الدكتور
فـاروق كامل تقـلا

مقـدمـة في فيزيـاء أشبـاه الموصـلات

ديوان المطبوعات الجامعية
الساحة المركزية - بن عكنون - الجزائر

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

ان حاجة طلبتنا لكتب متخصصة في فيزياء أشباه الموصلات ، دفعني الى انتقاء موضوعات مطروحة في المناهج الجامعية ، وذلك من بعض الكتب الأساسية في فيزياء أشباه الموصلات، وجمعتها في هذا الكتاب. ونحوت في عملي هذا الى التبسيط، لكي أجنب القارىء -قدر المستطاع- الاستعانة بالمراجع لفهم ماورد هنا، علما بأن دراسة نفس الموضوع في عدة كتب أكثر فائدة ونفعا.

لقد أتى ترتيب المواضيع باسلوب تدريسيّ، يعين طلبة السنوات الجامعية الأخيرة في معهديّ الفيزياء والالكترونيات والمعاهد التقنية المختصة على استيعاب ماطلب منهم، ويساهم في تهيئة الراغبين منهم بالتخصص في مجال فيزياء الجسم الصلب وأشباه الموصلات بجانبيه النظري والتطبيقي.

يحوي هذا الكتاب على مقدمة عامة تتضمن موجزا للخواص الأساسية لأشباه الموصلات، والنماذج المتداولة لتفسير آلية الناقلية الكهربائية وبعض النتائج التجريبية. تلاها أسس نظرية التمنطق في أشباه الموصلات، واحصاء الالكترونيات والثقوب وآليات تشتت حوامل الشحنة، وتولد هذه الحوامل واعادة توحدها، بالاضافة الى انتشار وانسياق الحوامل الثانوية للشحنة، وأخيرا ظواهر الالتحام بين المعادن وأشباه الموصلات، وبين أشباه الموصلات بحد ذاتها.

أرجو الله أن أكون قد حققت الغاية المرجوة. والله الموفق.

قسنطينه- أبريل 1992.

د.فاروق كامل تقلا

دلالات

1. أتى ترتيب العلاقات بتسلسل رقم العلاقة ضمن الفقرة في حدود الفصل الواحد المتضمن للفقرة. واذا حدث واستعملت علاقة من فصل ما في فصل آخر، أشير الى ذلك باضافة الحرف (ف) الى رقم العلاقة وتلاه رقم الفصل، مثلا (4.3ف2) يعني العلاقة الرابعة من الفقرة الثالثة في الفصل الثاني.
2. أتي ترتيب الأشكال بتسلسل رقم الشكل ضمن الفصل الواحد.
3. لم نشر الى المراجع التي أخذت منها المنحنيات التجريبية لأنها شائعة، ولأن الكتاب تدريسي أصلا.
4. أستخدمت الرموز الأساسية التالية للدلالة على المفاهيم المقابلة:

a	ثابت الشبكة البلورية، التسارع Lattice constant, Acceleration
$\vec{B}$	التحريض المغناطيسي Magnetic induction
C	السعة Capacitance
c	سرعة الضوء في الخلاء Velocity of the light in vacuum
D	معامل الانتشار ثنائي القطب Bipolaire diffusion coefficient
D_n, D_p	معامل الانتشار للالكترونات، الثقوب Diffusion coefficient of electrons, of holes
$\vec{\varepsilon}, \varepsilon$	متجهة شدة الحقل الكهربائي، الحقل الكهربائي Electric intensity, field
ε_c	الشدة الحرجة للحقل الكهربائي Critrical electric field
E	الطاقة Energy
E_c, E_v	الطاقتان الموافقتان لأرضية منطقة الناقلية، وسقف منطقة التكافؤ Electron energy at conduction band edge, at valence edge

E_d, E_a طاقة التأين للشوائب المانحة والآخذة ..... Ionization energy of donor impurities, of acceptor impurities

E_g عرض المنطقة المحظورة (عرض الفجوة الطاقية) ..... Width of the forbidden gap

E_i طاقة التأين (التشرد) ..... Ionization energy

E_p طاقة الفونون ..... Phonon energy

E_t طاقة سوية المصيدة ..... Energy level of trap

e شحنة الالكترون ..... Electron's charge

$\hat{H}$ مؤثر هاملتون ..... Hamilton's operator

$\vec{H}, H$ شدة الجقل المغناطيسي، الحقل المغناطيسي ..... Magnetic intensity, Field

h ثابت بلانك ..... Planck's constant

$\vec{F}, F$ القوة ..... Force

F سوية فرمي ..... Fermi level

F_n, F_p شبه سوية فرمي للالكترونات، والثقوب ..... Quasi-Fermi level for electrons for holes

f دالة التوزيع لفرمي-ديراك؛ دالة التوزيع اللامتوازن ..... Fermi-Dirac distribution function Non-equilibrium distribution function

f_0, f_{0p} دالة التوزيع المتوازن للالكترونات، للثقوب ..... Equilibrium distribution function for electrons, for holes

G معدل سرعة التولّد ..... Rate of generation

g معامل اللافطرية ..... Degenerate coefficient

I, i	التيار ..... Current
$\vec{j}$, j	كثافة التيار ..... Current density
j_s	كثافة تيار الاشباع ..... Saturation current density
$\vec{k}$	الشعاع الموجي لحامل الشحنة ..... Wave vector
K	ثابت بولتزمان ..... Boltzmann's constant
k_n, k_p	احتمال اقتناص الالكترونات والثقوب ..... Probability of electron capture, of hole capture
ℓ	الطول ، سمك الشحنة الحجمية ..... Length, Thickness of space-charge
L_n, L_p	طول الانتشار للالكترونات ، والثقوب ..... Diffusion length of electrons, of holes
ℓ	الطول، طول القفزة الحرة ..... Length, Length of free jump
M	كتلة النواة ، كتلة الذرة ..... Mass of nucleus, of atom
m_o	كتلة حامل الشحنة ..... Mass of carrier's charge
m_n^*, m_p^*	الكتلة الفعالة للالكترونات ، والثقوب ..... Effective mass of electron, of hole
m_{dn}, m_{dp}	الكتلة الفعالة لكثافة الحالات للالكترونات والثقوب ... Effective mass of states for electrons, for holes
N	كثافة الحالات الكوانتية ، التركيز ..... Density of states, Concentration
N_a, N_d	تركيز الشوائب الآخذة ، المانحة ..... Concentration of acceptor impurities of donor impurities
N_t	تركيز المصائد ..... Concentration of traps

N_p	كثافة الفونونات Density of phonons
n	تركيز الالكترونات في حالة عدم التوازن Concentration of electrons in (non-equilibrium)
n_a, n_d	, Quantum number تركيز الالكترونات على الشوائب الآخذة ، والمانحة Concentration of electrons at the acceptor impurities, at the donor impurities
n_0	التركيز المتوازن للالكترونات Equilibrium concentration of electrons
n_i	التركيز الذاتي لحوامل الشحنة Intrinsic carrier concentration
P	اندفاع الالكترون، احتمال العبور Electron's impulse, Probability of transport
$\vec{P}$, p	شبه الاندفاع لحوامل الشحنة Quasi-impulse for carrier
p	التركيز اللامتوازن للثقوب Non-equilibrium concentration of holes
p_a, p_d	تركيز الشوائب المؤينة الآخذة ، والمانحة Concentration of ionized acceptors, of ionized donors
p_0	التركيز المتوازن للثقوب Equilibrium concentration of holes
Q	الشحنة الكلية ، الشحنة الحجمية Total charge, Space-charge
$\vec{R}$	نصف القطر الشعاعي Radius vector
R	المقاومة الكهربائية ، ثابت هول، معدل سرعة اعادة التوحد Resistance, Holl constant, Recombination rate (per unit time and volume)
$\vec{r}$	نصف القطر الشعاعي للالكترون Radius vector for electron
S	المساحة Area
T	درجة الحرارة ، الزمن، الطاقة الحركية ، الدور Temperature, Time, Kinetic energy, Period

U	Potential energy	الطاقة الكامنة
V	Potential, The lattice potential, Volume of crystal	الكمون، كمون الشبكة البلورية ، حجم البلورة
V_B	Volume of Brillouin zone	حجم منطقة بريليون
$\vec{v}$, v_{drif}	Drift velocity	السرعة الانسياقية
v_0	The average velocity of the thermal motion	السرعة الوسطية للحركة الحرارية
v_D	Diffusion velocity	السرعة الانتشارية
v_{sou}	Velocity of sound	سرعة الصوت
v_{ph}	Phase velocity	السرعة الطورية
W	Probability	الاحتمال
ω	Effective energy	طاقة الفعالية
α	Absorption coefficient, Ionized collision coefficient	معامل الامتصاص، معامل التأين الصدمي
γ	Recombination coefficient	معامل اعادة التوحد
$\Delta n, \Delta p$	Concentration of additionalelectrons(holes)	تركيز الالكترونات (الثقوب) الاضافية
δ	Dirac δ – function	دلتا دالة ديراك، سماكة الحاجز الكموني
$\varepsilon, \varepsilon_0$	Permittivity of free space, Dielectric constant	السماحية في الخلاء، الثابت الكهربائي
ζ	Reduced Fermi level, Energy of phonon	سوية فرمي المختزلة ، طاقة الفونون
θ	Debye temperature, Angle	درجة حرارة ديباي، زاوية
μ_0	Magnetic constant	الثابت المغناطيسي

$\mathcal{H}$	النفاذية ، معامل الناقلية الحرارية Permeability, Thermal conductivity coefficient	
λ	طول الموجة Length's wave	
μ_n, μ_d	الحركيّة الانسياقيّة Drift mobility	
μ_D	الحركية الانتشارية Diffusion mobility	
μ_n, μ_p	حركية الالكترونات ، الثقوب Electron mobility, Hole mobility	
μ_H	حركية هول Hall's mobility	
ν	التواتر ، ثابت التناقص(التخامد) Frequency , Decay constant	
ξ	سوية فرمي المختزلة من E_c Reduced Fermi level at E_c	
ρ	المقاومة النوعية ، الكثافة الخطية ، الشحنة الحجمية Resistivity , Line charge density, Volume charge	
σ	الناقلية النوعية ، المقطع العرضي الفعال Conductivity, Effective cross-section	
τ	الزمن الوسطي للقفزة الحرة ، زمن الارتخاء ، زمن الحياة (العمر) Mean free path(average time intervale between collision), Relaxation time, Lift time	
τ_n, τ_p	عمر الالكترونات ، الثقوب Lifetime of electron, of hole	
φ	دالة ، زاوية ، كمون ، فرق الكمون الالتحامي	
Φ	دالة ، جهد الخروج	
.		
.		
.		

© ديوان المطبوعات الجامعية : 09-1994
رقم النشر : 1.02.3943

الفصل الأول

بعض خواص أشباه الموصلات

1.1 . تصنيف المواد وفق قيم الناقلية الكهربائية

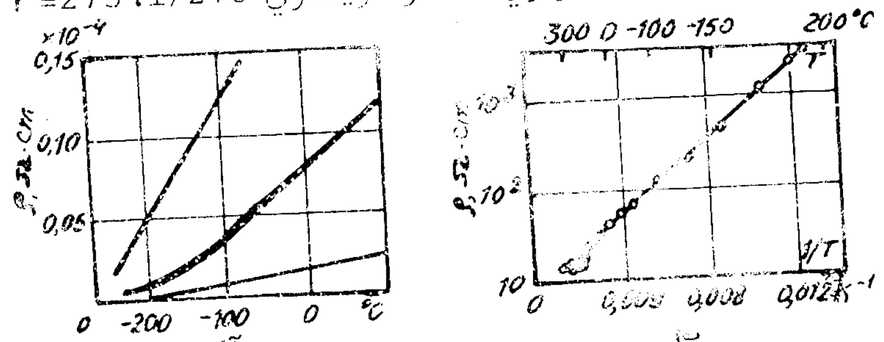
يمكن تصنيف جميع المواد الموجودة في الطبيعة اعتمادا على الخواص الالكتروفيزيائية في ثلاثة طوائف كبيرة : المعادن، وأشباه الموصلات والعوازل . ويبدو أن أبسط طرق تصنيف المواد تعتمد في الأساس على القيمة التي تملكها المقاومة النوعية الكهربائية للمادة . فمن أجل المعادن تتراوح هذه القيمة بين 10^{-6} _ 10^{-4} أوم . سم (مثلا ، تساوي المقاومة النوعية الكهربائية للفضة في درجة حرارة الغرفة $1,58.10^{-6}$ أوم .سم ، والمقاومة النوعية لسبيكة نيكل ـ كروم $1,05.10^{-4}$ أوم .سم). وتنسب المواد التي تتراوح مقاومتها النوعية الكهربائية من 10^{-4} الى 10^{10} أوم .سم الى أشباه الموصلات (مثلا ، تتراوح المقاومة النوعية لكبريت الكادميوم في درجة حرارة الغرفة من 10^{-3} الى 10^{12} أوم .سم ، وذلك حسب طريقة التحضير ، والجرمانيوم من 10^{-4} الى 47 أوم . سم) . وتُعدّ مواد الطائفة الثالثة تلك المواد التي تكون مقاومتها أعلى من 10^{10} أوم . سم ، وتسمى عوازلا (مثلا ، تتراوح قيمة المقاومة النوعية للميكا (البلق) في درجة الحرارة 200 درجة مئوية من 10^{13} الى 10^{16} وذلك حسب تركيبها ، وللزجاج 10^{8} ـ 10^{15} أوم .سم).

ويتضح من الأمثلة المعطاة آنفا أن قيم المقاومة النوعية تتداخل جزئيا عند الانتقال من طائفة الى أخرى . وبالتالي لايمكن للمقاومة النوعية أن تُستخدَم كأساس مُحدِّد ووحيد لتصنيف المواد . غير أن الدراسة التفصيلية لتابعية المقاومة الكهربائية

النوعية لدرجة الحرارة ، غالبا ماتبرز بوضوح كاف الفرق بين المعادن وأشباه الموصلات . ويعرض الشكل 1ـ1 المنحنيات البيانية للتابعية الحرارية المذكورة لبعض المعادن وأشباه الموصلات ، حيث يلاحظ أن قيم المقاومة النوعية للمعادن النقية كيميائيا ، تزداد باطراد بارتفاع درجة الحرارة المطلقة T ، أي أن

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) = \frac{\rho_0}{T_0} T \qquad (1.1)$$

حيث أن ρ_0 المقاومة النوعية للمعدن المعطى في درجة الصفر المئوية ، α المعامل الحراري للمقاومة ويساوي $1/273$ ، $T = 273$.



الشكل 1ـ1 . تغير المقاومة النوعية للمعادن النقية أ ، وللسيليكون ب بتابعية درجة الحرارة .

يتبين من الشكل 2ـ1ـآ ، أن الخاصة المميزة لتابعية ناقلية المعادن النوعية الى درجة الحرارة ، تتمثل في وجود معامل حراري سالب للناقلية الكهربائية ، أي أن الناقلية النوعية للمعدن σ_1 من أجل درجة الحرارة T_1 أكبر من الناقلية σ_2 من أجل درجات حرارة أعلى T_2 .

