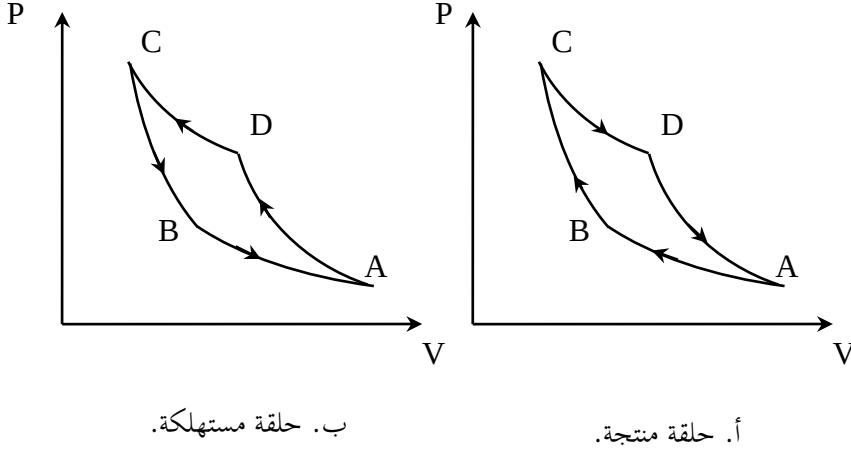
في التطبيق العملي نستعمل أنبوب كوندت وهو أنبوب زجاجي يحتوي طبقة رقيقة من مسحوق خفيف مثل نشارة الخشب، نقوم بتوليد موجة صوتية تواترها f في أحد طرفيه ونغير موقع سداة واقعة في الطرف الآخر حتى تتكون موجة مستقرّة في الأنبوب، فتتجمع حبيبات المسحوق في المناطق التي تشكل عقد اهتزاز، وهذا يسمح بقياس طول الموجة λ ومن ثمّ استنتاج سرعة انتشار الصوت من العلاقة $v = f\lambda$.

6.8. حلقة كارنو للغاز الكامل

1.6.8. تعريف

نقول عن جملة إنها تتبع حلقة كارنو عندما لا تتبادل الحرارة إلا مع منبعي حرارة. وجميع التحولات التي تصيب الجملة هي تحولات عكوسة.

نقول عن الحلقة إنها في الاتجاه المنتج عندما تُقدّم الجملة العمل إلى الوسط الخارجي. ونقول إنها في الاتجاه المستهلك عندما تأخذ العمل من الوسط الخارجي (انظر الشكل 8-5).



الشكل 5-8: مخطط حلقة كارنو.

2.6.8. متطابقة كارنو - كلاوسيوس

- نتأمل حلقة كارنو (المنتجة مثلاً: الشكل 5-8 - أ)، نلاحظ أنها تتألف من :
- التحوّل AB وهو متساوي الحرارة، تكون الجملة في تلامس مع المنبع البارد الذي نفترض درجة حرارته T_1 .
 - التحوّل BC وهو تحوّل كظوم.
 - التحوّل CD وهو تحوّل متساوي الحرارة ، تكون الجملة في تلامس مع المنبع الساخن الذي نفترض درجة حرارته T_2 .
 - التحوّل DA وهو تحوّل كظوم.

لنحسب العمل أثناء التحوّل متساوي الحرارة AB:

$$W = - \int_{V_A}^{V_B} P dV = - \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_1}{V} dV = -nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

ولما كان التحوّل AB متساوي الحرارة فإن الطاقة الداخلية للغاز ثابتة ، إذن:

$$Q_{AB} + W_A^B = 0 \Rightarrow Q_{AB} = -W_A^B = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

بالطريقة نفسها نستنتج كمية الحرارة أثناء التحوّل CD :

$$Q_{CD} = nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

نلاحظ أن $Q_{AB} < 0$ و $Q_{CD} > 0$ أي أن الجملة تأخذ الحرارة من

المنبع الساخن وتعطي الحرارة إلى المنبع البارد.

التحوّل DA كظوم وعكوس إذن:

$$V_D^{\gamma-1} T_2 = V_A^{\gamma-1} T_1 \Rightarrow \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

التحول CB كظوم وعكوس إذن:

$$V_B^{\gamma-1} T_1 = V_C^{\gamma-1} T_2 \Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

نستنتج:

$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{V_A}{V_D} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \Rightarrow \ln \frac{V_B}{V_A} = \ln \frac{V_C}{V_D} = -\ln \frac{V_D}{V_C}$$

ومن ثمّ:

$$\frac{Q_{AB}}{nRT_1} = -\frac{Q_{CD}}{nRT_2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0}$$

حيث: $Q_1 = Q_{AB}$, $Q_2 = Q_{CD}$

تعرف العلاقة السابقة باسم متطابقة كارنو- كلاوسيوس.

ملاحظة: يمكننا بسهولة التحقق أن المتطابقة محققة في حال حلقة مستهلكة.

3.6.8. مردود الحلقة المنتجة

نعرف مردود الحلقة المنتجة r بأنه نسبة العمل الذي تقدمه الجملة إلى

كمية الحرارة التي تأخذها الجملة من المنبع الساخن.

من أجل حلقة كاملة لدينا:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow W = -Q$$

$$\Rightarrow W = -(Q_1 + Q_2)$$

نستنتج:

$$r = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} \Rightarrow$$

$$\boxed{r = 1 - \frac{T_1}{T_2}}$$

لدينا $T_1 < T_2$ إذن مردود الحلقة يكون أصغر من الواحد دوماً.
 من ناحية ثانية للحصول على مردود مساوٍ للواحد يجب إما أن تنتهي
 درجة حرارة المنبع الساخن إلى اللانهاية أو أن تساوي درجة حرارة المنبع البارد
 الصفر المطلق، وفي كلا الحالتين لا يمكن تحقيق المطلوب عملياً.

4.6.8. حلقة كارنو المستهلكة

في هذه الحالة تتلقى الجملة عملاً من الوسط الخارجي. بالنظر إلى الحلقة
 الممثلة بالشكل (8-5-ب) نجد أن:
 $Q_1 > 0$ و $Q_2 < 0$ أي أن الجملة تقدم الحرارة إلى المنبع الساخن وتأخذ الحرارة
 من المنبع البارد.

تطبيقات:

أ. البراد: يقوم البراد بنقل الحرارة من داخل البراد (منبع بارد) إلى خارج
 البراد (منبع ساخن).

نعرف فعالية البراد بأنها النسبة بين كمية الحرارة التي يتم امتصاصها من داخل
 البراد إلى العمل المقدم إلى الجملة، أي:

$$e = \frac{Q_1}{W}$$

$$e = \frac{Q_1}{-(Q_1 + Q_2)} = \frac{-\frac{T_1}{T_2} Q_2}{\frac{T_1}{T_2} Q_2 - Q_2} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

نلاحظ أن $e > 1$ في حال كان $T_2 < 2T_1$

ب. المضخة الحرارية: تعمل المضخة الحرارية على نقل الحرارة من الوسط الخارجي (المنبع البارد) إلى داخل منزل (منبع ساخن).
نعرف فعالية المضخة بأنها النسبة بين الحرارة المعطاة إلى المنبع الساخن إلى العمل المقدم إلى الجملة، أي:

$$e = \frac{-Q_2}{W} = \frac{-Q_2}{\frac{T_1}{T_2} Q_2 - Q_2} = \frac{-T_2}{T_1 - T_2} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

هنا يجب ملاحظة أنه في تعريف كل من الفعالية والمردود أنّ النسبة التي نهمنا هي بين ما يهمنّا الحصول عليه (العمل في حالة المحرك وكمية الحرارة الممتصة من داخل البرّد والحرارة المقدّمة إلى داخل المنزل)، و ما يجب دفع ثمنه، ففي حالة المحرك يجب حرق الوقود لتقديم كمية حرارة عن طريق المنبع الساخن، وفي حالة البرّد يجب تقديم طاقة كهربائية (العمل المقدم) وفي حالة المضخة الحرارية يجب تقديم طاقة كهربائية أيضاً.

تمرين محلّول

تعمل مضخة حرارية بصورة شبه سكونية بين منبعين مكوّنين من ماء بحيرة بدرجة حرارة ثابتة $t_0 = 10^\circ C$ والمنبع الآخر هو كتلة من الماء M معزولة حرارياً في منزل. تعمل المضخة بحيث تسخّن الماء في المنزل. ما هي العلاقة بين درجة حرارة الماء في المنزل T والعمل W المقدم إلى المضخة؟ احسب W في حال كان $M = 1 \text{ ton}$ عندما تبلغ درجة حرارة الماء $t_1 = 40^\circ C$. كم سترتفع درجة حرارة الماء فيما لو سخّنا الماء مباشرة باستعمال مقاومة كهربائية.

الحل:

لنختار حالة وسيطة تكون فيها درجة حرارة الماء داخل المنزل T ، تُكتب فعالية المضخة:

$$e = \frac{T}{T - T_0}$$

حيث T_0 هي درجة حرارة الوسط الخارجي المساوي لدرجة حرارة الماء داخل المنزل في البداية. ولكن:

$$e = \frac{-\delta Q_1}{\delta W}$$

ولدينا :

$$-\delta Q_2 = Mc_p dT$$

إذن:

$$Mc_p dT = e \delta W \Rightarrow \delta W = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) Mc_p dT$$

$$\Rightarrow W = Mc_p(T - T_0) - Mc_p T_0 \ln \frac{T_f}{T_0} \Rightarrow W = 7.1 \times 10^3 kJ$$

إذا استعملنا العمل المقدم إلى المضخة للتسخين عن طريق مقاومة نجد:

$$W = Mc_p \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = 1.7 K$$



تمارين

1. نقوم بضغط لتر من الأوكسجين بشكل كظوم شبه سكوني، في البداية

درجة حرارة الغاز $T_1 = 290 K$ وضغطه $P_1 = 1.013 \times 10^5 Pa$. الحجم

النهائي للغاز يساوي $V_2 = 0.8 L$ ، احسب:

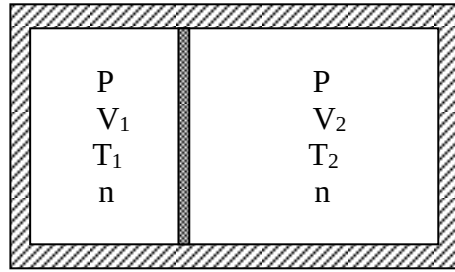
(أ) درجة الحرارة النهائية T_2 .

(ب) الضغط النهائي P_2 .

(ج) العمل الذي تلقاه الغاز W .

2. سيارة كتلتها $m = 836 \text{ kg}$ تسير بسرعة $v = 72 \text{ km/h}$ تتوقف بشكل فجائي اعتماداً على الكبح بوساطة الأقراص، بافتراض أنّ الأقراص هي أربع أسطوانات نصف قطر كلّ منها $r = 10 \text{ cm}$ وسماكتها $e = 1 \text{ cm}$ وكتلتها الحجمية $\rho = 8 \text{ g/cm}^3$ وحرارتها الكتلية $c = 0.42 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ، احسب مقدار ارتفاع درجة حرارة الأقراص بافتراض أنّ هذه الأقراص قد امتصت كل الحرارة المتبددة.
الجواب: 40°C .

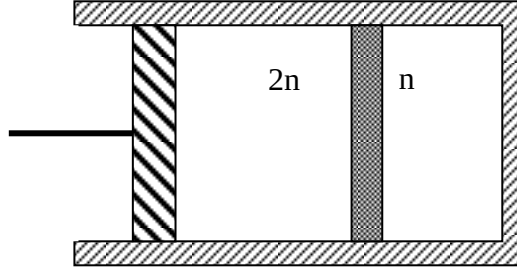
3. أسطوانة مغلقة وعازلة للحرارة مقسومة إلى حجرتين بواسطة حاجز قابل للحركة دون احتكاك وناقل للحرارة، في اللحظة الابتدائية يوجد في الحجرة الأولى n مول من غاز كامل ضغطه P وحجمه V_1 ودرجة حرارته T_1 ، ويوجد في الحجرة الثانية n مول من الغاز الكامل نفسه ضغطه P وحجمه V_2 ودرجة حرارته T_2 بحيث $T_2 > T_1$ ، نترك الجملة حتى تصل إلى التوازن.



- (أ) احسب درجة حرارة الغاز النهائية T_f .
 (ب) احسب الضغط النهائي P_f .
 (ج) أوجد عبارة العمل وكمية الحرارة التي يتلقاها كل غاز بدلالة T_1 و T_2 و n .
 (الجواب: أ) $T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$ ، ب) $P_f = P$ ، ج) $W_2 = -W_1 = nR \frac{T_2 - T_1}{2}$

$$Q_1 = -Q_2 = c_p R \frac{T_2 - T_1}{2} \quad (\text{ج})$$

4. أسطوانة مغلقة من أحد طرفيها وهي عازلة للحرارة ومقطعها يساوي $A = 300 \text{ cm}^3$ ، ويوجد داخلها حاجز قابل للحركة دون احتكاك وعازل للحرارة، كما يوجد مكبس عازل للحرارة ويمكنه التحرك دون احتكاك يُغلق الأسطوانة من الجهة الثانية، مما يجعل لدينا حجرتين داخل الأسطوانة، نفترض أنّ الحجرة الأولى تحتوي n مول من غاز كامل ثنائي الذرة، بينما تحتوي الثانية $2n$ مول من الغاز نفسه. في البداية الجملة متوازنة، وكل من الغازين له درجة الحرارة $T = 300 \text{ K}$ ، ومجموع حجمي الغازين $V_1 + V_2 = V = 18 \text{ L}$.



نقوم بتحريك المكبس إلى اليمين بمقدار $x = 10 \text{ cm}$ بصورة شبه سكونية.

(أ) أوجد مقدار تحرك الحاجز y .

(ب) ما درجتا الحرارة النهائيين T_{f1} و T_{f2} للغازين؟

(الجواب: أ) $y = 3.33 \text{ cm}$ ، ب) $T_{f2} = T_{f1} = 323 \text{ K}$.

5. احسب استطاعة مضخة تقوم بضغط 1 m^3 من الهواء في الدقيقة

بشكل شبه سكوني وبدرجة حرارة ثابتة تساوي 0° C من 1 atm إلى

3.5 atm .

الجواب: 2115 W

6. أسطوانة شاقولية ارتفاعها h جدرانها عازلة للحرارة تحتوي على غاز كامل، نفترض أنّ المعامل γ لهذا الغاز مستقل عن درجة الحرارة. الأسطوانة مغلقة بمكبس كتلته m_0 ، يُمكنه الحركة دون احتكاك، نفترض أنّ محيط الأسطوانة خالٍ من أي غاز، وأنّ درجة حرارة الغاز في الأسطوانة T_0 . ليكن g تسارع الجاذبية الأرضية.

أ) نضع على المكبس كتلة m ونتركه يتوازن، ما مقدار انخفاض المكبس d وما درجة الحرارة النهائية T_f داخل الأسطوانة؟

ب) أعد السؤال بافتراض أننا أضفنا بشكل متدرّج كتلاً صغيرة (لا متناهية في الصغر) مجموع هذه الكتل يساوي m .

$$\text{الجواب: أ) } T_f = T_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{m}{m_0} \right), \quad d = \frac{h}{\gamma} \cdot \frac{m}{m + m_0}$$

$$\text{ب) } T_f' = T_0 \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad d' = h \left[1 - \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)^{-1/\gamma} \right]$$

7. نقوم بإجراء تحول شبه سكوني على غاز كامل، هذا التحوّل يحقّق المعادلة $PV^\alpha = Cte$ حيث α عدد ثابت. اكتب عبارة الحرارة الكتلية للغاز أثناء هذا التحوّل بدلالة حرارته الكتلية بحجم ثابت c_v ، والمعامل $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$

و α ، ما الذي نجده عندما يكون $\alpha = \gamma$ ؟

$$\text{الجواب: } c_v \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\alpha - 1} \right)$$

8. أسطوانة مغلقة جدرانها عازلة للحرارة حجمها $V = 10 \text{ m}^3$ تحتوي غازاً كاملاً درجة حرارته $T_1 = 293 \text{ K}$ ، وضغطه $P = 10^5 \text{ Pa}$. ندخل في الأسطوانة قطعة من النحاس كتلتها $m = 4 \text{ kg}$ ، ودرجة حرارتها $T_2 = 473 \text{ K}$ ، وننتظر التوازن الحراري. الحرارة الكتلية للنحاس $C = 0.4 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ والحرارة المولية

للغاز بحجم ثابت تساوي $c_{vm} = \frac{3R}{2}$. نفترض أنّ المقدارين السابقين مستقلين

عن درجة الحرارة، ونُحمل حجم قطعة النحاس.

(أ) ما درجة الحرارة النهائية T_f للجسملة؟

(ب) ما الضغط النهائي P_f داخل الأسطوانة؟

الجواب: (أ) $T_f = 336 \text{ K}$ ، (ب) $P_f = 1.146 \times 10^5 \text{ Pa}$.

9. أسطوانة شاقولية عازلة للحرارة يتحرك في جزئها العلوي مكبس قابل

للحركة دون احتكاك، تحتوي الأسطوانة على غاز كامل حجمه $V_1 = 100 \text{ L}$

ودرجة حرارته $T_1 = 290 \text{ K}$. الضغط الخارجي ثابت ويساوي $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

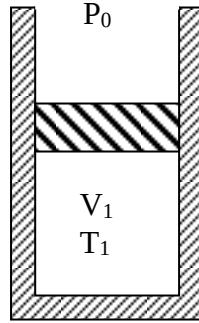
نُدخل إلى الأسطوانة قطعة من النحاس كتلتها $m = 4 \text{ kg}$ ودرجة حرارتها

$T_0 = 500 \text{ K}$ ، نفترض التحول شبه سكوني. الحرارة الكتلية للنحاس

$C = 0.4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ والحرارة المولية للغاز بحجم ثابت تساوي $C_{vm} = \frac{5R}{2}$.

نفترض أنّ المقدارين السابقين مستقلان عن درجة الحرارة، ونُحمل حجم قطعة

النحاس.

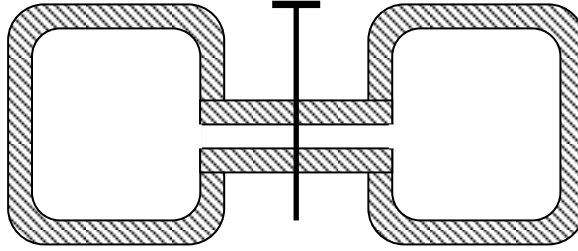


(أ) ما درجة الحرارة النهائية T_2 داخل الأسطوانة؟

(ب) ما الحجم النهائي V_2 الذي يشغله الغاز؟

الجواب: (أ) $T_2 = 485 \text{ K}$ ، (ب) $V_2 = 167 \text{ L}$.

10. حجرتان متماثلتان جدران كل منهما عازلة للحرارة، حجم كل من الحجرتين V تتصل الحجرتان بأنبوب عازل للحرارة ومغلق بصنوبر عازل للحرارة، الحجرة الأولى تحتوي 2 مول من غاز كامل درجة حرارته $T_0 = 300 K$ وضغطه $P_0 = 1 atm$ ، بينما الحجرة الثانية خالية.



نفتح الصنوبر فتحة صغيرة بحيث يمر الغاز ببطء بشكل يسمح بتقريب التحوّل في الحجرة الأولى بتحول شبه سكوني. احسب درجة الحرارة في الحجرة اليمنى T_1 ، ودرجة الحرارة في الحجرة اليسرى T_2 ، والضغط P في كل من الحجرتين لحظة توقّف انتقال الغاز إلى الحجرة اليسرى علماً أنّ $\gamma = 1.4$.

الجواب: $T_1 = 246 K$ ، $T_2 = 384 K$ ، $P = 0.5 atm$.

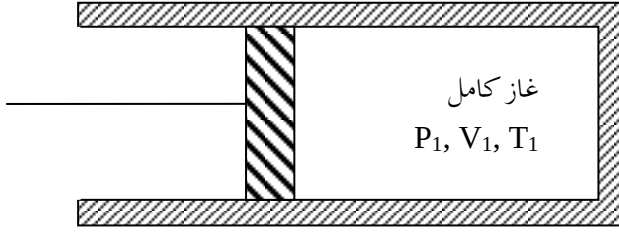
11. أسطوانة شاقولية مساحة مقطعها $10 cm^2$ مغلقة من الأعلى بمكبس يتحرك دون احتكاك كتلته $1 kg$ ، تحتوي الأسطوانة على غاز الآزوت الذي نفترضه غازاً كاملاً، نفترض أنّ ارتفاع المكبس عن قاعدة الأسطوانة يساوي $a = 15 cm$ ودرجة الحرارة تساوي $t = 27^\circ C$ ، نفترض أنّ الضغط الخارجي يساوي $P_0 = 1 atm$.

(أ) نضع على المكبس جسماً كتلته $m = 200 g$ ، احسب ارتفاع المكبس مباشرة بعد وضع الجسم.

(ب) احسب ارتفاع المكبس بعد الوصول إلى التوازن الحراري مع الوسط الخارجي.

(ج) احسب كمية الحرارة المتبددة عبر جدران الأسطوانة والمكبس.

12. أسطوانة أفقية عازلة للحرارة مغلقة بمكبس عازل للحرارة قابل للحركة دون احتكاك، في البداية المكبس مثبت بحيث يُمنع من الحركة، تحتوي الأسطوانة على غاز كامل ضغطه P_1 وحجمه V_1 ودرجة حرارته T_1 . الضغط الخارجي يساوي P_0 .



نزع العائق الذي يمنع المكبس من الحركة بشكل فجائي.

(أ) احسب درجة الحرارة T والحجم V للغاز عند التوازن.

(ب) احسب ΔU و ΔH للغاز.

$$\text{الجواب: (أ)} \quad T = T_1 \left[\frac{1}{\gamma} + \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{P_0}{P_1} \right], \quad V = V_1 \left[1 + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{P_1}{P_0} - 1 \right) \right]$$

$$\text{(ب)} \quad \Delta H = -V_1(P_1 - P_0), \quad \Delta U = -\frac{1}{\gamma} V_1(P_1 - P_0)$$



المبدأ الثاني في الترموديناميك

1.9. التحولات التي تُصيب جملة معزولة

يُمكن لجملة معزولة أن تتحوّل بشكل تلقائي، إذ يكفي أن نضع جملة في حالة غير متوازنة ترموديناميكياً ونتركها لحالها لتقوم بتغيير حالتها. في تحوّل من هذا النوع تبقى الطاقة الداخلية للجملة ثابتة، أي $\Delta U = 0$ لأنّ الجملة معزولة. بعبارة أخرى لا يسمح المبدأ الأوّل في الترموديناميك لنا بتوقع إن كانت جملة ما ستنتقل من حالة إلى أخرى.

لنوضّح ذلك من خلال الأمثلة:

أ. تمدد جول غي لوساك: في هذا التحوّل يتمدد الغاز ليشغل الحجرتين، وتبقى الطاقة الداخلية للجملة ثابتة كما رأينا، ولا يُمكن للغاز مهما طال عليه الزمن أن يعود إلى حالته الابتدائية تلقائياً، إذن هنالك تغيّر أصاب الجملة لا يُمكننا وصفه من خلال المبدأ الأوّل، كما تدل التجربة أنّ التغيّر الحاصل لا يُمكن عكسه ونقول عنه إنّّه غير عكوس.

ب. تلامس جسمين: نضع في علبة مغلقة جدرانها عازلة للحرارة جسمين، الأوّل درجة حرارته T_1 والثاني درجة حرارته T_2 بحيث $T_1 > T_2$ ، ونفترض أنّ الجسمين داخل العلبة متلامسان. إنّ جملة الجسمين هي جملة

معزولة، ومن ثم تبقى الطاقة الداخلية لجملة الجسمين ثابتة، نعلم أنه إذا تلامس الجسمان فإنه سيحصل تبادل حراري بينهما لاختلاف درجتي حرارتهما، وعند التوازن يُصبح لهما درجة الحرارة نفسها، والتحول هنا غير عكوس، كما أنّ المبدأ الأول لا يسمح لنا بتوقع ما سيحدث.

نستنتج أنه إذا كان للجملة حالتان E_1 و E_2 فإنّ المبدأ الأول لن يسمح لنا بمعرفة إن كان بإمكان الجملة الانتقال تلقائياً من الحالة E_1 إلى الحالة E_2 أو الانتقال تلقائياً من الحالة E_2 إلى الحالة E_1 .

من هنا كان لا بُدّ من تعريف تابع حالة للجملة يسمح بوصف ما يحدث في التحولات اللاعكوسة، ويُمكننا حساب تغيّراته من تحديد التحولات التلقائية الممكنة للجملة. تمّ التوصل إلى ذلك من خلال المبدأ الثاني في الترموديناميك.

تاريخياً جرى وضع عدّة نصوص للمبدأ الثاني، وسنعرض بعضها، ولكن سنبدأ بعرض أحد النصوص الحديثة.

2.9. نص المبدأ الثاني

لكل جملة ترموديناميكية تابع حالة نرمز له بـ S نسميه الأنتروبي، له الخواص التالية:

أ. الأنتروبي هو مقدار لا موضعي تجميعي: أي أننا إذا جزأنا الجملة لعدة أجزاء يأخذ الأنتروبي لهذه الأجزاء القيم $S_1, S_2, S_3, \dots$ فإنّ الأنتروبي S للجملة يساوي:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

ب. الأنثروبي لجملة معزولة تخضع لتحوّل غير عكوس يتزايد حتى تصل الجملة إلى حالة توازن ترموديناميكي. وإذا كان التحوّل عكوس فإنّ الأنثروبي يبقى ثابتاً.

ت. في التحوّل الذي يصيب جملة مغلقة غير معزولة حرارياً تغيّر الأنثروبي هو مجموع حدّين، الأوّل ناجم عن تبادل الحرارة مع الوسط الخارجي، هذا الحد قد يكون موجباً أو سالباً، والآخر ناجم عن التحولات الداخلية التي تصيب الجملة وهذا الحد موجب أو معدوم (كما في ب).

من الواضح أنّ هذا المبدأ يحدد لنا الجهة التي يجري وفقها التحوّل غير العكوس وهي الجهة التي يتزايد وفقها الأنثروبي.

3.9. نصوص أخرى

بعد تطوير المحرك البخاري من قبل Savery (1650-1715) و Newcomen (1663-1729) و Watt (1736-1819)، دأب الباحثون مثل كارنو (1796-1832)، و كلاوسيسوس Clausius، وكالفن Kalven، على الدراسة النظرية لتطوير المحركات الحرارية وتحسين مردودها، وقد قاد ذلك إلى التوصل إلى عدد من النصوص التي تعبّر عن أشكال مختلفة للمبدأ الثاني:

أ. نص كارنو: حتى تقدّم الجملة التي تقوم بتحوّل حلقي عملاً يجب أن تتبادل الحرارة مع منبعين حراريين على الأقلّ لهما درجتا حرارة مختلفتان.

ب. نص كلاوسيسوس: لا تنتقل الحرارة بشكل تلقائي من جسم بارد إلى جسم ساخن.

ت. نص كالفن (تومسون): إذا تبادلت جملة الحرارة مع منبع وحيد، وقامت بتحوّل حلقي فلا يُمكنها إلا أن تتلقّى العمل وتقدّم الحرارة.

ملاحظات

- أ. من الممكن نقل الحرارة من منبع بارد إلى منبع ساخن وذلك بتقديم عمل. (مثال: البراد)
- ب. يمكننا الحصول على عمل من جملة تبادل الحرارة مع منبع وحيد، ولكن بشرط ألا يكون التحوّل حلقياً.
- مثال: نتأمل أسطوانة شاقولية ناقلة للحرارة مغلقة بمكبس قابل للحركة دون احتكاك، إذا وضعنا فوق المكبس جسماً، ثم جعلنا الأسطوانة تلامس منبعاً حرارياً درجة حرارته أعلى من درجة حرارة الغاز، فإنّ المكبس سيرتفع رافعاً معه الجسم، فنكون قد حصلنا على عمل، غير أن حصولنا على هذا العمل يتوقف عندما تتساوى حرارة الغاز وحرارة المنبع.
- ت. لو كان ممكناً استخلاص العمل بتبادل الحرارة مع منبع وحيد لأمكننا تسخير سفينة تتخذ من مياه البحر منبعاً حرارياً يسمح لها بالحصول على العمل اللازم لإبحارها.

4.9. التابع أنثروبي

1.4.9. درجة الحرارة الترموديناميكية

نتأمل جملتين مغلفتين (Σ_1) و (Σ_2) . نفترض درجة حرارة الأولى T_{1i} ودرجة حرارة الثانية T_{2i} مع $T_{1i} > T_{2i}$ ، ونفترض أن حجم كل جملة ثابت. نجعل الجملتين تتلامسان، عند التوازن تتساوى درجتا حرارة الجملتين، والتحوّل الذي يحدث غير عكوس، فلا يُمكن للجملتين أن تعودا إلى حالتيهما الابتدائيتين.

إنّ اجتماع الجملتين يشكّل جملة معزولة (Σ) ، وعند تلامس الجملتين فإنّهما يتبادلان الحرارة، ونفترض أنّهما لا يتبادلان إلا الحرارة، لتكن δQ_1 كمية

الحرارة التي تتلقاها (Σ_1) ، و δQ_2 كمية الحرارة التي تتلقاها (Σ_2) ، ولنطبق على هذه الجملة المبدأين الأول والثاني:

لما كانت الجملة معزولة فإنّ $\Delta U = 0$ ، إذن:

$$\begin{aligned} dU_1 + dU_2 &= 0 \\ \Rightarrow \delta Q_1 &= -\delta Q_2 \end{aligned} \quad (1)$$

حيث U_1 الطاقة الداخلية للجملة (Σ_1) و U_2 الطاقة الداخلية للجملة (Σ_2) .

ولما كان التحوّل غير عكوس فإنّ $dS > 0$ للجملة الكلية، إذن:

$$\begin{aligned} dS_1 + dS_2 &> 0 \Rightarrow \\ dS_1 &> -dS_2 \end{aligned} \quad (2)$$

حيث S_1 أنتروبي الجملة الأولى. و S_2 أنتروبي الجملة الثانية.

نفترض $\delta Q_2 > 0$ أي إنّ الحرارة تنتقل من الجسم الساخن إلى الجسم البارد (نص كلاوسيوس)

بنسبة العلاقتين (1) و (2) نجد:

$$\frac{\delta Q_1}{dS_1} > \frac{\delta Q_2}{dS_2}$$

وهذا بدوره يُعطي:

$$\frac{dU_1}{dS_1} > \frac{dU_2}{dS_2} \quad (3)$$

لتكن T_1 و T_2 درجتي حرارة (Σ_1) و (Σ_2) على الترتيب في لحظة ما أثناء التحوّل، لدينا:

$$T_1 > T_2 \quad (4)$$

العلاقة (3) تسمح بالقول: تنتقل الحرارة من (Σ_1) إلى (Σ_2) إذا كان

$$\frac{dU_1}{dS_1} > \frac{dU_2}{dS_2}$$

والعلاقة (4) تسمح بالقول: تنتقل الحرارة من (Σ_1) إلى (Σ_2) إذا

$$T_1 > T_2 \text{ كان}$$

أي إنّ العلاقتين متكافئتان من حيث تحديد جهة انتقال الحرارة، وحسب نص كلاوسيوس تنتقل الحرارة من الجسم ذا درجة الحرارة الأعلى إلى الجسم ذو درجة الحرارة الأدنى ومن ثمّ المقدار $\frac{dU_1}{dS_1}$ له خاصية درجة الحرارة، مما يسمح لنا

بتعريف درجة الحرارة الترموديناميكية على الشكل التالي:

نعرف درجة الحرارة الترموديناميكية T_{thermo} لجملة مغلقة:

$$\frac{1}{T_{thermo}} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V \quad (5)$$

نقبل بأنّه يمكننا مطابقة درجة الحرارة المطلقة مع درجة الحرارة الترموديناميكية.

2.4.9. الضغط الترموديناميكي

نفترض أنّ الجملة المدروسة يُمكن وصفها بمحولين مستقلين، لنأخذ

هذين المتحولين V و U ، مما يسمح بكتابة تغيّر الأنتروبي:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V dU + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U dV \quad (6)$$

نلاحظ أن الحد $\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U$ يُقدّر $J.K^{-1}.m^{-3}$ أي $Pa.K^{-1}$ فهو يعبر

عن ضغط مقسوم على درجة حرارة. نعرف الضغط الترموديناميكي بالعلاقة:

$$\frac{P_{thermo}}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U \quad (7)$$

نقبل بأنّ هذا الضغط يطابق الضغط الذي استعملناه حتى الآن.

3.4.9. نتيجة

من العلاقات (5)، و (6)، و (7) نستنتج أنه في حالة جملة توصف حالتها بمتحولين يمكننا أن نكتب عبارة dS :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV \Rightarrow$$

$$dU = TdS - PdV$$

4.4.9. حالة تحوّل عنصري عكوس

نأتمل جملة مغلقة معادلة حالتها $f(P, V, T) = 0$ ، تتلقى هذه الجملة كمية الحرارة δQ والعمل δW ، لدينا:
من المبدأ الأول: $dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - PdV$ في حالة تحوّل عكوس.

$$dU = TdS - PdV \text{ من الفقرة السابقة:}$$

نستنتج: $\delta Q = TdS$ في حالة التحوّل العكوس.

5.9. موازنة الأنثروبي

1.5.9. تبادل الحرارة مع منبع حراري

1. نموذج المنبع الحراري المثالي

هو جملة درجة حرارتها ثابتة لا تتغير إذا تبادلت هذه الجملة الحرارة مع جملة أخرى، هذا يعني أنّ للجملة سعة حرارية عالية.

مثال: إذا لمسنا بيدنا سطح بحيرة يحدث تبادل حراري بين اليد وماء البحيرة، ومع ذلك لا تتغير درجة حرارة البحيرة، مما يسمح لنا باعتبار البحيرة منبعاً حرارياً.