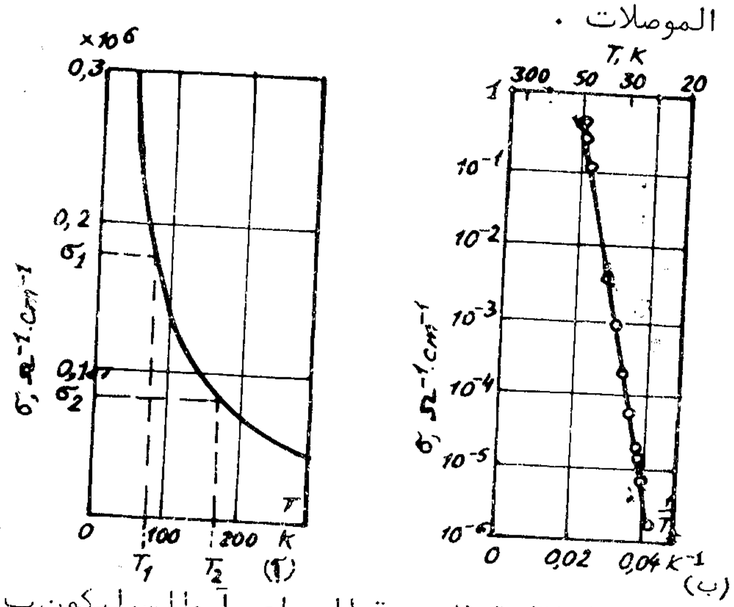
وتختلف تابعية المقاومة النوعية والناقلية النوعية الكهربائية

لدرجة الحرارة في أشباه الموصلات عماهي في المعادن ، فمن أجل مجال محدد لدرجة الحرارة تكون هذه التابعية من الشكل:

$$\rho = \rho_0 \, e^{\beta/T} \qquad (1.2)$$

$$\sigma = \sigma_0 \, e^{-\beta/T} \qquad (1.3)$$

حيث أن ρ_0 ، σ_0 و β ثوابت ما تتعلق قيمها بالمجال الحراري المعطى ، وتُعَدّ هذه الثوابت صفة مميزة لكل مادة من مواد أشباه الموصلات .



الشكل 2-1. تغير الناقلية النوعية للرصاص أ وللسيليكون ب كتابع لدرجة الحرارة .

وتتمتع أشباه الموصلات الفطرية (أي تلك المواد التي تقع من أجلهم سوية فرمي في المنطقة المحظورة للطاقة) بمثل هذه التابعيات (أي تابعية المقاومة والناقلية النوعيتين) لدرجة الحرارة . وتتميز من أجلهم ، كما هوملاحظ من المنحني المبين على

الشكل 2-1ب ، تابعية الناقلية النوعية لدرجة الحرارة بوجود معامل حراري موجب للناقلية النوعية . أي أن

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta T} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{T_2 - T_1} > 0$$

وهكذا يبدو ، أن مسألة التمييز بين أشباه الموصلات والمعادن يمكن حلها بقانون المعامل الحراري للناقلية النوعية . غير أن اختياره كمقياس مُعَرِّف ، يصتدم في الواقع بالحقيقة التالية ، وهي أن شبه الموصل يمكنه أن يسلك سلوكا مماثلا للمعدن في بعض مجالات درجة الحرارة . وبالتالي لايمكن دائما استخدام قانون المعامل الحراري للناقلية النوعية ، للاقرار بأن هذه المادة تنتسب لأشباه الموصلات .

يمكن التخلص من الاشكالية السابقة اذا تتبعنا تغيرات الناقلية الكهربائية للمادة في درجات الحرارة المنخفضة ، كما يبين ذلك الشكل 2-1آ ، أين تنمو الناقلية النوعية للمعادن عندما تنخفض درجة الحرارة . وتملك بعض المعادن في درجة الصفر المطلق قيمة محددة للناقلية النوعية ، بينما توجد فئة أخرى من المعادن أو السبائك المصنوعة منها التي تدخل في حالة فرط الناقلية ، ونعني بذلك الحالة التي تتميز بنمو حاد في الناقلية النوعية . ويمكن أن نفسر هذا التغير في الناقلية النوعية للمعادن عند خفض درجة الحرارة ، اذا قبلنا فقط بوجود نواقل حرة للشحنة (الالكترونات) في المعادن بشكل مستقل عن تأثير درجة الحرارة . ويلاحظ عكس ذلك في أشباه الموصلات ، اذ أن الناقلية النوعية تتناقص بتخفيض درجة الحرارة (الشكل 2-1ب) ، ويقترب شبه الموصل من الانتساب الى العوازل بالقدر الذي تقترب فيه درجة الحرارة من الصفر المطلق . ويدفعنا ذلك الى القول : بأن ظهور

الحوامل الحرة للشحنة في شبه الموصل يرتبط باكتسابه لطاقة حرارية . وتسمى هذه الحوامل بالحرارية أو "بالمتوازنة". وتبين التجربة أن ظهور الحوامل الحرة للشحنة في شبه الموصل يتم أيضا بتعريض شبه الموصل للاضاءة ، أو لأشعة جسيمات نووية ، أو بتسليط حقل كهربائي عليه ، أو بتغيير الضغط الخارجي المطبق عليه .. الخ . وتنشأ في هذه الحالات حوامل للشحنة ، تدعى "باللامتوازنة" . وترتبط مسألة ظهور حوامل الشحنة المتوازنة واللامتوازنة بدرجة كبيرة ببناء مادة شبه الموصل ووجود الشوائب (أو الطعوم) فيه .

وهكذا ، فان أشباه الموصلات هي تلك المواد التي تملك في درجة حرارة الغرفة ناقلية نوعية تتراوح قيمها بين 10^{4} _ 10^{-10} أوم$^{-1}$. سم$^{-1}$. وتتعلق هذه القيم بشكل كبير بتركيب المادة ، ونوع وكمية الطعوم ، والشروط الخارجية : كدرجة الحرارة والضغط والتعرض للاشعاع الجسيمي والحقول الكهربائية والمغناطيسية .

ولايوجد ، وفقا للتعريف المقدم آنفا ، اختلاف مبدئي كيفي بين شبه الموصل والعازل ، فكلاهما يتمتع بناقلية كهربائية كنتيجة للتوليد الحراري فقط لحوامل الشحنة . بينما يتجلى الفرق واضحا بين المعادن وأشباه الموصلات ، فالناقلية في المعادن تتعلق بدرجة ضعيفة بوجود الشوائب والشروط الخارجية ، ويبقى تركيز الالكترونات الحرة في المعادن ثابتا من أجل أية درجة حرارة ويكون من رتبة 10^{22} 1/سم^{3} . ويظهر الاختلاف أيضا بين المعادن وأشباه الموصلات في حالة عبور التيار الكهربائي لدارة تتألف من شبهي موصلين ، أين يلاحظ أن شدة التيار لاتتناسب خطيا مع فرق الكمون المطبق على الدارة .

يوجد ـ كما هو معروف ـ نوعان من حوامل التيار الكهربائي :

الالكترونات والايونات . وتعد المعادن موصلات الكترونية للتيار أين يُحمَل التيار الكهربائي بالالكترونات . وهناك الموصلات الايونية التي يُحمَل فيها التيار بواسطة شوارد المادة . وبالتالي فان تركيب الموصل الايوني يتغير أثناء عبور التيار الكهربائي فيه . وتُعَدّ المحاليل الكهرليتية مثالا نموذجيا للموصلات الايونية .

يمكن للمواد شبه الموصلة أن تكون الكترونية أو ايونية . وسوف نقتصر في دراستنا على أشباه الموصلات الالكترونية .

تنتسب الى شبه الموصلات الالكترونية طائفة كبيرة من المواد المختلفة . ويكون شبه الموصل ، اما مادة بسيطة (عنصرا) : البور B ، الفحم C ، السيليكون Si ، الفوسفور P ، الكبريت من نوع α (α-S) ، الجرمانيوم Ge ، الزرنيخ As ، التيلور Te ، القصدير الأشهب α-Sn ، الانتموان β-Sb والسلينيوم الأحمر Se ، واليود I ، أو تركيبات كيميائية معقدة . ونورد على سبيل المثال في الجدول 1.1 بعضا من هذه المواد المركبة من العناصر البسيطة للجدول الدوري . ويحوي الجدول 1.1 على التركيب البلوري ، وثابت الشبكة البلورية ، وبعض الميزات الهامة الأخرى لأشباه الموصلات الأكثر شيوعا .

يوجد أيضا بالاضافة الى المواد السابقة بعض المركبات العضوية التي تتمتع بمواصفات أشباه الموصلات ، كالبنزول والنفتالين ...الخ .

لقد أدت الخواص المُمَيَزة لأشباه الموصلات الى استخدامها بكثرة في صناعة مختلف الأجهزة . فمنها مايستخدم لتقويم التيار (الديود) ، ولتضخيم وتوليد الاهتزازات (الترانزيستور) ، وتحويل اشكال الطاقة الحرارية والاشعاعية الى طاقة كهربائية (العناصر الحرارية والعناصر الضوئية) ، أو تحويل الطاقة الكهربائية الى

أشباه الموصلات	العناصر والمركبات	التركيب البلوري	ثابت الشبكة البلورية في 300 كلفن بالانغستروم	عرض المنطقة المحظورة في 0 كلفن eV.	الثابت الكهربائي
أش.م عنصرية	C	الماسي	3,56679	5,51	5,5
	Ge		5,65748	0,89	16
	Si		5,43086	1,16	11,8
	Sn		6,4892	0,08	
IV-IV	SiC	زنكي مكعبي	4,358	3,1	10
III-V	AlSb	زنكي	6,1355	1,75	11
	GaSb		6,0955	0,80	15
	GaAs		5,6534	1,52	10,9
	GaP		5,4505	2,40	10
	InSb		6,4788	0,26	17
	InAs		6,0585	0,46	14,5
	InP		5,8688	1,34	14
II-VI	CdS	زنكي	5,832	2,487	
	CdS	كوارتزي (hexagonal)	a =4,16 c =6,756	2,56	10
	CdSe	زنكي	6,05	1,85	10
	ZnO	كوارتزي	a =3,21 c =5,19	3,2	9
	ZnS	زنكي	5,42	3,7	8
	ZnS	كوارتزي	a =3,82 c =6,26	3,91	
IV-VI	PbS	مكعبي	5,935	0,34	17
	PbTe	مكعبي	6,460	0.24	30

الجدول 1.1 . البناء البلوري لأهم أشباه الموصلات .

طاقة ضوئية (الديودات الضوئية واللازرات) . وتستعمل أيضا الأجهزة التي تقوم على أشباه الموصلات في مجالات أخرى واسعة كمقاييس لدرجة الحرارة والضغط والاشعاع والحقول المغناطيسية (مفعول هول) .

وتجري في آلية عمل كل جهاز ظواهر وحوادث فيزيائية محددة يتطلب فهمها معرفة جيدة بفيزياء أشباه الموصلات ، وهكذا تعتبر فيزياء أشباه الموصلات الأساس النظري لالكترونيات أشباه الموصلات . وتمكّن المعرفة الجيدة لفيزياء أشباه الموصلات (أش.م) من اعداد المواد ش . م التي يتم على أساسها صنع اجهزة بنماذج جديدة ، واجراء البحوث العلمية في هذا المجال لانتاج نوعية متميزة من الأجهزة ش.م والدارات التكاملية ، وصناعة أدوات حديثة لمختلف الاستعمالات .

2.1 . الظواهر الحركية في أشباه الموصلات

سندرس فيما يلي بعض نتائج البحث التجريبي لخواص أش.م لأن هذه المعطيات ساهمت بشكل فعال في فهم العمليات الفيزيائية الحادثة في أش.م ، ومهدت السبيل لقيام النظريات في هذا المجال .

تلعب الظواهر الحركية أو مايسمى بظواهر النقل دورا هاما في دراسة ش.م . ويتمثل العامل المشترك لهذه الظواهر في أن الكترونات الناقلية تحمل أثناء حركتها مقاديرا فيزيائية مرتبطة معها : الكتلة ، الشحنة الكهربائية ، الطاقة ... الخ ، وينتج عن ذلك في شروط معينة ، ظهور تدفقات موجهة لهذه القيم ، ويؤدي ذلك بدوره الى العديد من المفاعيل الكهربائية والحرارية . وهكذا سنعرض بشكل مختصر أهم الظواهر الحركية ، وخاصة منها ، تلك

التي تسترعي الاهتمام في دراسة أشباه الموصلات .

آ) الناقلية الكهربائية

تتحرك الالكترونات في البلورة عندما لاتخضع هذه الأخيرة لتأثير حقل كهربائي خارجي ، حركة حرارية فقط بسرع $\vec{v}_T$. وتتلخص ميزات هذه الحركة في أن الالكترون يتحرك خلال فترة زمنية ما (زمن القفزة الحرة) حركة مستقيمة منتظمة تقريبا ، ويغير بعدئذ اتجاه حركته بشكل حاد نتيجة للتأثير المتبادل مع الشبكة البلورية . وسندعو مستقبلا مثل هذه الحوادث لتغير الاندفاع "بتشتت الاندفاع". (وتدرس هذه الحوادث بشكل مماثل لتصادم الذرات في النظرية الحركية للغازات) . ولاتسود ، بنتيجة الحركة العشوائية للغاز الالكتروني في حالة التوازن الحراري ، اتجاهات مفضلة للحركة ، وبالتالي تكون القيمة المتوسطة للسرعة الحرارية معدومة . ويعني هذا أن التدفق المتوسط للجسيمات ، وبالتالي الكثافة المتوسطة للتيار في أي اتجاه معدومة .

تكتسب الالكترونات عند تسليط حقل خارجي سرعا اضافية $\vec{v}$ ، وذلك نتيجة لتأثير الحقل . ولا تغدو الحركة الحاصلة للالكترونات في هذه الحالة عشوائية ، وانما يبرز تدفق موجه للشحنة الكهربائية (التيار الكهربائي) . وسوف نرمز لقيمة السرعة المتوسطة للحركة المنظّمة من أجل الكترون واحد (محسوبة من أجل فترة زمنية ينفذ فيها الالكترون اصطدامات عديدة جدا) بـ $\overline{\vec{v}}$ ، ونرمز للقيمة المتوسطة لهذه السرعة من أجل مجموع الالكترونات بـ $\langle \vec{v} \rangle \equiv \vec{v}_{drift}$. وندعو السرعة المتوسطة للحركة المنتظمة بالسرعة الانسياقية $\vec{v}_{drift}$.

يبدو في كثير من الحالات أن السرعة الانسياقية متناسبة طردا مع شدة الحقل الكهربائي $\vec{\mathcal{E}}$. وبالتالي يفضل استعمال

مفهوم الحركية الانسياقية للدقائق المشحونة μ ، وتعرّف بأنها السرعة الانسياقية التي تمتلكها الدقائق المشحونة الخاضعة لحقل شدته واحدة الشدة . أو

$$\vec{v}_{drift} = \mu \vec{\mathcal{E}} \qquad (2.1)$$

وتكون الحركية μ سالبة في حالة الالكترونات ، وموجبة في حالة الدقائق الموجبة .

اذا وجدت دقائق من نوع واحد مشحونة بنفس الشحنة ، فان كثافة التيار الكهربائي $\vec{j}$:

$$\vec{j} = e n \vec{v}_{drift} = e n \mu \vec{\mathcal{E}} \qquad (2.2)$$

حيث أن e شحنة جسيمة واحدة (ترمز e هنا الى القيمة الجبرية لشحنة الجسيمة) ، n تركيز الجسيمات المتحركة . ويكون وفقا لقانون اوم :

$$\vec{j} = \sigma \vec{\mathcal{E}} \qquad (2.3)$$

حيث أن σ الناقلية الكهربائية النوعية للمادة ، وبالتالي

$$\sigma = e n \mu \qquad (2.4)$$

وبما أن اشارة الحركية تتغير بنفس الوقت مع تغير اشارة e ، فان الناقلية لاتتعلق باشارة شحنة الجسيمة .