2. تغيير الأنثروبي لمنبع حراري مثالي

ننظر إلى جملة (Σ) تتبادل الحرارة مع منبع حراري درجة حرارته T_0 ،
نفترض أنّ المجموعة المكونة من الجملة (Σ) والمنبع تشكلان جملة معزولة.
لتكن كمية الحرارة التي يكتسبها المنبع، فيكون تغيير الطاقة
الداخلية للمنبع:

$$dU_{th} = T_0 dS_{th} = \delta Q_{th}$$

لتكن δQ كمية الحرارة التي تكتسبها الجملة (Σ) ، لدينا:

$$\delta Q = -\delta Q_{th}$$

نستنتج أنّ تغيير الأنثروبي للمنبع:

$$dS_{th} = -\frac{\delta Q}{T_0}$$

3. تغيير الأنثروبي للجملة

لنطبق المبدأ الثاني على المجموعة المكونة من المنبع الحراري والجملة
 (Σ) ، إنّ هذه المجموعة تشكّل جملة معزولة إذن تغيير الأنثروبي لهذه الجملة
الجديدة dS_g يحقق العلاقة $dS_g \geq 0$ ، ولكن:

$$dS_g = dS_{th} + dS_{(\Sigma)}$$

إذن :

$$dS_{th} + dS_{(\Sigma)} \geq 0$$

ومن ثمّ:

$$dS_{(\Sigma)} \geq -dS_{th} \Rightarrow$$

$$dS_{(\Sigma)} \geq \frac{\delta Q}{T_0}$$

الكمية $\frac{\delta Q}{T_0}$ تمثل الأنتروبي الذي تكسبه الجملة والنتاج عن التبادل الحراري، لذلك نسميه أنتروبي التبادل ونرمز له بـ δS^r .
يُمثل الفرق بين $dS_{(\Sigma)}$ و δS^r الأنتروبي المنتج والذي نرمز له بالرمز δS^p ، لدينا $\delta S^p \geq 0$ ، من الواضح أنه في حالة التحول العكوس لدينا:
 $\delta S^p = 0$.

4. تعميم

نقبل بأن النتيجة السابقة يُمكن تعميمها لتشمل حالة جملة مغلقة (Σ) تلامس حرارياً جملة أخرى درجة حرارتها T_e متغيرة وهذه الجملة في توازن داخلي، في هذه الحالة يُكتب تغير الأنتروبي للجملة (Σ) :

$$\Delta S = S^r + S^p$$

حيث S^r الأنتروبي المتبادل (أو المتلقى أي الذي تتلقاه الجملة) ويساوي:

$$S^r = \int \frac{\delta Q}{T_e}$$

ويُحسب التكامل على الطريق الحقيقي المسلوک من قبل الجملة.
وحيث S^p هو الأنتروبي المنتج ولدینا:

$$S^p \geq 0$$

وتصبح المتراجحة مساواة في حال كان التحول عكوساً.

ملاحظات

1. في حال كان التحول حلقياً فإن:

$$\Delta S = 0$$

2. في حال تحول كظوم وعكوس نجد:

$$dS = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \delta Q = 0 \Rightarrow \delta S^r = 0 \\ \delta S^p = 0 \end{cases}$$

نقول في هذه الحالة عن التحوّل إنه متساوي الأنتروبي.

لاحظ أنّ التحوّل متساوي الأنتروبي ليس بالضرورة كظوماً

وعكوساً.

2.5.9. أسباب إنتاج الأنتروبي

إن إنتاج الأنتروبي يرافقه كما رأينا التحوّلات غير العكوسة، وبالتالي فأسباب التحوّلات العكوسة هي نفسها مسببات تولّد الأنتروبي وهي:

أ. الاحتكاك: عندما يتحرّك جسم بوجود الاحتكاك فإنّ ذلك يؤدي إلى ضياع جزء من الطاقة الحركية للجسم وتحوّلها إلى حرارة، أي إن الطاقة الحركية التي هي مقدار ماكروسكوبي تتحوّل إلى طاقة ميكروسكوبية، ولا يمكن أن تعود هذه الطاقة الميكروسكوبية تلقائياً إلى طاقة حركية من جديد، والتحوّل غير عكوس.

ب. الانتشار: إذا وضعنا قطرة حبر في وعاء يحتوي ماءً، فإنّ الانتشار يؤدي إلى توزيع جزيئات الحبر في الماء، وهي ظاهرة غير عكوسة.

ج. تبادل الحرارة: إنّ تلامس جسمين لهما درجتان مختلفتان يؤدي إلى انتقال الحرارة من الجسم الحار إلى الجسم البارد، والتحوّل بالاتجاه المعاكس غير ممكن.

د. التفاعلات الكيماوية: إنّ التفاعلات الكيماوية التي تنشأ عند وضع مادتين متفاعلتين معاً هي بشكل عام غير عكوسة، حيث نحصل على مركبات جديدة لا تعود تلقائياً إلى المواد الأولية التي تفاعلت، والتحوّل غير عكوس.

6.9. أمثلة على حساب الأنثروبي

1.6.9. طريقة حساب الأنثروبي المنتج

$$\Delta S = S^p + S^r \text{ لدينا ومن ثم } S^p = \Delta S - S^r$$

نقوم بحساب تغيّر الأنثروبي للجملة ΔS بين الحالة الابتدائية والحالة النهائية باختيار طريق عكوس بين الحالتين. ثم نحسب S^r خلال التحوّل الحقيقي، مما يسمح لنا باستنتاج الأنثروبي المنتج. ملاحظات:

أ. إذا أعطى الحساب قيمة سالبة لـ S^p نستنتج أنّ التحوّل مستحيل.

ب. في حال تحول كظوم غير عكوس لدينا:

$$\Delta S = \int_{(C)} \frac{\delta Q}{T} > 0$$

حيث (C) يمثل طريق عكوس، في هذا الطريق كمية الحرارة العنصرية التي تتلقاها الجملة لا تساوي الصفر بالضرورة.

2.6.9. أنثروبي الغاز الكامل

أ. تغيّر الأنثروبي لغاز كامل خلال تحوّل عكوس:

لدينا:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + PdV}{T} = \frac{mC_v dT + PdV}{T} \Rightarrow$$

$$\Delta S = mC_v \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

ب. علاقة لابلاس: في حالة تحول كظوم عكوس لدينا: $\Delta S = 0$ فإذا

كانت الجملة مكونة من غاز كامل نجد:

$$mC_v \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 0$$

$$\Rightarrow nC_{vm} \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 0$$

$$\Rightarrow \ln \left[\left(\frac{T_f}{T_i} \right)^{nC_{vm}} \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{nR} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_f}{T_i} \right)^{nC_{vm}} \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{nR} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_f}{T_i} \right)^{\frac{C_{vm}}{R}} \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = 1$$

$$C_{vm} + R = C_{pm} \Rightarrow 1 + \frac{R}{C_{vm}} = \gamma \Rightarrow \frac{C_{vm}}{R} = \frac{1}{\gamma - 1} \quad \text{ولكن:}$$

نستنتج:

$$\left(\frac{T_f}{T_i} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = 1 \Rightarrow TV^{\gamma-1} = Cte$$

$$\Rightarrow \boxed{PV^\gamma = C}$$

3.6.9. أمثلة لتحوّلات غير عكوسة

أ. تمدد جول - غي - لوساك

لحساب الأنتروبي المنتَج في تجربة جول - غي - لوساك نفترض أننا انتقلنا من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية بطريق عكوس تكون فيه الطاقة الداخلية ثابتة أي $dU = 0$ فيكون:

$$dU = \delta Q - PdV \Rightarrow \delta Q = PdV$$

إذن:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{PdV}{T} = \frac{nRdV}{V}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i}}$$

حيث V_f هو الحجم النهائي، و V_i هو الحجم الابتدائي، ولكن $V_f > V_i$ إذن $\Delta S > 0$. لو أخذنا الطريق الحقيقي لوجدنا أن $\delta Q = 0$ وبالتالي الأنثروبي المتبادل معدوم $\delta S_r = 0$ ، أي إنّ زيادة الأنثروبي ناجمة عن إنتاج الأنثروبي في الجملة ولدنيا: $S^p = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$.

(أ) تلامس جسمين لهما درجتا حرارة مختلفتان:

جسمان للأول درجة حرارة T_1 وسعة حرارية C_1 وللثاني درجة حرارة T_2 بحيث $T_1 > T_2$ ، السعة الحرارية للجسم الثاني C_2 ، نقرب الجسمين بحيث يتلامسان، ونفترض أنهما يشكّلان جملة معزولة. المطلوب:

- حساب درجة الحرارة T_f عند التوازن.

- حساب تغيّر الأنثروبي للجملة.

لحساب درجة الحرارة النهائية نلاحظ أنّ الطاقة الداخلية للجملة ثابتة

$$\Delta U = 0 \text{ أي}$$

ولكن:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_1(T_f - T_1) + C_2(T_f - T_2)$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

لحساب تغيّر الأنثروبي نفترض طريقاً عكوساً ينقل الجملة إلى الحالة

النهائية، فيكون تغيّر الأنثروبي للجسم الأول:

$$S_1^r = \int_{T_1}^{T_f} \frac{\delta Q_1}{T} = \int_{T_1}^{T_f} \frac{C_1 dT}{T} = C_1 \ln \frac{T_f}{T_1}$$

ويكون تغيّر الأنثروبي للجسم الثاني:

$$S_2^r = C_2 \ln \frac{T_f}{T_2}$$

وتغيّر الأنتروبي للجملة:

$$S^p = \Delta S = C_1 \ln \frac{T_f}{T_1} + C_2 \ln \frac{T_f}{T_2}$$

تمرين:

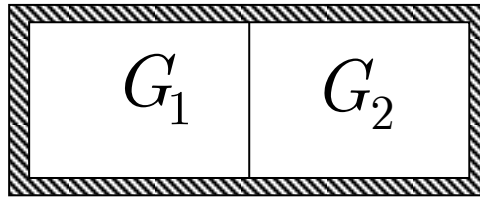
بيّن أنّه في المثال السابق تتحقق الخاصية الرياضية الآتية:

إذا كان α_1, α_2 عددين حقيقيين موجبين بحيث $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ، و T_1 و T_2 عددان حقيقيان موجبان فإنّه تتحقق المتراجحة التالية:

$$\alpha_1 T_1 + \alpha_2 T_2 \geq T_1^{\alpha_1} T_2^{\alpha_2}$$

ج. مزج غازين كاملين:

غازان كاملان مختلفان G_1 و G_2 كلٌّ منهما ثنائي الذرة يشغلان في البداية حجرتين لهما الحجم V نفسه، يفصلهما حاجز ناقل للحرارة (الشكل 9-1)، نفترض الجملة معزولة، كما نفترض عدد المولات n نفسه في كلّ من الحجرتين.



الشكل 9-1: تجربة مزج غازين كاملين.

نزيل الحاجز فيمتزج الغازان، لنحسب تغيّر الأنتروبي:

الجملة المكونة من الغازين لا تتلقى العمل من الوسط الخارجي كما أنها لا تتلقى الحرارة، إذن لا تتغير الطاقة الداخلية للجملة، أي $\Delta U = 0$ ، ويمكننا أن نكتب:

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_{G_1} + \Delta U_{G_2} \\ &= \frac{5}{2} nR(T_f - T_i) + \frac{5}{2} nR(T_f - T_i) \\ &= 5nR(T_f - T_i)\end{aligned}$$

نستنتج:

$$(درجة الحرارة الابتدائية) T_f = T_i (درجة الحرارة النهائية)$$

إنّ تغير الأنتروبي للجملة يساوي:

$$\Delta S = \Delta S_{G_1} + \Delta S_{G_2}$$

لنختار طريقاً عكوساً ينقل الغاز الأول من الحالة التي يشغل بها الحجرة اليسارية إلى الوضع الذي يشغل فيها كامل الحجرتين، ولنحسب تغير الأنتروبي لهذا الغاز:

$$\begin{aligned}\Delta S_{G_1} &= \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU - \delta W}{T} = \int \frac{PdV}{T} = \int \frac{nRdV}{V} \\ &= nR \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \ln 2\end{aligned}$$

بالشكل نفسه نجد:

$$\Delta S_{G_2} = nR \ln 2$$

نستنتج تغير الأنتروبي للمزيج:

$$\boxed{\Delta S = 2nR \ln 2}$$

تناقض جيبس: يُطرح تناقض جيبس على الشكل التالي: في المثال السابق لنفترض أنّ الحجرتين تحتويان الغاز نفسه، فبإزالة الحاجز وحساب تغير الأنتروبي نجد النتيجة السابقة. فإذا أعدنا الحاجز إلى مكانه نجد الحالة الابتدائية وهذا يقتضي أن تغير الأنتروبي يساوي الصفر.

لإزالة التناقض يكفي ملاحظة أن حساب الأنثروبي في المثال السابق يفترض أن الجزيئات قابلة للتمييز وهو غير محقق في حال الجزيئات من النوع نفسه.

د. تسخين كتلة من الماء على موقد

نضع على موقد درجة حرارته $T_s = 1000K$ وعاء يحتوي ليتر من الماء بدرجة حرارة $T_i = 290K$ ترتفع درجة حرارة الماء إلى الدرجة $T_f = 363K$. احسب تغير الأنثروبي، واحسب الأنثروبي المنتج.

نختار طريقاً عكوساً لحساب تغير الأنثروبي:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{mc_p dT}{T} = mc_p \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\Delta S = 0.938 kJ.K^{-1}$$

لحساب الأنثروبي الوارد إلى الجملة تختار الطريق الحقيقي:

$$S^r = \int \frac{\delta Q}{T_s} = \int \frac{mc_p dT}{T_s} = mc_p \left(\frac{T_f - T_i}{T_s} \right)$$

$$\Delta S = 0.305 kJ.K^{-1}$$

حساب الأنثروبي المنتج:

$$S^p = \Delta S - S^r = 0.633 kJ.K^{-1}$$

هـ. مزيج من الماء السائل والجليد في الهواء

يحتوي وعاء 0.5 كغ من الجليد و 0.5 كغ من الماء السائل، درجة حرارة الهواء المحيط بالوعاء تساوي $T_a = 293K$ ، والضغط الجوي يساوي $P_0 = 1bar$. بعد فترة من الزمن نجد أنّ 0.2 كغ من الجليد قد انصهر. أوجد تغير الأنثروبي والأنثروبي الوارد، والأنثروبي الذي أنتجته الجملة. الحرارة الكامنة لانصهار الجليد $c_f = 334 kJ.kg^{-1}$.

لحساب تغيّر الأنثروبي نختار طريقاً عكوساً، حيث نفترض أن الجملة تلقت بشكل عكوس الحرارة من الوسط الخارجي، أي إنّ الجملة كانت في توازن مع الوسط الخارجي، وهذا يقتضي أن تكون درجة حرارة الوسط الخارجي مساوية إلى 273.15 K ، نجد:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\delta Q}{273.15} = \frac{Q}{273.15} = \frac{0.2c_f}{273.15} = 244.5\text{ JK}^{-1}$$

لحساب الأنثروبي الوارد نختار الطريق الحقيقي الذي تكون فيه درجة حرارة سطح التبادل مساوية 293 K ، نجد:

$$S^r = \frac{Q}{T_a} = 228\text{ JK}^{-1}$$

نستنتج قيمة الأنثروبي المتولد:

$$S^p = \Delta S - S^r = 19.5\text{ J.K}^{-1}$$

و. التمدد متساوي الحرارة لغاز كامل

نتأمل مولاً واحداً من غاز كامل في أسطوانة ناقلة للحرارة مغلقة بمكبس مهمل الكتلة ويمكنه الحركة دون احتكاك. نفترض درجة حرارة الغاز في البداية مساوية لدرجة حرارة الوسط الخارجي $T_a = 300\text{ K}$ ، نفترض الضغط الجوي الخارجي $P_f = 1\text{ bar}$ والضغط الابتدائي داخل الأسطوانة $P_i = 10\text{ bar}$. يُطلب إيجاد قيمة كل من ΔS ، S^r ، S^p .

لنحسب ΔS اعتماداً على طريق عكوس:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{ولكن التحول متساوي الحرارة إذن} \quad \Delta U = 0 \quad \text{أي}$$

$$\delta Q + \delta W = 0 \quad \text{ومن ثم} \quad \delta Q = pdV \quad \text{نستنتج:}$$

$$\Delta S = \int \frac{PdV}{T_a} = \int \frac{RdV}{V} = R \ln \frac{V_f}{V_i} = R \ln 10$$

الأنثروبي الوارد:

$$S^r = \int \frac{\delta Q}{T_a} = \frac{Q}{T_a} = \frac{-W}{T_a} = \frac{P_f(V_f - V_i)}{T_a} = \frac{R(V_f - V_i)}{V_f} = 0.9R$$

الأنثروبي المنتج:

$$S^p = \Delta S - S^r = R \ln 10 - 0.9R = 11.66 J.K^{-1}$$

تمرين: أوجد الأنثروبي المقدم للوسط الخارجي في حال:

1. شحن مكثفة سعتها C بواسطة مولد قوته المحركة

الكهربائية e .

2. تفريغ المكثفة بعد شحنها، علماً أن درجة حرارة الوسط

الخارجي $0^\circ C$.

4.6.9. تطبيق على المحركات الحرارية

1. علاقة كلاوسيوس

يمكننا استنتاج متطابقة كارنو- كلاوسيوس (انظر الفقرة 2.6.8)

اعتماداً على المبدأ الثاني في الترموديناميك، كما يلي:

إن تغيّر الأنثروبي للجملة عند تبادل الحرارة مع المنبع البارد يساوي:

$$\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1}$$

وتغيّر الأنثروبي للجملة عند تبادل الحرارة مع المنبع الساخن يساوي:

$$\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2}$$

أثناء التحولين الباقيين لإكمال الحلقة تغيّر الأنثروبي معدوم لأن كلا

التحولين كظوم وعكوس، من أجل حلقة يكون تغيّر الأنثروبي معدوماً، نستنتج:

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0}$$

ملاحظة: لم نلجأ هنا إلى فرضية الغاز الكامل، ولا حتى لأن تكون الجملة مكونة من غاز، لذلك يمكن استعمال العلاقة السابقة من أجل أي جملة تتبع حلقة كارنو مهما كانت طبيعة الجملة.

2. نظرية كارنو

لنفترض الآن أن الجملة تتبع حلقة كارنو أي تتبادل الحرارة من منبعين الأول ساخن (درجة حرارته T_2) والآخر بارد (درجة حرارته T_1 بحيث $T_1 < T_2$) وأنّ التحولات حقيقية.

إنّ المنبعين بدرجتي الحرارة T_1 و T_2 يقدمان بشكل غير عكوس للجملة كميتي الحرارة Q_1 و Q_2 ، فيكون تغير الأنثروبي لهذين المنبعين $-\frac{Q_1}{T_1}$ و $-\frac{Q_2}{T_2}$ ، ومن ثمّ يكون تغير الأنثروبي للكون:

$$\Delta S = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

وذلك لأنّ تغير الأنثروبي للجملة خلال حلقة معدوم. وفي حال جملة تعمل بصورة طبيعية (التحولات ليست عكوسة) يكون تغير الأنثروبي للكون أكبر تماماً من الصفر إذن:

$$-\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0}$$

تُعرف العلاقة السابقة باسم متراجحة كارنو- كلاوسيوس

حالة محرك حراري:

استناداً إلى المتراجحة السابقة نجد عبارة مردود محرك حراري يعمل وفق حلقة كارنو (بصورة طبيعية):

$$\boxed{\rho < \rho_M = 1 - \frac{T_1}{T_2}}$$

وتكتب نظرية كارنو: "إنّ مردود محرك حراري يعمل بين منبعين بشكل عادي هو أصغر من المردود الحاصل عندما يعمل المحرك بصورة عكوسة".

حالة براد:

نجد أن فعالية البراد الذي يعمل بصورة طبيعية:

$$e < e_M = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

7.9. الأنثروبي الإحصائي

1. دراسة تمدد جول - غي لوساك

نعيد النظر بتجربة جول - غي لوساك، ونفترض أنّ التمدد يجري بحيث يشغل الغاز في البداية حجرة واحدة ليشغل في نهاية التمدد حجتين، والحجرتان متماثلتان، والجدران لا تقبل تغيير شكلها ولا تنقل الحرارة. رأينا أنّه بتطبيق المبدأ الأوّل نجد الطاقة الداخلية للجسملة ثابتة، لو تخيلنا أننا تركنا الغاز بحيث يعود ليشغل حجرة واحدة فقط لوجدنا أنّ هذا مستحيل تجريبياً، مع أنّ المبدأ الأوّل لا يمنع ذلك. وقد وجدنا أنّ المبدأ الثاني يحدد الجهة التي تتحوّل وفقها جملة ما وهي الجهة التي يتزايد فيها الأنثروبي (للتحوّل غير العكوس) ووجدنا في حالة تمدد جول - غي لوساك (الموصوف أعلاه) أنّ تغير الأنثروبي يساوي:

$$\Delta S = nR \ln 2$$

غير أنّ تناولنا للموضوع كان من وجهة نظر ماكروسكوبية، ولم ننظر بعد لتوضيح انعكاس ذلك على المستوى الميكروسكوبي. سوف نتناول هذه النقطة من خلال نموذج مبسّط اعتماداً على تمدد جول - غي لوساك.

لننظر إلى غاز مكوّن من N جزيء، وتكون الحجرتان المستعملتان في التمدد متصلتين بحيث يُمكن لهذا الغاز أن يشغل كلا الحجرتين، نفترض درجة الحرارة ثابتة مما يحدد الطاقة الحركية المتوسطة للجزيء. إنّ احتمال أن يوجد هذا الجزيء في الحجرة الأولى يساوي احتمال وجوده في الحجرة الثانية، نقبل بأنّ احتمال وجود جزيء في إحدى الحجرتين مستقلّ عن أماكن بقية الجزيئات، في هذه الحالة يبلغ عدد طرق وضع جزيء في الحجرتين اثنتين (إما في الحجرة الأولى أو في الحجرة الثانية) ويبلغ عدد طرق وضع N جزيء في الحجرتين : 2^N طريقة، وإنّ عدد الطرق لوضع l جزيء في الحجرة اليسرى و $N-l$ جزيء في الحجرة اليمنى يساوي:

$$\Omega = \frac{N!}{(N-l)!l!}$$

ومن ثمّ يكون احتمال الحصول على حالة للغاز يكون فيها عدد الجزيئات في الحجرة اليسرى مساوياً l وعددها في الحجرة اليمنى مساوياً $N-l$ يساوي:

$$P(l) = \frac{\Omega}{2^N}$$

نجد أنّ أكبر احتمال هو الذي يكون فيه $l = \frac{N}{2}$ أي يتساوى عدد الجزيئات في الجهة اليمنى مع عدد الجزيئات في الجهة اليسرى وهو ما نحصل عليه تجريبياً، إذا أهملنا الانزياحات الصغيرة التي يتعرّض لها الغاز. وقد وجدنا أنّه في هذه الحالة يبلغ الأنتروبي قيمته العظمى، نلاحظ أن تابع الاحتمال يحقق هذه الخاصية، وكذلك Ω يبلغ قيمته العظمى عندما $l = \frac{N}{2}$ ، و لكن هذا لا يكفي، ولا بُدّ للتابع الأنتروبي الميكروسكوبي أن يحقق خواص أخرى وهي:

أ. أن يكون تجميعياً: أي في حالة جملتين متصلتين، وكان S_1 أنتروبي الأولى و S_2 أنتروبي الثانية فإنّ أنتروبي اجتماع الجملتين $S = S_1 + S_2$ ، تتحقق هذه الخاصية إذا أخذنا:

$$S = C \ln \Omega$$

حيث C ثابت.

ب. يجب أن يكون التابع مجانساً لطاقة مقسومة على درجة حرارة، أي وحدته $J.K^{-1}$ ، أي إنّ الثابت C يجب أن يكون له هذه الوحدة.

لنأخذ حالة تمدد جول - غي لوساك:

$$\Delta S = C \ln \frac{\Omega_f}{\Omega_i} = C \ln \frac{C_N^{N/2}}{1} = C \ln \frac{N!}{\left[\left(\frac{N}{2}\right)!\right]^2}$$

باستعمال علاقة ستيرلينغ (وبافتراض $N \gg 1$):

$$\ln(N!) = N \ln N - N$$

نجد:

$$\Delta S = C \left[N \ln N - N - 2 \left(\frac{N}{2} \ln \frac{N}{2} - \frac{N}{2} \right) \right] = C N \ln 2$$

ولكن ماكروسكوبياً لدينا:

$$\Delta S = nR \ln 2 = Nk \ln 2$$

حيث k ثابت بولتزمان، نستنتج أنّه ليتحقق التطابق بين صيغة S

الميكروسكوبية وصيغتها الماكروسكوبية يكفي أن نأخذ:

$$\boxed{C = k}$$

2. تعميم

نقبل أنّ حالة التوازن لجملة ترموديناميكية يُمكن وصفها من خلال

معرفة عدد طرق تحقيق هذه الحالة Ω ، نعرّف الأنتروبي الإحصائي أو الأنتروبي

الميكروسكوبي لهذه الجملة بالعلاقة:

$$S = k \ln \Omega$$

حيث k ثابت بولتزمان.

3. الأنثروبي الإحصائي وغياب المعلومات

لنعد إلى تمدد جول - غي لوساك، في البداية يشغل الغاز حجرة واحدة (اليسرى مثلاً)، ولو سُئلنا عن مكان وجود إحدى الجزيئات لقلنا دون أدنى شك في الحجرة اليسرى، بينما لو سُئلنا السؤال نفسه بعد حصول التمدد، لكان جوابنا، لسنا متأكدين، إن احتمال وجوده في الحجرة اليسرى هو $\frac{1}{2}$ واحتمال وجوده في الحجرة اليمنى يساوي $\frac{1}{2}$ ، أي إننا خسرنا جزءاً من المعلومات التي بحوزتنا عن الجملة. ولو تأملنا عدد الطرق التي نوزع بها الجزيئات على الحجرتين لنحصل على حالة التوازن النهائية لوجدنا أنّ هذا العدد هو الأكبر مقارنة بحالات الجملة الأخرى التي لا يتساوى فيها عدد الجزيئات في الحجرتين. بما أننا لا ندري أي توزيع للجزيئات لدينا في حالة التوازن، وبما أنّ عدد هذه التوزيعات أعظمي، فإنّ معلوماتنا عن الجملة هي في قيمتها الدنيا، بينما الأنثروبي في قيمته العظمى.

إذن يُمكن اعتبار الأنثروبي الإحصائي كمقياس للمعلومات المفقودة عن الجملة.

لنوضح ذلك من خلال المثال التالي:

إذا قمنا بصهر قطعة من الجليد فإنّ هذا يؤدي إلى رفع قيمة الأنثروبي للجملة، ففي حالة الجليد لدينا بلورات، حيث تكون الجزيئات موزعة بشكل منتظم، ومن ثمّ لدينا معلومات مفيدة عن توضع الجزيئات، بينما في الحالة

السائلة تتوزع الجزيئات بشكل عشوائي، أي إنّ الانصهار أفقدنا بعض المعلومات عن الماء الذي بحوزتنا.

8.9. نظرية نرنست

في حساباتنا السابقة، قمنا بحساب تغيّر الأنثروبي، والسؤال الذي نطرحه ألا يوجد مبدأ يكون فيه الأنثروبي معدوماً؟ لننظر إلى جسم نقي، وللتبسيط نفترضه صلباً، إنّ الحالات الممكنة لمكونات الجملة (الذرات) يُمكنها تغيير موضعها باستمرار مما يُعطي عدداً كبيراً من الاحتمالات لمواقع الذرات والإلكترونات، فالذرات تهتز بجوار مواضع توازنها ما دامت درجة الحرارة مختلفة عن الصفر، ولكن عندما تنتهي درجة الحرارة إلى الصفر المطلق فإنّ الذرات تأخذ مواضع توازنها، ولا يوجد عندها سوى إمكانية وحيدة لموضع كل ذرة أي: $(\Omega \rightarrow 1)$ عندما تنتهي T إلى الصفر المطلق، وهذا يقتضي أن ينتهي الأنثروبي إلى الصفر، وهذا ما يُعمم من خلال نظرية نرنست التي تنص:

" ينعدم الأنثروبي لجسم نقي عندما تبلغ درجة الحرارة الصفر المطلق "

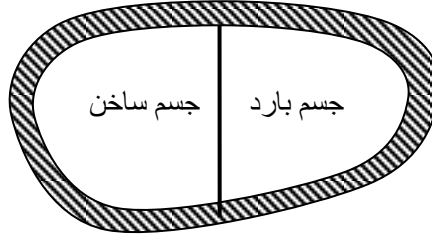
تُعرف هذه النظرية باسم المبدأ الثالث في الترموديناميك.

تمارين محلولة

1. استنتج - اعتماداً على حساب تغيّر الأنثروبي - نص كلاوسيوس: " لا يمكن للحرارة أن تنتقل بصورة تلقائية من الجسم البارد إلى الجسم الساخن "

الحل:

نتأمل جسمين الأول درجة حرارته T_1 والثاني درجة حرارته T_2 بحيث $T_2 > T_1$ نضع الجسمين متلامسين ضمن حيز معزول حرارياً، كما في الشكل الآتي:



لما كانت الجملة المكونة من اجتماع الجسمين معزولة فإنّ: $dU = 0$
أي:

$$dU_1 + dU_2 = 0$$

$$\Rightarrow dU_1 = -dU_2$$

$$\Rightarrow \delta Q_1 = -\delta Q_2$$

ومن ثمّ:

$$\Rightarrow dS = dS_1 + dS_2$$

$$= \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2}$$

$$= \frac{\delta Q_1}{T_1} - \frac{\delta Q_1}{T_2} = \delta Q_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}$$

في الحساب السابق افترضنا طريقاً عكوساً لتبادل الحرارة. والجملة السابقة معزولة
إذن $dS > 0$ ولما كان $T_2 > T_1$ نستنتج أنّ:

$$\delta Q_1 > 0 \Rightarrow \delta Q_2 < 0$$

والحرارة تنتقل من الجسم الساخن إلى الجسم البارد.

2. بالاعتماد على المبدأ الأوّل وحساب تغيّر الأنتروبي استنتج نص كالفن: "

الجملة التي تقوم بتحويل حلقي متبادلة الحرارة مع منبع وحيد ، لا يمكنها إلا أن

تتلقى العمل وتعطي الحرارة"

الحل:

لتكن Q كمية الحرارة التي تتلقاها الجملة و W العمل الذي تتلقاه.

لنفترض T درجة حرارة المنبع، في تحوّل حلقي يكون تغيّر الطاقة الداخلية

للجملة معدوماً إذن وكذلك تغيّر الأنتروبي:

$$\Delta U = W + Q = 0$$

$$\Delta S = 0 = \frac{Q}{T} + S^p$$

ولكن $S^p \geq 0$ و $T > 0$ إذن تقتضي المساواة الأخيرة أن يكون $Q \leq 0$ ، ومن

المساواة الأولى نستنتج أنّ $W \geq 0$

أي إنّ الجملة تأخذ عملاً وتُقدم حرارة.

3. لدينا حجرة مغلقة معزولة حرارياً حجمها V_0 ، تحتوي n مول من غاز

كامل درجة حرارته T_0 ، وضغطه $P_i = 2P_0$ ، ليكن $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$ للغاز. تتصل

الحجرة بأسطوانة خالية معزولة حرارياً تحتوي مكبساً عازلاً حرارياً يُمكنه الحركة

دون احتكاك، والضغط الخارجي يساوي P_0 .

(أ) نفتح الصنبور (R) ونترك الجملة حتى تصل إلى حالة التوازن.

a. احسب درجة الحرارة النهائية T_f للغاز وحجمه النهائي V_f .

b. احسب تغيّر الأنتروبي للغاز.

c. برهن أن للأنتروبي قيمة عظمى في وضع التوازن.

ب) نفترض أننا أثّرنا على المكبس بحيث تُصبح حركته بطيئة بشكل يكفي

لاعتبار التحوّل شبه سكوني لنصل إلى الوضع الذي يتساوى فيه ضغط الغاز

مع الضغط الخارجي.

a. احسب درجة الحرارة النهائية T_f للغاز.

b. ما تغيّر الأنتروبي للغاز؟

ج) نفترض أن المكبس يتحرك وحده ببطء بسبب الاحتكاك الداخلي حتى يصل إلى حالة التوازن التي يتساوى فيه ضغط الغاز مع الضغط الخارجي ،
قارن ما يحدث مع ما يحدث في شروط الطلب السابق.
الحل:

أ) عند التوازن يتساوى ضغط الغاز مع الضغط الخارجي P_0 ، ويكون العمل الذي يتلقاه الغاز:

$$W = -P_0(V_f - V_0)$$

ويكون تغير الطاقة الداخلية للغاز:

$$\Delta U = Q + W = W = -P_0(V_f - V_0)$$

يمكن كتابة تغير الطاقة الداخلية أيضاً:

$$\Delta U = nc_{vm}(T_f - T_0)$$

إذن:

$$(1) -P_0(V_f - V_0) = nc_{vm}(T_f - T_0)$$

من معادلة الغاز الكامل نكتب:

$$2P_0V_0 = nRT_0$$

$$P_0V_f = nRT_f$$

نستنتج أن :

$$T_0 = \frac{2P_0V_0}{nR} \quad T_f = \frac{P_0V_f}{nR}$$

نعوض في العلاقة (1) :

$$\begin{aligned} -P_0(V_f - V_0) &= nc_{vm}\left(\frac{P_0V_f}{nR} - \frac{2P_0V_0}{nR}\right) \\ \Rightarrow -\left(\frac{V_f}{V_0} - 1\right) &= \frac{c_{vm}}{R}\left(\frac{V_f}{V_0} - 2\right) = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{V_f}{V_0} - 2\right) \end{aligned}$$

ومن ثم:

$$\frac{V_f}{V_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma}$$

ودرجة الحرارة النهائية:

$$T_f = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \frac{P_0 V_0}{nR} = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma} \right) T_0$$

b. باختيار طريق عكوس نجد أن تغيّر الأنثروبي:

$$dS = nc_{vm} \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

ومن ثمّ:

$$\Delta S = n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_0} + nR \ln \frac{V_f}{V_0}$$

$$\Rightarrow \Delta S = nR \left\{ \frac{1}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma} \right) \right] + \ln \frac{\gamma + 1}{\gamma} \right\}$$

c. إنّ الجملة المدروسة يُمكن توصيفها من خلال متحولات الحالة (P, V, T) وبوجود معادلة الحالة يكفي متحولان لوصف حالة الجملة، وتتعرف حالة التوازن من خلال القيد على التحول الذي يقتضي $dU = nc_{vm} dT = -P_0 dV$ مما يُخفّض عدد المتحولات اللازمة لوصف حالة الجملة إلى واحد، لنختار المتحول V لوصف حالة الجملة، إنّ الأنثروبي في حالة التوازن يُكتب:

$$\Delta S = n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

حيث T درجة الحرارة الموافقة للحالة التي يكون حجم الجملة فيها مساوياً

لـ V

من العلاقة (1) وبأخذ $V = V_f$ و $T = T_f$ نجد:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\gamma - 1}{2} \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) + 1$$

$$\Delta S = n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{\gamma - 1}{2} \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) + 1 \right] + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

ويُكتب الأنثروبي:

$$S(V) = S(V_0) + \Delta S$$

$$S(V) = S(V_0) + n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{\gamma - 1}{2} \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) + 1 \right] + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

ومن ثمَّ:

$$\frac{dS}{dV} = n \frac{R}{\gamma - 1} \frac{-\frac{\gamma - 1}{2V_0}}{\frac{\gamma - 1}{2} \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) + 1} + nR \frac{1}{V}$$

$$\frac{dS}{dV} = \frac{nR}{V_0} \left[-\frac{1}{(\gamma - 1) \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) + 2} + \frac{V_0}{V} \right]$$

نلاحظ أنَّ $\frac{dS}{dV} = 0$ عندما:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma}$$

كما نلاحظ أنَّ $\frac{dS}{dV} > 0$ إذا كان $V < \frac{\gamma + 1}{\gamma} V_0$ و $\frac{dS}{dV} < 0$ إذا

كان $V > \frac{\gamma + 1}{\gamma} V_0$

إذن القيمة $S(V = V_f)$ تمثل نهاية حدية عظمى.

(ب)

ب-ا. إنَّ التحول كظوم شبه سكوني إذن يُمكننا تطبيق علاقة لابلاس

ومن ثمَّ:

$$PV^\gamma = C \text{ أي ثابت، نستنتج:}$$

$$2P_0V_0^\gamma = P_0V_f^\gamma$$

نستنتج:

$$\frac{V_f}{V_0} = 2^{\frac{1}{\gamma}}$$

و لدينا $PT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = C'$ إذن:

$$\frac{T_f}{T_0} = 2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

ب-b. إنَّ التحوّل كظوم بالفرض وهو عكوس لأننا قمنا به بحيث يتحقق التوازن في كل لحظة داخل الجملة ومع الوسط الخارجي، إذن $\Delta S = 0$. يُمكننا التحقق من ذلك بالتعويض في العلاقة:

$$\Delta S = n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{T_f}{T_0} + nR \ln \frac{V_f}{V_0}$$

حيث نجد:

$$\Delta S = n \frac{R}{\gamma-1} \ln 2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} + nR \ln 2^{\frac{1}{\gamma}} = 0$$

ج) إنَّ هذا التحوّل له الشكل نفسه للتحوّل في الطلب السابق، فقوى الاحتكاك الداخلي هي التي تؤدي إلى توقف المكبس في وضع التوازن النهائي.

تمارين غير محلولة

1. أسطوانة مقطوعها S مغلقة ومعزولة حرارياً وغير قابلة للتمدد، تحتوي n مول من غاز كامل وحيد الذرة، درجة حرارة الغاز الابتدائية T_0 وحجمه الابتدائي V_0 ، نقوم بتسخين الغاز باستعمال مقاومة كهربائية حيث نقدم للغاز كمية من الحرارة Q .

أ) اكتب عبارة كل من ΔU ، ΔH ، ΔS للغاز.

ب) نعيد الطلب السابق بافتراض أنّ الأسطوانة مغلقة بمكبس عازل حرارياً مهمل الكتلة يمكنه الحركة دون احتكاك، ليكن P_0 الضغط الخارجي، و Q كمية الحرارة التي تعطىها المقاومة للغاز.

اكتب عبارة كل من ΔU ، ΔH ، ΔS ، V للغاز .

ج) نفترض أن المكبس متصل من الجهة الخارجية بنابض في حالة الاسترخاء ثابت صلابته k ، وطوله l_0 ، والنابض يستند من الطرف الآخر إلى حائط. لتكن Q كمية الحرارة التي تقدمها المقاومة للغاز. ولتكن X مقدار انزياح المكبس.

a. اكتب المعادلة التي تسمح بحساب X .

b. اكتب عبارة كلٍّ من ΔU ، ΔH ، ΔS ، V بدلالة X ومعطيات المسألة.

2. جسم كتلته m وحرارته الكتلية c نفترضها ثابتة، نقوم برفع درجة حرارة هذا الجسم من الدرجة T_0 إلى الدرجة T_N وذلك بملامسته بشكل متتابع مع N منبع حراري، نفترض أن الفرق في درجة الحرارة بين المنبع الحراري والمنبع الذي يليه $\Delta T = \frac{T_N - T_0}{N}$.

أ) اكتب عبارة الأنتروبي المنتج S^p .

ب) أوجد قيمة الأنتروبي المنتج S^p بافتراض $N \gg 1$ ، فسّر

النتيجة.

$$\text{الجواب: أ) } S^p = mc \left[\frac{T_N - T_0}{N T_N} - \ln \left(1 + \frac{T_N - T_0}{N T_N} \right) \right] \quad (\text{ب})$$

$$S^p = \frac{mc}{T_N} \left(\frac{T_N - T_0}{N T_N} \right)^2$$

إلى الصفر ينعدم الأنتروبي المنتج فنصل إلى تحوّل عكوس.

3. لدينا n مول من غاز كامل، نفترض المقدار $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ لهذا الغاز ثابتاً،

يخضع هذا الغاز لتحوّل يحقق العلاقة $PV^k = C$ حيث k ثابت حقيقي موجب. في الحالة الابتدائية تتمتع متحولات الحالة للغاز بالقيم (P_0, V_0, T_0) ، وفي الحالة النهائية تأخذ القيم (P_1, V_1, T_1) .

(أ) بين أنّ التغيّر العنصري للأنتروبي يُكتب:

$$dS = nC \frac{dT}{T}$$

حيث C ثابت يُكتب بدلالة R و γ و k .

استنتج عبارة تغير الأنتروبي ΔS بدلالة R و γ و k و n و T_0 و T_1 .

(ب) احسب العمل الذي يتلقاه الغاز خلال التحوّل.

(ج) بين في كلّ من الحالات التالية طبيعة التحوّل، واحسب C .

a. $k = 0$

b. $k = 1$

c. $k = \gamma$

d. $k \rightarrow \infty$

(د) مثل بياناً كلاً من التحولات الواردة في الطلب السابق مرّة في

الإحداثيات (P, V) وأخرى في الإحداثيات (T, S) .

الجواب: (أ) $\Delta S = nR \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k - 1} \right) \ln \frac{T_1}{T_0}$ ، $C = R \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k - 1} \right)$

(ب) $W = \frac{1}{k - 1} (P_1 V_1 - P_0 V_0) = \frac{\Delta(PV)}{k - 1}$

(ج) $C = c_{vm}$ (d ، $C = 0$ (c ، $C \rightarrow \infty$ (b ، $C = c_{pm}$ (a

4. نتأمّل جملة مكوّنة من ثاني أكسيد الكربون. يُعطى الأنتروبي لمول من هذا الغاز بالعلاقة:

$$S(U, V) = S_0 + c_{vm} \ln \left(\frac{U + \frac{a}{V}}{U_0 + \frac{a}{V_0}} \right) + R \ln \left(\frac{V - b}{V_0 - b_0} \right)$$

حيث S_0 ، U_0 ، V_0 هي قيم الأنتروبي والطاقة الداخلية والحجم لمول

من الغاز في حالة مرجعية ما. $a = 0.37 \text{ J.m}^3.\text{mol}^{-2}$

و $b = 4.30 \times 10^{-5} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$ ثابتان يخصّان الغاز CO_2 .

لتكن الحرارة المولية بحجم ثابت لغاز ثاني أكسيد الكربون

$$c_{vm} = 28.50 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

(أ) اكتب العبارة التفاضلية لـ $S(U, V)$. واستنتج عبارة الطاقة

الداخلية لمول من الغاز $U_m(T, V)$ ، ومعادلة الحالة لمول من الغاز

$$f(P, V, T) = 0$$

(ب) يخضع مولان من الغاز لتمدد جول - غي لوسك. من حجم

ابتدائي $V = 5 \text{ l}$ ودرجة حرارة ابتدائية $T = 293 \text{ K}$ إلى حجم

نهائي يساوي ضعف الحجم البدائي.

احسب تغيّر درجة الحرارة وتغيّر الأنتروبي.

(ج) قارن النتيجة التي حصلت عليها في الطلب (ب) مع النتيجة التي

نحصل عليها في حالة غاز كامل له الحرارة المولية نفسها بحجم ثابت.

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT, \quad U_m(T, V) = c_{vm} T - \frac{a}{V} \quad (\text{الجواب: أ})$$

$$\Delta S = 11.16 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}, \quad \Delta T = -2.6 \text{ K} \quad (\text{ب})$$

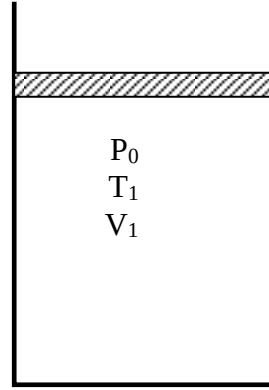
(ج) في حالة الغاز الكامل لا تتغيّر درجة الحرارة، ونجد:

$$\Delta S = 11.53 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

5. أسطوانة مغلقة بمكبس مهمل الكتلة قابل للحركة دون احتكاك، تحتوي هذه

الأسطوانة مولاً واحداً من غاز كامل، الأسطوانة ناقلة للحرارة ومتوازنة مع

الوسط المحيط الذي درجة حرارته T_1 وضغطه P_0 ، ليكن V_1 حجم الغاز. ننقل الأسطوانة بشكل سريع إلى غرفة مجاورة درجة حرارتها T_2 بحيث $T_2 > T_1$ والضغط السائد مساوٍ لـ P_0 . ونفترض أنّ التحول الذي يُصيب الغاز بطيء. لتكن c_{pm} الحرارة المولية للغاز بضغط ثابت.



(أ) اكتب عبارة الحجم الجديد V_2 للغاز بدلالة T_1 و T_2 و V_1 .

(ب) ما العمل W الذي تلقاه الغاز؟

(ج) ما كمية الحرارة Q التي تلقاها الغاز.

(د) احسب تغيّر الأنتروبي للغاز ΔS .

(الجواب: أ) $V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1$ ، ب) $W = -R(T_2 - T_1)$ ، ج) $\Delta S = C_{pm} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$

$$Q = c_{pm}(T_2 - T_1)$$

$$\Delta S = C_{pm} \left[\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{T_2 - T_1}{T_2} \right] \quad (\text{د})$$

6. نأخذ 1 كغ من الماء السائل درجة حرارته 20°C ونضعه بملامسة منبع حراري درجة حرارته 100°C .

أ) ما مقدار تغيّر الأنتروبي للجملة المكوّنة من الماء والمنبع عند التوازن، نفترض الحرارة الكتلية للماء ثابتة وتساوي $4.2 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ، ونفترض غياب أي تبخّر للماء.

ب) نفترض أننا جعلنا الماء يلامس منبعاً حرارياً درجة حرارته 60°C وبعد التوازن جعلناه يلامس المنبع بدرجة حرارة 100°C ، ونفترض غياب أي تبخّر للماء، ما مقدار تغيّر الأنتروبي للجملة المكوّنة من الماء والمنبعين؟

ج) قارن بين القيمتين المحسوبتين في الطلبين السابقين؟ أعط تفسيراً.

7. نقوم بإجراء تجربة تمدد غازين على الشكل التالي: في البداية لدينا أسطوانة مغلقة عازلة للحرارة مقسومة بحاجز إلى حجرتين متماثلتين حجم كلّ منهما V_0 ، الحجرة الأولى تحتوي n مول من غاز كامل بضغط P_0 ، وتحتوي الثانية $2n$ من الغاز نفسه وبدرجة الحرارة نفسها T_0 . نقوم بإزالة الحاجز، فيتساوى توزع الغاز في الحجرتين.

أ) احسب الضغط الجديد في الحجرتين.

ب) احسب تغيّر الأنتروبي للجملة.

ج) أعد السؤال السابق بافتراض أنّه لدينا غازين مختلفين.

الجواب: أ) $P = \frac{3}{2}P_0$ ، ب) $\Delta S = nR(5\ln 2 - 3\ln 3)$ ، ج)

$$\Delta S = 3nR\ln 2$$

8. نقوم بخلط سائلين من النوع نفسه تحت ضغط ثابت في خزان عازل

للحرارة، كتلة الأوّل m ودرجة حرارته T ، السائل الثاني له الكتلة نفسها ودرجة حرارته T' .

برهن أنّ تغيّر الأنتروبي للجملة يساوي :

$$\Delta S = m c_p \ln \frac{T + T'}{2\sqrt{T T'}}$$

حيث c_p تمثل الحرارة الكتلية للسائل.



تغيّر الطور لجسم نقي

1.10. مقدّمة

نعلم أنّ الجسم النقي أي المكوّن من مادة كيماوية وحيدة يُمكن أن نجده في عدة حالات فيزيائية مختلفة: غاز أو سائل أو صلب، نطلق على هذه الحالات الفيزيائية اسم الأطوار، وبشكل عام نسمي طوراً في جملة ترموديناميكية (ليست بالضرورة مكوّنة من جسم نقي) كل جزء من الجملة تكون فيه المتحولات الموضعية مستمرة.

عند الانتقال من طور إلى آخر يعاني الجسم من تغيّرات فجائية في خواصه الفيزيائية من كتلة حجمية وحرارة كتلية وخواصه الضوئية وكذلك خواصه الميكانيكية وغيرها.

إنّ تغيّر الطور له تطبيقات عملية كثيرة، فنحن نعيش تغيّر الطور يومياً حيث أنّ تبخر الماء الصادر من جسم الإنسان عن طريق التعرّق يُسهم في الحفاظ على درجة حرارة الجسم، كما أنّ عمليات الطبخ يرافقها غليان الماء وتبخره، و لا ننسى الأمطار الناجمة عن تكثّف بخار الماء، وغير ذلك من ظواهر لا سبيل هنا لتعدادها. وفي التطبيقات الصناعية نجد صهر المعادن لصّبها في قوالب وإعادة تجميدها، وتميع الغازات مثل الآزوت والهيليوم لاستخدامها في التبريد، واستخدام الغازات سهلة التطاير في المكيفات والبرادات وغير ذلك من تطبيقات لا مجال هنا لحصرها.

2.10. تعاريف

نطلق التسميات التالية على عمليات انتقال جسم نقي من طور إلى آخر (انظر الشكل 1-10):

التبخر : هو الانتقال من الطور السائل إلى الطور الغازي.

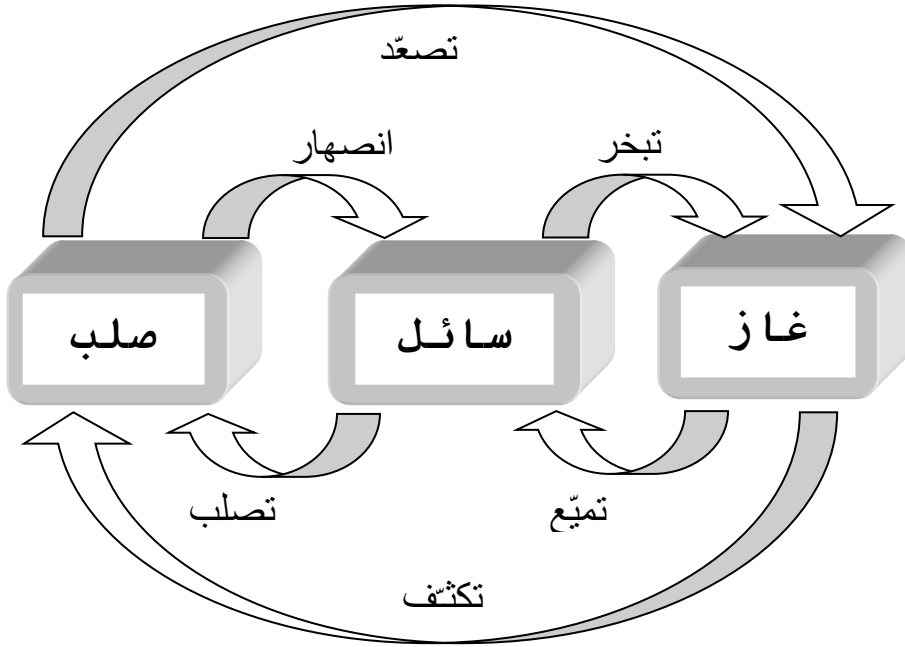
التميع : هو الانتقال من الطور الغازي إلى الطور السائل.

الانصهار : هو الانتقال من الطور الصلب إلى الطور السائل.

التصلب : هو الانتقال من الطور السائل إلى الطور الصلب.

التصعد (أو التسامي) : هو الانتقال من الطور الصلب إلى الطور الغازي.

التكثف : هو الانتقال من الطور الغازي إلى الطور الصلب.



الشكل 1-10: تغيرات الطور لجسم نقي.

تنويه: نستخدم تجاوزاً التعبير تكثف لتحول بخار الماء إلى سائل.

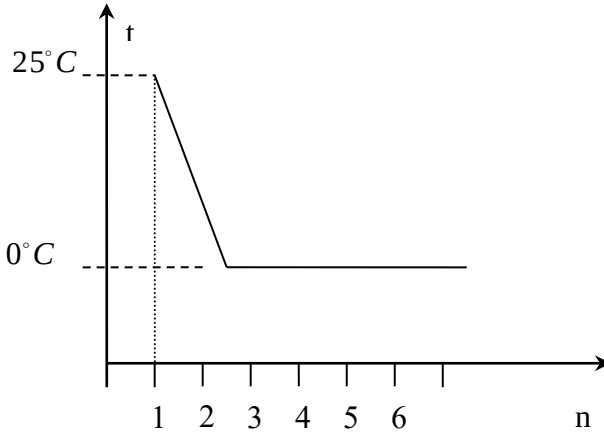
3.10. مخططات التوازن

1. تجربة

نضع 100 g من الماء في إناء عازل للحرارة (thermos) بدرجة حرارة المحيط (لتكن 25°C) ونستخدم ميزان حرارة زئبقي لقياس درجة حرارة الماء، نستخدم قطعاً من الجليد المحضرة سابقاً، والتي تزن كل منها 5 g ، نقوم بإضافة هذه القطع واحدة تلو الأخرى، وننتظر بعد إضافة كل قطعة تحقق التوازن الحراري ثم نسجل درجة الحرارة.

نقوم برسم المنحني $t(^\circ\text{C}) = f(n)$ حيث n عدد قطع الجليد

المضافة، فنحصل على المنحني الموضح بالشكل 10-2.



الشكل 10-2: عند إضافة قطع من الجليد إلى حوض ماء سائل، نلاحظ انخفاض

درجة الحرارة وانصهار الجليد، وعندما يتوقف الجليد عن الانصهار نلاحظ ثبات درجة الحرارة عند اصفر المنوي. (n: عدد قطع الجليد المضافة).

نلاحظ في البداية أن قطع الجليد تنصهر، وتنخفض درجة حرارة الماء تدريجياً، حتى تصبح درجة الحرارة $t = 0^\circ\text{C}$ ، حيث يكاد ينعدم انصهار الجليد، وبإضافة قطع أخرى من الجليد نلاحظ ثبات درجة الحرارة عند القيمة السابقة.

نستنتج من هذه التجربة أنّ درجة حرارة التوازن لمزيج من الماء السائل والجليد تحت ضغط جوي نظامي ($P = 1 \text{ atm}$) تساوي 0°C .

2. رسم مخططات التوازن

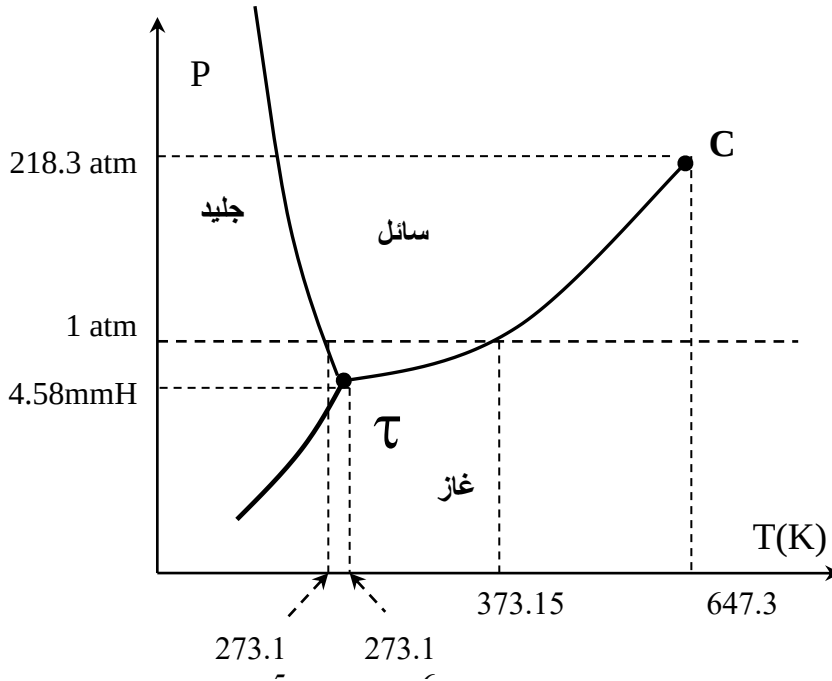
في التجربة السابقة لدينا نقطة واحدة من منحنى التوازن سائل - صلب للماء إحداثياتها ($P = 1 \text{ atm}, T = 273.15 \text{ K}$). يُمكننا بإجراء تجارب أكثر تعقيداً الحصول على نقاط توازن أخرى وذلك بتغيير قيمة الضغط وتسجيل درجة الحرارة التي يكون فيها الجليد والماء السائل في حالة توازن، نلاحظ تجريبياً أنّ درجة الحرارة التي يتحقق عندها التوازن تتغير بتغير الضغط، ومجموعة نقاط التوازن التي نحصل عليها تمثل منحنى التوازن سائل - صلب للماء.

من ناحية ثانية نعلم أنّ الماء السائل يغلي في الدرجة $T = 373.15^\circ \text{C}$ تحت الضغط الجوي النظامي، وظاهرة الغليان تنتج من تحوّل السائل عند السطح الملامس للموقد إلى بخار، ولو أوقفنا تدفق الحرارة من الموقد إلى الماء لتوقف الغليان، ونحصل على الماء السائل وبخار الماء فوقه في حالة توازن ما دامت درجة الحرارة $T = 373.15^\circ \text{C}$. نستنتج أنّ النقطة ($P = 1 \text{ atm}, 373.15 \text{ K}$) هي نقطة من منحنى التوازن سائل - غاز للماء. يُمكننا أن نقوم بتجربة تسمح بتسخين الماء في وعاء مغلق بحيث يُمكننا التحكم بالضغط المطبق داخل الوعاء، ونسجل عند كل ضغط يجري تثبيته درجة الحرارة التي يبدأ عندها الماء بالغليان، فنحصل على جدول يحتوي كل من الضغط ودرجة حرارة الغليان الموافقة، إذا مثلنا الضغط بدلالة درجة الحرارة، نحصل على منحنى التوازن سائل - غاز للماء. نلاحظ أنّ هذا المنحنى يتوقف عند النقطة (C) التي نسميها النقطة الحرجة، في هذه النقطة لا يُمكن التمييز بين السائل والغاز.

بإجراء تجارب مماثلة على بخار الماء بضغط منخفضة
($P < 4.58 \text{ mmHg}$) نحصل على مخطط التوازن غاز - جليد للماء.

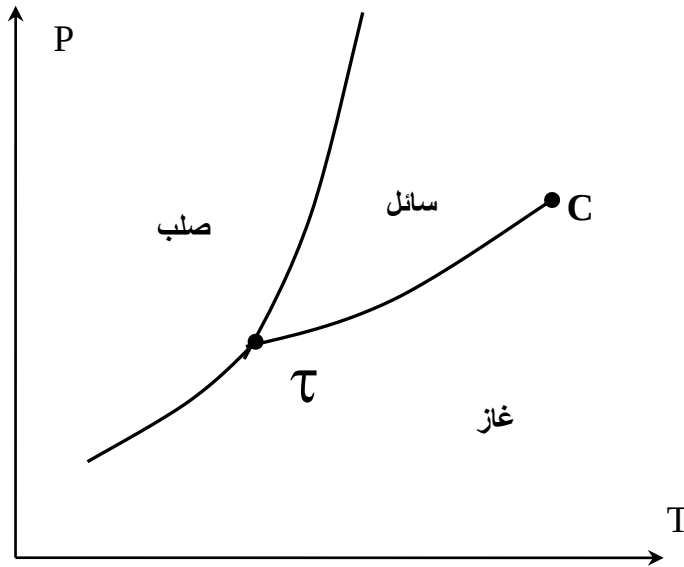
عند رسم منحنيات التوازن الثلاث نلاحظ أنّها تلتقي في نقطة واحدة
(النقطة τ) التي نسميها النقطة الثلاثية، في هذه النقطة يُمكن للأطوار الثلاثة
أن توجد معاً في حالة توازن.

الشكل (3-10) يمثل مخطط التوازن للماء، نلاحظ أنّ منحنى التوازن
سائل - جليد له ميل سالب، وفي هذا يشدّ الماء عن بقية المواد، حيث نجد أنّ
ميل هذا المنحنى موجب.



الشكل (3-10): مخطط التوازن للماء.

بشكل عام نقوم بتجريباً من أجل قيمة نحددها للضغط بقياس درجة الحرارة حيث يوجد طوران أو أكثر في الوقت ذاته في حالة توازن، فإذا مثلنا النقاط التجريبية المختلفة التي يوجد فيها طوران مختلفان [باستخدام الإحداثيات (P,T)] نحصل على مخطط التوازن للمادة المدروسة، كما في الشكل 4-10 الذي يُمثل الشكل الأكثر شيوعاً لمخطط التوازن.



الشكل 4-10: مخطط التوازن الأكثر شيوعاً لجسم نقي.

نلاحظ على المخطط السابق وجود نقطة تكون حداً لمنحني التوازن غاز-سائل، وهي النقطة الحرجة C. إلى يمين هذه النقطة لا يمكننا تمييز التحول غاز-سائل، حيث يتم الانتقال بشكل مستمر دون أن نلاحظ انقطاعاً في المتحولات الموضعية (مثل الكتلة الحجمية) أو تغيراً مفاجئاً في اللون أو الشفافية

أو أياً من الخواص الفيزيائية للمادة. ومن ثمّ لا توجد حاجة لتمييز طورين مختلفين سائل وغاز، ونكتفي بتسمية مائع.

نورد في الجدول (1-10) قيم (P,T) في النقطة الثلاثية (τ) لعدد من المواد.

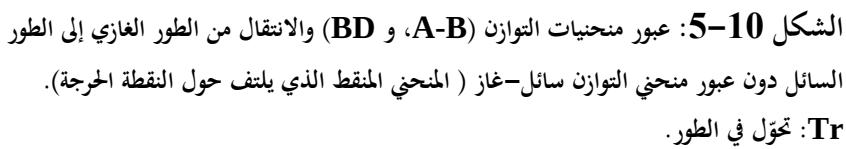
الجدول 1-10: إحداثيات النقطة الثلاثية لعدد من المركبات.

صيغة المركّب	المركّب	$T_\tau (K)$	$P_\tau (mm\ Hg)$	$P_\tau (bar)$
$^1H_2$	الهيدروجين	13.81	52.8	70.4×10^{-3}
$^2H_2$	الديتريوم	18.6	128	0.171
Ne	النيون	24.6	324	0.432
O_2	الأكسجين	54.36	1.14	1.5×10^{-3}
N_2	الآزوت	63.2	94	0.125
Ar	الأرغون	83	512	0.683
NH_3	النشادر	195.4	45.6	60.8×10^{-3}
CO_2	ثاني أكسيد الكربون	216.6	3900	5.1
H_2O	الماء	273.16	4.58	6.1×10^{-3}

3. استنتاجات من مخطط التوازن

يمكننا أن نستنتج ونتحقق تجريبياً مما يلي (انظر الشكل 10-5):

- نقوم بالتبريد بضغط ثابت انطلاقاً من نقطة A تكون فيها المادة سائلة، فنتنقل المادة إلى الطور الصلب (النقطة B).



بالشكل (6-10):



الشكل 10-6: تغير الكتلة الحجمية أثناء التحول (AB) على الشكل 10-5.

نلاحظ في هذا الشكل انقطاعاً في منحنى تغير الكتلة الحجمية عند تحول السائل إلى صلب (النقطة Tr). إنّ هذا التغير الفجائي لا يقتصر على الكتلة الحجمية ولكن يتعداه إلى خواص أخرى كما ذكرنا في المقدمة.

ب. إذا انطلقنا من النقطة A وقمنا بتمديد المادة بدرجة حرارة ثابتة نحصل على المادة بالطور الغازي (النقطة E).

ج. انطلاقاً من النقطة B (طور صلب) يمكن الوصول إلى الطور الغازي (النقطة D) دون المرور بالطور السائل إذا خفضنا الضغط مع الاحتفاظ بدرجة حرارة ثابتة.

د. يمكننا الانتقال من الطور الغازي (النقطة E) إلى الطور السائل (النقطة A) بشكل مستمر (المنحنى المتقطع) أي إنّ المقادير الموضعية التي تصف حالة الجملة تتغير بشكل مستمر دون أن تعاني من انقطاع.

نورد في الجدول (10-2) إحداثيات النقطة الحرجة والكتلة الحجمية في هذه النقطة لعدد من المركّبات.

نتيجة: وجدنا أنّ ميل منحنى التوازن سائل - صلب للماء سالب، أي إنه إذا قمنا بضغط الجليد يمكننا صهره، وهذا غير ممكن تحقيقه في بقية المواد. هذا يفسر سهولة الانزلاق على الثلج والجليد.

الجدول 10-2: إحدائيات النقطة الحرجة لعدد من المركبات.

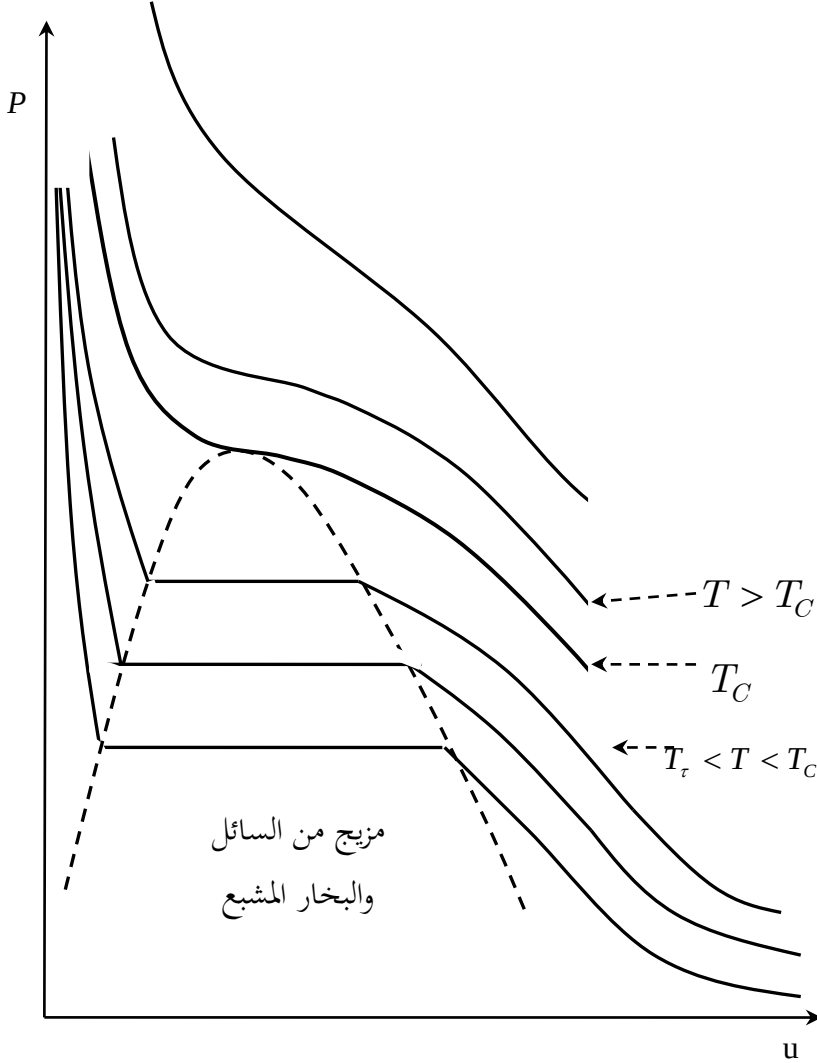
صيغة المركب	المركب	$T_C (K)$	$P_C (bar)$	$\rho_C (kg.m^{-3})$
H_e	الهيليوم	5.24	2.61	69.3
H_2	الهيدروجين	33.24	12.80	31.0
N_2	الآزوت	162.2	33.490	311.0
O_2	الأوكسجين	154.33	49.713	430
CO_2	ثاني أكسيد الكربون	304.1	72.947	460.8
NO_2	ثاني أكسيد الآزوت	430	75.245	520
NH_3	النشادر	405.4	113	
CH_3CH_2OH	الكحول الإيثيلي	516.2	63.11	275.5
H_2O	الماء	647.2	218	322
Hg	الزئبق	>1820	>500	4×10 ³ إلى 5×10 ³

4.10. مخطط كلايرون للتحويل سائل-غاز

(يُعرف باسم منحنيات أندرو متساويات الحرارة)

ليكن u الحجم الكتلي للمادة المدروسة (يساوي u الحجم الكتلي المتوسط إذا كانت المادة مكونة من أكثر من طور).

إذا قمنا بضغط غاز بدرجة حرارة ثابتة ورسمنا المنحنيات $P = [f(u)]_{T=Cte}$ نحصل على منحنيات أندرو متساويات الحرارة الممثلة بالشكل (7-10).



الشكل 7-10: منحنيات أندرو المتساوية الحرارة، المنحني المتقطع يُمثل منحنى الإشباع، نحصل على هذه المنحنيات بشرط أن تكون درجات الحرارة أعلى من درجة الحرارة في النقطة الثلاثية .