يكون اتجاه السرعة الانسياقية في الأوساط متماثلة المناحي (الايزوتروبية) منطبقا على اتجاه الحقل (للجسيمات الموجبة)

أو معاكسا له (للجسيمات السالبة) ، وبالتالي فان μ و σ في جوهرهما مقداران سلميان ، ويكون $\vec{j}$ و $\vec{\mathcal{E}}$ شعاعين منطبقين في الاتجاه . ولا يتحقق ماذكر في حالة الأوساط مختلفة المناحي (الاينوزتروبية) . أين تأخذ العلاقة بين $\vec{j}$ و $\vec{\mathcal{E}}$ شكلا أعم :

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma_{xx}\mathcal{E}_x + \sigma_{xy}\mathcal{E}_y + \sigma_{xz}\mathcal{E}_z \\ j_y &= \sigma_{yx}\mathcal{E}_x + \sigma_{yy}\mathcal{E}_y + \sigma_{yz}\mathcal{E}_z \\ j_z &= \sigma_{zx}\mathcal{E}_x + \sigma_{zy}\mathcal{E}_y + \sigma_{zz}\mathcal{E}_z \end{aligned} \qquad (2.5)$$

أو تكتب باختصار على الشكل التالي

$$j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta}\mathcal{E}_\beta \quad , (\alpha,\beta = x,y,z) \qquad (2.5\text{-}a)$$

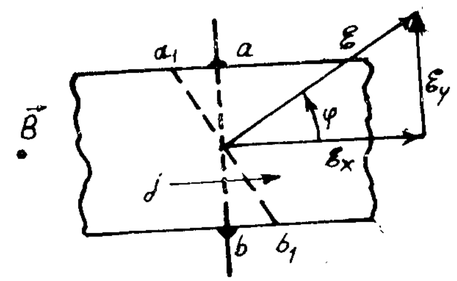
حيث يتم الجمع على الحدود الممهورة برموز مكررة . وهكذا فان ظاهرة الحمل لاتُمَيَّز في هذه الحالة بمعامل حركي وحيد ، وانما بجملة من المعاملات $\sigma_{\alpha\beta}$ التي تمثل مركبات موتر (Tensor) ثنائي الرتبة - موتر الناقلية الكهربائية .

ب) مفعول هول

تخضع الالكترونات المتحركة في حقل مغناطيسي الى تأثير قوة لورانتز المعامدة لاتجاهات سرعها واتجاه الحقل المغناطيسي المسلط عليها . وبالتالي تتم حركة الالكترونات في الاتجاهات المختلفة بأشكال مختلفة ، ويتحول شبه الموصل متماثل المناحي

في حالة غياب الحقل المغناطيسي الى وسط مختلف المناحي عند وجوده . وتؤدي هذه الأمور الى نشوء الظواهر الغلفانو مغناطيسية . ويعد مفعول هول وتغير المقاومة في الحقل المغناطيسي من أهم هذه الظواهر .

يتلخص مفعول هول بظهور قوى محركة كهربائية ، وبالتالي نشوء حقل كهربائي اضافي في الناقل الذي يجري به تيار والخاضع الى حقل مغناطيسي . يعرض الشكل 3-1 آلية هذا المفعول في ابسط وأهم حالاته . وندرس في هذه الحالة موصلا متجانسا ومتماثل المناحي على شكل متوازي المستطيلات ، يملك مرابطا كهربائية على وجوهه . نوجه محاور جملة احداثية متعامدة وفق حروف متوازي المستطيلات ،



الشكل 3-1 . مفعول هول

ونفرض أن شعاع كثافة التيار $\vec{j}$ موازٍ للمحور x ، وشعاع التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ متجه وفق z . يكون في حالة غياب الحقل المغناطيسي ، اتجاه شعاع الحقل الكهربائي $\vec{\mathcal{E}}$ منطبقا على اتجاه $\vec{j}$ ، ويكون فرق الكمون بين المربطين الكهربائيين (نقطتا الالتحام) a و b على الناقل الواقعين في مستوي معامد لـ $\vec{j}$ معدوما . عندما يطبق على الناقل حقل مغناطيسي عرضي $\vec{B}$ ، ينشأ بين المربطين a ، b فرق في الكمون يغير اشارته عند تغير اتجاه التيار أو اتجاه الحقل المغناطيسي .

يدل تشكل هذا الفرق في الكمون على نشوء حقل كهربائي اضافي $\vec{\mathcal{E}}_y$ في الناقل ، عندما يسلط على هذا الأخير حقل

مغناطيسي . ويكون اتجاه الحقل الكهربائي الحاصل $\vec{\mathcal{E}}$ عندئذ منحرفا عن اتجاه $\vec{j}$ بزاوية φ ، وتدعى "زاوية هول". وتصبح سطوح سوية الكمون التي كانت مستويات عمودية على $\mathcal{E}_x$ في حالة غياب $\vec{B}$ (أحد هذه المستويات كان قد مر من النقطتين a و b) ، عمودية على $\vec{\mathcal{E}}$ ، أي أنها تصبح محروفة بالزاوية φ أيضا ($a_1 b_1$ على الشكل 3-1) .

تظهر التجربة أن شدة الحقل الناتج عن مفعول هول $\mathcal{E}_y$ ، وكمون هول ، يمكن أن يعبر عنهما بالصيغ :

$$\mathcal{E}_y = \frac{u}{d} = R B j = R B \frac{i}{ad} \qquad (2.6)$$

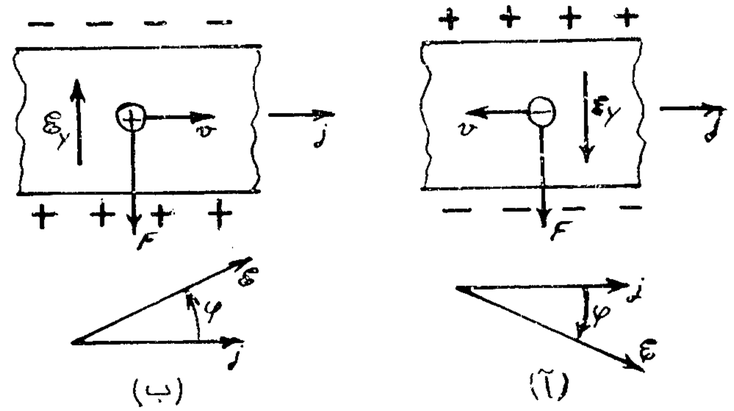
حيث أن d سمك العينة ، a عرضها (في اتجاه الحقل $\vec{B}$) ، i الشدة الكلية للتيار ، و R عامل تناسب تحدده خواص المادة فقط ، ولا يتعلق بشدة الحقل المغناطيسي في حالة الحقول الضعيفة . ويدعى R "بثابت هول" .

تتعلق اشارتا زاوية هول وثابت هول باشارة شحنة الجسيمات المتحركة التي تسبب الناقلية الكهربائية . ويوضح ذلك الشكل 4-1 . اذا كان الحقل المغناطيسي موجها من الصفحة نحو القارىء ، وكانت الجسيمات المتحركة حاملة لشحنة موجبة ، فان قوة لورانتز $\vec{F}$ تكون من أجل اتجاه $\vec{j}$ المشار اليه في الرسم ، متجهة نحو الأسفل ، ويصبح الوجه السفلي للبلورة مشحونا بشحنة موجبة ، والعلوي بشحنة سالبة . ويغدو الحقل الكهربائي الحاصل منحرفا بالنسبة لـ $\vec{j}$ عكس اتجاه عقارب الساعة . ونشترط في هذه الحالة اشارة موجبة لكل من زاوية هول وثابت هول .

تكون $\vec{F}$ من أجل الجسيمات المشحونة سلبيا متجهة نحو

الأسفل أيضا ، غير أن الوجه السفلي للعينة يصبح مشحونا بشحنة سالبة ، ويغير بالتالي الحقل $\vec{\mathcal{E}}_y$ اتجاهه . ويغدو $\vec{\mathcal{E}}$ محروفا بالنسبة لـ $\vec{j}$ باتجاه عقارب الساعة . ويأخذ كل من R و φ اشارة سالبة .

يلقى مفعول هول تطبيقات تقنية مختلفة ، حيث يمكن استخدامه لقياس شدة الحقول المغناطيسية ، فاذا كانت هذه الحقول معلومة ،



الشكل 4-1. اشارة زاوية هول آ) $\varphi > 0$ ، ب) $\varphi < 0$.

أمكن استخدامه لقياس شدة التيار والاستطاعة . ويمكن بمساعدة مفعول هول توليد وتكييف واعادة تكييف الاهتزازات الكهربائية وتقوية الاشارات الكهربائية ، بالاضافة الى حل العديد من المسائل التقنية الأخرى .

يمكن استخدام موتر الناقلية الكهربائية $\sigma_{\alpha\beta}$ في الحقل المغناطيسي للتعبير مباشرة عن ثابت هول وزاوية هول . وسوف نتخذ في البداية شكلا واحدا لحوامل الشحنة ، الحالة العامة سندرسها في الفقرة 5) . تكون في هذه الحالة السرعة الانسياقية

لهذه الحوامل متجهة وفق التيار (المحور x ، الشكل 3-I)، وتكون قوة لورانتز $\vec{F}$ وحقل هول واقعين في المستوي xy ، و $\mathcal{E}_z = 0$ (ذلك وفقا للعلاقات 2.5). سنأخذ بعين الاعتبار بعدئذ أن

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} \quad , \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} \qquad (2.7)$$

وسوف نثبت صحة المساواة اليسرى حسابيا في الفقرة الرابعة أما المساواة اليمنى فيمكن اثباتها بدون حسابات ، ذلك لأن المحور x يتمتع بنفس حقوق المحور y بالنسبة لـ $\vec{B}$ ، فاذا فرضنا في (2.5) أن $j_y = 0$ (المربطان a و b غير مغلقين) لحصلنا على

$$tg\,\varphi = \frac{\mathcal{E}_y}{\mathcal{E}_x} = -\frac{\sigma_{yx}}{\sigma_{yy}} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} \qquad (2.8)$$

نحذف $\mathcal{E}_x$ من العلاقة الأولى لـ (2.5) ومن الصيغ (2.8) فنجد

$$\mathcal{E}_y = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}\, j_x$$

ونحصل بمقارنة هذه العلاقة مع (2.6) على ثابت هول :

$$R = \frac{1}{B} \cdot \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \qquad (2.9)$$

ج) تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي

يحدث تسليط الحقل المغناطيسي الخارجي بالاضافة الى ظهور الحقل الهولي $\mathcal{E}_y$ ، تغيرا في التيار j_x . ويعني هذا أن مقاومة

الناقل الواقع في حقل مغناطيسي عرضي تتغير أيضا . وتظهر التجربة أن تغير الناقلية الكهربائية $\Delta\sigma_\perp$ وتغير المقاومة النوعية $\Delta\rho_\perp$ يخضعان في مجال معين للحقول المغناطيسية الضعيفة الى القانونية التالية :

$$-\frac{\Delta\sigma_\perp}{\sigma} = \frac{\Delta\rho_\perp}{\rho} = \varkappa_\perp B^2 \qquad (2.10)$$

حيث أن ρ و σ تؤخذان من أجل $\vec{B} = 0$ ، و $\varkappa$ - "معامل المقاومة المغناطيسية العرضية" الذي يتعلق بخواص المادة .

يفسر مفعول المقاومة المغناطيسية على أنه نتيجة مباشرة لتحول الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي الى موتر . وبالتالي يمكن التعبير عن المقاومة المغناطيسية بدلالة مركبات هذا الموتر ، وذلك كما هو الحال لزاوية هول . نفرض في العلاقات (2.5) أن $\mathcal{E}_z = j_y = 0$ ، ونحذف الحقل $\mathcal{E}_y$ من العلاقتين الأوليتين ، فنحصل على :

$$j_x = \left(\sigma_{xx} + \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx}}\right)\mathcal{E}_x$$

تعطى الناقلية الكهربائية النوعية في الحقل المغناطيسي العرضي ، بالعلاقة

$$\sigma_\perp(B) = \frac{j_x}{\mathcal{E}_x} = \frac{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx}} \qquad (2.11)$$

ومنه يمكن التعبير عن معامل المقاومة المغناطيسية $\varkappa_\perp$ بدلالة مركبات الموتر σ_{xB} . وسنرجيء ذلك الى الفقرة 4 .

اذا كان الحقل المغناطيسي موازيا للتيار ، فان قوة لورانتز

تختفي ضمن النموذج المدروس ، وبالتالي $\sigma = \sigma_{11}(B)$ ، وتكون المقاومة المغناطيسية الطولية $\frac{\Delta \rho_{11}}{\rho} = 0$.

نشير الى أن العلاقات (2.8) ، (2.9) و (2.11) صحيحة بدقة كافية ، فقط في الوسط اللامحدود . وتكون أبعاد العينات في الواقع العملي محدودة ، وبالتالي فان وجود التيارات المجاورة لنقاط الالتحام المعدنية يؤدي الى تشوه خطوط التيار وخطوط الحقل ، وينبغي أن يؤخذ ذلك بعين الاعتبار أثناء اجراء القياسات . ولكي نقلل من تأثير المفاعيل الحدودية ، ينبغي جعل أطوال العينات (في اتجاه التيار) أكبر بكثير من الأبعاد العرضية .

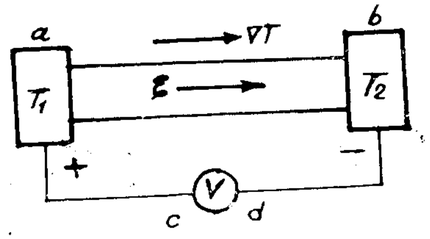
د) القوة المحركة الكهربائية الحرارية (قمكح)

لايقتصر بروز اتجاه مفضل لحركة الشحنات على تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي فقط ، وانما ينشأ هذا الاتجاه ايضا في حالة وجود تدرج لدرجة الحرارة ، حتى في حالة غياب الحقل المغناطيسي . وهذا يؤدي الى ظهور مجموعة من الظواهر الكهرو حرارية . ويعد نشوء قمكح وما يدعى "بمفعول تومسون" في أشباه الموصلات المتجانسة من أهم هذه الظواهر .

تتلخص الظاهرة الأولى في نشوء فرق في الكمون بين طرفي ناقل غير مغلق اذا كانت درجتا حرارة الطرفين مختلفتين ، وهذا يعني تولد قوة محركة كهربائية في داخل الناقل (الشكل 5_1) .

يفسر نشوء قمكح ، بأن تدفق انتشار الجسيمات المشحونة من الطرف الساخن الى الطرف البارد أكبر منه في الاتجاه المعاكس . وبالتالي تظهر شحن كهربائية على نهايتي الناقل (وعلى سطحه) وحقل كهربائي في داخله . ويكون هذا الحقل في حالة التوازن لناقل مفتوح سببا في توليد التيار الانسياقي الذي يعدل التدفق

الحاصل للانتشار . غير أن القيمة الكلية للكمون التي يسجلها (يقيسها) مقياس الكمون بين المربطين المعدنيين a و b (الشكل 5_1) ، لاتعطي فقط الهبوط الكموني داخل الناقل ، وانما تدخل فيها القفزتان الكمونيتان الناتجتان عن التحام المعدن وشبه الموصل (فرق الكمون للالتحام) وتتعلقان أيضا بدرجة الحرارة . اذا كان المربطان المعدنيان متماثلين تماما ، وكان الفرق في درجة الحرارة معدوما ، فان مجموع القفزتين الكمونيتين يساوي الى الصفر . واذا اختلفت درجة حرارة النهايتين فان مجموع القفزتين الكمونيتين يصبح مخالفا للصفر ، مما ينعكس على قيمة قمكح المقاسة .



الشكل 5_1. قمكح . ان اشارة الكمون على الشكل توافق الحوامل الموجبة للشحنة . و $T_1 < T_2$.

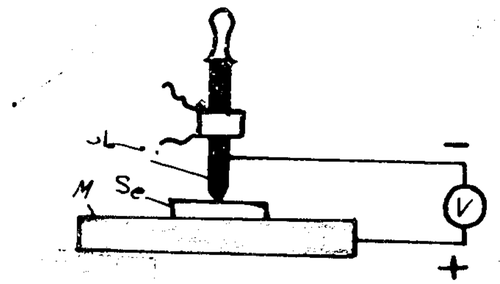
يمكن التعبير عن قيمة قمك dV_0 في حالة فرق صغير بين درجتي حرارة النهايتين dT ، بالعلاقة التالية :

$$dV_0 = \alpha \cdot dT \qquad (2.12)$$

وتدعى α هنا ـ تعريفا ـ "بالقوة المحركة الكهربائية الحرارية التفاضلية" . فاذا كان المربطان المعدنيان وسلكا التوصيل مصنوعين من نفس المادة ، وكانت النقطتان c و d (الشكل 5_1) مالكتين لدرجة حرارة متساوية ، فان α تتعلق بخواص شبه الموصل فقط . وبما أن هذه الخواص تتعلق بدرجة الحرارة ، فان α بدورها تتعلق أيضا بدرجة الحرارة . وتأخذ α قيما صغيرة في حالة المعادن ، وتكون عادة من رتبة 1 ـ 10 ميكرو فولط/درجة . أما

في أشباه الموصلات فيمكن أن تتضاعف قيمتها بمئات أو بآلاف المرات .