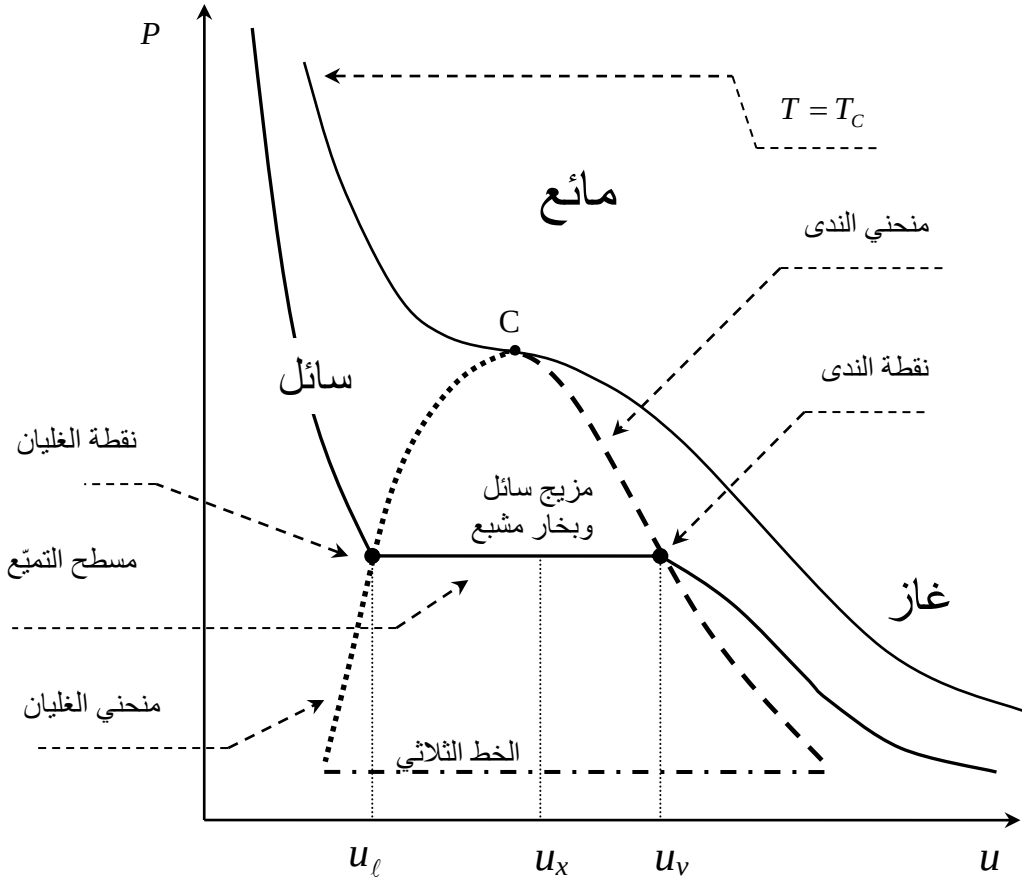
نلاحظ أنّ المنحني في الحالة الغازية يقترب شكله من جزء من قطع زائد، وعندما يبدأ السائل بالتميع يصبح المنحني مستقيماً موازياً ل محور الفواصل، أي إنّ الضغط يبقى ثابتاً، (الشكل 10-8)، نسمي هذا الجزء من المنحني: مسطح التميع أو مسطح التبخر، نلاحظ أنّه في بداية مسطح التميع (من اليمين) لدينا غاز فقط، وفي نهايته (من اليسار) لدينا سائل فقط، بينما بين هذين الحدين لدينا مزيج من السائل والغاز. نسمي بداية المسطح بنقطة الندى، حيث يبدأ تشكّل أولى القطرات السائلة في هذه النقطة، ونسمي نهايته بنقطة الغليان، لأنّ السائل يبدأ بالغليان عند هذه النقطة إذا قدمنا له كمية من الحرارة.

إنّ اجتماع نقاط الندى التي تنتمي إلى منحنيات أندرو المختلفة تشكّل منحنيّاً نطلق عليه تسمية "منحني الندى". واجتماع نقاط الغليان تشكّل منحني نسميه "منحني الغليان".

نُطلق تسمية منحني الإشباع على المنحني الناجم عن اجتماع منحني الندى ومنحني الغليان. في المنطقة المتوسطة داخل هذا المنحني يكون لدينا مزيج من السائل والبخار مما يجعل البخار في حالة إشباع كما سوف نرى لاحقاً، مما يسوّغ تسميته بمنحني الإشباع.

يُحدّ منحني الإشباع من الأسفل المنحني الثلاثي، وهو الذي نحصل عليه عندما تكون درجة الحرارة مساوية لتلك في النقطة الثلاثية، وعندما تُصبح درجة الحرارة أصغر فإننا نتقل إلى الطور الصلب بدل الانتقال إلى السائل.

من ناحية ثانية، عندما تصبح درجة الحرارة أكبر أو تساوي درجة الحرارة الحرجة، لا نرى مسطح التميع، وهذا طبيعي حيث أننا لا نُميّز ابتداءً من النقطة الحرجة السائل من الغاز، ونكتفي بتسمية الطور بالطور المائع.



الشكل 8-10: منحني الإشباع وهو اجتماع منحني الندى ومنحني الغليان.

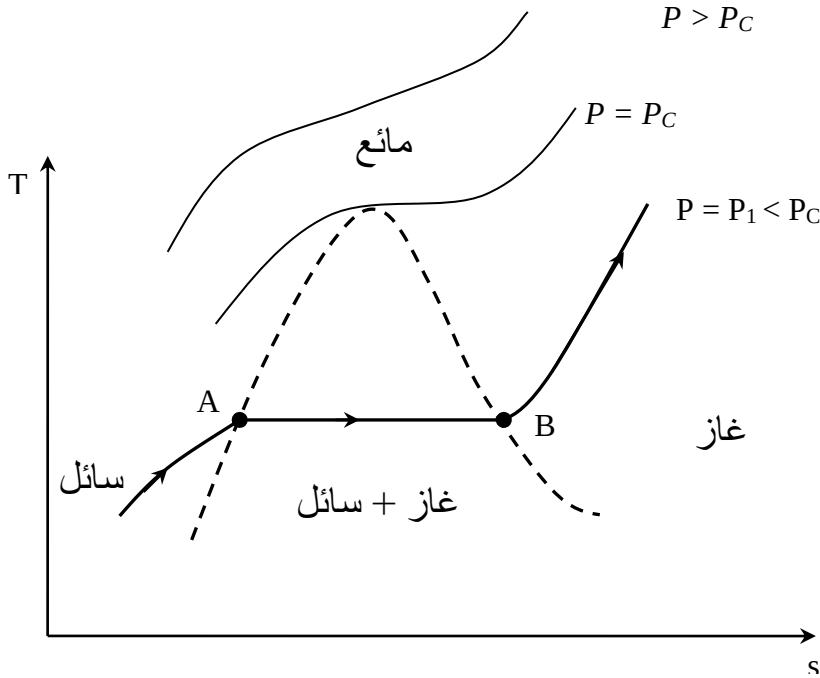
في الشكل (8-10) تمثل u_v الحجم الكتلي للبخر، و u_ℓ الحجم الكتلي للسائل، و u_x الكتلة الحجمية لمزيج من السائل والبخر، ولحساب u_x ، نفترض أنّ نسبة الغاز الذي تحوّل إلى سائل تساوي $x = \frac{m_\ell}{m}$ ، حيث m_ℓ كتلة السائل، و m الكتلة الكلية للبخر والسائل، فتكون نسبة البخر المتبقي $1 - x = \frac{m_v}{m}$ ومن ثمّ :

$$u_x = \frac{V}{m} = \frac{m_\ell u_\ell + m_v u_v}{m} = x u_\ell + (1 - x) u_v$$

ملاحظة: النقطة (C) هي نقطة انعطاف لمتساوي الحرارة $P = [f(u)]_{T=T_C}$ ولدينا في هذه النقطة $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{T=T_C} = 0$ ، أي إنه في هذه النقطة يحصل تغير كبير في كثافة المائع مما يجعل له خصائص ضوئية مميزة من حيث انتشار الضوء.

5.10. مخطط تغير الطور في الإحداثيات (T, s)

كثيراً ما نجد مخطط تغير الطور في الإحداثيات (T, s) (ترمز s هنا إلى الأنثروبي الكتلي)، حيث يستخدمها المهتمون بالآلات الحرارية، من مولدات ومكيفات وغيرها. يُمكننا رسم المنحني $s = [f(T)]_{P=cte}$ أي الأنثروبي الكتلي كتابع لدرجة الحرارة في حال ضغط ثابت. بتغيير قيمة الضغط ورسم المنحني $s = [f(T)]_{P=cte}$ في كل مرة، مما يسمح بالحصول على مخطط تغير الطور، كما في الشكل (9-10).



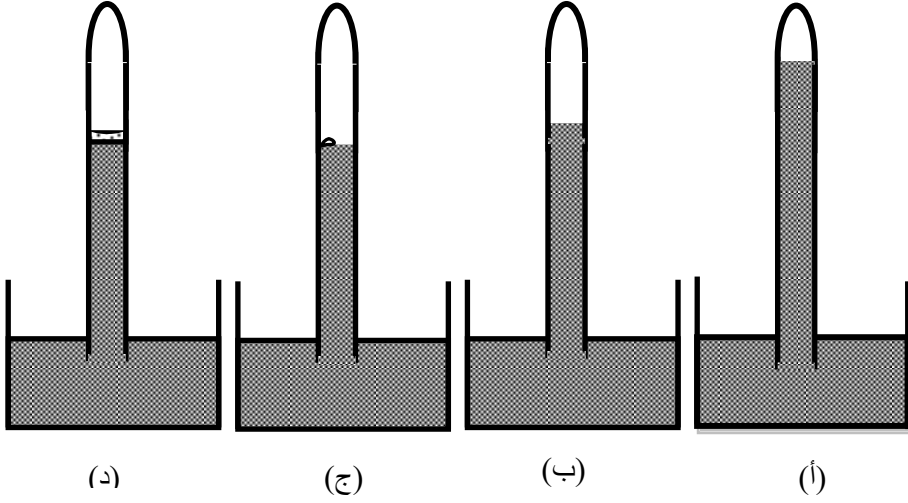
الشكل 9-10: مخطط تغير الطور في الإحداثيات (T, s).

نلاحظ أنه إذا ابتدأنا من الطور السائل وسخناً تحت ضغط ثابت P_1 أصغر من الضغط الحرج P_c ، فإننا نزيد قيمة الأنثروبي الكتلي للمادة المستخدمة، ونلاحظ ارتفاع درجة الحرارة، يستمر هذا الارتفاع حتى تبلغ القيمة T_s أي درجة الحرارة التي يكون فيها ضغط البخار المشبع مساوياً لـ P_1 (النقطة A)، باستمرار التسخين نلاحظ ظهور فقاعات من البخار داخل السائل، وتثبت درجة الحرارة عند القيمة T_s حتى يتبخر كامل السائل ونصل إلى النقطة B، بهذا نحصل على مسطح التبخر، بعد ذلك تزداد درجة حرارة الغاز كما في الشكل. وفي حال كان الضغط أعلى من الضغط الحرج P_c فإننا لا نجد مسطح التبخر، ولا نلاحظ انتقال سائل - غاز، أي إننا في الطور المائع.

6.10. البخار الجاف والبخار المشبع

1.6.10. التبخير في الخلاء

نُجري التجربة الموضحة في الشكل 10-10. في الشكل (أ) لدينا وعاء مملوء بالزئبق وأنبوب اختبار مملوء بالزئبق مقلوب ينغمس الجزء السفلي منه في الزئبق داخل الوعاء، نفترض ارتفاع عمود الزئبق يزيد على 76 سم. نحقن قطرة ماء داخل أنبوب الاختبار، فنلاحظ أن قطرة الماء تطفو فوق سطح الزئبق وتتبخّر مما يؤدي إلى انخفاض سطح الزئبق (الشكل ب)، ندخل قطرة أخرى فنلاحظ الظاهرة السابقة نفسها. نتابع العملية فنلاحظ بعد إضافة عدة قطرات أن الماء يتوقف عن التبخر وتشكّل طبقة رقيقة من الماء على سطح الزئبق (الشكل ج)، إذا تابعنا العملية يتراكم الماء المضاف على سطح الزئبق ولا يتبخّر (الشكل د).



الشكل 10.10: التبخر في الخلاء، يتوقف التبخر عند بلوغ البخار ضغط الإشباع.

نستنتج ما يلي:

1. يستمر الماء بالتبخر مادام ضغط بخاره أصغر من قيمة محددة نسميها ضغط البخار المشبع.
2. إن بقاء ارتفاع عمود الزئبق داخل الأنبوب أعلى من مستوى الزئبق في الوعاء يدلّ على أنّ ضغط البخار المشبع في درجات الحرارة الاعتيادية أصغر من الضغط الجوي.
3. بالتجربة نجد أنّ ضغط البخار المشبع يزداد مع درجة الحرارة وهو

يساوي 1.75 cmHg

عند الدرجة $t = 20^\circ \text{C}$.

يُعطي الجدول (3-10) ضغط البخار المشبع للماء في درجات حرارة

مختلفة.

الجدول 10-3: ضغط البخار المشبع للماء في درجات حرارة مختلفة.

647.3	200	100	50	20	10	0.01	$t(^{\circ}C)$
16590	1178	76	9.25	1.75	0.92	0.458	$P_s(cm.Hg)$

بناءً على القياسات التجريبية وُضعت الصيغة التالية التي تُعطي قيمة ضغط البخار المشبع للماء P_s في درجات الحرارة $100^{\circ}C \leq t \leq 200^{\circ}C$ بخطأ لا يتجاوز 5% (علاقة ديوبراي (Duperray):

$$P_s(atm) = \left(\frac{t(^{\circ}C)}{100} \right)^4$$

على أن تكون وحدة الضغط هي الضغط الجوي (atm) ودرجة الحرارة المأخوذة هنا هي الدرجة المئوية (سيلسيوس).

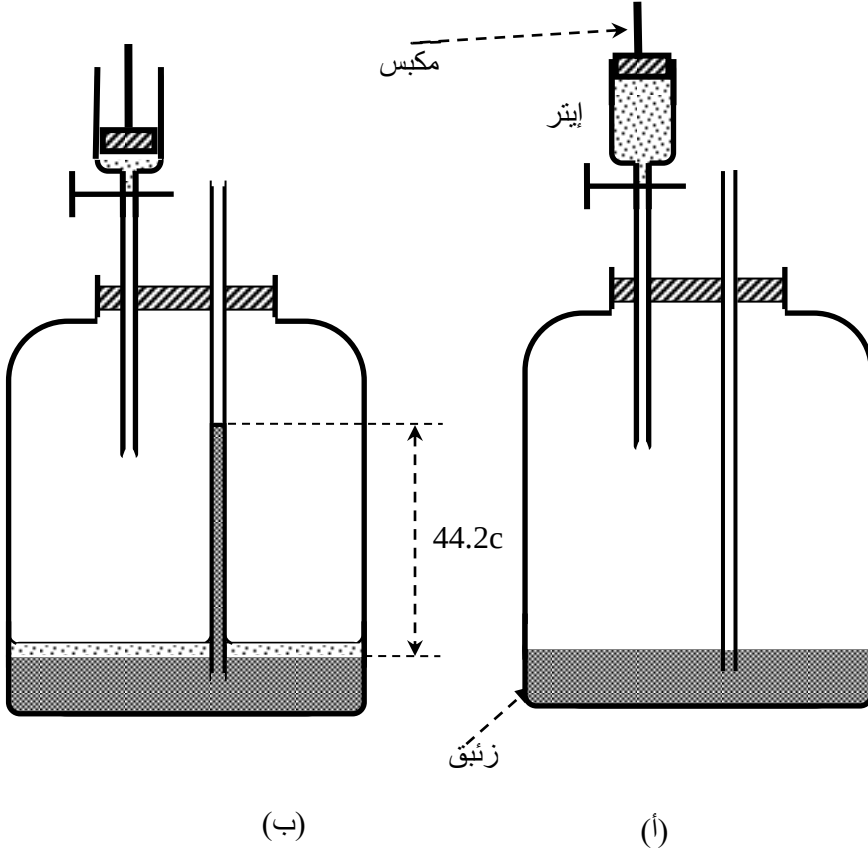
يُمكن استخدام قانون ديوبريه Dupré الآتي لحساب ضغط البخار المشبع P_s لعدد من السوائل بدلالة درجة الحرارة المطلقة T :

$$\ln P_s = \alpha - \frac{\beta}{T} - \gamma \ln T$$

حيث α و β و γ ثوابت لا تتعلق إلا بالغاز، وتبقى محققة على مجال واسع من درجات الحرارة.

2.6.10. التبخير في جو محصور

نقوم بإجراء التجربة الموضحة في الشكل (10-11) حيث نجد قارورة زجاجية مغلقة بسدادة، تحتوي السدادة على ثقب يمر منه أنبوب زجاجي يصل إلى أسفل القارورة، حيث ينغمس في الزئبق المتوضع في القارورة، ولدينا خزان يحتوي الإيتر مع أنبوب زجاجي يخترق السدادة ويُمكن إغلاقه بصنبور، نفترض درجة الحرارة تساوي $20^{\circ}C$.



الشكل 10-11: التبخر في جو محصور، ننوه هنا إلى أنّ خزّان الإيتنر مغلق بمكبس يطبق ضغطاً كافياً يفرض على الإيتنر الخروج من الصنبور إلى داخل القارورة دوماً.

في البداية يوجد داخل العبوة الزجاجية الهواء بضغط يساوي الضغط الجوي إضافة إلى الزئبق (الشكل أ)، نفتح الصنبور مما يسمح لعدة قطرات من الإيتنر بالدخول إلى العبوة، نلاحظ أن القطرات تتبخر في البداية، وكلما أضفنا قطرات

الإيتر يرتفع الزئبق في الأنبوب، وعندما يصل ارتفاع عمود الزئبق إلى 44.2 سم تتوقف القطرات عن التبخر وتشكل طبقة من الإيتر السائل.

نستنتج ما يلي:

(1) في البداية تتبخر قطرات الإيتر ليتكون بخار غير مشبع من الإيتر في القارورة، ويستمر التبخر ما دام بخار الإيتر لم يصل إلى الإشباع، وعند وصوله إلى الإشباع يتوقف السائل عن التبخر.

(2) إنَّ ضغط البخار المشبع للإيتر في درجة الحرارة $20^\circ C$ يساوي 44.2 cmHg .

(3) نلاحظ أنَّ الضغط الجديد داخل القارورة أصبح مساوياً $76 \text{ cmHg} + 44.2 \text{ cmHg}$ أي يساوي مجموع ضغط الهواء وضغط بخار الإيتر، بعبارة أخرى ضغط البخار المشبع يعامل معاملة الضغط الجزئي لأي غاز موجود في المزيج داخل القارورة.

نعم النتيجة الأخيرة بالقول: الضغط في حيز يحوي مزيج من غازات وأبخرة مشبعة يساوي مجموع الضغوط الجزئية للغازات داخل العبوة بما فيها ضغوط الأبخرة المشبعة.

7.10. الحرارة الكتلية (الكامنة) لتغير الطور

1.7.10. تعاريف

الحرارة الكتلية (الكامنة) للتبخر L_v : هي كمية الحرارة اللازمة لتبخير 1 كغ من السائل بشكل عكوس.

نلاحظ أنه إذا تبخر السائل تحت ضغط ثابت فإنَّ تغير الأنتالبي لهذا السائل يساوي كمية الحرارة التي تلقاها السائل أثناء التبخر، أي إذا كانت كتلة السائل المتبخر m فإنَّ تغير الأنتالبي يساوي: $\Delta H = m \cdot L_v$

بالشكل نفسه نعرّف الحرارة الكتلية للانصهار L_f والحرارة الكتلية للتصعد L_s .

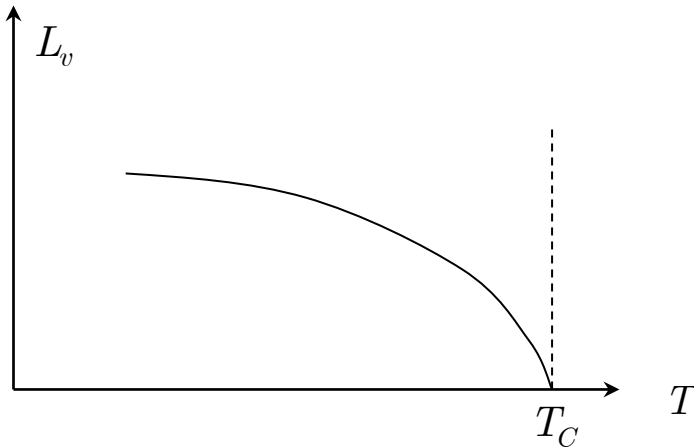
نظراً لوجود نقاط التوازن فإنّ الحرارة الكتلية لتغيّر الطور لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة، بالطبع ليس من الخطأ القول إن الحرارة الكتلية لتغيّر الطور تتعلق بالضغط لأنّ كل قيمة لدرجة الحرارة عند تغيّر الطور تقابلها قيمة للضغط.

مثال: يغلي الماء تحت ضغط جوي نظامي بدرجة $100^\circ C$ ، وتساوي الحرارة الكتلية لتبخّر الماء في هذه النقطة: $L_v = 2.26 \times 10^3 J.g^{-1}$. تتغيّر هذه القيمة مع تغيّر درجة الحرارة، ويُعطى تغيّر L_v بتغيّر درجة الحرارة في المجال $[100 - 200^\circ C]$ بعلاقة رينو *Regnault* التجريبية:

$$L_v \approx 2540 - 2.93t$$

حيث تقدر الحرارة الكتلية للتبخّر بـ J/kg .

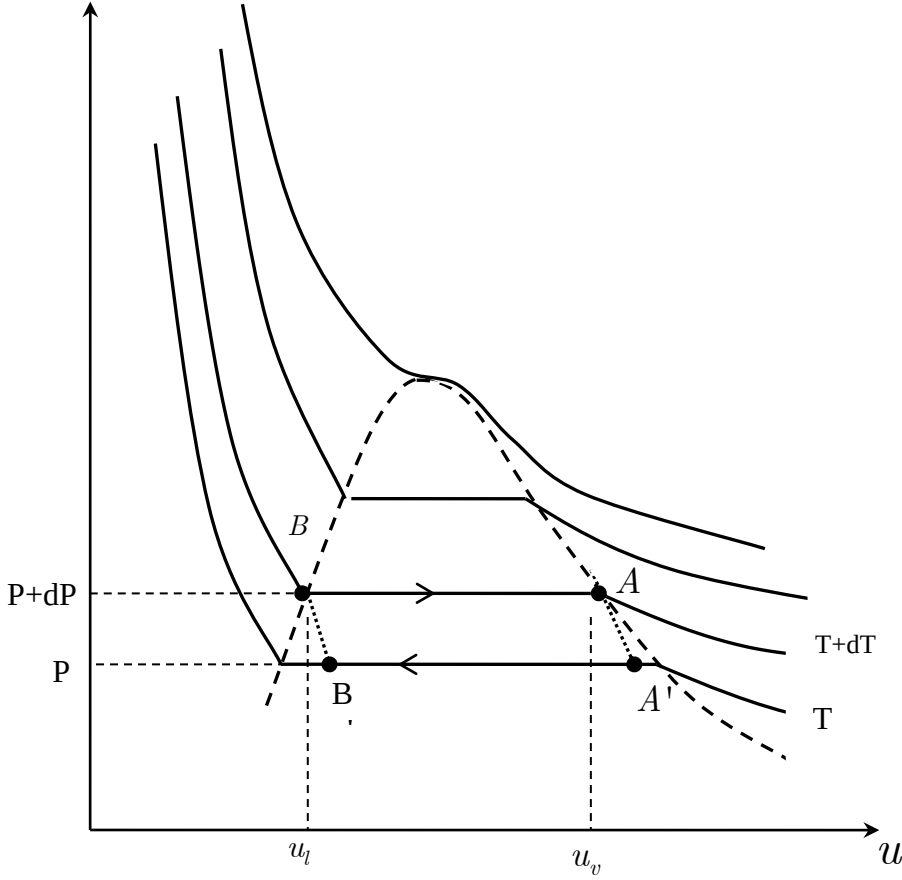
في حالات الدرجات الأعلى تتغيّر الحرارة الكتلية مثل كثير حدود من الدرجة الثانية بالنسبة لـ t ، يعطي الشكل (10-12) منحنى تغيّر L_v مع درجة الحرارة للماء.



الشكل 10-12: منحنى تغيّر L_v مع درجة الحرارة.

2.7.10. علاقة كلايرون

في الشكل 10-13 لدينا مخطط كلايرون لوحدة الكتلة من مادة.



الشكل 10-13: مخطط كلايرون لوحدة الكتلة من مادة.

لنختار المنحنيين متساويي الحرارة المتجاورين اللذين لهما درجتا الحرارة T و $T + dT$ ، لتكن النقطة A من المنحني ذي درجة الحرارة $T + dT$ التي يبدأ فيها الغاز بالتميع. ولتكن B النقطة التي يصبح كامل الغاز فيها سائلاً. ننتقل من النقطة A إلى النقطة A' (التي تنتمي إلى متساوي الحرارة T) بتحول

كظوم عكوس. وننتقل من B إلى B' بتحوّل كظوم عكوس. نلاحظ أنّ التحوّل الحلقي AA'B'B يتبع حلقة كارنو (لغير الغاز الكامل).

لتكن L_v كمية الحرارة اللازمة للانتقال من B إلى A، لما كان

التحوّل AA'B'B يتبع حلقة كارنو فإنّه يمكننا أن نكتب مردود الحلقة:

$$\rho = 1 - \frac{T}{T + dT} = \frac{dT}{T + dT}$$

من ناحية ثانية يُكتب هذا المردود:

$$\rho = \frac{-W}{L_v} = \frac{(u_v - u_l)dP}{L_v}$$

ومن ثمّ:

$$\frac{dT}{T + dT} = \frac{(u_v - u_l)dP}{L_v}$$

نستنتج:

$$\boxed{L_v = T(u_v - u_l) \frac{dP}{dT}}$$

لاحظ في العلاقة السابقة أنّ المقدار $\frac{dP}{dT}$ يُمثّل ميل المماس لمنحني التوازن

سائل-غاز، في النقطة الموافقة لدرجة الحرارة T .

بالشكل نفسه نجد:

$$L_f = T(u_l - u_s) \frac{dP}{dT}$$

$$L_s = T(u_v - u_s) \frac{dP}{dT}$$

بوجود مخططات التوازن وبمعرفة قيم الحجم الكتلية، يُمكن حساب

الحرارة الكامنة لتغيّر الطور عند درجات الحرارة المختلفة.

8.10. تطبيقات في خزن الموائع

يمكننا خزن الموائع مثل (N_2 ، O_2 ، H_2 ، ...) بطريقتين:

أ. بالطور المائع: في أسطوانات فولاذية وبضغط مرتفع (من رتبة 200bar) وبدرجة الحرارة الاعتيادية. نلاحظ أنّ درجات الحرارة الاعتيادية هي أعلى من درجات الحرارة الحرجة لهذه الموائع. انظر الجدول 10-2.

ب. بالطور السائل تحت الضغط الجوي النظامي: تكون العبوة في هذه الحالة معزولة حرارياً عن الوسط الخارجي مع إبقاء فتحة صغيرة في أعلى العبوة تسمح بخروج الغاز الناتج عن تبخر السائل، ففي هذه العبوات يكون السائل في حالة توازن تقريبي مع بخاره المشبع، نقول هنا عن التوازن إنّه تقريبي، لأنّه يتبخر كما أوردنا كمية صغيرة جداً من السائل بشكل مستمر، هذا التبخر يسمح بالتعويض عن التسرب الحراري من الجدران غير العازلة بشكل كامل، وبالتالي تكون درجة الحرارة داخل العبوة مساوية لدرجة حرارة التوازن سائل - غاز تحت ضغط جوي نظامي، فمثلاً، يُخزن الآزوت السائل تحت ضغط يساوي 1atm بدرجة الحرارة 77K ، ويخزن الهيليوم السائل بدرجة الحرارة 4K . ونظراً لأنّ درجة حرارة هذه السوائل منخفضة نسبياً فإنّها تُستخدم في التبريد بالملامسة المباشرة للجسم المراد تبريده مع هذه السوائل.

ج. بالطور السائل تحت ضغط مرتفع

درجة الحرارة للنقطة الحرجة لغاز البوتان تساوي $T_C = 425\text{K}$ والضغط في النقطة الحرجة يساوي $P_C = 37.5\text{bar}$ ، و درجة الحرارة في النقطة الثلاثية $T_r = 134.6\text{K}$ والضغط يساوي $7 \times 10^{-6}\text{bar}$ وهذا يسمح بخزن البوتان في أسطوانات فولاذية مغلقة بدرجة الحرارة العادية تحت ضغوط من رتبة $(1-10\text{bar})$ وذلك يتعلق بدرجة الحرارة.

ملاحظة: يغلي البوتان بدرجة الحرارة $0.^\circ\text{C}$ تحت ضغط جوي نظامي، ومن ثمّ يُمكن وجوده في الحالة السائلة في الطقس البارد $t < 0.^\circ\text{C}$ على شكل سائل.

9.10. التأخر على تغير الطور

1. تأخر التجمد

يحدث أحياناً أن نجد جسماً في الحالة السائلة بدرجة حرارة أخفض من درجة الانصهار، نسمي هذه الظاهرة بتأخر التجمد.

مثال: ينصهر الفوسفور بدرجة $44^{\circ}C$ ، يمكننا أن نبرد الفوسفور السائل حتى الدرجة $35^{\circ}C$ دون أن يحصل التجمد. فإذا أدخلنا ضمن السائل قطعة من الفوسفور الصلب نلاحظ تكوّن الفوسفور البلوري بجوار هذه القطعة وانتشاره إلى باقي أجزاء السائل حتى يتصلب بأكمله.

2. تأخر التميع

مثال: يمكننا أن نجد الماء في الطور الغازي بضغط أعلى من ضغط البخار المشبع وذلك في جوّ خالٍ من الغبار، نقول عن البخار إنه تجاوز حدّ الإشباع.

تطبيق: غرفة ويلسون، وهي غرفة نظيفة من الغبار تسمح بالحصول على بخار ماء بضغط أعلى من ضغط الإشباع. ونحصل على ذلك بمرحلتين:

المرحلة الأولى: تنظيف الغرفة من الغبار

يوضع بخار الماء ضمن حجرة مغلقة، يُخفض الضغط داخل الحجرة بشكل سريع مما يؤدي إلى انخفاض درجة الحرارة وهذا يؤدي بدوره إلى تكاثف بخار الماء حول ذرات الغبار فتسقط إلى أرض الحجرة حيث تُخرج من الحجرة. تُكرّر العملية حتى تُصبح الحجرة نظيفة من الغبار.

المرحلة الثانية: تشكيل البخار المتجاوز للإشباع

نُدخل بخار الماء إلى الغرفة، ونزيد ضغطه إلى ضغط أعلى من ضغط بخاره المشبع في الظروف الاعتيادية، فيبقى في حالة بخار على الرغم من تجاوز حد الإشباع.

تُستخدم هذه الطريقة في دراسة الجسيمات الدقيقة، فمرور جسيم ضمن البخار الذي تجاوز حد الإشباع يؤدي إلى تكاثف قطيرات من الماء على طول مسار هذه الجسيمات.

3. تأخر الغليان

قد ترتفع درجة حرارة سائل ما فوق درجة الغليان دون أن يعاني من التبخر.

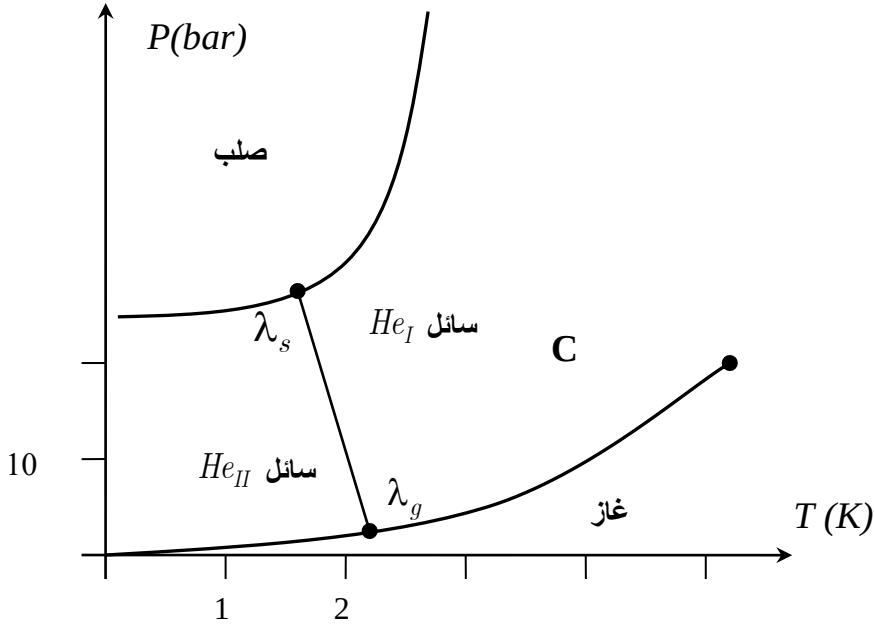
مثال: إنَّ ضغط البخار المشبع للهيدروجين بدرجة الحرارة 26.5 K هو 4.5 atm . مع ذلك إذا أخذنا الهيدروجين السائل الموجود بداية بدرجة 26.5 K وبضغط 7 atm وقمنا بتمديده حتى يُصبح ضغطه 2 atm مع المحافظة على درجة حرارته، فإنه لا يتبخر، فإذا مرَّ جسيم مشحون ضمن هذا الهيدروجين تتكون فقاعات من الهيدروجين على طول مسار الجسيم. نسمي الغرف التي تجري فيها هذه التجارب بغرفة الفقاعات Bubble Chamber.

10.10. حالات خاصة

توجد حالات خاصة لمواد تختلف فيها مخططات التوازن عن المخطط الممثل بالشكل (4.10).

مثال: حالة الهيليوم

يمثل الشكل 10-14 مخطط التوازن للهيليوم.



الشكل 10-14: مخطط التوازن للهيليوم ^4He ، نجد على هذا المخطط أنّ لدينا شكلين للهيليوم السائل هما He_I و He_{II} ، وهذان السائلان مختلفان بخواصهما الفيزيائية.

نلاحظ أنّ للهيليوم نقطتين ثلاثيتين :

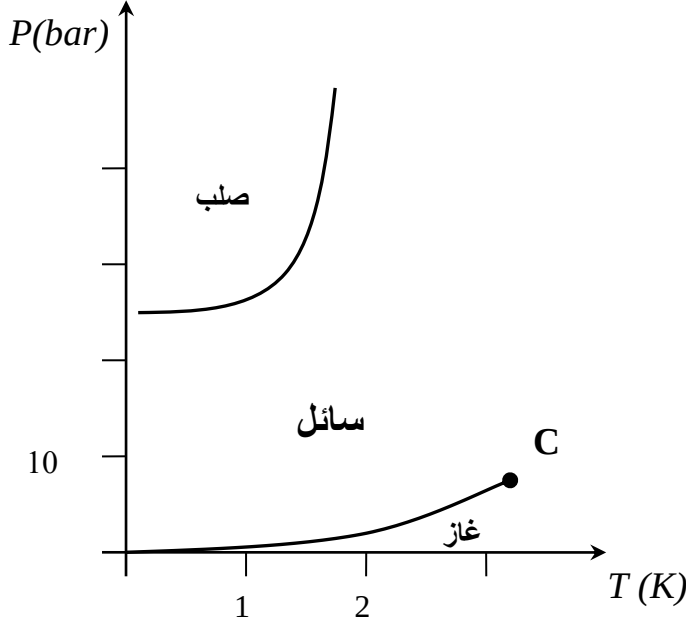
$$T_{\lambda_s} = 1.74K, P_{\lambda_s} = 29.1bar \text{ مع } \lambda_s$$

$$T_{\lambda_g} = 2.19K, P_{\lambda_g} = 0.05bar \text{ مع } \lambda_g$$

يبقى الهيليوم سائلاً حتى في درجة الصفر المطلق، ويصبح صلباً إذا بلغ

الضغط قيمة أكبر من 25 bar للهيليوم He_{II} و 29.1 bar للهيليوم He_I .

نجد في الطبيعة نظير للهيليوم ^4He وهو ^3He ووجوده أندر في الطبيعة من سابقه. وليس في مخطط التوازن لهذا النظير نقطة ثلاثية (الشكل 10-15).

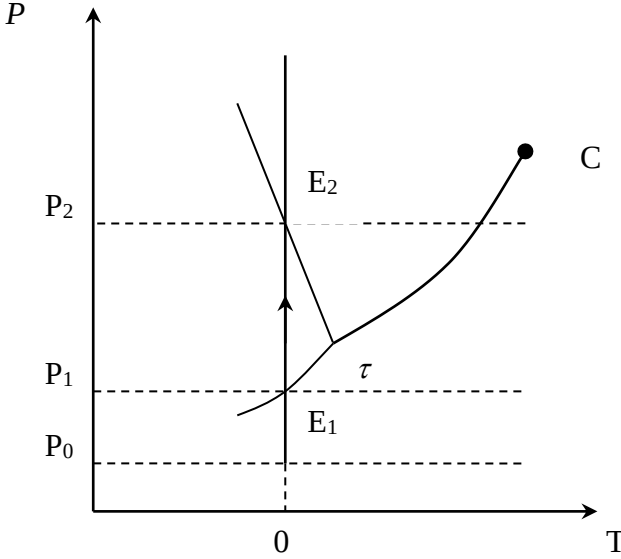


الشكل 10-15: مخطط التوازن للهيليوم ^3He .

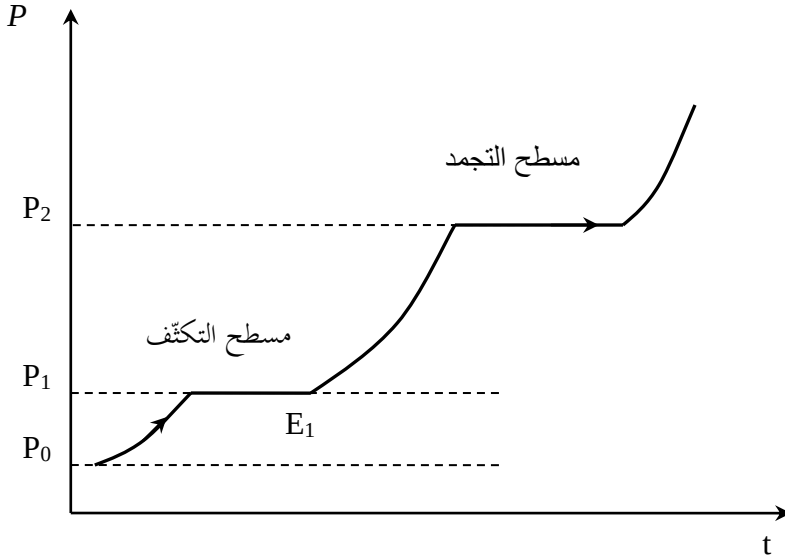
تمارين محلولة

1. أسطوانة مغلقة بمكبس وملامسة لمنبع حراري درجة حرارته 0.00°C ، تحتوي الأسطوانة بخار الماء تحت ضغط $P_0 = 5 \times 10^{-3} \text{ bar}$ ، نقوم بزيادة الضغط بشكل تدريجي حتى نصل إلى الضغط $P_f = 2 \text{ bar}$ اشرح ما يحدث بالاستعانة بمخطط التوازن للماء، ثم مثل المنحني $P = f(t)$ ، تمثل t هنا الزمن.
الحل:

في الشكل الآتي مثلنا مخطط التوازن للماء والمستقيم متساوي الحرارة الذي يُمثل التحوّل.



ينضغط البخار حتى يبلغ الضغط القيمة P_1 (النقطة E_1) حيث يتكثف البخار متحوّلاً إلى جليد، وباستمرار زيادة الضغط يصل الجليد إلى النقطة (E_2) حيث الضغط يساوي $P_2 = 1 \text{ bar}$ ويأخذ الجليد عندها بالانصهار، وبعدها يستمر السائل بالانضغاط. الشكل التالي يُمثل تغير الضغط مع الزمن.



2. سخان مكوّن من أسطوانة مغلقة شاقولية ارتفاعها $l = 1 \text{ m}$ ، يحتوي أسفلها على الماء السائل بارتفاع $h = 10 \text{ cm}$ ، ويعلو هذا السائل بخار الماء المشبع، درجة الحرارة تساوي $t_1 = 100^\circ \text{C}$. نرفع درجة الحرارة إلى $t_2 = 200^\circ \text{C}$.

(أ) أوجد x مقدار انخفاض سطح الماء السائل علماً أنّ الأسطوانة غير قابلة للتمدد، والبخار المشبع يعامل معاملة الغاز الكامل.

(ب) ما الضغط النهائي في حال كان ارتفاع السائل الابتدائي مساوياً $h = 5 \text{ mm}$ ؟

(ج) اكتب المعادلة التي تسمح بحساب درجة الحرارة T_s التي تتبخر فيها آخر قطرة في شروط الطلب السابق، واستنتج الحل بيانياً.

الحل:

أ) إنّ الضغط الابتدائي في الأسطوانة يساوي ضغط البخار المشبع في الدرجة $t_1 = 100^\circ \text{C}$ أي يساوي $P_1 = 1 \text{ atm}$ ، يُصبح هذا الضغط في الدرجة $t_2 = 200^\circ \text{C}$ مساوياً:

$$P_2 = \left(\frac{200}{100} \right)^4 = 16 \text{ atm}$$

ليكن n_1 و n_2 عدد المولات في الحالة الابتدائية وفي الحالة النهائية، ولنفترض أنّ حجم الماء السائل الذي تبخّر صغير مقارنة بحجم الغاز الابتدائي V مما يسمح لنا بافتراض الغاز في الحالة النهائية يشغل الحجم نفسه V ، إذن:

$$P_1 V = n_1 R T_1$$

$$P_2 V = n_2 R T_2$$

ومن ثمّ:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 16 \times \frac{373}{473} = 12.6$$

ومن ثمّ تكون كمية الماء المتبخّر:

$$n_2 - n_1 = n_1 \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) = 11.6 n_1$$

ولكن :

$$P_1 (l - h) S = n_1 R T_1 \Rightarrow n_1 = \frac{P_1 (l - h) S}{R T_1}$$

الحجم الذي تشغله هذه الكمية من الماء :

$$V = \frac{M \times (n_2 - n_1)}{\rho}$$

حيث $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ الكتلة الحجمية للماء السائل مع إهمال تمدد الماء،

باستخدام العلاقتين السابقتين نجد:

$$V = 11.6 \frac{M}{\rho} \frac{P_1 (l - h) S}{R T_1}$$

ومن ثمّ يكون تغيّر الارتفاع:

$$x = \frac{V}{S} = 11.6 \frac{M}{\rho} \frac{P_1(l-h)}{RT_1}$$

ومن ثمَّ:

$$x = 6.1 \times 10^{-3} \text{ m} = 6.1 \text{ mm}$$

نلاحظ أنَّ تغيير الحجم V صغير مما يسمح بالتقريب الذي أجريناه.

(ب) بتطبيق العلاقة المحسوبة في الطلب السابق نجد $x = 6.6 \text{ mm}$ ، نستنتج أنَّ البخار في هذه الحالة لا يصل إلى حد الإشباع، وكل الماء يصبح بخاراً.
لنحسب عدد المولات الكلي:

$$n_1 = \frac{P_1(l-h)S}{RT_1} = 32.5 \times S \text{ عدد مولات الماء الغازي في البداية:}$$

$$\text{عدد مولات الماء السائل في البداية: } n_1' = \frac{hS}{Mu_\ell} = 277.8 \times S \text{ حيث}$$

u_ℓ الحجم الكتلي للماء.

$$n = n_1 + n_2' \text{ و عدد المولات الكلي:}$$

والضغط في الحالة النهائية يساوي:

$$P_2 = \frac{nRT_2}{lS} = 12.2 \text{ atm}$$

(ج) بين الدرجتين T_s و T_2 يحقق البخار معادلة الغاز الكامل التي تُكتب:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} = CT$$

حيث C ثابت نحسبه من القيمة التي يأخذها الضغط عند الدرجة

$$T_2 = 473.15 \text{ K فنجد:}$$

$$C = 0.026 \text{ atm.K}^{-1}$$

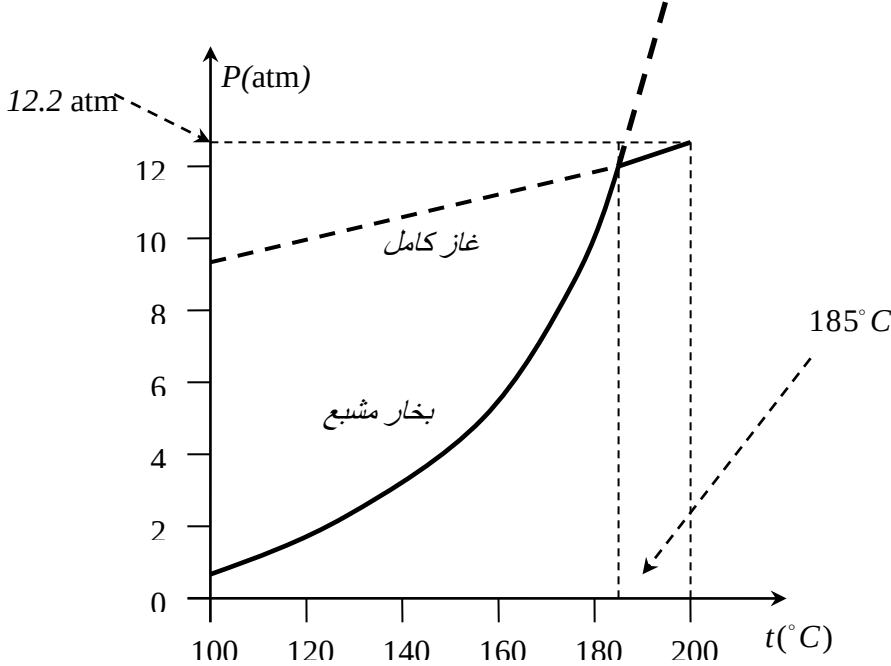
وبين الدرجتين T_1 و T_s يُحقق العلاقة:

$$P = \left(\frac{t}{100} \right)^4 = \left(\frac{T - 273.15}{100} \right)^4$$

إذن نحصل على T_s من مساواة علاقتي الضغط السابقتين:

$$\left(\frac{T - 273.15}{100} \right)^4 = 0.026 T$$

نرسم كلاً من منحنبي الضغط من علاقتي الضغط فنحصل على الشكل الآتي



من الشكل نجد $T = 458 \text{ K} = 185^\circ \text{ C}$.

3. نفترض أن مساحة قاعدة السخان المذكور في المسألة السابقة تساوي

$S = 0.1 \text{ m}^2$ ، ونفترض درجة حرارة السخان تساوي $t_1 = 100^\circ \text{ C}$ ، ونفترض

ارتفاع الماء السائل $h = 5 \text{ mm}$.

(أ) لتكن c_l' الحرارة الكتلية للماء السائل عند التحول الذي يجري

وفق منحنى التبخر، و c_v' الحرارة الكتلية لبخار الماء عند التحول الذي يجري

وفق منحنى الندى، أوجد العلاقة بين c_l' و c_v' .

(ب) قارن التغير الذي يطرأ على u_v مع التغير الذي يطرأ على u_l عند

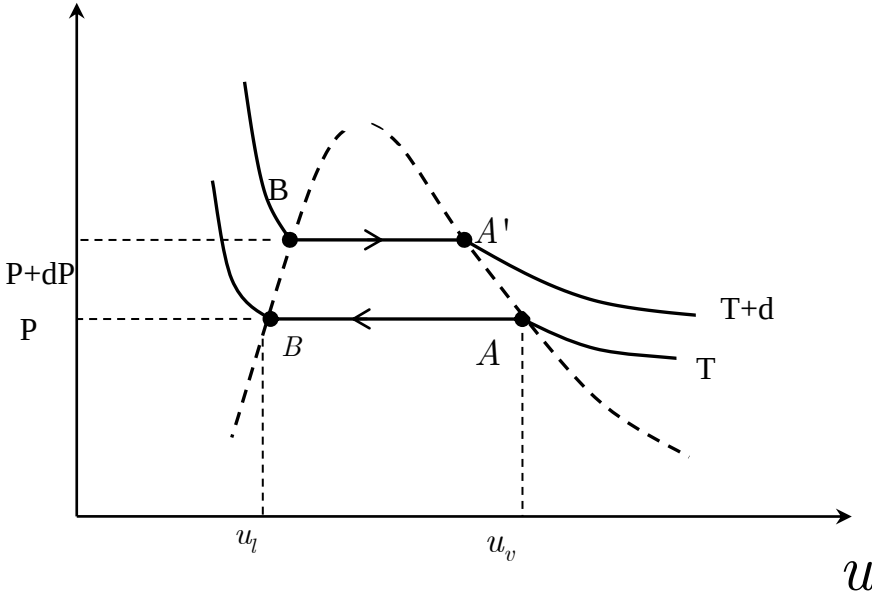
ارتفاع درجة الحرارة.

ج) نأخذ $c_l' = 4.18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ونفترض أن تغيّر الحرارة الكتلية للتبخّر يُعطى بعلاقة *Regnault* التالية $L_v = 3340 - 2.93T$ حيث الوحدة هي J.g^{-1} . احسب قيمة c_v' ، ماذا تلاحظ؟ فسّر ما تلاحظه.

د) احسب كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة السخان درجة مئوية واحدة.

الحل:

أ) في النقطة A لدينا واحدة الكتلة من البخار، وفي النقطة B لدينا واحدة الكتلة من السائل، إنّ رفع درجة الحرارة بمقدار dT ينقل A إلى A' وينقل B إلى B' كما في الشكل الآتي:



لنفترض واحدة الكتلة من الماء قامت بالتحوّل الحلقى $ABB'A'$ فتكون كمية الحرارة التي تتلقاها تساوي:

$$\delta Q = -L_v(T) + c_l' dT + L_l(T + dT) - c_v' dT$$

$$\delta Q = dL_v + c_l' dT - c_v' dT$$

ويكون العمل الذي تتلقاه الجملة مساوياً لمساحة الحلقة:

$$\delta W = -(u_v - u_l) dP$$

ولكن تغير الطاقة الداخلية أثناء تحوّل حلقى معدوم، إذن:

$$\delta Q + \delta W = 0$$

ومن ثمّ:

$$(1) dL_v + c_l' dT - c_v' dT - (u_v - u_l) dP = 0$$

ولكن:

$$L_v = T(u_v - u_l) \frac{dP}{dT}$$

نعوّض قيمة $u_v - u_l$ في العلاقة (1) نجد:

$$dL_v + c_l' dT - c_v' dT - \frac{L_v dT}{T} = 0$$

ومن ثمّ:

$$c_v' - c_l' = \frac{dL_v}{dT} - \frac{L_v}{T}$$

ب) عند رفع درجة الحرارة يزداد ضغط البخار المشبع، ولكن انضغاط السائل

صغير مقارنة بانضغاط الغاز، ومن ثمّ تغير u_l مهمل مقارنة بتغير u_v . هذا

يسمح بكتابة $c_l' \approx c_p \approx c_v$.

ج)

$$c_v' = c_l' + \frac{dL_v}{dT} - \frac{L_v}{T} = 4.18 - 2.93 - \frac{2247}{373} = -4.77 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

نلاحظ أننا حصلنا على قيمة سالبة، نفسّر ذلك بأنّه عند ارتفاع درجة

الحرارة فإنّ ضغط البخار المشبع يرتفع، أي إنّ الغاز ينضغط، وضغط الغاز

يؤدي إلى تبديد الحرارة إلى الوسط الخارجي، والحرارة المقدّمة إلى الوسط الخارجي نتيجة ذلك هي أكبر من كمية الحرارة التي يمتصّها الغاز لرفع درجة حرارته. (د) إنّ كمية الحرارة التي يتلقاها السخان عند رفع درجة حرارته بمقدار dT تساوي:

$$(2) \delta Q = L_v dm_v + m_l c_l dT + m_v c_v dT$$

حيث: m_l كتلة السائل، m_v كتلة البخار، dm_v كتلة السائل المتحوّل إلى بخار. لدينا:

$$m_l = s \times h \times \rho = 500g$$

$$m_v \approx 58.5 g \Leftarrow PS(l-h) = \frac{m_v}{M} RT$$

كما نستنتج من العلاقة السابقة:

$$\frac{dm_v}{m_v} = \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T}$$

ولدينا:

$$P = \left(\frac{t}{100} \right)^4 \Rightarrow \frac{dP}{P} = 4 \frac{dt}{t} = 0.04 dT$$

ومن ثَمَّ:

$$dm_v = 0.04 m_v dT = 2.18 dT$$

نعوّض في العلاقة (2) مع أخذ $dT = 1 K$ ، فنجد:

$$Q = 6.71 kJ$$

4. نفترض أنّ الحرارة الكتلية للماء السائل على منحني التوازن سائل - غاز ثابتة وتساوي $c = 4.184 J.K^{-1}.g^{-1}$ ، ونقبل بتقريب السائل غير القابل للانضغاط. بين الدرجة $0^\circ C$ و $30^\circ C$ تُعطى الحرارة الكتلية للتبخّر (مقدّرة

بـ $(J.g^{-1})$ بالعلاقة: $L_v = 2500 - 2.34t$ ، الحرارة الكتلية للانصهار $L_f = 335 J.g^{-1}$. نقوم بتمديد $m_0 = 1g$ من بخار الماء المشبع بشكل متساوي الأنثروبي، في بداية الأمر درجة حرارة بخار الماء تساوي $t_1 = 30^\circ C$.

أ) ماذا تتوقع أن يحدث؟

ب) احسب كتلة الماء السائل m_l عندما يبدأ الجليد بالظهور.

ج) احسب كتلة الجليد المتكوّن m_s لحظة اختفاء آخر قطرة من الماء السائل.

الحل:

أ) عند تمديد بخار الماء تنخفض درجة حرارته، وهذا يؤدي إلى تمتع جزء من البخار بسبب هبوط قيمة ضغط البخار المشبع نتيجة انخفاض درجة الحرارة، باستمرار التمديد يتحوّل السائل تدريجياً إلى جليد، ومن ثمّ نكون قد وصلنا إلى حالة تجتمع فيها الأطوار الثلاثة في آن واحد أي نكون قد وصلنا إلى النقطة الثلاثية للماء التي تكون درجة الحرارة فيها $T_0 = 273.16K$.

ب) إنّ التحوّل متساوي الأنثروبي، إذن $\Delta S = 0$ للجملّة في نهاية التحوّل، ولما كان الأنثروبي تابع حالة فإنّ تغيّراته لا تتعلق بالطريق المسلوك، لهذا سوف نختار طريقاً بسيطاً نحسب من خلاله ΔS على الشكل التالي:

في المرحلة الأولى نفترض أننا قمنا بتحويل كامل البخار إلى سائل مع الحفاظ على درجة حرارته ($T = 303K$) فيكون تغيّر الأنثروبي لهذا التحوّل:

$$(\Delta S)_1 = -\frac{m_0 L_v(30^\circ C)}{T_1} = -8.019 J.K^{-1}$$

في المرحلة الثانية نخفض درجة حرارة الماء السائل إلى الدرجة $T_0 = 273.16K$ وذلك باتباع منحني التوازن سائل - غاز، فيكون تغيّر الأنثروبي:

$$(\Delta S)_2 = mc \ln \frac{T_0}{T_1} = -0.436 \text{ J.K}^{-1}$$

في المرحلة الثالثة نجعل قسماً من الماء يتبخّر، ولتكن كتلته $1 - m_\ell$ فيكون تغيّر الأنتروبي:

$$(\Delta S)_3 = \frac{L_v(0^\circ \text{C}) \times (1 - m_\ell)}{T_0} = 9.1575(1 - m_\ell) \text{ J.K}^{-1}$$

ويكون تغيّر الأنتروبي عند الوصول إلى الحالة النهائية:

$$\Delta S = (\Delta S)_1 + (\Delta S)_2 + (\Delta S)_3 = -8.019 - 0.436 + 9.1575(1 - m_\ell)$$

بكتابة $\Delta S = 0$ نجد:

$$m_\ell = 0.0767 \text{ g} = 76.7 \text{ mg}$$

ج) لنحسب تغيّر الأنتروبي لمرحلة رابعة لا يبقى فيها سائل حيث يتحوّل السائل إلى جليد ولتكن :

$$(\Delta S)_4 = -m_s \frac{L_f}{T_0} = 1.227 m_s$$

ويكون تغيّر الأنتروبي عند الوصول إلى الحالة النهائية:

$$\Delta S = (\Delta S)_1 + (\Delta S)_2 + (\Delta S)_3 + (\Delta S)_4 = -8.019 - 0.436 + 9.1575(1 - m_\ell) + 1.227 m_s$$

بكتابة $\Delta S = 0$ ، مع ملاحظة أنّ $m_s = m_\ell$ ، نجد:

$$m_s = 0.0676 \text{ g} = 67.6 \text{ mg}$$

5. وعاء طبخ بضغط عالٍ (طنجرة ضغط) سعتها 8 لتر ، نضع داخل الوعاء $m_0 = 1 \text{ kg}$ من الماء بدرجة حرارة $t_1 = 20^\circ \text{C}$ ، ونغلق الوعاء، ونفترض أنّ الهواء الذي يعلو الماء في الوعاء جاف تماماً لحظة إغلاق الوعاء وأنّ الضغط الخارجي يساوي $P_0 = 1 \text{ atm}$ ، يحتوي غطاء الوعاء على صمام يفتح عندما يبلغ الضغط $P_1 = 2.5 \text{ atm}$. نُحمل الوعاء بارتفاع درجة الحرارة.

يُعطى ضغط البخار المشبع للماء في المجال $[100^\circ\text{C}, 200^\circ\text{C}]$ بالعلاقة

:

$$P_s = P_0 \left(\frac{t}{100} \right)^4 \quad \text{حيث } t \text{ درجة الحرارة المئوية (سلسيوس).}$$

(أ) ما درجة الحرارة العليا التي يُمكن أن يبلغها الماء داخل الوعاء؟

(ب) بافتراض أنّ الوعاء بقي مغلقاً عند هذه الدرجة (أي بغياب

الصمام) ما الضغط الذي يبلغه المزيج الغازي (بخار + هواء) داخل الوعاء؟

(ج) ما الضغط الجزئي للهواء (آزوت + أكسجين) داخل الوعاء عند

الدرجة 100°C ؟

(د) بناءً على ما سبق اشرح ماذا يحدث ابتداءً من التسخين وحتى بلوغ

الدرجة المحسوبة سابقاً.

(هـ) اكتب معادلة تسمح لك بحساب درجة الحرارة التي يفتح عندها

الصمام.

(و) استخدم الطريقة المناسبة لحل المعادلة السابقة بصورة تقريبية.

الحل:

$$\text{(أ)} \quad 2.5 = \left(\frac{t}{100} \right)^4 \quad \text{نستنتج: } t = 125.7^\circ\text{C}$$

(ب) $P = P_{\text{Vapeur}} + P_{\text{air}}$ ضغط الهواء داخل الوعاء عند هذه الدرجة

$$\frac{P_t}{P_0} = \frac{125 + 273}{293} \Rightarrow P_t = 1.36 \text{ atm}$$

$$\frac{P_{100}}{P_0} = \frac{100 + 273}{293} \Rightarrow P_t = 1.27 \text{ atm}$$

(ج) 1.5 atm

(د) ترتفع درجة الحرارة وعندما تتجاوز درجة الحرارة المئة درجة بقليل يبلغ الضغط الكلي داخل الوعاء 2.5 atm فيفتح الصمام ليزيح البخار الهواء وترتفع درجة الحرارة لتبلغ $t = 125.7^\circ \text{C}$.

(هـ) ضغط البخار + ضغط الهواء في الدرجة المعتمدة $2.5P_0 =$

$$P = P_0 \left(\frac{t}{100} \right)^4 \quad \text{ضغط البخار:}$$

$$P_{\text{air}} = \frac{t + 273}{293} P_0 \quad \text{ضغط الهواء:}$$

$$\left(\frac{t}{100} \right)^4 + \frac{t + 273}{293} = 2.5 \quad \text{والمعادلة:}$$

(و) باستخدام طريقة مناسبة مثل أن نفترض $t = 100 + \varepsilon$ والتعويض

نحصل على معادلة من الدرجة الأولى والحل: $\varepsilon \approx 5^\circ \text{C}$

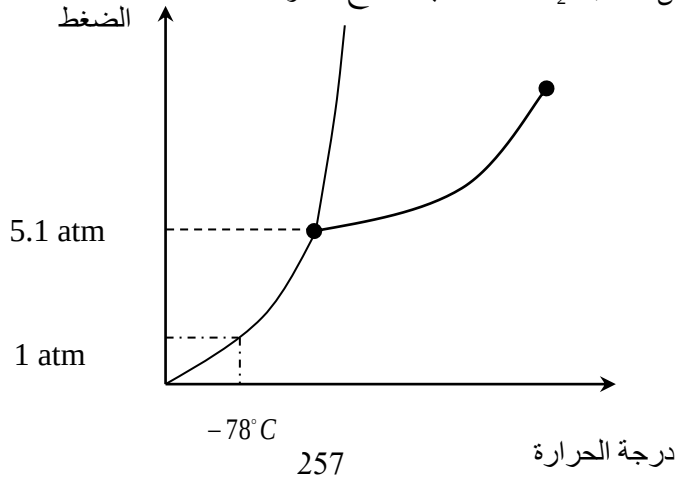
تمارين غير محلولة

1. يمثل المخطط التالي مخطط التوازن لـ CO_2 .

(أ) ما الطور الممكن أن يوجد فيه CO_2 تحت الضغط الجوي النظامي.

(ب) ما الطور الممكن أن يوجد فيه CO_2 في الظروف الاعتيادية؟

(ج) علل تسمية CO_2 الصلب بالثلج الحار.



2. إذا علمت أنّ الجليد ينصهر تحت ضغط $P = 130 \text{ atm}$ في الدرجة $t = -1^\circ \text{C}$ ، احسب الكتلة الحجمية للجليد. نقرب منحنى التوازن سائل - صلب للماء بمستقيم في مجال الحرارة $[0^\circ \text{C}, -1^\circ \text{C}]$ ، والحرارة الكتلية لانصهار الجليد في الدرجة $t = 0^\circ \text{C}$ تساوي $c = 335 \text{ J.g}^{-1}$.

الجواب: 0.92 g/cm^3

3. نعرّف الرطوبة النسبية للجو بأنها نسبة الضغط الجزئي للبخر الموجود في الهواء إلى ضغط البخار المشبع للماء في درجة الحرارة نفسها، احسب كتلة الماء الموجودة في غرفة حجمها $4\text{m} \times 5\text{m} \times 3\text{m}$ في الدرجة 20°C إذا علمت أنّ الرطوبة النسبية في الغرفة تساوي 80%، وأنّ ضغط البخار المشبع للماء في هذه الدرجة يساوي 1.75 cmHg .

الجواب: 826.9 g

4. مسعر يحتوي 200g ماء بدرجة حرارة 20°C ، نسكب في المسعر 200g من ماء درجة حرارته 50°C ، فتُصبح درجة الحرارة عند التوازن 34.3°C ، استنتج μ المكافئ المائي للمسعر.

الجواب: $\mu = 20 \text{ g}$

5. نُدخل 145g من الجليد بدرجة حرارة 0°C إلى المسعر في المسألة السابقة الحاوي على 400g ماء بدرجة حرارة 34.3°C . ينصهر الجليد بأكمله وتصبح درجة الحرارة 5°C ، استنتج الحرارة الكامنة لانصهار الجليد. نُعطي الحرارة الكتلية للماء $c_0 = 4.18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

الجواب: 335 J/g

6. يحتوي وعاء معزول حرارياً $m = 10g$ من الفوسفور السائل الذي تجاوز حدّ التجمّد درجة حرارته $t = 34^\circ C$.

تُلقي في السائل قطعة صلبة من الفوسفور مهمة الكتلة فيتجمّد قسم من الفوسفور.

(أ) أوجد كتلة الفوسفور الذي تجمّد m_s . لدينا المعطيات التالية: درجة حرارة تجمّد الفوسفور $T_f = 317K$ ، الحرارة الكتلية لانصهار الفوسفور عند الدرجة $T_f = 317K$ تساوي: $L_f = 20.9 \times 10^3 J.kg^{-1}$ ، الحرارة الكتلية للفوسفور السائل $c_p = 0.795 J.g^{-1}.K^{-1}$ (نفترض هذه القيمة مستقلة عن درجة الحرارة).

(ب) احسب تغيّر الأنثروبي ΔS .

(ج) نعيد التجربة السابقة ولكن انطلاقاً من حالة ابتدائية تكون فيها درجة حرارة الفوسفور السائل $t' = 17.5^\circ C$. صف الحالة النهائية، ما هي درجة الحرارة النهائية T . تُعطي الحرارة الكتلية للفوسفور الصلب $C_p = 0.84 J.g^{-1}.K^{-1}$.

(الجواب: أ) $m_s = 3.8 g$ ، ب) $\Delta S = 0.004 J/K$ ، ج) $T = 316.8 K$

7. أسطوانتان R و R' سعة كلّ منهما $V = 1\ell$ تتصلان بأنبوب دقيق وطويل وكظوم مما يسمح بتبادل المادة الغازية بينهما دون السماح بتوصيل الحرارة بين الأسطوانتين. الصنبور r يسمح بإغلاق الأنبوب. في البداية الأسطوانتان تحتويان الهواء الجاف بدرجة حرارة $t = 20^\circ C$ و يبلغ الضغط $1atm$. تُغلق الصنبور r ثمّ تُدخل في الأسطوانة R $50mg$ من الماء السائل وينبّذ الأسطوانة R' حتى الدرجة $t' = 5^\circ C$. بعد ذلك نفتح الصنبور r ، وننتظر الجملة حتى تستقر (عندما تستقر الجملة تبقى درجة حرارة الأسطوانة R مساوية $t' = 20^\circ C$ وتبقى درجة حرارة الأسطوانة R' مساوية $t' = 5^\circ C$).

نعطي ضغط البخار المشبع للماء في الدرجة 20°C : $p_v = 17.4\text{mmHg}$ ،
 وضغط البخار المشبع للماء في الدرجة 5°C يساوي $p'_v = 6.5\text{mmHg}$.
 احسب كتلة الماء المتكثف m الذي نجده في R' في نهاية التجربة.
 الجواب: $m = 26.5\text{ mg}$

8. نفترض أنّ البخار يخضع لمعادلة الغاز الكامل، ونفترض أنّ الحجم الكتلي
 للسائل مهمل بالنسبة للحجم الكتلي للبخار، و أنّ الحرارة الكتلية للتبخّر هي
 من الشكل:

$$L = A - BT$$

أ. استنتج علاقة دوبري Dupré التي تسمح بحساب ضغط البخار
 المشبع:

$$\ln P_s = \alpha - \frac{\beta}{T} - \gamma \ln T$$

ب. بالنسبة للماء لدينا $A = 3.34 \times 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ ،
 $B = 2.93 \times 10^3 \text{ J.kg}^{-1}$ ، أوجد قيمة كل من α و β و γ .
 ج. عند الدرجة $T = 43 \text{ K}$ لدينا $P_s = 6.12 \text{ atm}$. احسب قيمة
 P_s عند هذه الدرجة باستخدام علاقة دوبري، وقارن مع القيمة السابقة.
 الجواب: ب) $\alpha = 56.56$ و $\beta = 7182 \text{ K}$ و $\gamma = 6.3$.

9. أ. احسب ميل منحنى التبخر للماء عند الدرجة $t = 100^\circ\text{C}$
 باستخدام علاقة ديوبراي، ثمّ باستخدام علاقة دوبري.

ب. تُعطي التجربة لهذا الميل القيمة $27.13 \text{ mmHg.K}^{-1}$. إذا علمت
 أنّ الحرارة الكتلية لتبخّر الماء عند الدرجة 100°C تساوي
 $L = 2.256 \times 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ ، وأنّ الكتلة الحجمية للماء السائل تساوي

$\rho = 0.9584 \text{ g.cm}^{-3}$. احسب الحجم الكتلي لبخار الماء المشبع عند الدرجة 100°C .

ج. احسب الحجم الكتلي بتطبيق معادلة الغاز الكامل على البخار، أي النتيجتين أصح؟

الجواب: أ) ديوبراي: $30 \text{ mmHg}/^\circ \text{C}$ ، دوبري: $26.4 \text{ mmHg}/^\circ \text{C}$ ،

ب) 1.673 L/g ج) 1.7 L/g .

10. أنبوب أسطواني مقطعه 0.2 cm^2 ومغلق بمكبس يسمح بضغط الغاز داخل الأنبوب، يحتوي على 0.48 g من مادة مجهولة، درجة حرارتها 13°C وهي متميعة جزئياً، حيث يرتفع عمود السائل 1 cm ، ويرتفع عمود الغاز 10 cm . نقوم بتحريك المكبس بحيث نقلص الحجم الذي يشغله المائع، فيُصبح ارتفاع السائل 2 cm وارتفاع الغاز 4.6 cm . استنتج الحجم الكتلي للسائل والغاز في الدرجة 13°C .

الجواب: $u_v = 6.4 \text{ cm}^3/\text{g}$ ، $u_\ell = 1.2 \text{ cm}^3/\text{g}$

11. لدينا مائع يتبع معادلة فان-در-فال التالية مأخوذة لواحدة الكتلة:

$$\left(P + \frac{a}{u^2}\right)(u - b) = rT$$

أ. هذه المعادلة محققة في النقطة الحرجة

ولدينا في هذه النقطة: $(P = P_C, T = T_C, u = u_C)$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial u^2}\right)_T = 0 \quad \text{و} \quad \left(\frac{\partial P}{\partial u}\right)_T = 0$$

اكتب ثلاث معادلات تربط المقادير P_C و T_C و u_C

بالثوابت a و b و r .

استنتج عبارة كل من a و b و r بدلالة المقادير P_C و

T_C و u_C .

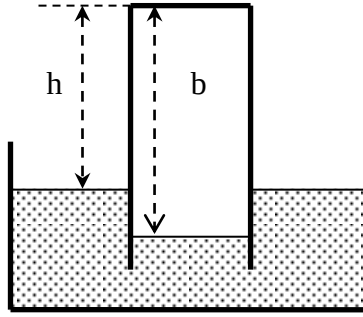
ب. لتكن المتحوّلات $\pi = \frac{P}{P_C}$ ، $\theta = \frac{T}{T_C}$ ، $\phi = \frac{u}{u_C}$ برهن أن

معادلة الحالة تُكتب:

$$\left(\pi + \frac{3}{\phi^2}\right)(3\phi - 1) = 8\theta$$

هل هذه المعادلة هي نفسها لجميع الموائع؟

12. إناء أسطواني ناقل للحرارة كتلته m ومساحة مقطعه S وارتفاعه d ، في البداية الإناء موضوع في الهواء الذي نفترض رطوبته معدومة، نقلب الإناء ونضعه فوق سطح الزئبق في حوض زجاجي بحيث تلامس فتحته سطح الزئبق، نترك الإناء ونفترض أنّه توازن كما في الشكل. ليكن P_0 الضغط الجوي، ولتكن T_0 درجة حرارة الوسط الخارجي، و ρ_0 الكتلة الحجمية للزئبق. نفترض أن الهواء غاز كامل ثنائي الذرة.