يمكّن تعيين القطبية لكمون قمكح من تحديد اشارة حركية حوامل الشحنة ببساطة . ويستخدم من أجل ذلك "مجس حراري"أي مسمار معدني ساخن (المكواة الكهربائية العادية المستخدمة في لحم المعادن) ، يضغط على عينة شبه الموصل المدروس ، ويربط



الشكل 6-1.المجس الحراري . (1) مسمار ساخن ،(2) شبه موصل (3)صفيحة معدنية باردة . الاشارة المبينة للكمون تخص الجسيمات الموجبة .

بين المجس والوجه البارد للعينة مقياس ميلي فولط(الشكل6-1) .

هـ) مفعول تومسون

اذا توفر في شبه الموصل تدرج لدرجة الحرارة في اتجاه المحور x ، وجرى في نفس الاتجاه تيار كهربائي كثافته $\vec{j}$ ، فان واحدة الحجم من شبه الموصل تطلق في واحدة الزمن ، بالاضافة للحرارة الجولية j^2/σ ، حرارة اضافية :

$$-\alpha_T \cdot \vec{j} \frac{dT}{dx} \qquad (2.13)$$

وترمز α_T هنا الى معامل تومسون ، ويتعلق بنوع المادة وحالتها .

وهكذا أن حرارة تومسون ، خلافا لحرارة جول ، تتناسب مع الأس الأول لـ $\vec{j}$. وبالتالي عندما يتغير اتجاه التيار الى الاتجاه المعاكس ، تغير حرارة تومسون اشارتها : يحل محل امتصاص الحرارة اصدارها وبالعكس .

ينشأ في الناقل في حالة تدرج الحرارة تدفق حراري أيضا ، مرتبط بالناقلية الحرارية للمادة . وتكون في هذه الحالة كمية الحرارة العابرة لواحدة السطوح في واحدة الزمن في الاتجاه x مساوية :

$$-\varkappa \frac{dT}{dx} \qquad (2.14)$$

حيث أن $\varkappa$ معامل الناقلية الحرارية .فاذا تغير هذا التدفق في الفضاء (نتيجة لتغير $\varkappa$ أو $\frac{dT}{dx}$)، فان الحرارة ستنطلق في حجم الناقل :

$$\frac{d}{dx}\left(\varkappa \frac{dT}{dx}\right)$$

وفي الحالة العامة ، عندما يكون اتجاهها $\vec{j}$ و $\vec{\nabla T}$ متعاكسين،فان الحرارة الكلية المتولدة في واحدة الزمن وفي واحدة الحجوم الناقل ، تصبح مساوية :

$$Q_V = \frac{j^2}{\sigma} - \alpha_T(\vec{j}\cdot\vec{\nabla T}) + \mathrm{div}(\varkappa\cdot\nabla T) \qquad (2.15)$$

يعطي الحد الأول من العلاقة السابقة الحرارة الجولية ، والحد الثاني حرارة تومسون ، أما الحد الثالث فيعطي الحرارة المرتبطة بالناقلية الحرارية . ويكون في حالة التوازن $Q_V = 0$. وهكذا يتحقق في الناقل مثل هذا التوزع الحراري الفضائي ،عندما

تكون الحرارة المستردة من قبل الناقلية الحرارية تساوي بطبيعة الحال مجموع حرارة تومسون وحرارة جول .

و) مفعول بيلته

يلاحظ الامتصاص الحراري (الاصدار العكوس للحرارة) أيضا على حدود الالتحام لناقلين مختلفين . وتعطى كمية الحرارة الصادرة Q_S عن واحدة المساحة للالتحام في واحدة الزمن ، بالعلاقة :

$$Q_S = P_{12} \cdot j \qquad (2.16)$$

وترمز j هنا الى كثافة التيار العابر لمنطقة الالتحام ، و P_{12} الى معامل بيلته الذي يتعلق بخواص الناقلين الملتحمين . ويدل الرقمان 1و2 الى أن التيار يجري من الناقل 1 الى الناقل 2. ويلاحظ أثناء تغيير اتجاه التيار الى الاتجاه المعاكس . أن عملية امتصاص الحرارة تتحول الى اصدارها ، وبالعكس . وبالتالي فان $P_{12} = - P_{21}$.

ويتلخص السبب في اصدار (أو امتصاص) حرارة بيلته في أن الطاقتين المتوسطتين للالكترونات E_1 و E_2 في الناقلين مختلفتان ، حتى ولو كان الناقلان في درجة حرارة واحدة . وتتغير أثناء الانتقال من أحد الموصلين الى الآخر الطاقة الكامنة للالكترونات $e\varphi$ ، وذلك لوجود قفزة للكمون الكهرساكن على حدود الالتحام ، وبالتالي $\varphi_1 \neq \varphi_2$ هذا من ناحية ، ومن ناحية أخرى يمكن أن تتغير القيمة المتوسطة لطاقتها الحركية E_c . ويفسّر تغير هذه الأخيرة ، بأن الالكترونات لاتخضع لقانونية الاحصاء الكلاسيكي لماكسويل - بولتزمان ، وانما للاحصاء الكوانتي

امي ديراك . وتتعلق E_c وفقا لهذا الأخير ، ليس فقط بدرجة الحرارة وانما بتركيز الالكترونات أيضا . وبالتالي فان ابقاء منطقة الالتحام في درجة حرارة ثابتة أثناء مرور التيار يتطلب اكتساب حرارة فيما اذا كانت $E_2 < E_1$ (اصدار حرارة بيلته) ، أو اعطاء حرارة الى منطقة الالتحام اذا كانت $E_2 > E_1$ (امتصاص حرارة بيلته .

تسمح النظرية القائلة بحمل الطاقة من قبل الالكترونات ، بالتعبير عن P_{12} بالفرق بين مقدارين :

$$P_{12} = P_1 - P_2 \qquad (2.17)$$

حيث أن P_1 و P_2 معاملا بيلته للناقل الأول والثاني على الترتيب . وتظهر هذه النظرية أيضا أن المعاملات الحركية الكهرحرارية (P ، α ، α_T) ليست مستقلة عن بعضها وانما ترتبط فيما بينها بالعلاقتين التاليتين :

$$P = \alpha T \qquad (2.18)$$

$$\alpha_T = T \frac{d\alpha}{dT} \qquad (2.19)$$

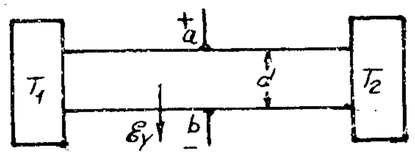
يتضح من العلاقة (2.18) أن P متناسب مع α ، وبالتالي فان قيم معامل بيلته لأشباه الموصلات أكبر بكثير من قيمه للمعادن ، ذلك كما هو عليه الحال بالنسبة لـ قمكح . وتظهر العلاقة (2.19) أن حرارة تومسون مرتبطة بالتابعية الحرارية لـ قمكح التفاضلية (α) . فاذا كانت α مستقلة عن درجة الحرارة فان حرارة

تومسون تساوي الى الصفر .

تملك الظواهر الكهرحرارية مجالا واسعا للتطبيقات العملية المفيدة ، حيث يمكن استخدام قمكح لصناعة مولدات كهرحرارية ذات استطاعات صغيرة مُعَدّة لتحويل الطاقة الحرارية مباشرة الى طاقة كهربائية . ويمكن الاستفادة من مفعول بيلته مثلالتصنيع برادات كهرحرارية مختلفة .

ز) مفعول نيرنست ـ اتينغهاوزن

تنشأ في شبه الموصل الحاوي على تدرج لدرجة الحرارة ، والخاضع لتأثير حقل مغناطيسي خارجي ، تنشأ ظواهر حرارية مغناطيسية (حراطيسية) مختلفة . ويعد مفعول نيرنست ـ ايتنغهاوزن العرضي من أمتعها ، ويتلخص هذا المفعول بنشوء حقل كهربائي $\vec{\mathcal{E}}$ عمودي على كل من $\vec{\nabla T}$ و $\vec{B}$ ، أي في اتجاه الشعاع ($\vec{\nabla T} \wedge \vec{B}$) . اذا كان تدرج درجة الحرارة منطبقا على المحور X ، وكان التحريض المغناطيسي منطبقا على Z ، فان الحقل الكهربائي يكون موازيا لـ Y . وبالتالي ينشأ بين المربطين العرضيين a و b فرق في الكمون الكهربائي u (انظر الشكل 7ـ1) . ويمكن التعبير عن $\mathcal{E}_y$ بالصيغة :



الشكل 7ـ1 . المفعول العرضي الحراطيسي لنرنست ـ ايتنغهاوزن .

$$\mathcal{E}_y = \frac{u}{d} = q_\perp B_z \frac{dT}{dx} \qquad (2.20)$$

ويدعى $q_\perp$ بثابت نيرنست ـ ايتنغهاوزن ، ويتعلق هذا الثابت بخواص شبه الموصل ويمكن أن يأخذ قيما موجبة أو سالبة .

لكي نملك تصورا عن هذا المفعول ، نشير الى أن قيمته في الجرمانيوم ذي المقاومة النوعية 1 أوم .سم وفي درجة حرارة الغرفة ، ومن أجل $B \approx 10^3$ غوص (1 غوص = 10^{-4} تسلا) ، و $\frac{dT}{dx} \approx$ 10^2 درجة /سم ، تكون مساوية 10^{-2} فولط /سم . $\frac{grad}{cm}$ وتتعلق قيم $q_\perp$ وبالتالي $\mathcal{E}_y$ تعلقا شديدا بدرجة الحرارة للعينة ، وبالحقل المغناطيسي ، ويمكن أن تتغير اشارتيهما أثناء تغير قيم هذين الأخيرين .

ينشأ المفعول المدروس آنفا لنفس السبب الذي ينشأ من اجله مفعول هول ، أي أنه يتكون نتيجة لانحراف تدفق الجسيمات المشحونة تحت تأثير قوة لورانتز . ويكمن الاختلاف بين المفعولين المذكورين في أن التدفق الموجّه للجسيمات في حالة مفعول هول ينشأ نتيجة لانسياقهم في الحقل الكهربائي ، أما في حالتنا فينشأ نتيجة لانتشارهم (diffusion) .

يلاحظ بسهولة أن اشارة $q_\perp$ ، خلافا لثابت هول ، لاتتعلق باشارة حوامل الشحنة . ويؤدي في الواقع تغير اشارة الشحنة في حالة الانسياق في الحقل الكهربائي الى تغير اتجاه الانسياق ، وبالتالي الى تغير اشارة ثابت هول (انظر الشكل 4ـ1) . أما في حالة مفعول نرنست ـ ايتنغهاوزن ، فيكون تدفق الانتشار متجها دوما من الطرف الساخن للعينة نحو الطرف البارد ، بغض النظر عن اشارة الجسيمات . وهكذا يكون اتجاها قوة لورانتز للجسيمات الموجبة والسالبة متعاكسين ، غير أن اتجاه تدفقي الشحن الكهربائية في كلتا الحالتين يبقى نفسه .

ح) مفعول ريغا ـ ليديوك .

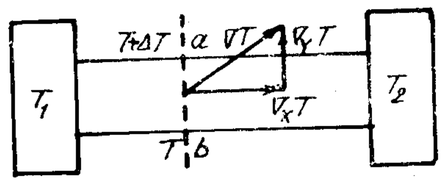
ينشأ في شبه الموصل المالك لتدرج في درجة الحرارة ، أثناء

تطبيق حقل مغناطيسي عليه ، ينشأ أيضا فرق عرضي في درجة الحرارة (بالنسبة للتدفق الحراري البدئي ، واتجاه $\vec{B}$) (الشكل 8-1) . ويمكن التعبير عن قيمة التدرج العرضي لدرجة الحرارة بالعلاقة :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = S.B_z \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \qquad (2.21)$$

حيث أن S ثابت ريغا - ليديوك الذي يتعلق بخواص المادة .

يفسر هذا المفعول ، بأن حوامل الشحنة المنتقلة تحمل معها الحرارة (الناقلية الحرارية) ، ويكون تدفق الحرارة في حالة غياب الحقل المغناطيسي متجها من الطرف الساخن للعينة نحو الطرف البارد ، أي أنه موازيا لـ $-\nabla_x T$. وعندما يسلط الحقل المغناطيسي على العينة ، تعمل قوة لورانتز على حرف تدفقي الانتشار والحرارة بزاوية ما . وبالتالي تنشأ مركبة للتدفق الحراري وفق المحور y ، مما يؤدي الى ظهور المركبة $\nabla_y T$ لتدرج درجة الحرارة . وبما أن اتجاه قوة لورانتز من أجل اتجاه معطى للانتشار يتعلق باشارة الجسيمات المشحونة ، فأن زاوية انحراف التدفق الحراري وبالتالي الثابت S يملكان اشارتين مختلفتين من أجل حوامل الشحنة الموجبة والسالبة .



الشكل 8-1 . المفعول الحراطيسي العرضي لريغا ـ ليديوك .

ط) المفاعيل الحراطيسية الطولية

يلاحظ في اشباه الموصلات ، بالاضافة الى المفاعيل

الحراطيسية العرضية ، المفاعيل الحراطيسية الطولية . اذا وجد تدفق حراري بدئي في الاتجاه x ، فان تسليط حقل مغناطيسي عرضي يؤدي الى ظهور فرق كمون طولي (المفعول الطولي لنيرنست ايتنغهاوزن) بالاضافة الى فرق الكمون العرضي . ويمكن فهم هذا المفعول كتغير لـ قمكح في الحقل المغناطيسي العرضي.

اذا بقي التدفق الحراري ثابتا في اتجاه المحور x (الشكل 8-1ب) بعد تطبيق الحقل المغناطيسي ، فانه بالاضافة الى الفرق العرضي لدرجة الحرارة (وفق المحور y) ينشأ فرق طولي اضافي لدرجة الحرارة وفق المحور x (المفعول الطولي لريغا ليديوك) . ويظهر هذا الأخير نتيجة لتغير الناقلية الحرارية تحت تأثير الحقل المغناطيسي .

نشير الى أن قيم المعاملات الحركية ، يمكن أن تتغير فيما لو تغير التبادل الحراري بين العينة والوسط المحيط بها . وبالتالي يجب التمييز بين المفاعيل الأديباتية (الكظومة) والايزوحرارية (متساوية درجة الحرارة) . وتدعى المفاعيل "بالايزوحرارية" اذا تولدت في شروط تكون فيها التدرجات العرضية لدرجة الحرارة (وفق y و z) معدومة ، وتدعى "بالكظومة" في حالة كون التدفقات الحرارية العرضية معدومة . ويستثنى من هذا التصنيف مفعول ريغا ـ ليديوك الذي لايمكن أن يكون ، بالتعريف ، ايزوحراريا .

وتنتسب الى ظواهر الحمل بالاضافة الى المفاعيل المشار اليها آنفا ، حوادث الانتشار والناقلية الحرارية .

تتعلق قيم المعاملات الحركية المختلفة (الناقلية الكهربائية ، ثابت هول ، قمكح ... الخ) بشكل ملموس بخواص الحوامل المتحركة للشحنة : بشحنها وكتلها وطيفها الطاقي في

البلورة ، بالاضافة الى خصائص تأثيرها المتبادل مع الشبكة البلورية . وبالتالي تعطي دراسة الظواهر الحركية معلومات كثيرة حول الحوادث الالكترونية في أشباه الموصلات .

ان الدراسة التفصيلية لنظرية الظواهر الحركية ستطرح فيما بعد ، وسنكتفي الآن بعرض الظواهر الغلفانومغناطيسية الأولية المناسبة التي تمكننا من تفسير العديد من الحقائق التجريبية الهامة .

3.1 زمن الارتخاء :

تخضع حركة الالكترونات في البلورة الى قوانين الميكانيك الكوانتي . غير أن معادلات الحركة يمكن التعبير عنها في كثير من الحالات بصياغة كلاسيكية ، وذلك اذا استُبدِلت كتلة الالكترون في حالته المنعزلة m_0 بمقدار آخر يدعى "بالكتلة الفعالة". وبالتالي ، سوف نستخدم في هذا الفصل الطريقة الجسيمية للدراسة وسنعتبر الالكترونات بمثابة جسيمات كلاسيكية . بالاضافة الى ذلك سوف نعتبر الكتلة الفعالة مقدارا سلميا .

لكي نوجد القيمة المتوسطة للسرعة المنظمة للالكترونات ، ينبغي دراسة قانون التوزع لأزمنة القفزة الحرة . نفرض أن عددا كبيرا N_0 من الالكترونات عانت من اصطدام في نفس اللحظة $t = 0$. ولنرمز بـ $N(t)$ لجزء الالكترونات من N_0 الذي لايقوم بأي اصطدام خلال الفترة الزمنية الممتدة من 0 الى t . يمكننا عندئذ أن نفرض أن عدد الالكترونات dN التي تعاني اصطداما في الفترة الزمنية (t ، $t+dt$) سوف يكون متناسبا مع N ومع امتداد الفترة الزمنية dt ، وينقص بالتالي عدد الالكترونات N بالمقدار dN . ومنه

$$-dN = N \frac{dt}{\tau} \qquad (3.1)$$

حيث نرمز لمعامل التناسب بـ $\frac{1}{\tau}$. ويعني هذا المقدار احتمال قيام الكترون وحيد باصطدام خلال واحدة الزمن . ويعطي تكامل المعادلة (3.1) ، بعد الأخذ بعين الاعتبار أنه في اللحظة $t = 0$ لم يتوفر الزمن اللازم لأي الكترون للقيام باصطدام ، العلاقة التالية:

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

وبالتالي ، فان عدد الاصطدامات الحاصلة خلال المجال الزمني من t الى $t+dt$ ، يعطى بالعلاقة

$$dN = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \frac{dt}{\tau}$$

يمكننا أن نقوم بتتبع حركة الكترون واحد خلال زمن كاف لحدوث اصطدامات عديدة ، بدلا من دراسة قفزة حرة واحدة لكل الكترون من المجموعة المدروسة . وبالتالي ، فان النتائج الحاصلة يمكن تطبيقها على حركة الكترون وحيد ، وذلك اذا فهمنا من N_0 العدد الكلي للقفزات الحرة . ومن الواضح أن يكون هذا العدد كبيرا بشكل كاف ، لكي نستطيع تطبيق قوانين الاحصاء . ان احتمال امتلاك الكترون ما لزمن قفزة حرة في المجال من t الى $t+dt$ يعطى بالعلاقة:

$$f(t) \cdot dt = \frac{dt}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \qquad (3.2)$$

ويمكن أن نتأكد من أن

$$\int_0^\infty f(t).dt = 1 \qquad (3.3)$$

ويعني الثابت τ هنا الزمن المتوسط للقفزة الحرة ، ويمكن اثبات ذلك انطلاقا من تعريف القيمة المتوسطة لأي مقدار :

$$\langle \bar{t} \rangle = \int_0^\infty t\, f(t) \cdot dt$$

حيث أن $f(t)$ الاحتمال المنتظم للمقدار المدروس والمالك للقيمة t . واذا استبدلنا هنا القيمة $f(t)$ بقيمتها من (3.2) لوجدنا

$$\langle \bar{t} \rangle = \tau \qquad (3.4)$$

لقد اعتبرنا سابقا τ قيمة ثابتة ، غير أن هذا الاعتبار غير مؤكد بشكل عام . وينحصر الموضوع في أن التحدث عن اصطدام الالكترونات ، يعني حوادث تغير اندفاعاتها نتيجة لتأثيراتها المتبادلة الشديدة مع لانظامية الشبكة البلورية (الناشئة عن الحركة الحرارية ، وعن وجود ذرات الشوائب ، والعيوب البنيوية الأخرى) . غير أن نتائج هذه التأثيرات المتبادلة تتعلق بالحالة الحركية للالكترون ، وعلى وجه الخصوص بطاقته الكلية . وبالتالي فان قيم τ يمكن أن تكون مختلفة من أجل الالكترونات المختلفة . ويعد اعتبار τ متعلقة فقط بالطاقة الكلية للالكترون من أبسط الفروض .

وفي الواقع ، عندما درسنا آنفا توزع أزمنة القفزة الحرة لمجموع الالكترونات ، افترضنا ضمنيا أن τ مستقلة عن الطاقة ، أو أن طاقات جميع الالكترونات متساوية تقريبا ، وبالتالي يمكن

اعتبار τ قيمة ثابتة . وينبغي أيضا أثناء استخدام التوزع (3.2) لالكترون وحيد ، أن نفترض بشكل مماثل أن الطاقة الكلية الالكترون لاتتغير بشكل ملموس أثناء حركته .

ويعد الافتراض الأخير صحيحا من أجل الكترون مستقل في كثير من الحالات . ويتحقق ذلك في الحقول الكهربائية الضعيفة ، بحيث أن الطاقة التي يكتسبها الالكترون خلال القفزة الحرة الوحيدة في حركته المنتظمة تكون صغيرة بالمقارنة مع طاقة الحركة الحرارية ، واذا لم تتراكم هذه الطاقة بل تمنح للشبكة البلورية أثناء الاصطدامات . وينبغي أن نأخذ بعين الاعتبار أثناء ايجاد الزمن المتوسط $\langle \tau \rangle$ لمجموعة الالكترونات ككل ، أنّ الالكترونات في البلورة يمكنها أن تأخذ قيما مختلفة جدا للطاقة ، ويجب بشكل عام اعتبار τ تابعا للطاقة . ويدعى المقدار $\tau_p \equiv \langle \tau \rangle$ بزمن الارتخاء للاندفاع .

4.1 . النظرية الأساسية (الأولية) للظواهر الغلفانومغناطيسية :

1) موتر (Tensor) الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي

يُمكّن استخدام مفهوم زمن الارتخاء من حساب موتر الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي ($\sigma_{\alpha\beta}$) ويُعَرّف هذا المقدار جميع المفاعيل الغلفانومغناطيسية . وسنقوم في البداية بدراسة حركة جسيمة واحدة بين اصطدامين متتاليين ، ومن ثم نقوم بعملية وسيط للنتيجة على جميع القفزات الحرة . يسمح لنا ذلك بايجاد السرعة الانسياقية $\langle \vec{v_d} \rangle$ ، وبالتالي كثافة التيار ، ومنه يتم تحديد مركبات الموتر $\sigma_{\alpha\beta}$ بشكل مباشر .

نفرض أن التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ متجه وفق المحور z

لجملة احداثيات متعامدة . تعطى عندئذ قوة لورانتز المؤثرة على الجسيمة بالعلاقة :

$$F_x = e\mathcal{E}_x + e y^\circ B \ , \ F_y = e\mathcal{E}_y - e x^\circ B \ , \ F_z = e\mathcal{E}_z$$

حيث أن e شحنة الجسيمة ، x° و y° مركبتا السرعة على المحورين x و y . وهكذا تكون معادلات الحركة بين اصطدامين متتاليين من الشكل :

$$x^{\circ\circ} = \frac{e}{m}\mathcal{E}_x + \omega_c y^\circ$$

(4.1)

$$y^{\circ\circ} = \frac{e}{m}\mathcal{E}_y - \omega_c x^\circ \quad , \quad z^{\circ\circ} = \frac{e}{m}\mathcal{E}_z$$

وترمز ω_c هنا الى التواتر السكلترِوني(الدوراني المغناطيسي):

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \qquad (4.2)$$

أي تواتر الدوران المنتظم للجسيمة في الحقل المغناطيسي ،ويلاحظ أنه لايتعلق بنصف قطر المدار وطاقة الجسيمة .

نعتبر الشروط البدئية التالية

$$t = 0 \ , \ x = y = z = x^\circ = y^\circ = z^\circ = 0 \qquad (4.3)$$

فنحصل من المعادلة الأخيرة للمجموعة (4.1) على :

$$z = \frac{e}{m}\mathcal{E}_z t^2 \qquad (4.4)$$

ويلاحظ أن الحركة وفق z لاتتغير في الحقل المغناطيسي ، ذلك لأن قوة لورانتز تقع من أجل الاتجاه المختار لـ $\vec{B}$ في المستوي xy. ويكون حلا المعادلتين الأوليتين لـ(4.1) المحققان للشروط البدئية من الشكل (يمكن التأكد مباشرة من صحة الحلين بالتبديل المباشر) :

$$x - a = -a\cos\omega_c t - b\sin\omega_c t + b\omega_c t$$

(4.5)

$$y - b = -b\cos\omega_c t + a\sin\omega_c t - a\omega_c t$$

حيث أن a ، b ثابتان يملكان أبعاد الطول ،ويساويان :

$$a = \frac{1}{\omega_c^2}\frac{e}{m}\mathcal{E}_x$$

(4.6)

$$b = \frac{1}{\omega_c^2}\cdot\frac{e}{m}\mathcal{E}_y$$

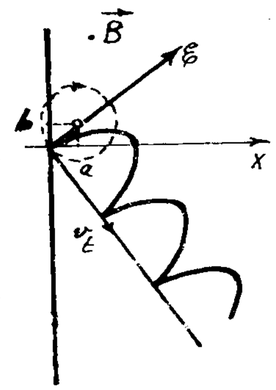
تملك هذه الحركة خواصا بسيطة ،حيث يصف الحدان الأخيران من (4.5) حركة الحمل في المستوي xy ذات السرعة الثابتة v_t. وتعطى مركبات هذه السرعة بالمساويات :

$$v_{tx} = b\omega_c = \frac{\mathcal{E}_y}{B} \ , \ v_{ty} = -a\omega_c = -\frac{\mathcal{E}_x}{B} \qquad (4.7)$$

ويكون الجداء السلمي $(\vec{v_t}\cdot\vec{\mathcal{E}}) = v_{tx}\mathcal{E}_x + v_{ty}\mathcal{E}_y = 0$ عندئذ معدوما ، أي أن v_t تعامد $\vec{\mathcal{E}}$ (وتعامد $\vec{B}$ أيضا) . وتصف الحدود الأخرى في المعادلة (4.5) الدوران المنتظم بتواتر ω_c وفق دائرة $(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 + b^2$ ينطبق مركزها على النقطة $(a\,,\,b)$.

ويعطي جمع هاتين الحركتين الحركة الحاصلة ، وتكون وفق سكلوئيد (cycloid) كما هو مبين على الشكل 9-1.

يعطي ضرب x ، y ، z باحتمال امتلاك الجسيمة لزمن قفزة حرة t (3.2) ، ومكاملة الناتج وفق t من 0 الى اللانهاية ، يعطي الانتقالات المتوسطة $\bar{x}$ ، $\bar{y}$ ، $\bar{z}$ التي تخص جسيمة واحدة ، ونحصل بتقسيم القيم الناتجة على τ على السرع المتوسطة $\bar{v}_x$ ، $\bar{v}_y$ ، $\bar{v}_z$. وبالأخذ بعين الاعتبار العلاقات التالية:



الشكل 9-1. حركة جسيمة مشحونة في حقلين متعامدين كهربائي ومغناطيسي .

$$\int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sin \omega_c t \cdot \frac{dt}{\tau} = \frac{\omega_c \tau}{1+\omega_c^2 \tau^2}$$

$$\int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cos \omega_c t \cdot \frac{dt}{\tau} = \frac{1}{1+\omega_c^2 \tau^2}$$

نحصل على

$$\bar{v}_x = \frac{e}{m} \mathcal{E}_x \frac{\tau}{1+\omega_c^2 \tau^2} + \omega_c \frac{e}{m} \mathcal{E}_y \frac{\tau^2}{1+\omega_c^2 \tau^2}$$

$$\bar{v}_y = \frac{e}{m} \mathcal{E}_y \frac{\tau}{1+\omega_c^2 \tau^2} - \omega_c \frac{e}{m} \mathcal{E}_x \frac{\tau^2}{1+\omega_c^2 \tau^2} \qquad (4.8)$$

$$\bar{v}_z = \frac{e}{m} \mathcal{E}_z \tau$$

لكي نحصل على السرعة الانسياقية ، ينبغي أن نوسط هذه

القيم وفق جميع الجسيمات . وسوف نستخدم الرمزين التاليين قصد الاختصار في الكتابة :

$$\xi = \left\langle \frac{\tau}{1+\omega_c^2 \tau^2} \right\rangle , \quad \xi = \left\langle \frac{\tau^2}{1+\omega_c^2 \tau^2} \right\rangle \qquad (4.9)$$

حيث أن $\langle \ldots\ldots \rangle$ تعني التوسيط وفق جميع الجسيمات . نحصل عندئذ من أجل كثافة التيار على العلاقات :

$$j_x = en\langle v_x \rangle = \frac{e^2 n}{m}\left(\xi_1 \mathcal{E}_x + \omega_c \xi_2 \mathcal{E}_y\right)$$

$$j_y = en\langle v_y \rangle = \frac{e^2 n}{m}\left(-\omega_c \xi_2 \mathcal{E}_x + \xi_1 \mathcal{E}_y\right) \qquad (4.10)$$

$$j_z = en\langle v_z \rangle = \frac{e^2 n}{m} \langle \tau \rangle \mathcal{E}_z$$

وتعطي مقارنة هذه العلاقات مع (2.5) مركبات موتر الناقلية الكهربائية:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{e^2 n}{m} \xi_1 , \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \omega_c \frac{e^2 n}{m} \xi_2$$

$$\sigma_{zz} = \frac{e^2 n}{m} \langle \tau \rangle , \quad \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 0 \qquad (4.11)$$

اذا انعدم الحقل المغناطيسي فان $\omega_c = 0$ ، وبالتالي تنعدم المركبات اللاقطرية $\sigma_{\alpha\beta}$. وتتحقق عندئذ المساواة $\xi_1 = \langle \tau \rangle$ ، وتصبح جميع المركبات القطرية متساوية . وتتحول الناقلية الكهربائية الى قيمة سلمية:

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m} \langle \tau \rangle \qquad (4.12)$$

وتعطى حركية حوامل الشحنة في حالة انعدام الحقل المغناطيسي بالعلاقة :

$$\mu = \frac{e}{m} \langle \tau \rangle \qquad (4.13)$$

وتعين بقيمة (واشارة) الشحنة النوعية ، وبالقيمة المتوسطية لزمن الارتخاء .

لكي نحصل على القيم العددية لـ $\sigma_{\alpha\beta}$ لابد من اجراء توسيط لكل من ξ_1 و ξ_2 وفقا للصيغتين (4.9) ويجب تعريف هذا التوسيط الذي رمزنا له بـ $\langle \ldots\ldots \rangle$ بشكل واضح . ان ذلك سيدرس لاحقا ، وسنكتفي الآن بايراد النتائج التي لاتتطلب اجراء فعليا للتوسيط المشار اليه .

ب) زاوية هول وثابت هول .

نحصل بتعويض قيم σ_{xx} و σ_{xy} من (4.11) في (2.8) على العبارة التالية لزاوية هول :

$$tg\,\varphi = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = \omega_c \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

أو ، بعد تبديل ω_c بقيمتها من (4.2) ، على

$$tg\,\varphi = \mu_H B \qquad (4.14)$$

حيث أن

$$\mu_H = \frac{e}{m} \frac{\xi_1}{\xi_2} \qquad (4.15)$$

بما أن $\frac{\xi_1}{\xi_2}$ تملك بعدا زمنيا ، فان μ_H تملك ابعاد الحركية . غير أنها لاتساوي في الحالة العامة الحركية الانسياقية μ المعطاة في العلاقة (4.13) . وتدعى μ_H التي تعين من مفعول هول "بالحركية الهولية".