أ. ما قيمة الضغط P داخل الإناء؟

ب. ما الحجم V الذي يشغله الغاز داخل الإناء؟

ت. ما عبارة الارتفاع b .

ث. اكتب عبارة h بدلالة P_0, S, g, m, ρ_0, d .

ج. أوجد قيمة h علماً أنّ:

$$P_0 = 1 \text{ atm}, S = 20 \text{ cm}^2,$$

$$m = 1 \text{ kg}, g = 10 \text{ m.s}^{-2}, \rho_0 = 13596 \text{ kg.m}^{-3}, d = 30 \text{ cm}$$

ح. نُدخل إلى الأسطوانة 1g من الماء:

i. إذا علمت أن ضغط البخار المشبع للماء يساوي $P_s = 1.75 \text{ cmHg}$

في الدرجة $T_0 = 20^\circ \text{C}$ وهي درجة حرارة الهواء المحيط، احسب كتلة الماء التي

تبخرت علماً أنّ $R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

ii. احسب الضغط الجديد داخل الأسطوانة.

iii. احسب الارتفاع الجديد b_n واحسب الارتفاع الجديد h_n .

13. استعن بالمخطط في الأسفل للإجابة على الأسئلة التالية (لاحظ أنّ

السلم على محور الضغط لوغاريتمي):

أ) ما إحداثيات النقطة التي نجد فيها السائل مع الصلب مع الغاز؟

ب) ما الطور الذي نجد فيه ثاني أكسيد الكربون في ظروف الحياة العادية؟

ج) هل يُمكن الحصول على CO_2 الصلب في درجة الحرارة العادية (حوالي

300K)؟

د) نفترض أننا أخذنا كمية من غاز CO_2 في درجة الحرارة 0°C وقمنا

بضغطه مع المحافظة على درجة حرارة ثابتة، ما قيمة الضغط التقريبية التي يبدأ

عندها CO_2 بالتحول إلى الطور السائل.

هـ) احسب من المخطط بشكل تقريبي ميل منحنى التوازن سائل-غاز

$\frac{dP}{dT}$ عند درجة الحرارة 0°C ، واحسب الحرارة الكتلية لتبخر CO_2 . (تُحمل

الحجم الكتلي لـ CO_2 السائل بالنسبة للحجم الكتلي لـ CO_2 الغازي الذي

نفترضه غازاً كاملاً) (الكتلة المولية لـ CO_2 تساوي 44g)

(و) نضع 1 مول من غاز CO_2 في الدرجة $-80^\circ C$ في أسطوانة معزولة حرارياً مغلقة بمكبس عازل حرارياً وتحت ضغط يساوي 0.89 bar، نفترض أن تقريب الغاز الكامل محقق، حدد أيّ من العمليتين التاليتين تقود إلى تكوّن CO_2 الصلب:

العملية الأولى: سحب المكبس بشكل كظوم شبه سكوني مما يؤدي إلى خفض الضغط؟

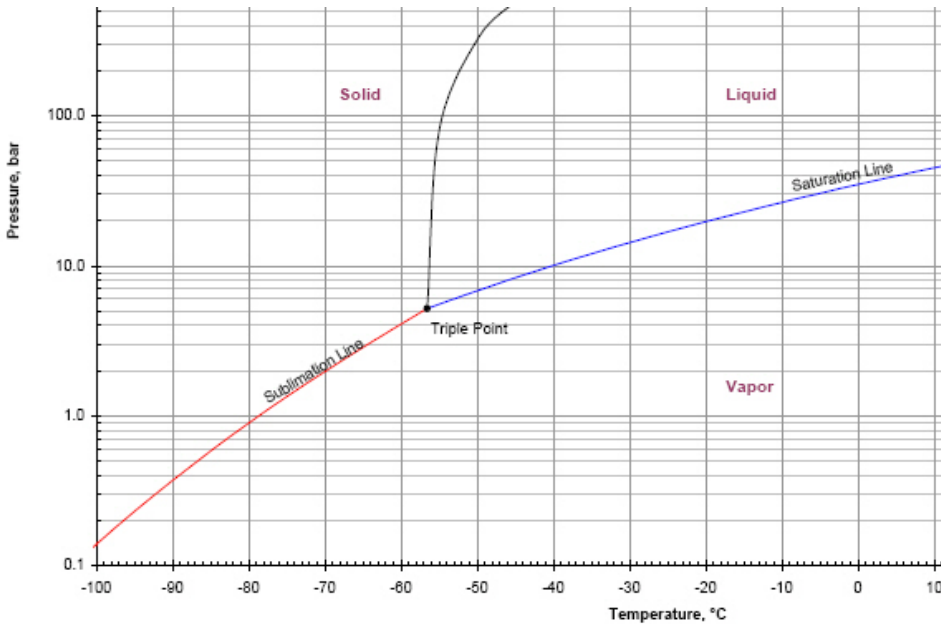
العملية الثانية: دفع المكبس بشكل كظوم شبه سكوني مما يؤدي إلى زيادة الضغط؟

i. علل إجابتك.

ii. احسب كتلة CO_2 الصلب المتكوّن عندما نغيّر الضغط بشكل

كظوم شبه سكوني (زيادة أو نقصاناً حسب جوابك السابق)

بمقدار $\Delta P = 0.2 \text{ bar}$.



14. أسطوانة معدنية حجمها 2 L مفرغة من الهواء ودرجة حرارة جدران الأسطوانة مثبتة على القيمة 100°C .

أ. نُدخل في هذه الأسطوانة 1 g من الماء السائل الذي تبلغ درجة حرارته 100°C . الحرارة الكتلية لتبخّر الماء في الدرجة 100°C تساوي $L_{v100} = 2249 \text{ J/g}$. وضغط البخار المشبع للماء في الدرجة 100°C يساوي 1 atm والحجم الكتلي للماء السائل يساوي 1 g/cm^3 نفترضه مستقلاً عن درجة الحرارة. و $R = 8.314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. والكتلة المولية للماء $M = 18 \text{ g/mol}$.

a. ما الضغط الذي نجده في الأسطوانة عند التوازن؟

b. احسب كمية الحرارة التي اكتسبها الماء؟

ب. يُعطى ضغط البخار المشبع للماء بين الدرجتين 0°C و 130°C بدلالة درجة الحرارة المطلقة بقانون رانكين :

$$\ln p = A - \frac{5120}{T}$$

حيث A هو ثابت محدد بارتياح 1%. و p مقدّر (atm).

الحرارة الكتلية لتبخّر الماء مقدّرة بـ (kJ/kg) تُعطى بقانون رينو:

$$L_v = 3335 - 2.91T$$

a. احسب الثابت A في علاقة رانكين.

b. باستخدام علاقة كلايرون $L_v = T \left(\frac{dP}{dT} \right) (u_v - u_\ell)$ وبإجراء التقريب

المناسب احسب الحجم الكتلي لبخار الماء المشبع في الدرجة 100°C .

c. إنّ النتيجة السابقة للحجم الكتلي لا تنسجم مع القيمة التي نجدها من افتراض

البخار المشبع غاز كامل، احسب الحجم الكتلي لبخار الماء في الدرجة 100°C

بافتراضه غازاً كاملاً، هل الارتياح على A هو السبب؟ اشرح إجابتك.

- d. نعيد التجربة في الطلب (1) بإدخال 2 g من الماء السائل إلى الأسطوانة الخالية بافتراض درجة حرارتها مثبتة على القيمة 50°C ، احسب نسبة السائل إلى البخار عند التوازن.
- e. نعيد من جديد التجربة في الطلب (d) بإدخال كمية من الماء كتلتها غير مقاسة، ولكن مع وجود الهواء (بدرجة حرارة الأسطوانة التي تساوي 90°C) بضغط ابتدائي 1 atm، الضغط الكلي للمزيج يساوي 1.5 atm، هل بخار الماء المتشكّل مشبع أم جاف؟ نبرّد الجملة إلى الدرجة 50°C احسب الضغط النهائي للمزيج.



الآلات الحرارية

1.11. مقدمة

تعتمد الآلات الحرارية على مائع تجري عليه تحولات، تتبادل فيها الجملة العمل والحرارة مع الوسط الخارجي، قد تكون الجملة مفتوحة، مثل محرك السيارة حيث يدخل المحرك كمية من الوقود الغازي الممزوج بالهواء، وهو يُطرح إلى الوسط الخارجي بعد احتراقه.

وقد كان تحسين مردود المحرك البخاري هو الهدف الذي دفع لتوسيع الدراسات في مجال الترموديناميك، واستكشاف مبادئه.

وقد درسنا في الفصول السابقة حلقة كارنو التي تصف التحولات في آلة حرارية مثالية. سوف نتعمق في دراستنا في هذا الفصل بدراسة الآلات الحرارية، ونحلل عمل عدد منها.

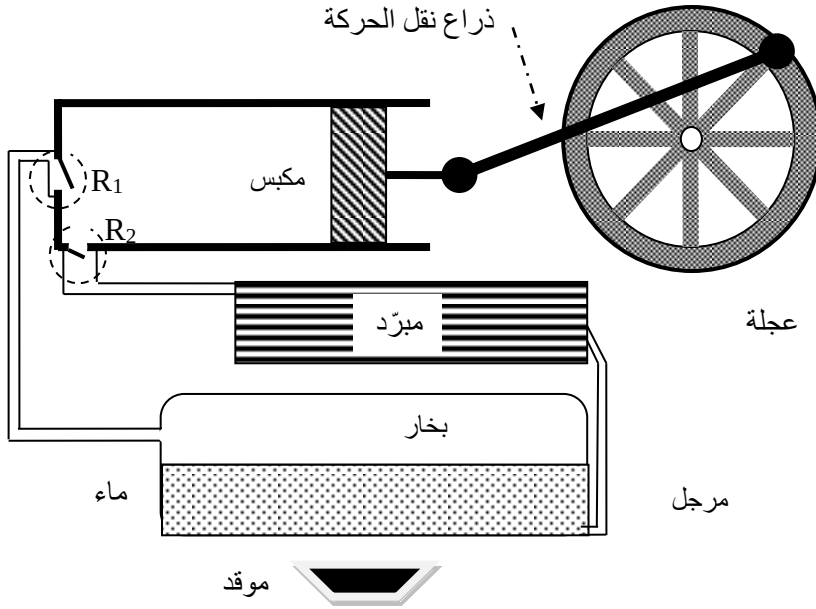
2.11. أنواع الآلات الحرارية

إن الهدف من الآلات الحرارية هو تحويل الطاقة، فقد نستثمر تبادل الحرارة مع منبعين الأول حار والآخر بارد للحصول على الطاقة الميكانيكية، كما هو الحال في المحرك البخاري. عندما تُعطي الجملة عملاً إلى الوسط الخارجي ($W < 0$) نقول لدينا محرك، وقد نُقدّم عملاً إلى الجملة ($W > 0$) بهدف نقل

الحرارة من وسط إلى آخر، كما هو الحال في البراد أو المكثف، ونقول لدينا مضخة حرارية، سوف نبدأ بشرح آلية عمل كل من المحرك البخاري والبراد قبل أن نقدم دراسة أوسع للآلات الحرارية.

1.2.11. المحرك البخاري

يستخدم المحرك البخاري الماء كمائع تحري عليه التحوّلات، وهو يتبادل الحرارة مع منبعين الأول ساخن حيث نحصل على الحرارة من خلال حرق الوقود (الفحم أو الفيول أو غيره....)، والمنبع الثاني هو الوسط الخارجي، ويتألف المحرك البخاري (الشكل 1-11) من مرجل، يوضع فيه الماء السائل، ترتفع درجة الحرارة في المرجل إلى أكثر من $100^{\circ}C$ وهذا يسمح بالحصول على ضغط أعلى من الضغط الجوي، مما يسمح بدفع المكبس وتدوير العجلة، وعندما يصل المكبس إلى الطرف الأيمن للأسطوانة، يُغلق الصمام (R_1) ويفتح الصمام (R_2)، ونتيجة الطاقة الحركية الدورانية التي اكتسبتها العجلة فإنها تستمر بالدوران دافعة البخار للخروج من خلال (R_2)، وتقوده الأنايب إلى المبرّد المعرض للهواء الخارجي حيث يتكثّف مما يُخفّض الضغط داخل الأسطوانة، حتى إذا بلغ المكبس أقصى اليسار يُغلق الصمام (R_2) ويفتح الصمام (R_1)، مما يُعيد إدخال البخار ودفع المكبس من جديد، وهكذا نحصل على حركة مستمرة للعجلة. يعاد الماء المتكثّف إلى داخل المرجل.

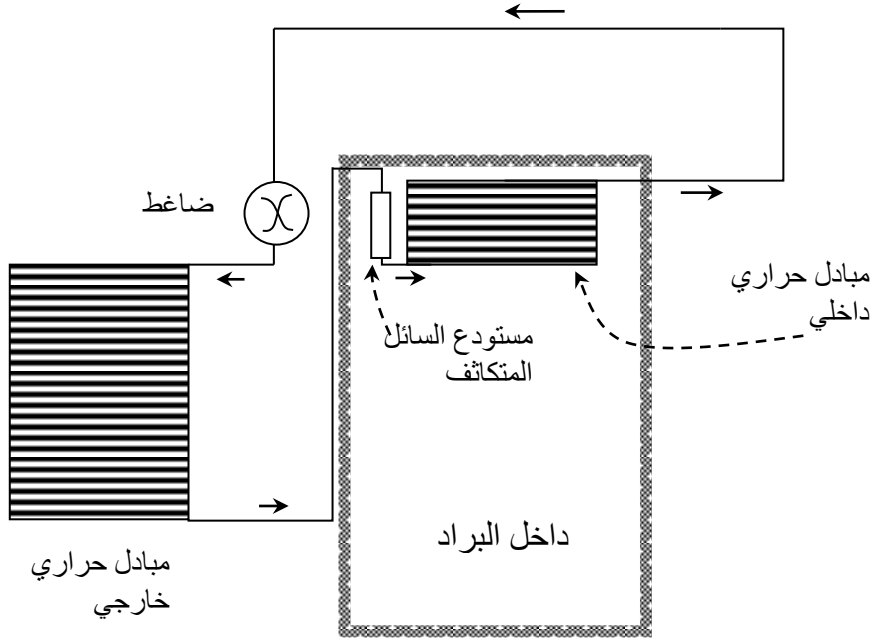


الشكل 1-11: المحرك البخاري.

2.2.11. البراد

يستخدم البراد أحد الغازات السهلة التبخر مثل الفريون كمائع، وتتألف آلة التبريد من ضاغط يُدار كهربائياً أي إنّ البراد يستهلك الطاقة الكهربائية. انظر الشكل 2-11، يتألف الضاغط من أسطوانة مغلقة بمكبس، حيث تقوم بسحب الغاز من الجزء الداخلي لينضغط في الأنابيب الخارجية فترتفع درجة حرارة الغاز إلى درجة أعلى من درجة حرارة المحيط، فتُعطي الجملة كمية من الحرارة إلى الوسط الخارجي وعندما يبلغ الضغط في الأنابيب الخارجية (المبادل الحراري الخارجي) حد الإشباع يتميّع البخار حيث يتراكم السائل في مستودع يحتوي أسفله على صمام، ويؤدي تراكم السائل في المستودع إلى رفع الضغط المطبق على الصمام الذي ينفّث لدى وصول مستوى سطح السائل

أعلى المستودع، فيدخل السائل إلى الأنابيب الداخلية (المبادل الحراري الداخلي)، وفي المبادل الداخلي يبلغ الضغط قيمة أصغر من حد الإشباع نتيجة سحب الغاز من قبل الضاغط، فيتبخر السائل ماصاً كمية من الحرارة من المبادل الداخلي الذي يسحب بدوره الحرارة من داخل البراد، ويقوم الضاغط بضخ الغاز المتبخر إلى الأنابيب الخارجية وهكذا يستمر العمل على سحب الحرارة من داخل البراد، وإطلاق الحرارة في الهواء الخارجي.



الشكل 11-2 : يدل السهم على جهة حركة المائع المبرد.

3.11. دراسة الآلات الحرارية

1.3.11. تصنيف الآلات الحرارية

رأينا أنه لا يُمكن لجملة تقوم بتحوّل حلقي متبادلة الحرارة مع منبع وحيد إلا أن تُقدّم الحرارة وتأخذ العمل بعد حلقة عمل (المبدأ الثاني)، لذلك

سنوجّه اهتمامنا إلى الآلات التي تتبادل الحرارة مع منبعين. وهذا يقودنا للتمييز بين نوعين من الآلات:

- أ. المحركات الحرارية: وهي تُقدّم العمل إلى الوسط الخارجي ($W < 0$) وتتلقى الحرارة ($Q > 0$) خلال كل حلقة عمل.
- ب. والمضخات الحرارية (آلات التبريد والمكيفات) وهي تتلقى العمل ($W > 0$) وتعطي الحرارة ($Q < 0$) خلال كل حلقة عمل.

2.3.11. الآلات الثنائية المنبع

وهي تتبادل الحرارة مع منبعين: الأول حار درجة حرارته T_1 والثاني بارد درجة حرارته T_2 ، لتكن Q_1 كمية الحرارة المتبادلة مع المنبع الساخن، و Q_2 كمية الحرارة المتبادلة مع المنبع البارد.

أ. تطبيق المبدأ الأول والثاني

لما كانت الجملة تقوم بتحوّل حلقي فإنّه يُمكننا أن نكتب خلال حلقة:

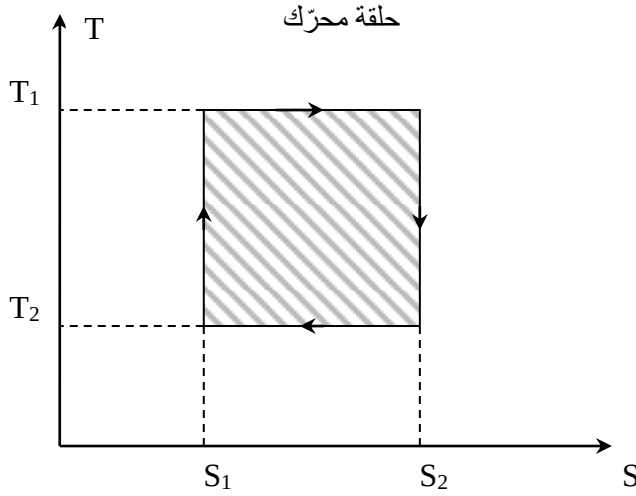
$$\Delta U = 0 \text{ و } \Delta S = 0 \text{ أي:}$$

$$(1) \quad \Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0$$

$$(2) \quad \Delta S = S^r + S^p = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + S^p = 0$$

ب. حلقة كارنو

رأينا في الفصل الثامن أنّ حلقة كارنو هي حلقة غاز كامل يتبادل الحرارة مع منبعين فقط والتحويلات عكوسة. وقد مثلنا حلقة كارنو باستخدام الإحداثيات (P, V) ، يمكن تمثيل حلقة كارنو باستخدام الإحداثيات (T, S) كما في الشكل (3-11).



الشكل 11-3: حلقة كارنو في الإحداثيات (T, S).

يستند هذا التمثيل في الشكل السابق إلى أنّ الحلقة عكوسة، ومن ثمّ لا يوجد إنتاج للأنتروبي ($S^P = 0$) في جميع التحولات، إذن في كل من التحولين الكظومين يكون تغيّر الأنتروبي معدوماً، أما كلّ من التحولين الآخرين فهو متساوي درجة الحرارة.

يتفق توجيه هذه الحلقة مع جهة حركة عقارب الساعة، عندما يكون توجيه الحلقة في الاتجاه المعاكس، نسمي الحلقة عكسية.

ج. مخطط رافو Raveau

من العلاقة (1) نجد $Q_1 = -Q_2 - W$

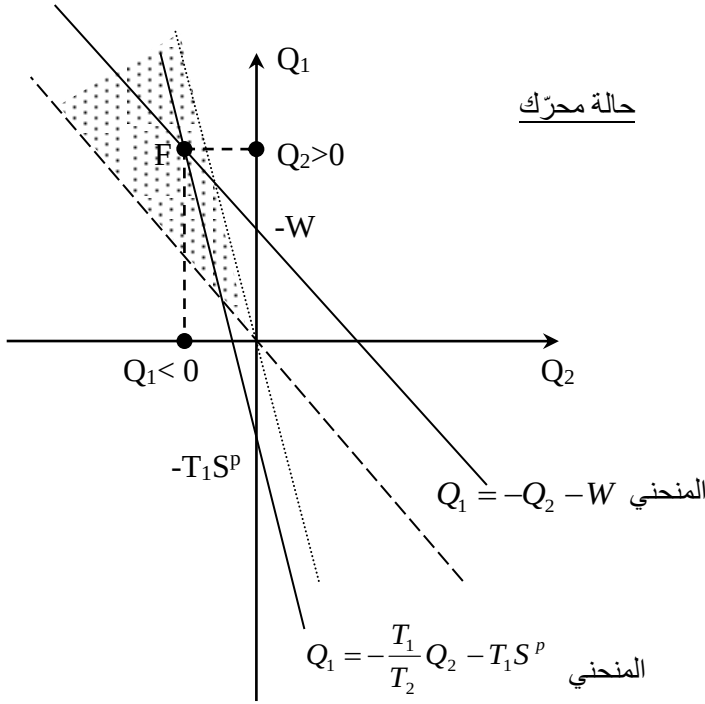
من العلاقة (2) نجد $Q_1 = -\frac{T_1}{T_2} Q_2 - T_1 S^P$

نفترض أنّ S^P مقدار ثابت معلوم ($S^P \geq 0$)، نمثل في الإحداثيات

(Q_1, Q_2) كلاً من المنحنيين المعبرّ عنهما في المعادلتين السابقتين، فنحصل

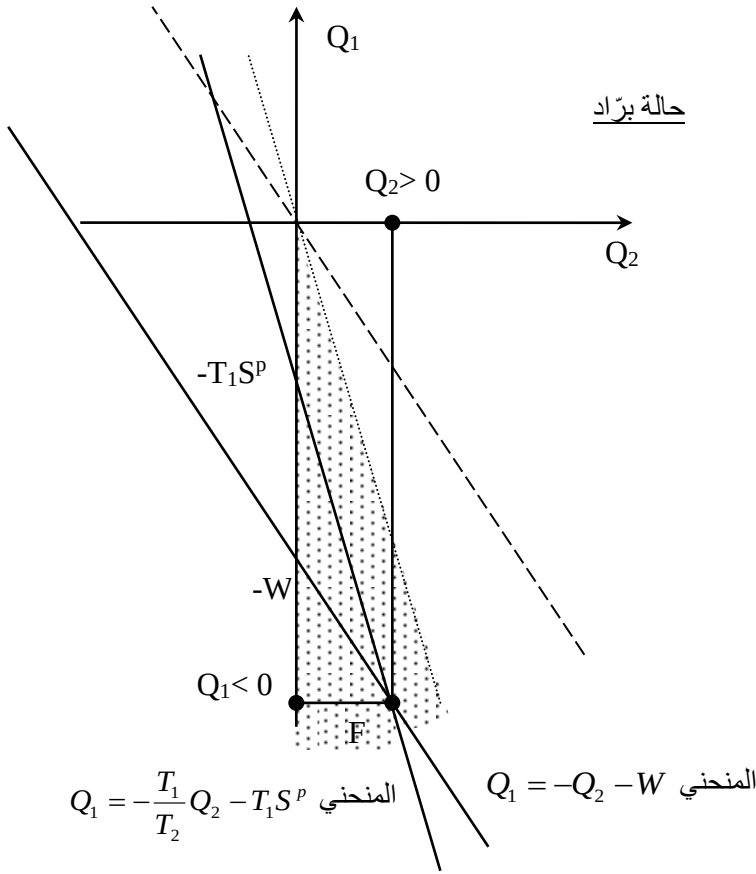
على نقطة عمل الآلة الحرارية F من تقاطع المنحنيين، مع ملاحظة أنّ ميل المنحني الثاني أصغر من ميل المنحني الأول.

في الشكل (11-4-أ) مثلنا كلاً من المنحنيين في حالة المحرك الحراري ($W < 0$) نلاحظ أن التقاطع يحدث في الربع الثاني، ومن ثمّ $Q_1 > 0$ و $Q_2 < 0$ أي إنّ الجملة تأخذ كمية حرارة من المنبع الساخن وتُعطي كمية حرارة إلى المنبع البارد. وقد مثلنا المنحني $Q_1 = -\frac{T_1}{T_2}Q_2 - T_1S^P$ في الحالة التي تعمل فيها الجملة بشكل عكوس أي $S^P = 0$ (الخط المنقط)، وهي الحالة الحدية التي يمكن أن تعمل فيها الجملة، نستنتج أنّ النقطة F تقع دوماً تحت المنحني المنقط. من ناحية ثانية، إنّ العمل الأدنى الذي يقدمه محرك هو أكبر من الصفر، مثلنا المنحني $Q_1 = -Q_2 - W$ في الحالة الحدية التي يكون فيها $W = 0$ (الخط المتقطع)، نعلم أنّه في حالة محرك لا يمكن أن يكون $W < 0$ إذن النقطة F تقع فوق المنحني المتقطع، نستنتج أن نقطة عمل محرك تقع في المنطقة المنقطّة في الشكل، بقية النقاط مستحيلة.



الشكل 11-4-أ: مخطط رافو في حالة محرك.

بالطريقة نفسها أعدنا رسم المنحنيات في حالة براد أو مضخة حرارية، الشكل (11-4-ب)، لدينا $W > 0$ ، والتقاطع يحدث في الربع الرابع، ومن ثمّ $Q_2 > 0$ و $Q_1 < 0$ أي إنّ الجملة تُعطي كمية حرارة للمنبع الساخن وتأخذ كمية حرارة من المنبع البارد. بمناقشة مشابهة لتلك المقدّمة في حالة محرك نستنتج منطقة العمل لبراد أو مضخة حرارية وهي المنطقة المنقّطة.



الشكل 4.11-ب: مخطط رافو في حالة برّاد.

د. أنواع الآلات ثنائية المنبع

يُمكن التفريق بين نوعين من الآلات الحرارية:

أ. الآلات التي تخضع فيها كتلة محددة من مادة وحيدة الطور لتحوّل حلقي.

ب. الآلات التي تخضع فيها كتلة محددة ثنائية الطور الأولى غازية والأخرى سائلة لتحوّل حلقي.

4.11. الحلقات المختلفة للمحركات الحرارية

1.4.11. المحرك الانفجاري

هو المحرك المستخدم في السيارات التي تسير باستخدام الغازولين، حيث يجري احتراق الغازولين داخل المحرك، يتألف المحرك من عدة أسطوانات، وقد نجد محركاً مكوناً من أسطوانة وحيدة. تمّ تصنيع أول محرك انفجاري من قبل المهندس الألماني أوتو Otto عام 1878، في هذا المحرك تتكون غرفة الانفجار من أسطوانة مغلقة بمكبس متحرك كما في الشكل (11-5-أ)، يجري إدخال المزيج المحترق إلى داخل الأسطوانة حيث يُضغط ثمّ تولّد شرارة تؤدي إلى الاحتراق، وتوليد ضغط كبير يدفع بالمكبس الذي بدوره يدفع ذراعاً متمفصلة مع عجلة تدور بتأثير دفع الذراع، وعندما يبلغ المكبس الحد الأدنى، ينفّث صمام في أعلى الأسطوانة، ولما كانت العجلة قد اكتسبت طاقة حركية دورانية فإنّها تستمر بالدوران دافعة المكبس إلى الأعلى ليُطرح الغاز الناجم عن الاحتراق ليعود المكبس إلى وضعه الابتدائي.

وصف الحلقة

نلاحظ أنّه يُمكننا تقسيم عمل المحرك إلى أربع مراحل:

(1) في البداية المكبس في موقعه الأعلى، والحجم الذي يحصره المكبس داخل الأسطوانة V_2 ، يجري حقن المزيج الغازي في الأسطوانة بضغط ثابت P_1 ، ويتحرك المكبس نحو الأسفل ليُصبح الحجم داخل الأسطوانة مساوياً V_1 ، نمثّل ذلك على الشكل (11-5-ب) بالجزء IA .

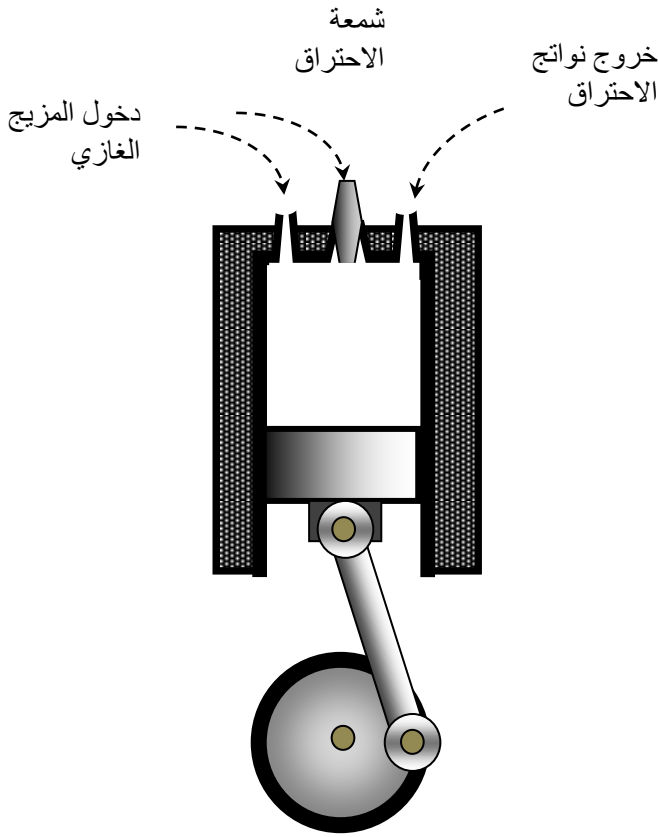
(2) يُغلق الصمام الذي دخل منه الوقود، ويرتفع المكبس ليضغط الغاز بشكل متساوي الأنتروبي إلى النقطة B .

(3) عند النقطة B تُطلق الشرارة، مما يؤدي إلى ارتفاع الضغط بشكل فجائي إلى القيمة P_2 ، نمثّل هذا التحوّل بالجزء BC ، لاحظ أننا اعتبرنا هذا

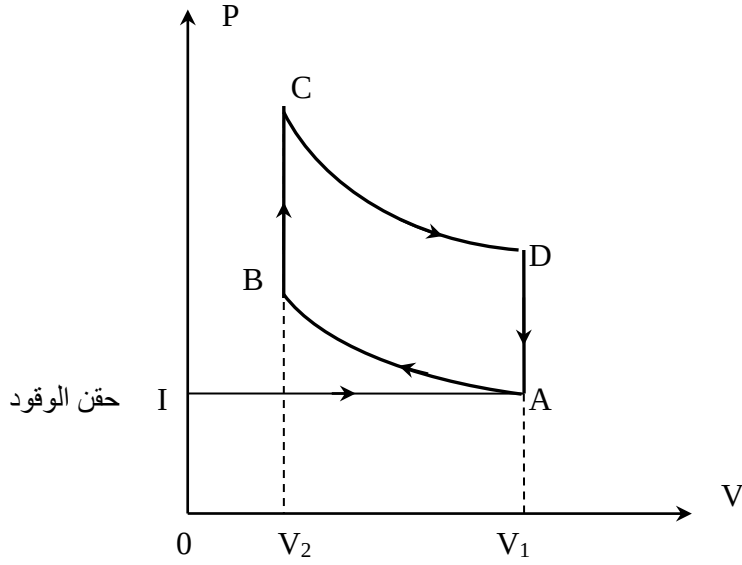
التحول متساوي الحجم لأنّ التفاعل سريع جداً مقارنة بالفترة اللازمة لإنجاز دورة كاملة للعجلة أي حلقة كاملة للمحرك.

(4) يؤدي الضغط المتولد إلى دفع المكبس بشكل متساوي الأنثروبي إلى النقطة D حيث يصل المكبس إلى موضعه الأدنى.

(5) عند النقطة D يُفتح صمام تفريغ الغاز، مما يخفض الضغط بشكل فجائي ويسمح بتفريغ الغاز، ثمّثل ذلك بالجزء DA .



الشكل (11-5-أ) مخطط لأسطوانة محرك انفجاري. نجد في هذا المخطط الأسطوانة والمكبس المتفصل مع ذراع نقل الحركة والمتفصل بدوره من الجهة الأخرى بناقل الحركة الذي مثلناه -هنا للتبسيط- على شكل قرص، يسمح هذا التفصل بتحويل حركة المكبس الانسحابية إلى حركة دورانية.



الشكل 11-5 - ب: حلقة أوتو.

في أكثر السيارات نجد أربع أسطوانات، بحيث تتناوب الأسطوانات على عملية دفع المكبس مما يسمح بالدوران شبه المنتظم للمحرك. نلاحظ أنه لدينا جملة مفتوحة، غير أنه يُمكننا إجراء الدراسة على كتلة محددة من الغاز تقوم بالتحوّل الحلقى المشروح أعلاه.

تسمى الحلقة التي حصلنا عليها باسم حلقة *Beau de Rochas* نسبة إلى المهندس الفرنسي الذي اقترحها عام 1862، كما تُسمى بحلقة أوتو *Otto*.

حساب مردود المحرك

يتلقى الغاز كمية من الحرارة Q_1 نتيجة لعملية الاحتراق، في حساباتنا نفترض أن لدينا الغاز نفسه خلال الحلقة وهو يتلقى كمية حرارة Q_1 من منبع

ساخن ، وتقدّم الجملة عملاً ميكانيكياً $-W$ ، ومن ثمّ يكون مردود المحرك مساوياً إلى النسبة $\rho = \frac{-W}{Q_1}$.

من أجل حلقة لدينا:

$$W + Q_1 + Q_2 = 0$$

إذن:

$$\rho = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

لدينا:

$$Q_2 = mc_v(T_1 - T_4) \text{ و } Q_1 = mc_v(T_3 - T_2)$$

حيث m كتلة الغاز، و $T_1 = T_A$ و $T_2 = T_B$ و $T_3 = T_C$ و $T_4 = T_D$.

و $T_4 = T_D$.

التحولان AB و CD متساويا الأنتروبي، إذن:

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \text{ و } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

ليكن $\alpha_v = \frac{V_1}{V_2}$ ، نسمي هذه النسبة معدّل الانضغاط، من العلاقتين

السابقتين نجد:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1} = \alpha_v^{\gamma-1}$$

نستنتج:

$$\rho = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\alpha_v^{\gamma-1}}$$

أي إنّ المردود لا يتعلق إلا بمعدّل الانضغاط.