ونحصل في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة المحققة للشرط

$$tg\,\varphi \approx \omega_c \tau \ll 1 \qquad (4.16)$$

على: $\xi_2 \approx \langle \tau^2 \rangle$ ، $\xi_1 \approx \langle \tau \rangle$. ويكون في هذه الحالة :

$$\mu_H = \frac{e}{m} \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle} \qquad (4.15\text{-}a)$$

يعطى ثابت هول مباشرة من العلاقة (2.9) . واذا اقتصرنا على الحقول الضعيفة المحققة للشرط (4.16) ، فان $\sigma_{xy} \ll \sigma_{xx}$ ، ويكون أيضا $\sigma_{xx} \approx \sigma = en\mu$. وتعطى R عندئذ بالعلاقة :

$$R \approx \frac{\sigma_{xy}}{B\sigma^2} = \frac{tg\,\varphi}{B\sigma} = r \frac{1}{en} \qquad (4.17)$$

حيث أن $r = \frac{\mu_H}{\mu}$. ويتضح من هنا أن تعيين "عامل هول" r من القياسات التجريبية لثابت هول يسمح لنا بتحديد تركيز حوامل الشحنة n . ويعطي حاصل جداء ثابت هول بالناقلية الكهربائية النوعية

$$R\sigma = \mu_H \qquad (4.18)$$

امكانية تعيين الحركية الهولية μ_H ..

نتوقف الآن لتوضيح مفهوم العامل r . نحصل من الصيغتين (4.13) و (aـ4.15) في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة على

$$r = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle} \qquad (4.19)$$

وبما أن القيمة المتوسطة لمربع المقدار أكبر (أو تساوي) دوما مربع القيمة المتوسطة للمقدار ، فان $r \geqslant 1$. فاذا كان τ مستقلا عن الطاقة ، فان $\langle \tau \rangle = \tau$ ، $\langle \tau^2 \rangle = \tau^2$، وبالتالي $r = 1$. وهكذا يتطلب تعيين r معرفة تابعية زمن الارتخاء للطاقة ، وترتبط هذه التابعية بنوعية حوادث تشتت الاندفاع التي تلعب الدور الأهم في شبه الموصل المدروس وفي درجة الحرارة المعطاه ، وبالتالي فان r تملك قيما مختلفة في الحالات المختلفة .ونشير هنا الى بعض من أهم هذه الحالات .

اذا كان شبه الموصل نقيا نسبيا (أي يحوي على تركيز صغير للشوائب) ، وكانت درجة الحرارة مرتفعة بشكل كاف ، وكان تركيز الجسيمات المتحركة ليس كبيرا جدا (يتحقق ذلك فيما يسمى أشباه الموصلات الفطرية) ، فان عمليات التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة البلورية تلعب الدور الأهم . وتأخذ r في هذه الحالة القيمة $r = \frac{3\pi}{8} = 1{,}18$.

اذا كان شبه الموصل واقعا في درجات حرارة منخفضة (حيث يكون التشتت على الشبكة البلورية ، أو مايسمى بالتشتت الشبكي صغيرا) ، وحاويا على تركيز كبير للشوائب (ذراتها مشحونة) فان التشتت على الشوائب المشحونة يلعب الدور الأهم ، ويعطى الحساب قيمة لـ r مساوية $r = \frac{315\pi}{512} \approx 1{,}93$.

أخيرا ،اذا حوى شبه الموصل تركيزا مرتفعا جدا للجسيمات كما هو الحال في المعادن (ويتحقق ذلك أيضا فيما يدعى أشباه الموصلات اللافطرية) ، فان $r = 1$.

ويلاحظ أن r في الحالات المذكورة تنحصر في مجال صغير نسبيا (من 1 الى 2) ، أي تأخذ قيما من رتبة الواحد . وبالتالي فان معرفة نوعية التشتت في الحالات التي لاتتطلب دقة كبيرة ليست مهمة ويمكن اعتبار قيمة r تساوي الواحد .

ج) المقاومة المغناطيسية

يعطي تعويض قيم σ_{xx} ، σ_{xy} من (4.11) في (2. 11) العلاقة التالية

$$\sigma_\perp(B) = \frac{e^2 n}{m}\left(\xi_1 + \omega_c^2 \frac{\xi_2^2}{\xi_1}\right)$$

نوجد الآن التغير النسبي للناقلية الكهربائية $\frac{\Delta\sigma_\perp}{\sigma}$ ، حيث أن $\Delta\sigma_\perp = \sigma_\perp(B) - \sigma$ و $\sigma = \frac{e^2 n \langle \tau \rangle}{m}$ تعني الناقلية الكهربائية في حالة غياب الحقل المغناطيسي . اذا أخذنا بعين الاعتبار العلاقة

$$\xi_1 - \langle \tau \rangle = \left\langle \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} - \tau \right\rangle = -\omega_c^2 \xi_3$$

... أن ξ_3 :

$$\xi_3 = \left\langle \frac{\tau^3}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle \qquad (4.20)$$

لحصلنا على

$$\frac{-\Delta\sigma_\perp}{\sigma} = \frac{\Delta\rho_\perp}{\rho} = \omega_c^2 \frac{\xi_3 - \xi_2^2/\xi_1}{\langle\tau\rangle} \qquad (4.21)$$

وبما أن ω_c تتناسب مع التحريض المغناطيسي B ، وأن جميع المقادير في (4.21) تحتوي على ω_c^2 ، فان تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي (كما هو منتظر) مفعول زوجي ، أي أنه لايتعلق باتجاه الحقل المغناطيسي .غير أن تابعية $\Delta\sigma$ لـ B لاتكون في الحالة العامة تربيعية ، وإنما أكثر تعقيدا .

تمثل الحالات الأكثر أهمية ، كما مر ذكره في مفعول هول ، في القيم الصغيرة للحقول المغناطيسية التي تحقق الشرط (4.16) . يمكن عندئذ أن ننشر عبارات المقادير ξ_1 ، ξ_2 ، ξ_3 وفق سلسلة قوى لـ ($\omega_c\tau$)^2 ، والاحتفاظ في (4.21) فقط بالحدود التي لايتعدى أسها ($\omega_c\tau$)^2 . نحصل بذلك من (4.21) على

$$-\frac{\Delta\sigma_\perp}{\sigma} = \frac{\Delta\rho_\perp}{\rho} = \varkappa_\perp B^2 \qquad (4.22)$$

حيث أن

$$\varkappa_\perp = \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{\langle\tau^3\rangle\langle\tau\rangle - \langle\tau^2\rangle^2}{\langle\tau\rangle^2} \qquad (4.23)$$

وهكذا يكون تغير المقاومة في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة متناسبا مع مربع التحريض المغناطيسي .

لو فرض أن τ لايتعلق بالطاقة ، فان $\varkappa_\perp = 0$ ، وبالتالي لايكون هناك أي تغير في المقاومة (في الحقول المغناطيسية الضعيفة)

ولكن عند وجود نوعين (أو أكثر) من الجسيمات ، فان تغير المقاومة لايكون معدوما حتى ولو لم تتعلق τ بالطاقة .

ندرس الآن حالة حدية أخرى ، وهي حالة الحقول المغناطيسية الشديدة جدا ، أي عندما يكون

$$(\omega_c\tau)^2 \gg 1 \qquad (4.24)$$

وينبغي أن نتقيد بتحديد آخر جدا : ويتأتى هذا التحديد من أن الحركة في الحقول المغناطيسية الشديدة تجنح نحو كونها كوانتية . ولكي تصبح طريقة دراستنا الكلاسيكية مقبولة ، ينبغي أن تكون الكوانتات الطاقية $\hbar\omega_c$ المرتبطة بهذه الحركة صغيرة بالمقارنة مع الطاقة الوسطية الحرارية kT . وبالتالي يجب أن نفهم من قولنا الحقول الشديدة تلك الحقول التي تحقق الشرط (4.24) مرتفعة ، وتتحقق من ناحية أخرى الشرط

$$\frac{\hbar\omega_c}{kT} \ll 1 \qquad (4.25)$$

(تجدر الاشارة الى أن طاقة فرمي تدخل بدلا من kT في المتراجحة الأخيرة في حالة أشباه المعدلات الشديدة الانطرية) .

يكون من الملائم في حالة الحقول الشديدة دراسة قيمة الناقلية الكهربائية بحد ذاتها بدلا من تغيرها . نقوم بنشر ξ_1 ، ξ_2 ، ξ_3 وفق سلسلة قوى للمقدار الصغير $\frac{1}{\omega_c^2\tau^2}$ ونهمل الحدود الحاوية على الأس الثاني وما فوق ، فنحصل بعد اجراء حسابات بسيطة على النتيجة :

$$\sigma_\infty = \frac{e^2 n}{m} \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle^{-1}$$

نلاحظ من هذه العبارة أن الناقلية الكهربائية تتوقف من تعلقها

بالحقل المغناطيسي في حالة الحقول الشديدة ، وتبلغ قيمة ثابتة حدية σ_∞ . وتعطى النسبة بين القيمتين الحديتين لـ σ (في حالتي الحقول الضعيفة والشديدة) ، وأيضا لـ ρ بالعلاقة

$$\frac{\sigma}{\sigma_\infty} = \frac{\rho_\infty}{\rho} = \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle \langle \tau \rangle \qquad (4.26)$$

حصلنا على النتيجة (4.26) ضمن الفرض الذي يقول باستقلالية الكتلة الفعالة للحوامل وزمن الارتخاء عن اتجاه السرعة . غير أنه في الواقع،يمكن أن تتعلق الكتلة الفعالة بالاتجاه ، ولا تعتبر قيمة عددية بل تمثل موترا من المرتبة الثانية . وتصبح عبارات ثابت هول وتغير المقاومة في الحقل المغناطيسي أكثر تعقيدا . الا أن هذه الحالة لاتحمل تغيرا مبدئيا في قانونية مفعول هول ، ولكن يمكنها أن تلعب دورا مؤثرا في ظواهر المقاومة المغناطيسية .

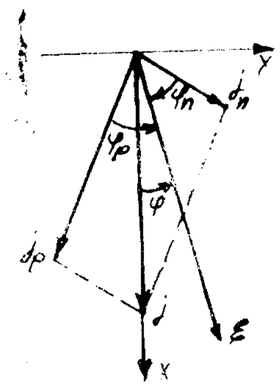
نشير أخيرا الى أن الحالة الخاصة التي يكون فيها الحقل المغناطيسي موازيا للحقل الكهربائي ، تقود أيضا الى تغير المقاومة ، وتبين الدراسة أن النسبة $\frac{\rho_\infty}{\rho}$ في الحقول المغناطيسية الشديدة تتعلق بشدة التحريض المغناطيسي .

5.1 . الناقلية المختلطة :

يتم في العديد من أشباه الموصلات حمل الشحنة بواسطة جسيمات مختلفة . وبالتالي ينبغي أن نعمم النتائج التي حصلنا عليها على الحالات التي تتواجد فيها هذه الأنواع المختلفة لحوامل الشحنة .

آ) مفعول هول

يعرض الشكل 1_10 الخارطة الكيفية لمفعول هول في حالة وجود نوعين مختلفين من الجسيمات . ونقبل ، تحديدا ، أن النوع الأول يحمل شحنة موجبة والآخر مشحون بشحنة سالبة . ويكون عندئذ شعاعا كثافة التيار للجسيمات الموجبة $\vec{j}_p$ وللسالبة $\vec{j}_n$ موجهين بشكل يبدو معه شعاع الحقل الكهربائي الحاصل $\vec{\mathcal{E}}$ محروفا بالنسبة لـ $\vec{j}_p$ بزاوية هول φ_p في الاتجاه الموجب ، وبالزاوية φ_n بالنسبة لـ $\vec{j}_n$ في الاتجاه السالب .



الشكل 1_10 مفعول هول في حالة الناقلية المختلطة

وتساوي الكثافة الكلية للتيار مجموع الشعاعين السابقين : $\vec{j} = \vec{j}_p + \vec{j}_n$

وتلاحظ تجريبيا زاوية هول φ الناتجة عن انحراف شعاع الحقل $\vec{\mathcal{E}}$ بالنسبة للشعاع $\vec{j}$. ويمكن أن تأخذ هذه الزاوية قيما موجبة أو سالبة ، وذلك تبعا لقيمتي واتجاهي $\vec{j}_p$ و $\vec{j}_n$ ، أي تبعا للنسبة بين تركيز وحركية النوعين المختلفين للجسيمات .

لكي نحسب زاوية هول الحاصلة ، نعود الى عبارات كثافة التيار التي تشكلها الجسيمات من النوع " i " ، هذه العبارات التي تكتب استنادا الى العلاقة (2.8) بالشكل :

$$j_x^{(i)} = \sigma_{xx}^{(i)} \left(\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y \operatorname{tg} \varphi^{(i)} \right)$$

$$j_y^{(i)} = \sigma_{yy}^{(i)} \left(\mathcal{E}_y - \mathcal{E}_x \operatorname{tg} \varphi^{(i)} \right) \qquad (5.1)$$

ويمكن أن نكتب مركبتي كثافة التيار ، بعد الأخذ بعين الاعتبار (4.11) بالشكل :

$$j_x = \sum_i j_x^{(i)} = \mathcal{E}_x \sum \sigma_{xx}^{(i)} + \mathcal{E}_y \sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}$$

$$j_y = \sum j_y^{(i)} = -\mathcal{E}_x \sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)} + \mathcal{E}_y \sum \sigma_{xx}^{(i)} \qquad (5.2)$$

اذا كان المربطان (الالكترودان) الهوليان غير متصلين (دارة مفتوحة) ، فان $j_y = 0$. ومنه نجد زاوية هول العامة :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathcal{E}_y}{\mathcal{E}_x} = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}}{\sum \sigma_{xx}^{(i)}} \qquad (5.3)$$

بما أن $\operatorname{tg}\varphi^{(i)}$ معطاة بالعلاقة (4.14) ، فاننا نستطيع ايجاد $\operatorname{tg}\varphi$ اذا علمنا التركيز (الذي يدخل في σ_{xx}) والحركية الهولية لكل من نوعي الجسيمات .

يمكن ايجاد ثابت هول بحذف الحقل $\mathcal{E}_x$ من العلاقتين (5.2) فنجد أن

$$\mathcal{E}_y = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}}{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)}\right)^2 + \left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}\right)^2} j_x$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (2.6) ، نحصل على

$$R.B = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}}{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)}\right)^2 + \left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}\right)^2} \qquad (5.4)$$

أو نحصل بادخال حركية هول في الصورة على :

$$R = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \mu_H^{(i)}}{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)}\right)^2 + \left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}\right)^2} \qquad (5.4\text{-}a)$$

تتعلق جميع المقادير الداخلة في (5.4 - a) في الحالة العامة بشدة التحريض المغناطيسي ، وبالتالي لايعد ثابت هول قيمة ثابتة ، وانما يتعلق أيضا بـ $\vec{B}$. غير أنه يأخذ قيمة ثابتة في الحقول المغناطيسية الضعيفة .

اذا وُجد نوعان مختلفان فقط من الجسيمات ، وكان الحقل المغناطيسي ضعيفا . فان

$$\operatorname{tg}\varphi^{(i)} \ll 1 \quad , \quad \sigma_{xx}^{(i)} \approx e n^{(i)} \mu^{(i)}$$

وتأخذ الصيغة (5.4 - a) الشكل :

$$R = \frac{n_1 \mu_1 \mu_{1H} + n_2 \mu_2 \mu_{2H}}{\left(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2\right)^2} \qquad (5.5)$$

واذا اعتبرنا أن المعامل الهولي r له نفس القيمة من أجل النوعين من الجسيمات :

$$r = \frac{\mu_{1H}}{\mu_1} = \frac{\mu_{2H}}{\mu_2}$$

فان (5.5) يمكن صياغتها بالشكل التالي:

$$R = \frac{r}{e n_1} \cdot \frac{1 + \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2} \qquad (5.5\text{-}\ )$$

حيث أن المضروب الثاني في الطرف الأيمن يمثل التصحيح الذي يدخله وجود النوع الثاني للجسيمات .

يكون في حالة الحقول المغناطيسية الشديدة المحققة للشرطين (4.24) و (4.25) ، $tg\varphi^{(i)} \gg 1$ ، وبالتالي يمكن أن نفرض في الصيغة (5.4) التالي:

$$\sum \sigma_{xx}^{(i)} tg\varphi^{(i)} \gg \sum \sigma_{xx}^{(i)} \quad , \quad \xi_2^{(i)} \approx \frac{1}{\omega_{ci}^2}$$

$$\sigma_{xx}^{(i)} tg\varphi^{(i)} = \frac{e^2 n^{(i)}}{m^{(i)}} \xi^{(i)} \cdot \omega_{ci} \frac{\xi_2^{(i)}}{\xi_1^{(i)}} \approx \frac{e n^{(i)}}{B}$$

ونحصل عندئذ على

$$R_\infty = \frac{1}{e(n_1 + n_2)} \qquad (5.6)$$

ويصبح ثابت هول في الحالة الحدية مستقلا عن الحقل المغناطيسي. ولا يتعلق البتة بنسبة الحركيات r ، ويحدد فقط بمجموع تركيز الجسيمات . وبالتالي فان تحديد تركيز الجسيمات المشحونة بمساعدة ثابت هول في الحقول المغناطيسية الشديدة يتمتع من حيث المبدأ بأهمية كبيرة . غير أن تحقيق الشرطين (4.24) و (4.25) معا عند اجراء التجارب غير ممكن -للأسف- في أغلب الحالات .

تُصادَف الحالة السابقة التي تخص نوعين من الجسيمات الحاملة لنفس اشارة الشحنة في مواد عديدة . فعلى سبيل المثال ، يتحقق ذلك في الجرمانيوم والسيليكون اللذين يحويان

على مايسمى بالثقوب الموجبة "الخفيفة" و "الثقيلة" ، ويتحقق أيضا في درجات الحرارة المنخفضة في العديد من أشباه الموصلات الحاوية على شوائب ، عندما تلعب بالاضافة الى الناقلية الكهربائية العادية ماتسمى "بالناقلية في المنطقة الشائبية" دورا هاما .

يوجد أيضا حالة سائدة تتمثل في مساهمة الجسيمات المشحونة بشحن مختلفة (الالكترونات السالبة والثقوب الموجبة) في تشكيل الناقلية الكهربائية . وينبغي في هذه الحالة أن نقرن دوما زاوية هول للشحن السالبة باشارة ناقص . وبالتالي، اذا كان P ، n تركيزي الجسيمات الموجبة والسالبة على الترتيب ، وجب علينا أن نكتب في (5.6) $(p-n)$ بدلا من (n_1+n_2) ، ويصبح ثابت هول في الحقول الضعيفة على الشكل

$$R \quad \frac{P\mu_P \mu_{PH} - n\mu_n \mu_{nH}}{(P\mu_p + n\mu_n)^2} \qquad (5.7)$$

حيث أن الرمزين P و n يدلان على نوعي الجسيمات ، ويمكن في الحالات التي لاتتطلب دقة كبيرة أن نفرض $\mu_n = \mu_{nH}$ و $\mu_P = \mu_{PH}$ وتصبح العبارة (5.7) على الشكل

$$R = \frac{1}{e} \frac{P - nb^2}{(P+nb)^2} \qquad (5.7\text{-}\ )$$

حيث أن $b = \frac{\mu_n}{\mu_P}$. وتستخدم العبارة الأخيرة لـ R بكثرة . ويتضح من (5.7 - a) أن R في حالة الناقلية المختلطة يمكنها أن تأخذ قيما موجبة أو سالبة ، وذلك حسب النسبة بين تركيزي الجسيمات المختلفة . وتنعدم R في الحالة الخاصة التي يكون

فيها $P = n b^2$.

ب) المقاومة المغناطيسية

تعمم الصيغ التي تخص المقاومة المغناطيسية في حالة الناقلية المختلطة بشكل مماثل لما سبق . نفرض في العلاقات (5.2) أن $j_y = 0$ ، ونحذف $\mathcal{E}_y$ من هذه العلاقات ، فنحصل على:

$$j_x = \mathcal{E}_x \left\{ \sigma_{xx}^{(i)} + \frac{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \, tg\, \varphi^{(i)} \right)^2}{\sum \sigma_{xx}^{(i)}} \right\}$$

وبمثل المضروب الموجود ضمن الأقواس الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي (B) $\sigma_\perp$. وبالتالي ، نحصل بعد الأخذ بعين الاعتبار الصيغة (5.3) على

$$\sigma_\perp (B) = \left(1 + tg^2 \varphi \right) \sum \sigma_{xx}^{(i)} \qquad (5.8)$$

وهكذا ، يمكن التعبير عن الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي بدلالة الزاوية الحاصلة لهول والعناصر القطرية لموتر الناقلية الكهربائية .

6 . 1 . بعض النتائج التجريبية :

آ) الناقلية الالكترونية والثقبية

تبين التجربة أن ثابت هول والقوة المحركة الكهراحرارية ، يمكن أن تملكا اشارات سالبة أو موجبة . وتوافق الحالة التي تكون فيها $R \cdot \alpha < 0$ حواملا للشحن السالبة المتحركة التي

بين الناقلية الكهربائية ، أي الالكترونات . وتدعى أشباه الموصلات من النوع المذكور "بالالكترونية" *أو بأشباه الموصلات من النوع - n (من سالب negative) .

ويوجد العديد من أشباه الموصلات التي تلاحظ فيها $R \cdot \alpha$ أكبر من الصفر ، ومع ذلك لاتتمتع هذه الأخيرة بناقلية شاردية (أيونية) مطلقا . وهذا يعني أن التيار مرتبط أيضا بالالكترونات السالبة ، غير أن مفهوم هول يوافق في هذه الحالات تركيز الجسيمات الشاردية . ولا يمكن تفسير هذه الوضعية من وجهة النظر الكلاسيكية . ذلك أن حركة الالكترونات في البلورات تنتج الفرانين المتعاكسة الجوانبي ، وتسير تلك الفرانين أن يعوض [illegible] الالكترونات في الحقول الكهربائية [illegible] وتأتي جسيمات مشحونة ايجابيا تحاكي الالكترونات السالبة ، وتدعى هذه الجسيمات "بالثقوب" [illegible] أشباه الموصلات [illegible] $R \cdot \alpha > 0$ بالثقبية "، أو بشكل من النوع P (من موجب positive) .

يتعلق نوع الناقلية الكهربائية (الكترونية أو ثقبية) بجنس الشوائب التي يحويها شبه الموصل . فمثلا ، تؤدي اضافة الزرنيخ أو الانتيمون Sb أو أي عنصر من عناصر العمود الخامس في الجدول الدوري الى السليكون Si أو الجرمانيوم Ge لامتلاك هذين الاخيرين لناقلية الكترونية . وبالعكس ، فان اضافة الغاليوم Ga أو البور B أو أي عنصر من عناصر العمود الثالث

* يستخدم مصطلح "أشباه الموصلات الالكترونية" في موقعين : أولا ليدل على الحالة التي تختفي فيها الناقلية الشاردية في شبه الموصل المعني ، وثانيا للدلالة على أن ثابت هول $R < 0$.

تجعل Si و Ge يملكان ناقلية ثقبية . وتولد اضافة الاوكسجين الى Cu_2O ناقلية ثقبية ، واضافة النحاس ناقلية الكترونية ، وهكذا دواليك . وتدعى الشوائب التي تسبب ناقلية الكترونية في ش م المعني "بالموانح" ، والشوائب التي تسبب ناقلية ثقبية "بالآخذات" . ونشير أخيرا الى أن نفس الشائبة يمكن أن تكون مانحة في أ ش م معينة ، وآخذة في أ ش م أخرى .

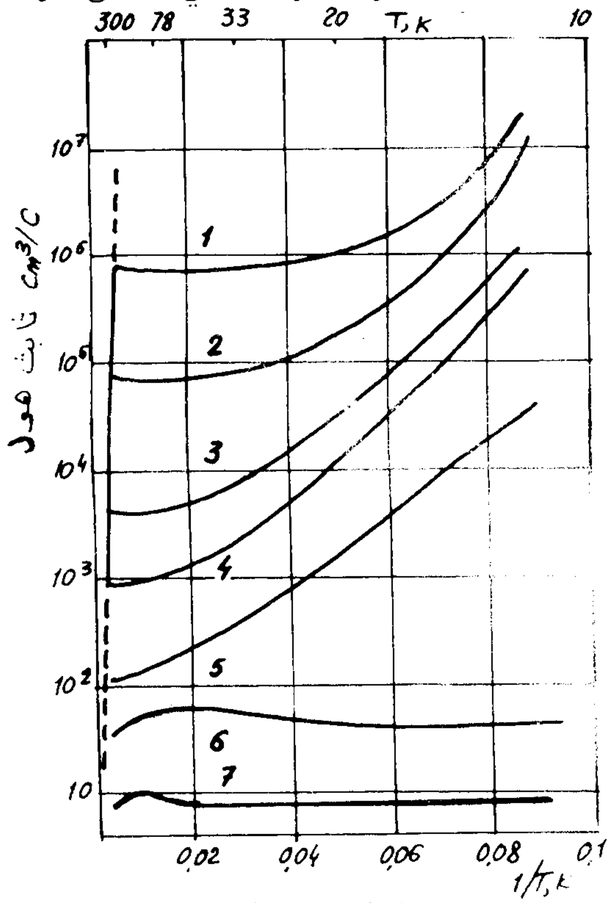
وهكذا فان الناقلية الكهربائية في أ ش م ، يمكن أن تتحقق اما بحركة الالكترونات السالبة أو بحركة الجسيمات الموجبة الثقوب . ويمكن أن تكون النسبة بين تركيز الالكترونات وتركيز الثقوب مختلفة جدا ، وذلك تبعا لنوع وكمية الشوائب ولدرجة حرارة ش م . وتدعى الجسيمات المشكلة للأغلبية بالحوامل الأساسية للشحنة (الالكترونات في أ ش م من النوع n ، والثقوب في النوع P) ، والجسيمات المشكلة للأقلية بالحوامل الثانوية للشحنة (الالكترونات في النوع P ، والثقوب في النوع n) .

) الناقلية الذاتية والشائبية

تعطي دراسة التابعية الحرارية لثابت هول نتائج هامة . وتتعين الهيئة العامة لهذه التابعية كما هو مبين على الشكل (1_11) المأخوذ من أجل بلورات الجرمانيوم المشوبة بكميات مختلفة من الشوائب . ويتعلق ثابت هول بشدة بدرجة الحرارة في مجال درجات الحرارة العالية . ويلاحظ أن جميع المنحنيات للبلورات المختلفة تتقاسم في منحني واحد من أجل درجات حرارة مرتفعة بشكل كاف (تكون درجة الحرارة أكبر كلما كان تركيز الزرنيخ أعلى) ، ويكون هذا المنحني على شكل مستقيم تقريبا في الاحداثيات $\lg R$ ، $\frac{1}{T}$. ويبين ذلك أن الجزء الأساسي لحوامل الشحنة المتحركة في هذا

المجال لدرجات الحرارة ، لاينشأ عن تشرد ذرات الشوائب ، وانما نتيجة لانقطاع روابط الالكترونات لذرات البلورة الأساسية ، وبالتالي يدعى هذا المجال "بمجال الناقلية الذاتية" .

وتتواجد في هذا المجال ، كما سنرى لاحقا ، الالكترونات السالبة والثقوب الموجبة بكميات متساوية . وبالتالي يعطى ، وفقا للعلاقة



الشكل (1_11) تابعية ثابت هول لدرجة الحرارة في بلورات Ge المشوبة بالزرنيخ . تركيز الشائبة يزداد من البلورة رقم 1 الى رقم 7.

(a _5.7) ، ثابت هول بالشكل :

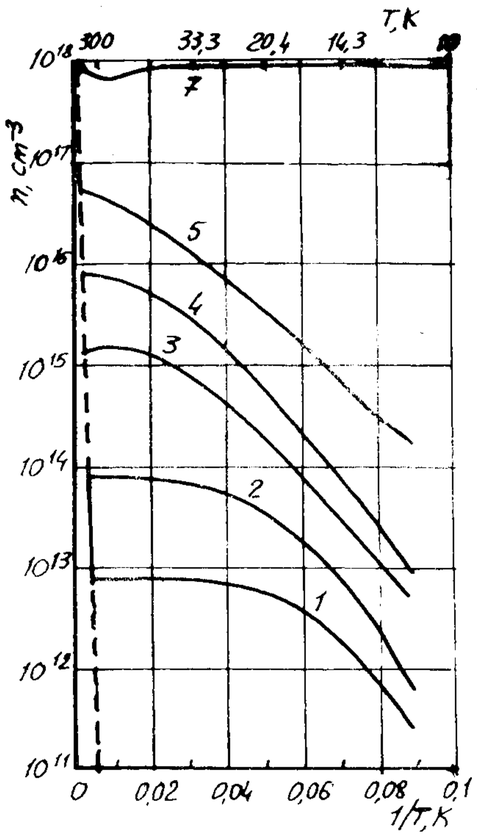
$$R = -\frac{1}{e n_i} \cdot \frac{b-1}{b+1} \qquad (6.1)$$

حيث أن n_i ($n_i = n = p$) ترمز هنا الى تركيز الالكترونات (أو الثقوب) في مجال الناقلية الذاتية (التركيز الذاتي) لشبه الموصل المدروس ، وبما أن حركية الالكترونات في الجرمانيوم أكبر من حركية الثقوب ، أي أن $b > 1$ ، فان ثابت هول يكون سالبا .

ويلاحظ أن منحنيات تابعية R لـ $\frac{1}{T}$ في مجال الناقلية الذاتية حرارة أكثر انخفاضا مما سبق تتعلق بصورة واضحة بتركيز الشوائب ، بالاضافة الى ذلك ،فان زيادة تركيز الشوائب تؤدي الى نقصان قيمة R ، وبالتالي الى زيادة تركيز الالكترونات في [illegible] الالكترونات المتحركة في هذه المجالات لدرجة [illegible] التشرد الحراري لذرات الشوائب ، ونتعامل هنا مع ما يسمى بمجال الناقلية الشائبية" . ويتواجد عمليا في مجال الناقلية الشائبية نوع واحد من الجسيمات المشحونة المتحركة (الالكترونات في حالتنا) ، ويتغير عن ثابت هول بالعلاقة (4.17) ، (ويكون هنا $R < 0$) .

يمكن باستخدام الصيغ المشار اليها ، والاستفادة من قيم ثابت هول أن نوجد تابعية تركيز الالكترونات الناقلية لدرجة الحرارة . يعرض الشكل 1_12 هذه التابعية ، يتبين بوضوح مجالي الناقلية الذاتية والشائبية ، ويلاحظ أن التركيز [illegible] يتعلق بشدة بدرجة الحرارة في مجال الناقلية الذاتية ، بينما [illegible] في مجال الناقلية الشائبية عدى معينا لدرجة الحرارة [illegible] تغير فيها تركيز الالكترونات عمليا . ويفسر ذلك بأن جميع

ذرات الزرنيخ قد تشردت في هذا المجال لدرجة الحرارة ، حيث أعطت كل ذرة منها الكترونا ناقلا . وعند الاستمرار في خفض درجة الحرارة يصبح تشرد ذرات الشائبة غير كامل ، وينخفض بالتالي تركيز الالكترونات الناقلية ، ولكن بقانونية تختلف عن تلك التي تطبق في المجال الذاتي .