في التطبيقات العملية الغاز مكوّن من الهواء حيث $\gamma \approx 1.4$ ويكون

$$\alpha_v \approx 9 \text{ نجد } \rho \approx 0.58 .$$

ملاحظات:

1. الحلقة الحقيقية تشبه الحلقة النظرية الممثلة أعلاه، ولكنها تختلف

بشكل كبير بجوار النقاط A, B, C, D .

2. إنَّ المردود السابق نظري وفي السيارات الشائعة لدينا مردود أقل

من نصف القيمة المحسوبة هنا.

2.4.11. محرك ديزل

يتميّز محرك ديزل بعدم حاجته إلى الشرارة الكهربائية لإشعال الغاز، حيث أنّ ضغط مزيج من بخار المازوت والهواء إلى قيمة عالية يؤدي إلى اشتعاله. تمّ تصميم وتصنيع هذا المحرك من قبل الباحث الألماني *Diesel* عام 1893.

وصف الحلقة

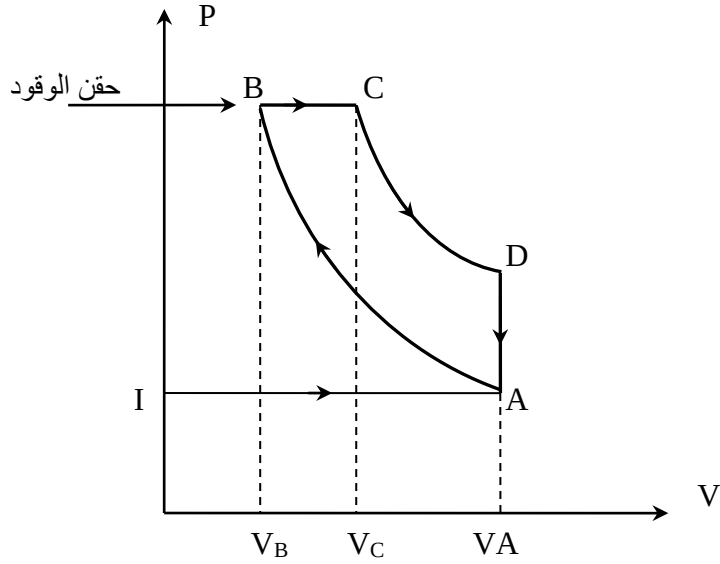
يُمكن تقسيم عمل المحرك إلى أربع مراحل (الشكل (11-6)).

تُدخل الهواء من خلال صمام الدخول ليملأ الأسطوانة بحجمها الأعظم V_A ،
الجزء IA .

(1) يُغلق الصمام ، ويجري ضغط الهواء بشكل كظوم وعكوس (متساوي الأنثروبي) إلى الحجم V_B . الجزء AB

(2) في النقطة B يجري حقن الوقود، يحترق الوقود بتأثير الضغط المرتفع، ويدفع المكبس ليصل الحجم إلى القيمة V_C ، (النقطة C) حيث ينتهي احتراق الوقود. بعد ذلك يتمدد الغاز بشكل متساوي الأنثروبي إلى النقطة D .

(3) بعد ذلك يُفتح صمام التفريغ، وهذا يسمح بتخفيض الضغط فجائياً، ويتفرغ الغاز.



الشكل 11-6: حلقة ديزل.

حساب المردود

نفترض أنّ الجملة مغلقة، مكوّنة من كتلة من الغاز m ثابتة خلال الحلقة، ولنحسب المردود عندما تجري تحولات على هذه الكتلة وفق هذه الحلقة. لدينا:

$$\rho = \frac{-W}{Q_1}$$

$$\rho = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

حيث Q_1 كمية الحرارة الناجمة عن احتراق الوقود في الحالة العملية وهي هنا كمية الحرارة المأخوذة من المنبع الساخن خلال التحول BC . و Q_2 كمية الحرارة المقدّمة إلى الوسط الخارجي خلال التحول DA ، وفي الحالة العملية تُمثّل Q_2 كمية الحرارة المفقودة مع الغاز الذي يجري طرحه.

ليكن $\alpha_v = \frac{V_A}{V_B}$ معدل الانضغاط. وليكن $\beta_v = \frac{V_A}{V_C}$ معدل التمدد.

التحول BC متساوي الضغط إذن :

$$Q_1 = \Delta H_{BC} = mc_p(T_C - T_B)$$

والتحول DA متساوي الحجم إذن:

$$Q_2 = \Delta H_{DA} = mc_v(T_A - T_D)$$

نستنتج:

$$\rho = 1 + \frac{c_v(T_A - T_D)}{c_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_A - T_D}{\gamma(T_C - T_B)} = 1 - \frac{\frac{T_D}{T_C} - \frac{T_A}{T_C}}{\gamma(1 - \frac{T_B}{T_C})}$$

التحول AB كظوم وعكوس إذن:

$$\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1}$$

التحول CD كظوم وعكوس إذن:

$$\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1}$$

نستنتج:

$$\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\beta_v} \right)^{\gamma-1} \text{ و } \frac{T_A}{T_B} = \alpha_v^{-\gamma+1}$$

المنحني BC متساوي الضغط، باستخدام معادلة الغاز الكامل نجد:

$$\left. \begin{array}{l} P_B V_B = nRT_B \\ P_B V_C = nRT_C \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \frac{V_B}{V_C} = \frac{\beta_v}{\alpha_v}$$

من ناحية ثانية:

$$\frac{T_A}{T_C} = \frac{T_A}{T_B} \times \frac{T_B}{T_C} = \alpha_v^{-\gamma+1} \times \frac{\beta_v}{\alpha_v} = \alpha_v^{-\gamma} \beta_v$$

ومن ثمَّ يُصبح المردود:

$$\rho = 1 - \frac{\beta_v^{-\gamma} - \alpha_v^{-\gamma}}{\gamma(\beta_v^{-1} - \alpha_v^{-1})}$$

تطبيق عددي:

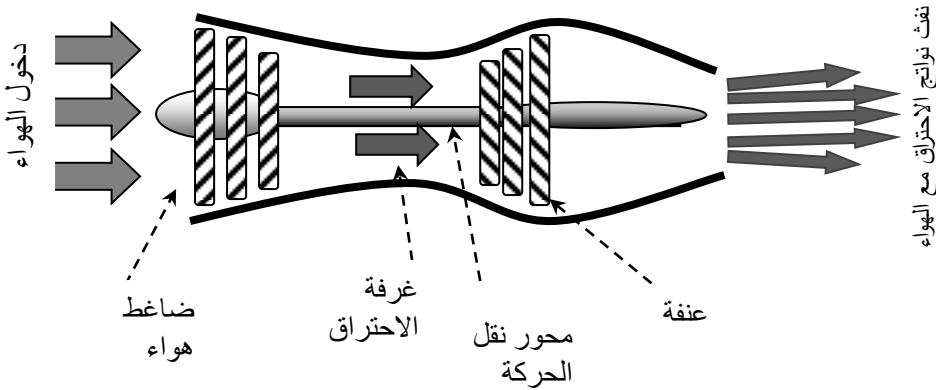
بأخذ $\gamma \approx 1.4$ ، و $\alpha_v \approx 14$ ، و $\beta_v \approx 9$ نجد $\rho = 0.62$

ملاحظات:

1. في التطبيقات العملية يُمكن أن تبلغ استطاعة محرّك ديزل 30 MW.
2. تختلف الحلقة الحقيقية لمحرّك ديزل قليلاً عن الحلقة النظرية، ومردودها أصغر.

3.4.11. محرّكات الدفع

وهي محرّكات تعتمد على نفث الغاز بسرعات عالية، مثل محرّكات الصواريخ، وعنفات الغاز حيث يُستفاد من العمل المقدّم في تدوير آلة، قد تُستخدم لإنتاج الكهرباء مثلاً. انظر الشكل (11-7-أ)



الشكل 11-7-أ: مخطط لمحرّك نفث. جزء من طاقة الغاز المندفع يُستخدم لتدوير

عنفة تُدير بدورها ضاغط الهواء.

وصف الحلقة

يُمكن استخدام كمية محدّدة من الغاز لوصف الحلقة بالمراحل التالية (الشكل 11-7-ب):

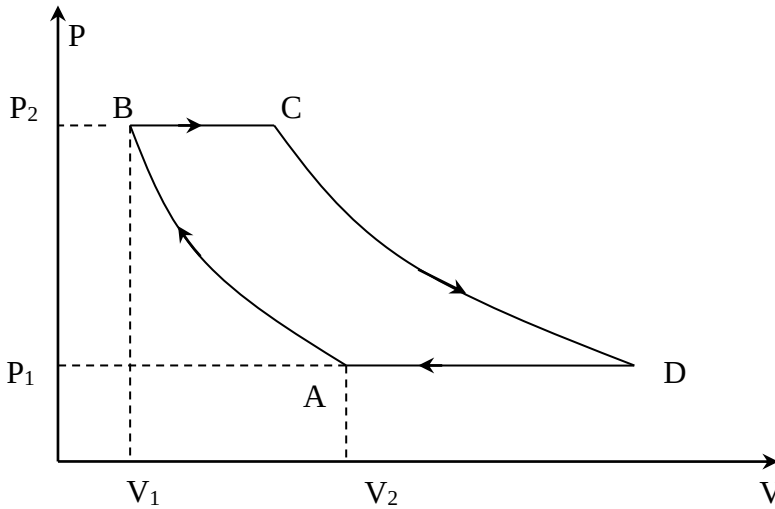
(1) يُؤخذ الغاز بضغط P_1 ، يُضغَط هذا الغاز بشكل كظوم وعكوس إلى القيمة P_2 .

(2) يأخذ الغاز كمية من الحرارة من المنبع الساخن مع بقاء الضغط ثابتاً، في التطبيق العملي يجري حرق الغاز مما يرفع درجة الحرارة، وذلك خلال المرحلة BC .

(3) يخرج الغاز من فوهة الحجرة بشكل فجائي مما يجعل التحوّل كظوماً خلال خروج الغاز وانتقاله إلى الضغط الخارجي P_1 ، ثمثّل هذا التحوّل بتمدّد كظوم عكوس (التحوّل CD).

(4) يتبرّد الغاز تلقائياً لوجوده في الوسط الخارجي فيتقلّص حجمه، وهكذا نحصل على التحوّل DA .

تُسمّى الحلقة التي حصلنا عليها بحلقة Brayton أو حلقة Joule.



الشكل 7.11-ب: حلقة جول.

حساب المردود

لدينا:

$$\rho = \frac{-W}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

ولكن التحوّل BC متساوي الضغط إذن:

$$Q_1 = (\Delta H)_{B \rightarrow C} = mc_p (T_C - T_B)$$

حيث m كتلة الغاز.

والتحوّل DA متساوي الضغط أيضاً إذن:

$$Q_2 = (\Delta H)_{D \rightarrow A} = mc_p (T_A - T_D)$$

إذن:

$$\rho = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

ليكن $\alpha_v = \frac{V_B}{V_A}$ معدّل الانضغاط. ولنحسب المردود بدلالة α_v .

لما كان كل من التحوّلين AB و CD عكوسيين كظومين فإنّ:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = (\alpha_v)^\gamma \text{ و } \frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ و } \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

نستنتج:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{T_C}{T_D} = \frac{T_C - T_B}{T_D - T_A} = \alpha_v^{\gamma-1}$$

ومن ثمّ:

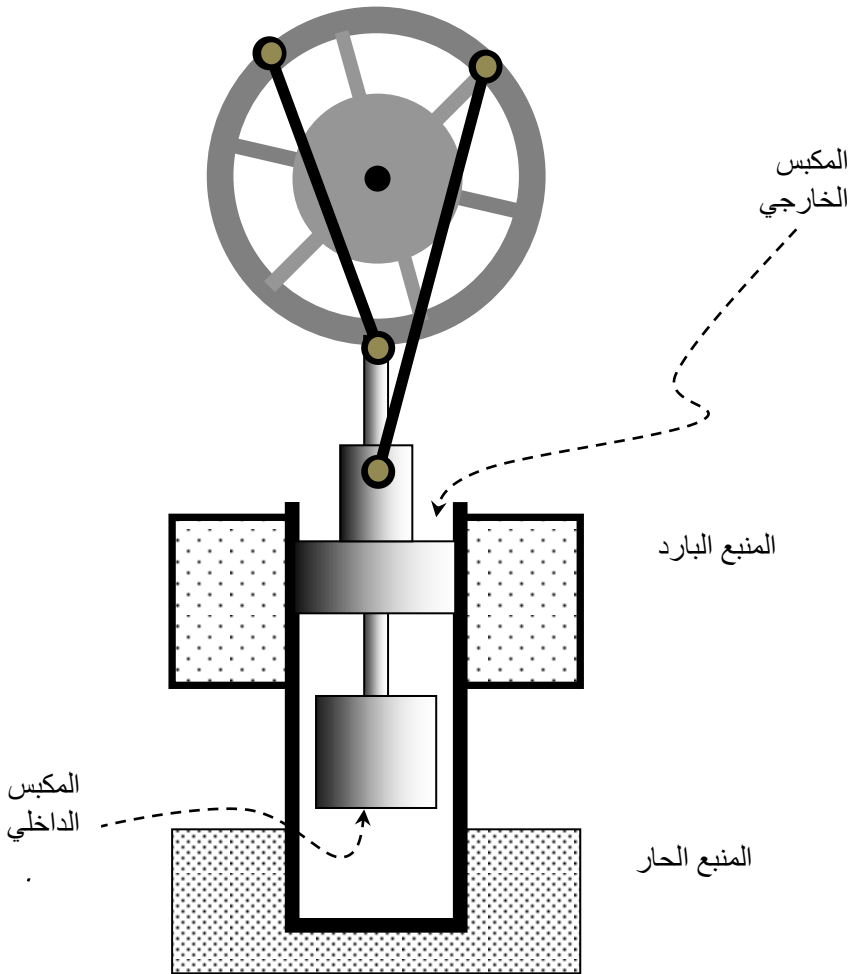
$$\rho = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{1}{\alpha_v^{\gamma-1}}$$

نلاحظ أنّه لدينا صيغة مماثلة لحلقة *Beau de Rochas* ، ولكن يُمكن

الحصول من حلقة جول على استطاعة تصل إلى 60 MW.

4.4.11. محرك ستيرلينغ Stirling

يتميّز هذا المحرك عن المحركات التي عرضناها حتى الآن بأنّ له حلقة مغلقة، يتألف هذا المحرك من أسطوانة مغلقة تحتوي مكبسين، مكبس الانزياح ومكبس العمل، كما في الشكل (8.11)



الشكل 8-11: محرك ستيرلينغ.

لدينا مكبسان متحركان، المكبس الأول يُغلق الأسطوانة بشكل تام، والثاني يسمح بمرور الغاز عبر فتحات صغيرة من جهة إلى أخرى من المكبس، الجزء الأسفل من الأسطوانة يلامس المنبع الحراري الساخن، والجزء العلوي يلامس المنبع الحراري البارد، يسخن الغاز في الأسفل فيدفع المكبس الخارجي نحو الأعلى، وهذا بدوره يدفع العجلة لتدور دافعة المكبس الداخلي إلى الأسفل، وهذا الأخير يشغل مكان الغاز في الأسفل محركاً إياه إلى الأعلى حيث يصبح هذا الغاز في تلامس مع المنبع البارد حيث يتبرّد ويصغر حجمه مما يؤدي إلى جذب المكبس الخارجي نحو الأسفل. نلاحظ من الشكل أنّ المكبس الأعلى متمفصل مع ذراع تقوم بدفع العجلة فتديرها، كما أنّ هذه العجلة متمفصلة مع ذراع آخر يقوم برفع وخفض المكبس الداخلي بشكل يسمح بتلامس أكبر كمية من الغاز مع المنبع البارد عند هبوط المكبس الخارجي، وتلامس أكبر كمية من الغاز مع المنبع الساخن عند ارتفاعه.

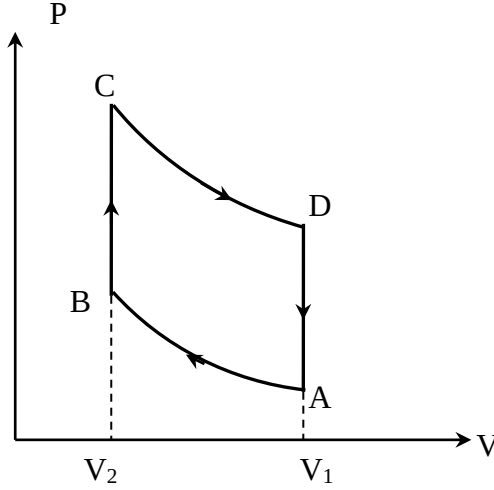
وصف الحلقة

يُمكن تقسيم عمل المحرك إلى أربع مراحل (الشكل 11-9):

- (1) الغاز في الأعلى والمكبس الخارجي في أعلى الأسطوانة والمكبس الداخلي في الأسفل، يتبرّد الغاز نتيجة ملامسته للمنبع البارد، يتجه المكبس الخارجي نحو الأسفل فينضغط الغاز بشكل متساوي الحرارة لاستمرار ملامسته للسطح البارد، ويندفع المكبس الداخلي نحو الأعلى سائحاً المجال للغاز للانتقال إلى الجزء الأسفل من الأسطوانة. نحصل على الجزء AB من الحلقة.
- (2) في النقطة B يُصبح الغاز ملامساً للمنبع الحار، والمكبسان في وسط الأسطوانة تقريباً، يتسخن الغاز بحجم ثابت، فيرتفع الضغط، ونصل إلى النقطة C .

(3) يؤدي ارتفاع الضغط إلى دفع المكبس الخارجي إلى الأعلى ويتمدد الغاز بشكل متساوي الحرارة نتيجة استمرار ملامسته للمنبع الساخن. ونحصل على الجزء CD من الحلقة. في النقطة D يكون المكبس الخارجي في وضعه الأعلى، ويصبح الغاز بملامسة المنبع البارد.

(4) إن ملامسة الغاز للمنبع البارد يؤدي إلى تبريده بشكل متساوي الحجم، فينخفض الضغط ونصل إلى النقطة A .



الشكل 11-9: حلقة ستيرلينغ.

حساب المردود

يُكتب المردود:

$$\rho = \frac{-W}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

المنحني CD متساوي الحرارة، إذن:

$$Q_1 = Q_{CD} = -W_{CD} = \int p dV = nRT_C \int \frac{dV}{V} = nRT_C \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

لدينا:

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

ولكن:

$$W_{DA} = 0 \text{ و } W_{BC} = 0$$

ولدينا:

$$W_{CD} = -nRT_C \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \text{ و } W_{AB} = nRT_B \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

نستنتج:

$$W = -nR(T_C - T_B) \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

ومن ثمَّ:

$$\rho = 1 - \frac{T_B}{T_C}$$

إذن مردود محرك ستيرلينغ يساوي مردود حلقة كارنو.

5.4.11. المحطات الحرارية التقليدية والنووية: حلقة رانكين وحلقة هيرن.

تستخدم المحطات الحرارية التقليدية والنووية الماء لتحويل الطاقة، وفي المحطات التقليدية يُستخدم الفحم أو الغاز الطبيعي أو الفيول كوقود للتسخين في المراجل، بينما يكون الانشطار النووي هو مصدر الحرارة في المفاعلات النووية.

مبدأ العمل

يُسَخَّن الماء في مراحل مغلقة مما يسمح بارتفاع درجة الحرارة إلى قيم قد تصل إلى 500 K ومن ثمّ يكون ضغط البخار المتشكل عالٍ إذا ما قورن بالضغط الجوي، يُمرر هذا البخار على عنفة تقوم بتدوير مولّد كهربائي. تتكوّن العنفة من سلسلة عنفات متغيّرة القطر، محمولة على المحور نفسه، ومتوضعة في أنبوب مخروطي، بحيث يدخل البخار من الجهة الضيقة ويخرج من الجهة الواسعة، (انظر الشكل 11-10) وهكذا يتمدد البخار تدريجياً لدى عبوره للأنبوب ومروره على العنفات، أثناء الانتقال يتمدد البخار وتنخفض درجة حرارته، وعند وصوله إلى الفتحة الواسعة للأنبوب يكون قد وصل إلى الضغط الأدنى، يُمرر البخار على مكثّف يسمح بتبريد البخار وتكثيفه، وبعدها يُضخ السائل إلى داخل المرجل. إنّ التمدد التدريجي للغاز أثناء مروره على العنفات المتتالية يسمح بالأخذ بتقريب التمدد متساوي الأنثروبي.

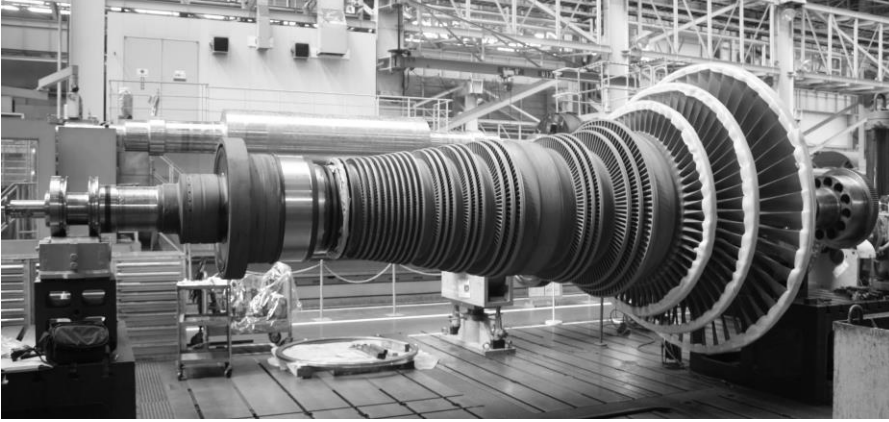
وصف الحلقة (الشكل 11-11):

المرحلة الأولى: وتتضمن تسخين السائل لتحويله إلى بخار وتتم بدرجة حرارة ثابتة (الجزء AB)

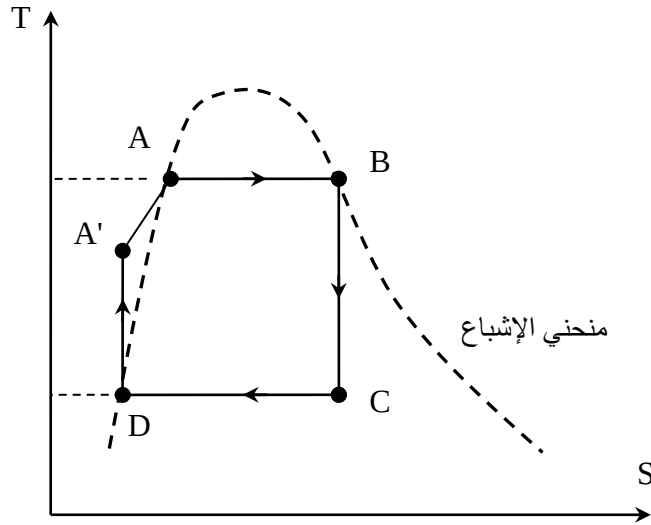
المرحلة الثانية: يمر فيها البخار على سلسلة العنفات فيتمدد بشكل متساوي الأنثروبي (الجزء BC)

المرحلة الثالثة: يتكثف فيها البخار بعد خروجه من العنفة ويجري ذلك بدرجة حرارة ثابتة (الجزء CD).

المرحلة الرابعة: يُضخ الغاز إلى داخل المرجل وهذا يتم بخطوتين: الأولى متساوية الأنثروبي يصل السائل بها إلى النقطة A' حيث الضغط يساوي الضغط داخل المرجل، والثانية متساوية الضغط يصل بها السائل إلى النقطة A ، وفي هذه الخطوة نسخّن السائل بضغط ثابت لنصل إلى درجة حرارة مساوية لدرجة حرارة المرجل. (الجزء $DA'A$).



الشكل 10-11: عنفة مكونة من سلسلة عنفات متمحورة وذات أقطار متزايدة تُستخدم لتوليد كهرباء، توضع هذه العنفة داخل أنبوب مخروطي يدخل البخار من فتحته الضيقة ويتمدد أثناء انطلاقه باتجاه الفتحة الواسعة للأنبوب المخروطي دافعاً أجنحة العنفات المتتالية مسبباً دورانها.



الشكل 11-11: حلقة رانكين.

تُعرف الحلقة الموصوفة أعلاه باسم حلقة Rankine.

حساب مردود الحلقة

لدينا:

$$\rho = \frac{-W}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

حيث Q_1 كمية الحرارة المقدّمة من منابع الحرارة في الجزء $A'A$ والجزء AB .
و Q_2 كمية الحرارة المتبادلة مع المنبع البارد في الجزء CD .
لدينا:

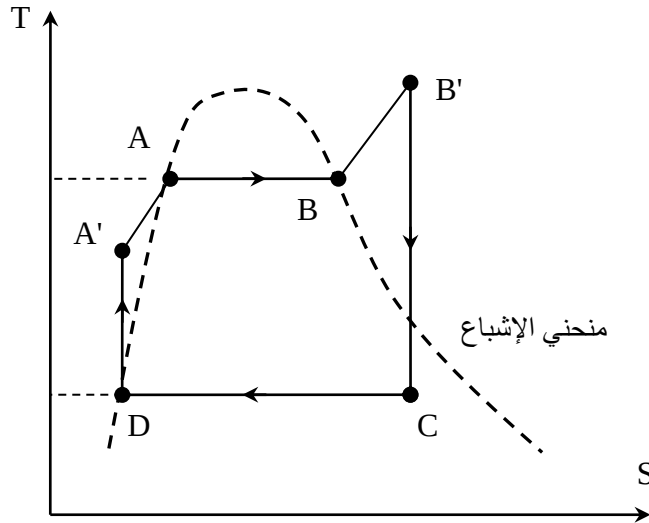
$$Q_2 = H_C - H_D \text{ و } Q_1 = H_B - H_{A'}$$

لأنّ التحولات متساوية الضغط.

ومن ثمّ:

$$\rho = 1 - \frac{H_C - H_D}{H_B - H_{A'}}$$

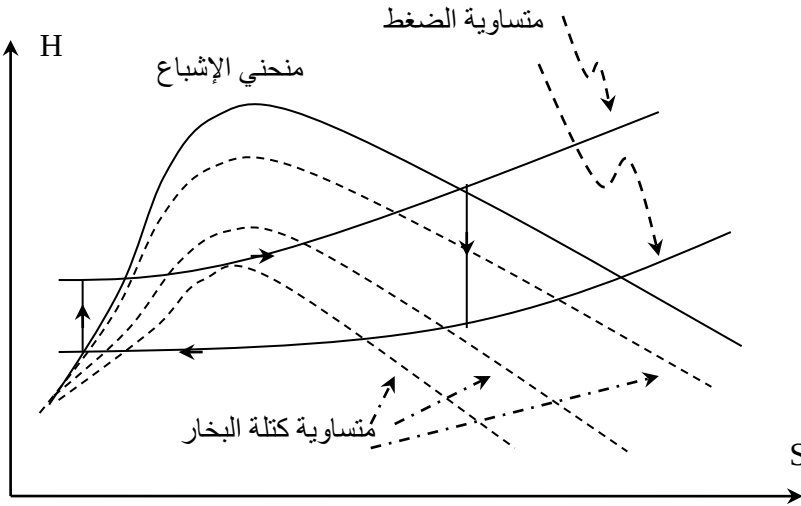
في التطبيقات العملية نقوم بتسخين البخار بعد خروجه من المرجل وذلك لمنع
تكوّن الماء السائل على القطع المعدنية، ونحصل بذلك على حلقة هيرن *Hirn*
الشكل (12-11)



الشكل 12-11: حلقة هيرن.

مخطط مولية Mollier

لما كان المردود مرتبط بقيم الأنتالبي فإننا نلجأ إلى مخطط مولية الذي يُمثل H بدلالة S ، يحوي هذا المخطط على منحنيات متساوية الأنتروبي ومنحنيات متساوية الأنتالبي، ومنحنيات متساوية كتلة البخار، (انظر الشكل 13-11) وهذا يسمح باستنتاج قيم الأنتالبي في مختلف نقاط الحلقة واستنتاج المردود.



الشكل 13-11: مخطط مولية.

5.11. الآلات ذات الحلقة العكسية (أو المقلوبة)

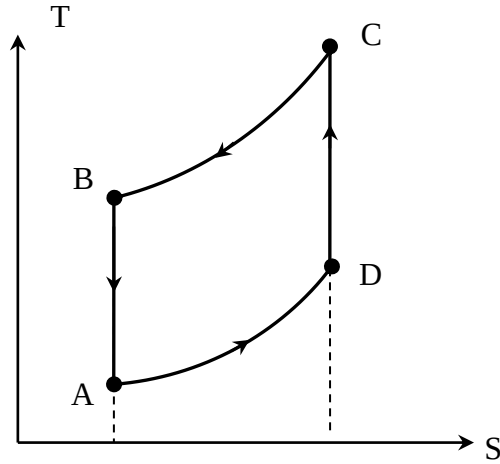
في هذه الآلات يكون اتجاه الحلقة معاكساً لجهة دوران عقرب الساعة، وتُصنّف الآلات من هذا النوع إلى مجموعتين: في المجموعة الأولى تُستخدم مضخة لنقل المائع من المبتخر ذي الضغط المنخفض إلى المكثف ذي الضغط

المرتفع، وفي حالة الموائع وحيدة الطور نجد حلقة برايتون، وفي حالة الموائع ثنائية الطور نجد حلقة هيرن *Hirn*، في المجموعة الثانية الجملة لا تحتاج عملاً ونسميها آلات بالامتصاص.

1.5.11. الآلات التي تعمل بالهواء

من الأمثلة البراد الذي يعمل على الهواء و المضخة الحرارية، تعمل وفق

حلقة برايتون *Brayton* المعكوسة، الشكل (11-14)



الشكل 11-14: حلقة برايتون المعكوسة.

لنحسب فعالية البراد الذي يعمل بهذه الحلقة:

لدينا:

$$\eta_r = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{-Q_1 - Q_2}$$

ولكن:

$$Q_1 = \Delta H_{C \rightarrow B} = C_p (T_B - T_C)$$

$$Q_2 = \Delta H_{A \rightarrow D} = C_p (T_D - T_A)$$

وباستخدام العلاقات المستنتجة في الحلقة المباشرة نجد:

$$\eta_r = \frac{1}{-1 + \alpha_v^{\gamma-1}}$$

لنحسب فعالية مضخة حرارية حيث يهمن التدفئة التي نحصل عليها:

$$\eta_p = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{-Q_1 - Q_2}$$

نجد:

$$\eta_p = \frac{1}{1 - \alpha_p^{1-\gamma}}$$

2.5.11 الآلات التي تستخدم تحوّل الطور: حلقة هيرن *Hirn* المعكوسة

يُستخدم هذا النوع من الآلات في درجات الحرارة التي تتراوح ما بين

$-50^\circ C$ و $100^\circ C$. وأكثر الغازات استخداماً هي غاز الفريون CCl_2F_2

والنشادر NH_3 ، وثاني أكسيد الكربون.

3.5.11 آلات الامتصاص

سوف نقوم بشرح أحد أجهزة الامتصاص وهي أجهزة التبريد

بالامتصاص، يُشبه عمل هذه الأجهزة أجهزة التبريد باستخدام ضاغط (يعتمد

على استهلاك الكهرباء)، ولكن يُستبدل الضاغط بمنبع حراري قد يكون من

الطاقة الشمسية، أي يستخدم لواقط شمسية.

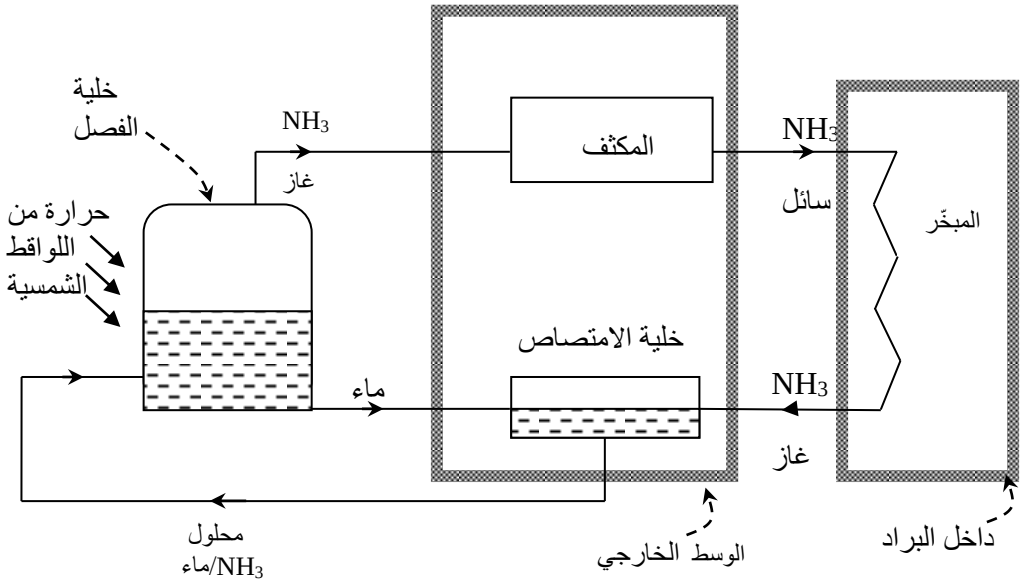
في جهاز التبريد بالامتصاص يُستخدم مائع تبريد ومُحل، وكثيراً ما يُستخدم

الزوج (غاز النشادر والماء)، الماء كمحل وغاز النشادر كمائع تبريد. ويكون

لدينا حلقة مغلقة مثل حالة البراد التقليدي. وتجري عملية التبريد عبر الخطوات

الآتية:

- (1) يجري تسخين المحلول (نشادر/ماء) في خلية الفصل التي تحصل على الحرارة من منبع حراري (اللواقط الشمسية مثلاً)، مما يُخفّض انحلالية النشادر ويؤدي إلى انفصاله عن الماء السائل.
- (2) يجري بذلك فصل الغاز عن الماء السائل، ويقاد النشادر السائل إلى المكثف الذي يتمتع بدرجة حرارة المحيط الخارجي حيث يتميّع.
- (3) ينتقل النشادر المتميّع إلى المبخر حيث يؤدي تبخّره إلى التبريد.
- (4) بعد ذلك يجري امتصاص غاز النشادر من قبل الماء في خلية الامتصاص، هذا الامتصاص يُغني عن الضاغط الذي يدفع الغاز إلى خارج البراد.
- (5) يقاد المزيج بعد ذلك إلى المقطّر لتبدأ الحلقة من جديد. انظر الشكل (11-15)



الشكل 11-15: مخطط جهاز تبريد يعمل بالطاقة الشمسية.

نعرف فعالية الجهاز بأنها النسبة:

$$e = \frac{Q_f}{Q_g}$$

حيث Q_f تمثل كمية الحرارة المأخوذة من المنبع الحراري عند خلية الفصل.
و Q_g كمية الحرارة المأخوذة من داخل البراد.



تمارين ومسائل

1. نستعمل مضخة ميكانيكية تعتمد على محرك بخاري لرفع الماء من بئر،
نستعمل كمنبع ساخن لاقطاً شمسياً، وكمنبع بارد الماء المسحوب من البئر.
يتلقى اللاقط الشمسي تدفقاً ضوئياً قدره 1 kW . نقبل بأن نصف هذه
الاستطاعة تُنقل إلى الماء الذي يجري تبخيره بالدرجة 60°C . يتمدد البخار
بتقديمه طاقة ميكانيكية إلى المضخة، ثم يتكثف في الدرجة 20°C ، ثم يعاد بعد
تكثفه إلى المسخن ليتبخّر من جديد. جميع الأنابيب والأسطوانات التي يمر فيها
البخار والسائل محكمة الاتصال بحيث لا يمكن أن يحدث أي تسرب.

أ) ما المردود الأعظم للمحرك؟ وما الاستطاعة العظمى الممكن انتظارها.
ب) نقبل أنه نتيجة عمل المضخة بطريقة غير عكوسة يكون مردودها
مساوياً 80% من المردود الأعظم. وأنه نتيجة الاحتكاك الميكانيكي يضيع
 50% من الاستطاعة. ما منسوب الماء الذي يجري ضخه والممكن الحصول
عليه إذا كان عمق البئر 20 m ؟

$$\text{نأخذ } g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

ج) ما ارتفاع درجة حرارة الماء بعد ضخّه؟ نأخذ الحرارة الكتلية للماء

$$c = 4.18 \text{ kJ/(kg.K)} .$$

(د) لماذا افترضنا أنه لا يوجد أي تسرب؟

2. في جهاز تبريد بالامتصاص، درجة حرارة خلية الفصل T_0 ، ودرجة حرارة الوسط الخارجي تساوي T_1 ، ودرجة حرارة المبخر (داخل البراد) تساوي T_2 .
 أ) لتكن Q_0 كمية الحرارة المتلقاة من المنبع الساخن (اللاقط)، و Q_1 كمية الحرارة المتلقاة من الوسط الخارجي. و Q_2 كمية الحرارة المتلقاة من داخل البراد، اكتب متراجحة كلاوسيوس-كارنو.

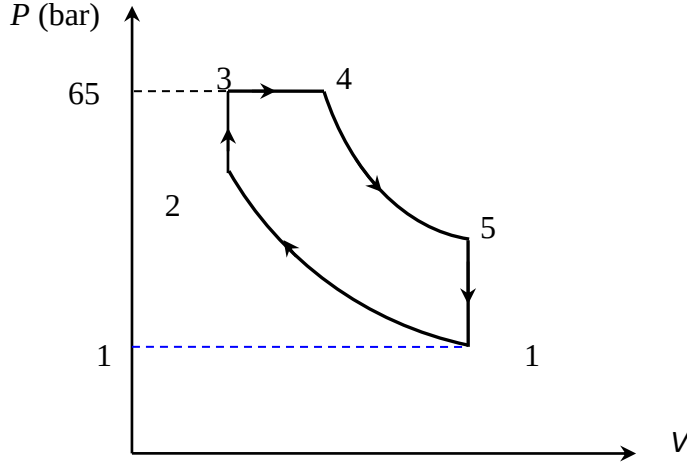
ب) برهن أنّ الفعالية العظمى للتبريد تساوي:

$$e = \frac{T_2(T_0 - T_1)}{T_0(T_1 - T_2)}$$

3. جملة معزولة مكوّنة من ثلاثة أجسام منفصلة، يُمكن استخدامها كمنابع لآلة حرارية، السعة الحرارية لكل منها C ، درجة حرارة الأوّل $T_{10} = 100 \text{ K}$ ، ودرجة حرارة الثاني $T_{20} = 200 \text{ K}$ ، ودرجة حرارة الثالث $T_{30} = 300 \text{ K}$.
 أ) ما درجة الحرارة العظمى الممكن أن يصل إليها أحد الأجسام؟
 ب) اقترح طريقة مناسبة لتحقيق ذلك.

الجواب: أ) 330 K ، ب) يُمكن ضخ الحرارة إلى الجسم ذي درجة الحرارة الأعلى باعتباره المنبه الحار في مضخة حرارية بحيث يكون المنبع البارد هو المنبع ذو درجة الحرارة 200 K ، وتحصل المضخة الحرارية على الطاقة من محرك حراري يستخدم الجسمين الأكثر برودة كمنبعين. بديهي أن يتوقف العمل عندما تُصبح للجسمين الأخيرين درجة الحرارة نفسها.

4. تعمل بعض محركات ديزل بحلقة كما في الشكل الآتي:



الضغط في 1 يساوي 1bar ودرجة الحرارة تساوي 273 K . الضغط الأعظم يساوي 65 bar ، ودرجة الحرارة العظمى (في 4) تساوي 2173 K . نسمي هذه الحلقة حلقة ديزل ذات الاحتراق المضاعف.

نفترض أن الهواء غاز كامل ثنائي الذرة، بكتلة جزيئية $M=29 \text{ g}$. لتكن نسبة الانضغاط $\alpha_v = V_1 / V_2 = 19$.

(أ) بما تختلف هذه الحلقة عن حلقة ديزل المعروفة؟

(ب) اكتب العلاقة التي تعطي مردود المحرك بدلالة المقادير: $\gamma = C_p / C_v$ ،

ودرجات الحرارة T_1 ، و T_2 ، و T_3 ، و T_4 ، و T_5 ، للنقاط الموافقة على الحلقة.

(ج) احسب قيم كل من T_2 ، و T_3 ، و T_5 ، ثم احسب القيمة العددية للمردود.

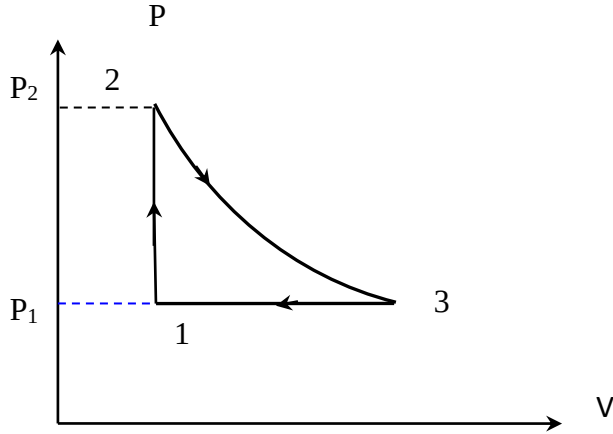
(د) ما كمية الحرارة التي يتلقاها 1 kg من الهواء أثناء التحوّل بين 2 و 4؟
وبين 5 و 1؟ استنتج العمل المقدّم خلال حلقة W_c .

(ج) $T_2 = 951.4 \text{ K}$ (الجواب: ب) $\rho = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)}$

(د) $\rho = 0.63$ ، $T_5 = 912 \text{ K}$ ، $T_3 = 1002.3 \text{ K}$ ،

$W_c = -786.11 \text{ kJ/kg}$

5. كان أوّل محرك احتراق داخلي يعمل بشوطين وفق حلقة لينوار Lenoir، الممثّلة بالشكل الآتي:



الشوطين الأوّل: نُدخل إلى المحرّك مزيج الوقود والهواء في النقطة 1.
الشوطين الثاني: احتراق الوقود بين 1 و 2 ، ثُمَّ تمدد كظوم عكوس بين 2 و 3، ثُمَّ
خروج الغاز من المحرّك بين 3 و 1.

ليكن $\alpha_p = P_2 / P_1$ نسبة الانضغاط بين الضغط في 2 والضغط في 1. بافتراض أن الحلقة تعمل بالهواء الذي نعتبره غاز كامل ثنائي الذرة احسب مردود المحرك في حال $\alpha_p = 5$.

الجواب: $\rho = 0.245$

6. محرك بمنبعين متغيري الحرارة: يعمل محرك بصورة عكوسة متبادلاً الحرارة مع منبعين، يتكوّن كل منبع من جسم سعته الحرارية $C = 400 \text{ kJ/K}$ ، لتكن T_C و T_F درجتي حرارة المنبع الساخن والمنبع البارد على الترتيب. درجتا الحرارة الابتدائيتان للمنبعين هما على الترتيب $T_1 = 373 \text{ K}$ و $T_2 = 283 \text{ K}$.

أ) اكتب العلاقات بين المقادير المتلقاة التالية خلال الحلقة δW ، و δQ_c ، و δQ_f ، اعتماداً على المبدأين الأول والثاني.

ب) ما درجة حرارة كل من المنبعين عند توقّف المحرك عن العمل؟

ج) احسب العمل الكلي المقدّم حتى توقّف المحرك.

د) احسب المردود الكلي للمحرك خلال فترة عمله. قارن بمحرك يعمل بين منبعين ثابتي درجة الحرارة.

الجواب: أ) $\delta W + \delta Q_c + \delta Q_f = 0$ ، $\frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} = 0$ ، ب) 324.8 K .

ج) $W = -2.8 \text{ MJ}$. د) $\rho = 0.13$ أصغر من مردود محرك يعمل

بين منبعين ثابتي درجة الحرارة والذي يساوي 0.24 للمنبعين بدرجتي

الحرارة T_1 و T_2 .

7. يعمل محرك بالهواء الساخن (الذي نفترضه غازاً كاملاً) حسب الحلقة

الآتية:

- يدخل الهواء بدرجة حرارة $T_1=300\text{ K}$ وبضغط $P_1=1\text{ atm}$ وحجم $v_1=60\text{ L}$ ، حيث يجري ضغطه إلى $P_2=6 P_1$ ،
 - بعدها يجري تسخين الغاز بضغط ثابت حتى درجة الحرارة T_3 ، بطريقة عكوسة، يُصبح حجمه في نهاية التسخين: $v_3=v_1/2$
 - يخضع الغاز بعد ذلك لتمدد كظوم عكوس يعيده إلى الحجم الابتدائي v_1 .
 - ثمَّ يجري على الغاز تحوُّل متساوي الحجم يعيده إلى الحالة الابتدائية (P_1, v_1, T_1) .
- النسبة $\gamma = 1.4$ نفترضها ثابتة.
- أ) ارسم مخططاً للحلقة الموصوفة أعلاه:
- a. في مخطط كلايرون (P, V) .
 - b. في مخطط الأنتروبي (T, S) .
 - c. في المخطط $\ln V = f(S)$.
- نضع على المخطط قيم إحداثيات كل حالة في بداية ونهاية كل تحوُّل. ونأخذ كمبدأ للأنتروبي: أنتروبي الغاز في الحالة الابتدائية.
- ب) أوجد عند درجة الحرارة حرارة $T_1=300\text{ K}$ ميلي المنحنيين متساوي الضغط ومتساوي الحجم:
- a. في المخطط (T, S) . { نبرهن أنَّ نسبة الميلين متساوي الضغط-متساوي الحجم مستقلتين عن درجة الحرارة }.
 - b. في المخطط: $(\ln V = f(S))$.



المعاملات الحرارية لمائع متجانس

رأينا أنه من الممكن حساب كمية الحرارة المتبادلة بين جملة ترموديناميكية والوسط الخارجي في الحالتين الخاصتين: التحوّل متساوي الضغط والتحوّل متساوي الحجم، عرّفنا في هاتين الحالتين كلاً من الحرارة الكتلية بضغط ثابت c_p والحرارة الكتلية بحجم ثابت c_v ، ويكفي كل من هذين المعاملين لحساب كمية الحرارة المتبادلة في الحالة الخاصة الموافقة، فإذا كان التحوّل متساوي الضغط يكفي معرفة قيمة المعامل c_p وفي حالة التحوّل متساوي الحجم يكفي معرفة المعامل c_v ، في الحالة العامة قد لا يكون التحوّل متساوي الحجم ولا متساوي الضغط ولا بُدّ من تعريف معاملات جديدة يُمكن استخدامها في الحالة العامة.

نفترض أنّ الجملة الترموديناميكية المدروسة مغلقة ومعروفة بواسطة المتحولات الثلاث P ، و T ، و V وأنّ هذه المتحولات مرتبطة بمعادلة الحالة $f(P, T, V) = 0$ ، إذن يكفي متحولان لوصف حالة الجملة، أي يكفي قياس قيمة متحولين فقط.

سوف نعرّف معاملات حرارية تلائم المتحولين اللذين يجري اختيارهما لوصف الجملة.

1.12. الجملة موصوفة بالمتحولين T و V

لنفترض أنه جرى تحويل على الجملة انتقلت فيه من الحالة (T, V) إلى الحالة $(T + dT, V + dV)$ ، بتطبيق المبدأ الأول على الجملة وبأخذ طريق عكوس لحساب تغير الطاقة الداخلية نجد:

$$(1) \quad dU = -PdV + \delta Q$$

ولكن:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

ونعلم أن: $nc_{Vm} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ إذن:

$$(2) \quad dU = nc_{Vm} dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج:

$$-PdV + \delta Q = nc_{Vm} dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

ومن ثم:

$$\delta Q = nc_{Vm} dT + \left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV$$

ليكن المعامل $l = P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$ والذي نسميه حرارة التمدد متساوي الحرارة. إذن:

$$(3) \quad \delta Q = nc_{vm} dT + l dV$$

من ناحية أخرى نعلم أنّ $dS = \frac{\delta Q}{T}$ وأنّ:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$$

إذن:

$$(4) \quad \delta Q = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$$

بمقارنة العلاقتين (3) و (4) نستنتج:

$$(5) \quad nc_{vm} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$$

$$(6) \quad l = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T$$

$$(7) \quad dS = \frac{nc_{vm}}{T} dT + \frac{l}{T} dV$$

2.12. الجملة موصوفة بالمتحولين T و P

لنفترض أنّه جرى تحوّل على الجملة انتقلت فيه من الحالة (T, V) إلى الحالة

$(T + dT, V + dV)$ ، بتطبيق المبدأ الأوّل على الجملة وبأخذ طريق عكوس

لحساب تعيّر الطاقة الداخلية نجد:

$$dU = -PdV + \delta Q$$

ولكن:

$$dH = dU + pdV + VdP$$

$$(8) \quad dH = VdP + \delta Q$$

وبأخذ تفاضل كامل لـ H :

$$(9) \quad dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP$$

من (8) و (9) نجد:

$$VdP + \delta Q = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP$$

$$\delta Q = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left[\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T - V \right] dP$$

ليكن $h = \left[\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T - V \right]$ والذي نسميه حرارة الانضغاط متساوي الحرارة، ولدينا

$$nc_{pm} = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P \quad \text{بالتعريف، إذن:}$$

$$(10) \quad \delta Q = nc_{pm} dT + h dP$$

لنكتب الآن تفاضل S :

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP$$

باستخدام العلاقة $\delta Q = TdS$ في حالة تحوّل عكوس نجد:

$$(11) \quad \delta Q = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT + T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP$$

بمقارنة العلاقتين (10) و (11) نجد:

$$(12) \quad nc_{Pm} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$$

$$(13) \quad h = T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T$$

$$(14) \quad dS = nc_{Pm} \frac{dT}{T} + \frac{h}{T} dP$$

نتيجة: يُكتب تغير الطاقة الداخلية بدلالة تغير درجة الحرارة وتغير الحجم :

$$(15) \quad dU = nc_{Vm} dT + (l - P) dV = C_V dT + (l - P) dV$$

حيث C_V السعة الحرارية بحجم ثابت

ويكتب تغير الأنتالبي للجملة بدلالة تغير درجة الحرارة وتغير الضغط:

$$(16) \quad dH = nc_{Pm} dT + (h + V) dP = C_P dT + (h + V) dP$$

حيث C_P السعة الحرارية بضغط ثابت.

3.12. علاقات كلايرون

1.3.12. علاقتا كلايرون بالنسبة للمتحويلين (V, T)

إن كلاً من dS (العلاقة 7) و dU (العلاقة 15) هو تفاضل كامل، بناءً على

نظرية شوارتز Schwartz (راجع دروس الرياضيات) :

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right]_V = \frac{\partial}{\partial V} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \right]_T$$

وكذلك:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \right]_V = \frac{\partial}{\partial V} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \right]_T$$

نستنتج:

$$\left[\frac{\partial(l-P)}{\partial T} \right]_V = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T$$

و

$$\left[\frac{\partial\left(\frac{l}{T}\right)}{\partial T} \right]_V = \left[\frac{\partial\left(\frac{C_V}{T}\right)}{\partial V} \right]_T$$

أي:

$$\left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T$$

و

$$\frac{1}{T} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_V - \frac{l}{T^2} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T$$

ومن ثم:

$$\left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_V - \frac{l}{T} = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T$$

بحدف $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T$ نجد:

$$(17) \quad l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

من العلاقتين (7) و (17) نجد:

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V + T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

ومن ثم:

$$(18) \quad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V$$

نسمي العلاقتين (17) و (18) بعلاقتي كلايرون بالنسبة للإحداثيين T و V مائع

متجانس، وهما تسمحان بالحصول على l ، وعلى علاقة السعة الحرارية بالحجم عند معرفة معادلة الحالة للمائع.

2.3.12. علاقتا كلايرون بالنسبة للمتحويلين (T, P)

إن كلاً من dS (العلاقة 14) و dH (العلاقة 16) هو تفاضل كامل، بناءً

على نظرية شوارتز Schwartz:

$$\begin{aligned} \text{و} \quad \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T \right]_P &= \frac{\partial}{\partial P} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P \right]_T \\ \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T \right]_P &= \frac{\partial}{\partial P} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P \right]_T \end{aligned}$$

نستنتج:

$$\begin{aligned} \text{و} \quad \left[\frac{\partial(h+P)}{\partial T} \right]_P &= \left(\frac{\partial C_P}{\partial P} \right)_T \\ \left[\frac{\partial \left(\frac{h}{T} \right)}{\partial T} \right]_P &= \left[\frac{\partial \left(\frac{C_P}{T} \right)}{\partial P} \right]_T \end{aligned}$$

أي:

$$\begin{aligned} \text{و} \quad \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P &= \left(\frac{\partial C_P}{\partial P} \right)_T \\ \frac{1}{T} \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P - \frac{h}{T^2} &= \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_P}{\partial P} \right)_T \end{aligned}$$

ومن ثم:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P - \frac{h}{T} = \left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T$$

بحدف $\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T$ نجد:

$$(19) \quad h = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

من العلاقتين (14) و (19) نجد:

$$\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

ومن ثم:

$$(20) \quad \left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P$$

تُسمى العلاقتين (19) و (20) علاقتي كلايرون بالنسبة للإحداثيين T و P لمائع متجانس. وهما تسمحان بالحصول على h وعلى علاقة السعة الحرارية بالحجم عند معرفة معادلة الحالة للمائع.

4.12. علاقة ماير لمائع متجانس

يرتبط حجم المائع V بالإحداثيين T و P من خلال معادلة الحالة، إذن يمكن كتابة تفاضل V :

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

لنعوض dV في العلاقة (7) فنجد:

$$(21) \quad dS = \left[\frac{nC_{Vm}}{T} + \frac{l}{T} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \right] dT + \frac{l}{T} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

بمقارنة العلاقتين (14) و (21) نستنتج:

$$nC_{Pm} = nC_{Vm} + l \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

ولكن:

$$\{ \text{العلاقة (17)} \} \quad l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

إذن:

$$(22) \quad nC_{Pm} - nC_{Vm} = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

وهي علاقة ماير في حال مائع متجانس، من هذه المعادلة يُمكن إيجاد علاقة ماير المعروفة في حالة الغاز الكامل.

5.12. تطبيق على تمدد غاز حقيقي

1.5.12. تمدد جول - غي لو ساك

رأينا أنّه في تمدد جول - غي لوساك أنّ الطاقة الداخلية محفوظة، أي في حالة تمدد عنصري يكون $dU = 0$ وقد كتبنا عبارة dU سابقاً (العلاقة 15):

$$dU = C_V dT + (l - P) dV$$

كما وجدنا أنّ $l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$ نستنتج:

$$0 = C_V dT + \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \right] dV$$

وتغيّر درجة الحرارة أثناء التمدد:

$$dT = -\frac{P}{C_V} \left[\frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - 1 \right] dV$$

ليكن $\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$ معامل تغيّر ضغط الغاز بتغيّر درجة حرارته، نستنتج:

$$(23) \quad dT = -\frac{P}{C_V}[\beta T - 1]dV$$

2.5.12. تمدد جول - تومسون

رأينا سابقاً أنّ الأنتالي في تمدد جول - تومسون يكون محفوظاً، أي $dH = 0$ ، وقد وجدنا (علاقة 16) أنّ:

$$dH = C_p dT + (h + V)dP$$

كما وجدنا أنّ $h = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ نستنتج:

$$0 = C_p dT + \left[-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V \right] dP$$

وتغيّر درجة الحرارة في هذا التمدد:

$$dT = \frac{V}{C_p} \left[\frac{T}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - 1 \right] dP$$

ليكن $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ معامل تمدد المائع بضغط ثابت. نعوض في العلاقة السابقة:

$$(24) \quad dT = \frac{V}{C_p} [\alpha T - 1] dP$$

نتيجة: إذا كانت درجة الحرارة أصغر من القيمة $T_i = \frac{1}{\alpha}$ التي نسميها درجة حرارة

الانقلاب فإنه في تمدد جول - تومسون تنخفض درجة حرارة الغاز بينما ترتفع في الحالة

المعكوسة، لهذه النتيجة تطبيق هام في تبريد وتميع الموائع مثل O_2 و N_2 وغيرها.



تمرين محلّول : أوجد العلاقة التي تُعطي تغيّر الأنثروبي لغاز حالته معرّفة من خلال المتحولين V و T ، علماً أنّه يتبع معادلة فان در فال الآتية لمول واحد من الغاز:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

حيث v حجم مول واحد. a و b ثابتان. نفترض الحرارة المولية بحجم ثابت مستقلة عن درجة الحرارة.

الحل:

حجم الغاز الكلي: $V = nv$ ، تُكتب معادلة فان در فال لـ n مول:

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

نستنتج:

$$P = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$$

لنحسب المعامل ℓ :

$$\ell = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{nRT}{V - nb}$$

بتطبيق المبدأ الثاني بأخذ طريق عكوس:

$$\begin{aligned} dS &= \frac{\delta Q}{T} = nc_v \frac{dT}{T} + \frac{\ell}{T} dV \\ &= nc_v \frac{dT}{T} + \frac{nR}{V - nb} dV \end{aligned}$$

بافتراض أنّ الغاز انتقل من الحالة (T_1, V_1) إلى الحالة (T_2, V_2) نستنتج:

$$\Delta S = nc_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{nR}{V - nb} dV$$

إذن:

$$\Delta S = n c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + n R \ln \left(\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right)$$



تمارين

1. أوجد كلاً من المعاملين l و h لغاز كامل.
2. استنتج من العلاقة (22) علاقة ماير في حالة غاز كامل.
3. تحقق أنّ تعيّر درجة الحرارة لغاز كامل معدوم إذا خضع هذا الغاز لتمدد جول - غي-لوساك.
4. ندرس تمدد جول - غي-لوساك لغاز الأوكسجين الذي يحقق معادلة فان - در - فالس. $\left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$ ، ونفترض أننا نُخضع 5 مول من هذا الغاز لهذا التمدد، نفترض الحجم الابتدائي $V_1 = 20 \text{ dm}^3$ والحجم النهائي $5V_1$ ، احسب تعيّر درجة الحرارة. تُعطي $a = 0.138 \text{ J.m}^3.\text{mol}^{-1}$ ، $b = 3.18 \times 10^{-5} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$ ، $C_{vm} = 20.8 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- الجواب: $\Delta T = -1.33 \text{ K}$.
5. ندرس تمدد جول - تومسون لمول واحد من الأوكسجين، بالاستعانة بمعطيات التمرين السابق أوجد العلاقة التي تُعطي α ، ثمّ استنتج العلاقة التي تُعطي درجة حرارة الانقلاب T_i بدلالة حجم الغاز V .

$$\text{الجواب: } \alpha = \frac{1}{T} \frac{R/(V-b)}{\frac{RV}{(V-b)^2} - \frac{2a}{TV^2}}, \quad T_i = 1044 \left(1 - \frac{0.0318}{V} \right)^2$$



فهرس المصطلحات وأسماء العلم باللغات العربية والانكليزية والفرنسية

ومكان ورودها (باللغة العربية) في النص

عربي	فرنسي	انكليزي	رقم الصفحة
أ			
أرخميدس	Archimedes	Archimedes	39
افو غادرو	Avogadro	Avogadro	68
آلات امتصاص	machines à absorption	absorption machines	295
آلات حرارية	Machines thermiques	Thermal engine	267
أنثالبي	Enthalpie	Enthalpy	137
انتشار	Diffusion	Diffusion	114، 101
أنتروبي	Entropie	Entropy	186، 189، 193، 202
انصهار	fusion	fusion	220
أوتو	Otto	Otto	278
ب			
باسكال	Pascal	Pascal	38، 41، 44
بار	Bar	Bar	44
بخار جاف	Vapeur seche	Dry vapor	233
بخار مشبع	Vapeur saturant	Saturated vapor	233، 63
براد	Réfrigérateur	Refrigerator	269
برايتون	Brayton	Brayton	284، 294
برتولو	Berthelot	Berthelot	140
برتولي	Berthollet	Berthollet	73

278	Beau de rochas	Beau de rochas	بو دي روشا
204 ،91	Boltzmann	Boltzmann	بولتزمان
67	Boyle -Mariotte	Boyle -Mariotte	بويل-ماريوت

ت

242	Supercooled liquid	Surfusion	تأخر التجمد
242	Supercooled vapor	retard à la condensation	تأخر التكثف
243	superheated liquid	Rtard à l'ébullition	تأخر الغليان
131	State function	Fonction d'état	تابع حالة
220	Vaporization	Vaporisation	تبخر
17	Transformation	Transformation	تحولات
220	Solidification	Solidification	تصلب
220	Sublimation	Sublimation	تصعد
219	Phase change	Changement de phase	تغير الطور
220	Condensation	Condensation	تكثف
220	Liquefaction	Liquéfaction	تميع
128،25	equilibrium	équilibre	توازن
53	Thermal equilibrium	Équilibre thermique	توازن حراري
35	equilibrium of fluid	Equilibre d'un Fluide	توازن مائع

ج

33	Particle fluid	Particule fluide	جسيم مائع
64	Black body	Corps noir	جسم أسود
21 ،17	Thermodynamic system	Système Thermodynamique	جمل ترموديناميكية
186 ،183 ،22	Isolated system	Système isolé	جملة معزولة
187			
22	Closed system	Système fermé	جملة مغلقة
22	Open system	Système ouvert	جملة مفتوحة
194 ،145	Joule-Guy-Lussac	Joule-Guy-Lussac	جول -غي
311			لوساك
312 ،147	Joule -Thomson	Joule -Thomson	جول- تومسون
284 ،157	Joule	Joule	جول

ح

237	Latent heat	Chaleur latent	حرارة كامنة (التغير الطور)
271 ، 171	Carnot cycle	Cycle de Carnot	حلقة كارنو
158 ، 138 ، 136	Molar heat capacity	Chaleur molaire	حرارة مولية
144 ، 139 ، 135	Specific heat capacity	Chaleur massique (spécifique)	حرارة كتلية (نوعية)
139	Calorie	Calorie	حريرة
293	Absorption Machines	Cycle inversé	حلقة عكسية

د

53	temperature	Temperature	درجة الحرارة
56	Absolute temperature	Temperature absolue	درجة الحرارة المطلقة
280	Diesel	Diesel	ديزل
235	Duperray	Duperray	ديوبراي
235	Dupré	Dupré	ديوبريه

ر

275 ، 274 ، 272	Raveau	Raveau	رافو
291 ، 289	Rankine	Rankine	رانكين

س

286	stirling	stirling	ستيرلينغ
137 ، 136	Heat capacity	Capacité calorifique	سعة حرارية
60	Celsius	Celsius	سيلسيوس

ش

71 130 ، 28 85	Charles Quasistatic Molecular chaos	Charles Quasi-statique Chaos moléculaire	شارل شبه سكوني شواش جزئي

ض

34 74	pressure Partial pressure	Pression Pression partielle	ضغط ضغط جزئي

ط

146 ، 133 ، 125 142	Internal energy Method of mixture	Energie interne Method de melange	طاقة داخلية طريقة المزج
219 ، 24	phase	Phase	طور

ع

29 128	Reversible Work	Reversible Travail	عكوسة عمل

غ

، 96 ، 95 ، 83 ، 67 157 ، 146 ، 138 243 71	Perfect gas Bubble Chamber Guy-lussac	Gas parfait Chambre de bulles Guy-lussac	غاز كامل غرفة الفقاعات غي لوساك

ف

83	Van der waals	Van der waals	فان در فال

65 '294 ، '175 ، '174 296	Fahrenheit Efficiency	Fahrenheit Efficacité	فهرنهايت فعالية
107 '120 ، '102	Fourier Fick	Fourier Fick	فورييه فيك

ك

201 185 108	Carnot Kelvin Heat current density	Carnot Kelvin Densité de courant de chaleur	كارنو كالفن كثافة تيار الحرارة
163 ، '27 '307 ، '239 ، '228 309	Adiabatic Clapeyron	Adiabatique Clapeyron	مكظومة كلابيرون
'200 ، '185 ، '172 201 168	Clausius Clément Desormes	Clausius Clément Desormes	كلاوسيوس كلمنت ديزورم
133 ، '132 171	Heat Condet	Quantité de chaleur Condet	كمية حرارة كوندت

ل

167 ، '164 ، '163 24	Laplace Extensive	Laplace Extensif	لابلاس لاموضعية

م

33 ، '19 68 ، '19 ، '17 311 ، '158 130 ، '126 183	Fluid Macroscopic Mayer First law Second law	Fluide Macroscopique Mayer Premier principe Deuxième principe	مانع ماكروسكوبي ماير مبدأ أول مبدأ ثاني
127 ، '23 135 ، '27 136 ، '27	State variable Isochore Isobare	Variable d'état Isochore Isobare	متحولات الحالة متساوية الحجم متساوية الضغط

199 ، 163 ، 27 283 200 276 268	Isotherm Reaction engines Thermal engine Explosion motor Steam engine	Isotherme Moteurs à reaction Moteur thermique Moteur à explosion Moteur à vapeur	متساوية الحرارة محركات الدفع محرك حراري محرك انفجاري محرك بخاري
224 ، 223 ، 221	Equilibrium diagram	Diagramme d'équilibre	مخطط التوازن
، 281 ، 278 ، 174 288 ، 285 65 ، 62	Efficiency Thermocouple	Rendement Thermocouple	مردود مزدوجة حرارية
111 ، 106 231 ، 230 117 111 ، 110 25 303	Stationary Mean free path Heat equation Equation of state calorimetric coefficients	stationnaire Palier de liquifaction Libre parcours moyen Equation de la chaleur Equation d'état Coefficients calorimétriques	مستقر مسطح التميع مسير حر وسطي معادلة الحرارة معادلة الحالة معاملات حرارية
، 106 ، 104 ، 103 118 115 141	Coefficient of diffusion (diffusivity) Effective cross section Water equivalent	Coefficient de diffusion (diffusivité) Section efficace Valeur en eau	معامل الانتثار مقطع فعال مكافئ حراري مائي
، 83 ، 20 ، 19 ، 17 111 ، 91 231 ، 230 231 ، 230 231 ، 230 24 293 20 ، 19	Microscopic Saturation curve Dew point Boiling curve Intensive Mollier Mesoscopic	Microscopique Courbe de saturation Courbe de rosé Courbe de l'ébullition Intensif Mollier Mesoscopique	مكروسكوبي منحني الاشباع منحني الندى منحني الغليان موضعي موليية ميزوسكوبي

ن

108	Thermal conductivity	Conductivité thermique	ناقلية حرارية
206	Nernst	Nernst	نرنست

75 159 ، 89	Mole fraction Equipartition theorem	Fraction molaire Théorème d'équipartition d'énergie	نسبة مولية نظرية تساوي التوزيع
225 ، 223 228 ، 222 107	Triple point Critical point Heat conduction	Point triple point critique Conduction de la chaleur	نقطة ثلاثية نقطة حرجية نقل الحرارة

هـ

51 84 295 ، 291 ، 289	huygens Thermal agitation Hirn	Huygens Agitation moléculaire Hirn	هايغنز هيجان جزيئي هيرن

و

242	Wilsson	Wilsson	ويلسون

المراجع

1. Ph. Chen, Thermodynamique et gaz (Librairie Vuibert, 1977)
2. J. P. Pèrez, A. M. Romulus, Thermodynamique (Masson, 1993)
3. H. Lumbroso, Problems resolés de Thermodynamique (McGRAW-Hill, 1984)
4. R. Annequin, J. Boutigny, Thermodynamique (Librairie Vuibert, 1979)
5. R. Suardet, Thermodynamique (Technique Et Documentation, 1982)
6. J. M. Brebec, J. N. Briffaut, P. Denève, T. Desmarais, A. Favier, M. Ménétrier, B. Noel, C. Orsini, Thermodynamique (Hachette, 1995)

المؤلف

درس الدكتور عقيل سلوم المرحلة الجامعية التحضيرية في المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا في دمشق، وتابع دراسته الجامعية في جامعة باريس الجنوبية، ونجح في المسابقة الوطنية لانتقاء الأساتذة في فرنسا agrégation في العام 1988، وحصل على شهادة الدراسات المعمقة في الضوء والليزر في العام 1990، وحصل على الدكتوراه من جامعة باريس الجنوبية في الفيزياء في مجال تفاعل الليزر والمادة في العام 1994.

يُدرس الدكتور عقيل سلوم الفيزياء في المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا منذ العام 1994، وساهم في إعداد كتب التعليم الإعدادي والثانوي في سورية، وشارك في تدريب الفريق السوري للتنافس في أولمبيادات الفيزياء العالمية. للدكتور عقيل سلوم عدد من المؤلفات في الفيزياء، وعدد من الأبحاث العلمية المنشورة.

هذا الكتاب

يشرح هذا الكتاب أساسيات الترموديناميك، فهو يتناول مفهومي الضغط ودرجة الحرارة، وتقريب الغاز الكامل، وانتثار الجسيمات وتوصيل الحرارة، كما يشرح المبدأ الأول والمبدأ الثاني في الترموديناميك، ويتضمن دراسة تغير الطور لجسم نقي، ومبدأ عمل المحركات الحرارية، كما يتضمن دراسة موجزة لمعاملات كمية الحرارة. وأُرفقت جميع الفصول بعدد وافر من التمارين والمسائل. وقد وُضع هذا الكتاب ليناسب الدراسة في المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا في المرحلة التحضيرية، وهو يناسب الدراسة في الجامعات في السنتين الأولى والثانية.

ISBN 978-9933-9228-2-5



9 789933 922825

المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا

Higher Institute for Applied Sciences and
Technology

www.hiast.edu.sy