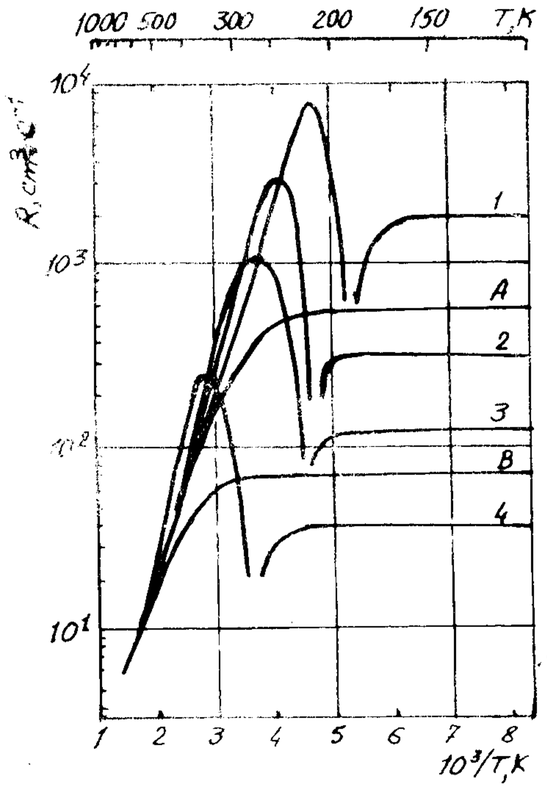
الشكل 1_12 تابعية تركيز الالكترونات لدرجة الحرارة في بلورات الجرمانيوم المشوبة بالزرنيخ .

تبين منحنيات الشكلين (1_11) و (1_12) أن تابعية R و n لدرجة الحرارة تضعف بزيادة تركيز الزرنيخ . وبالفعل من أجل تراكيز أعلى من 10^{17} سم$^{-3}$ تتوقف هذه التابعية تماما ، وتمتلك الناقلية [illegible] خاصة معدنية . ونستخلص من ذلك أن طاقة التشرد لذرات الشوائب تسعى الى الصفر من أجل التراكيز المرتفعة لهذه الشوائب . وسنبين لاحقا أسباب ذلك .

تلاحظ تابعيات مشابهة لما سبق في حالة أشباه ثقبية ، مثلا الجرمانيوم المشوب بأحدى مواد العمود الثالث للجدول الدوري .

لقد أشرنا في الفقرة الخامسة الى أن ثابت هول يمكن أن يسعى الى الصفر في حالة الناقلية المختلطة ، وذلك من أجل نسب معينة بين تركيز الجسيمات الموجبة والسالبة . وبالفعل لوحظ ذلك تجريبيا .

يعرض الشكل 1_13 تابعية ثابت هول لدرجة الحرارة في بلورات انتموان الانديوم InSb . ويفسر مجرى هذه المنحنيات،بأن تركيز الالكترونات يكون في مجال الناقلية الشائبية قليلا بالمقارنة مع تركيز الثقوب ، ويكون وفقا للعلاقة (a_5.7) $R < 0$. غير أن رفع درجة الحرارة يؤدي الى زيادة n ، ويؤول ثابت هول الى الصفر من أجل $P = n b^2$. ويزداد تركيز الالكترونات بمواصلة رفع درجة الحرارة ، ويغير ثابت هول اشارته . وبالفعل تكون قيمة $b < 1$ في حالة انتموان الانديوم (وتأخذ قيمة كبيرة



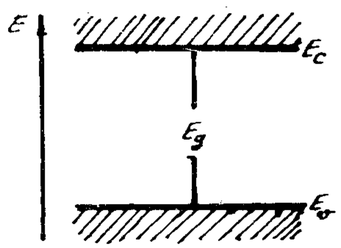
الشكل 1_13 تابعية ثابت هول لدرجة الحرارة في بلورات InSb . العينات 4،3،2،1 من النوع P ، والعينتان B ، A من النوع n .

حوالي 100) ، لذلك فان تغير R يلاحظ بشكل واضح في البلورات من النوع P . اذا كانت حركية الالكترونات أصغر من حركية الثقوب ($b < 1$) ، فان انقلاب اشارة R ينبغي أن يلاحظ في بلورات النوع n .

تظهر النتائج المحصل عليها أن الصفات المميزة لتابعية تركيز الجسيمات المتحركة المشحونة لدرجة الحرارة في أ ش م تختلف عما هي عليه في المعادن . حيث أن تركيز الكترونات الناقلية في هذه الأخيرة لايتعلق عمليا بدرجة الحرارة . بينما يتواجد دوما في أ ش م النموذجية مجال لدرجات الحرارة (مجال الناقلية الذاتية)، تكون فيه تابعية تركيز الجسيمات المتحركة n_i لدرجة الحرارة واضحة تماما ، وتزداد هذه التابعية بزيادة التسخين .

ج) منطقة الطاقة المحظورة

تملك طاقة التشرد في اشباه الموصلات النقية قيما محددة ، ويمكن تمثيل هذه الخاصية بمساعدة المخطط الطاقي (الشكل 1_14)، حيث تتوضع قيم الطاقة الكلية للالكترون في البلورة وفق الشاقول من الأسفل نحو الأعلى. وتحوي المنطقة (الشريط) المخططة السفلية على مختلف السويات الطاقية لالكترونات التكافؤ أي الالكترونات المرتبطة بالشبكة البلورية التي لاتساهم في الناقلية الكهربائية . ويمثل الحد العلوي لهذه المنطقة (التي تدعى منطقة التكافؤ) E_v أعظم طاقة يمكن أن تملكها الالكترونات المرتبطة . وتحوي



الشكل 1_14 حول مفهوم المنطقة المحظورة

المنطقة العلوية (التي تدعى منطقة الناقلية) مختلف قيم الطاقة التي تملكها الالكترونات المنفصلة (المتشردة) ، أي الالكترونات المسؤولة عن الناقلية الكهربائية . ويدل الحد السفلي لهذه المنطقة E_c على أصغر قيمة للطاقة الكلية التي يمكن أن تملكها هذه الالكترونات . وهكذا فان الطاقة الصغرى اللازمة لانقطاع الالكترون من الشبكة أو ماندعوها بطاقة التشرد ، تمثلها المسافة الفاصلة بين حديّ المنطقة E_g ($E_g = E_c - E_v$)، وبالتالي فان المدى الطاقي الممتد بين E_c و E_v لايوافق أي من الحركات المستقرة للالكترون ، ويدعى هذا المدى الطاقي "بالمنطقة المحظورة". وبما أن طاقة التشرد في المعادن معدومة ، فان E_g من أجلها تساوي الصفر .

لقد اعتمدنا هنا في تشكيل المناطق الطاقية على مفهوم طاقة التشرد فقط ، بيد أن بناءهم نظريا يتطلب حل مسألة حركة الالكترونات في الحقل الدوري للبلورة وفقا لقوانين الميكانيك الكوانتي .ولكن ادخال هذا التمثيل الآن يعد مفيدا للتعامل مع الحقائق التجريبية .

تسمح دراسة التابعية الحرارية لتركيز الالكترونات n_i في مجال الناقلية الذاتية ، بتحديد عرض المنطقة المحظورة E_g .

نقوم الآن بتوضيح ذلك بشكل مبسط دون تعمد الدقة التامة في المناقشة . نفرض أن الالكترونات في البلورة تخضع لاحصاء بولتزمان (يتحقق هذا الوضع في درجات الحرارة المرتفعة) . ونرمز لعدد الحالات الممكنة للالكترونات في منطقة الناقلية بـ N_c (سنوضح دلالتها بدقة لاحقا) . يكون عندئذ عدد الحالات الشاغرة (الخالية من الالكترونات) في منطقة الناقلية $N_c - n_i$ ، وعدد الأمكنة الشاغرة في منطقة التكافؤ n_i . وينبغي أن يكون

عدد الكترونات الناقلية الناشئة في واحدة الحجوم وفي واحدة الزمن نتيجة للتشرد الحراري متناسبا مع ($N_c - n_i$) ومع معامل بولتزمان ($\exp(\frac{-E_g}{KT})$ ، هذا من جهة . ومن جهة أخرى ،ينبغي أن تكون وتيرة العمليات العكسية (انتقال الكترونات الناقلية الى الحالة المرتبطة) متناسبة مع التركيز البدئي للالكترونات n_i ومع عدد الأمكنة الشاغرة n_i ، أي متناسبة مع n_i^2 . وبالتالي تتحقق في حالة التوازن المساواة التالية :

$$a\left(N_c - n_i\right)\exp\left(-\frac{E_g}{KT}\right) = b\, n_i^2$$

حيث أن a ، b ثابتا التناسب . فاذا كان $N_c \gg n_i$ ، فان تناسب n_i مع درجة الحرارة يكون أسيا :

$$n_i = C\exp\left(-\frac{E_g}{2KT}\right)$$

ويؤدي الحساب الدقيق الى بعض التغيير في الصيغة السابقة ، أي الى العلاقة :

$$n_i = A\,T^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{E_g}{2KT}\right) \qquad (6.2)$$

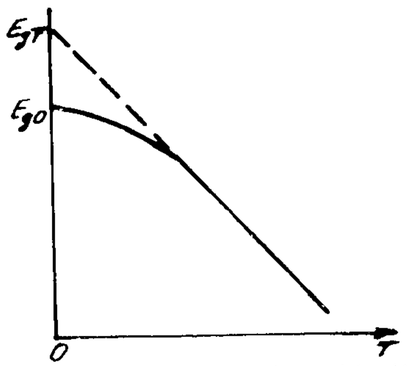
يختلف هذه الصيغة عن الصيغ السابقة بوجود المضروب $T^{3/2}$ ، أن تأثير هذا المضروب يبقى طفيفا بالمقارنة مع المضروب الأسي .

تسمح الصيغة (6.2) بتعيين عرض المنطقة المحظورة E_g من المعطيات التجريبية لتعلق n_i بـ T في مجال الناقلية الذاتية . أن عرض المنطقة المحظورة بحد ذاته يتعلق بدرجة الحرارة ، عادة بانخفاضها . وبالتالي يبرز السؤال حول القيمة التي

نحددها من القياسات التجريبية الحرارية . ولكي نزيل هـــذا الالتباس ، نقوم بنشر عبارة عرض المنطقة المحظورة في سلسلـــة قوى وفق T :

$$E_g = E_{g0} - \alpha T + \cdots\cdots$$

حيث أن E_{g0} يمثل العرض في الصفر المطلق . واذا اقتصرنـــا في هذا النشر على الحد الخطي ، فاننا نعين E_{g0} من (6 . 2)، ذلك لأن تبديل E_g بقيمتها يسمح بتحويل الحد الخطي αT الى مضروب ثابت $\exp(-\frac{\alpha}{2K})$ يمكن ادماجه ضمن الثابت A . واذا لم نتمكن من اعتبار هذه التابعية خطية في جميع مجال درجـات الحرارة ، فان قيمة E_g المعينة من القياسات الحرارية لاتكـون مساوية تماما لعرض المنطقة المحظورة في الدرجة $T = 0$ ، ويوضح ذلك الرسم 1_15 . وتكون القيمـة المقاسة في هذه الحالة تساوي E_{gT} ، و يتم الحصول عليهـــا بشكل استقرائي ، وذلك بتمديـــد المستقيم الذي يصف تقريبا تابعية E_g لـ T في المجال المدروس ليتقاطع مع المحور E_g من أجـل $T = 0$. وتدعى القيمة E_{gT} أحيانا بالعرض الحراري للمنطقة المحظورة .



الشكل 1_15 حول تعيين عرض المنطقة المحظورة .

يمكن تعيين عرض المنطقة المحظورة فعليا (وتابعيتهـــا لدرجة الحرارة) من القياسات الضوئية التي تقوم على دراســـة تابعية معامل امتصاص الضوء لطاقة الفوتونات . ويمكـــن أن تختلف قيم العرض الضوئي للمنطقة المحظورة عن قيم العـــرض

الحراري بمقدار قليل .

نورد في الجدول 1.2 قيم عرض المناطق المحظورة E_g (بالالكترون فولت) وحركية الالكترونات والثقوب (ب سم2 /ثا .فولت) في درجة الحرارة T = 300 كلفن . وتدل الأعداد الواردة فـــي الجدول ضمن أقواس على درجات حرارة تختلف عن 300 كلفن .

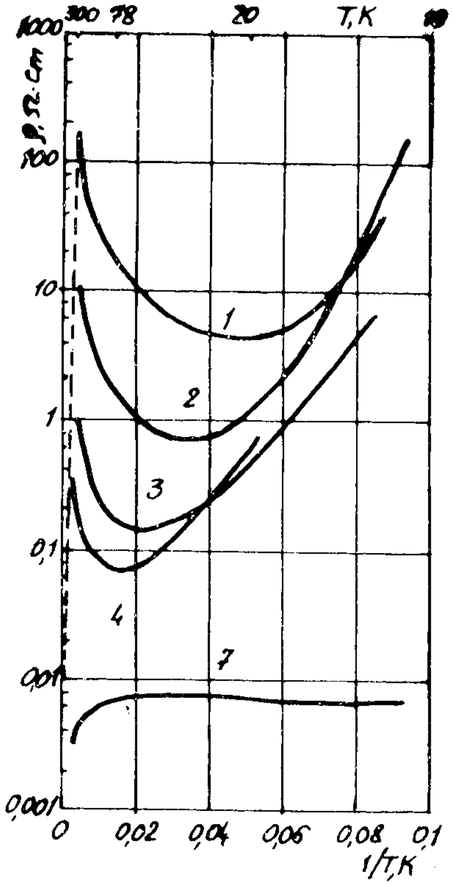
مجموعات الجدول الدوري	المـادة	E_g (e.V)	μ_n Cm²/s.V	μ_p Cm²/s.V
IV	الألماس	5,4	1800	1400
IV	Si	1,1	1300	500
IV	Ge	0,67	3800	1820
IV – IV	α-SiC	3,1	220	48
III – V	GaP	3,32(77)	300	100
=	GaAs	1,52(77)	8800	400
=	InP	1,40(77)	4600	150
=	GaSb	0,80(77)	4000	1400
=	InAs	0,43(77)	33000	460
=	InSb	0,22(77)	78000	750
II – VI	ZnO	3,2	180	—
=	ZnSe	2,80	260	15
=	α-CdS	2,42	295	—
=	β-CdSe	1,85	500	—
IV-VI	PbS	0,39	550	600
=	PbSe	0,27	1000	900
=	PbTe	0,33	1600	550

الجدول 1.2

) الناقليـــة الكهربائيـــة النوعيـــة

تكشف لنا تابعية الناقلية الكهربائية النوعية لأشبـــاه الموصلات لدرجة الحرارة ، كما هو الحال في ثابت هول ، بعـــض

الخصائص المميزة . يعرض الشكل 1_16 تابعية المقاومة النوعية لدرجة الحرارة من أجل نفس البلورات التي وردت على الرسم 1_12 . ويمكن أن نلاحظ هنا بوضوح أيضا مجال الناقلية الذاتية (الخط المتقطع) ، ومجال الناقلية الشائبية في درجات الحرارة الأكثر انخفاضا .



الشكل 1_16 تابعية المقاومة النوعية لدرجة الحرارة في بلورات الجرمانيوم المشوبة بالزرنيخ .

تعطى الناقلية الكهربائية النوعية في مجال الناقلية الذاتية ($n = P = n_i$) ، بالعلاقة

$$\sigma = e n_i (\mu_n + \mu_p) \quad (6.3)$$

وبما أن الحركيات تتعلق بدرجة الحرارة بشكل ضعيف ، فان التغير الشديد لقيم σ و ρ في هذا المجال يرتبط بتابعية n_i لدرجة الحرارة .

يكون تركيز الثقوب P في مجال الناقلية الشائبية صغيرا بالمقارنة مع تركيز الالكترونات n ويكون

$$\sigma = e n_i \mu_n$$

وتتعلق σ و ρ في هذا المجال بتركيز الزرنيخ : كلما ازداد تركيز الشوائب كلما كبرت σ وصغرت ρ . وخلافا لمنحنيات الشكلين

1_11 و 1_12 أين تشاهد هضبة في مجال الناقلية الشائبية ، يكون هنا الوضع أكثر تعقيدا ، ويلاحظ تغير غير مضطرد لـ ρ . ويفسر ذلك بأن ρ تتعلق بجداء تركيز الالكترونات بحركيتهم ، وهذه الحركية تتعلق أيضا بدرجة الحرارة . ويؤدي الاستمرار في خفض درجة الحرارة الى زيادة مضطردة في قيمة ρ . غير أن ρ يتوقف عن التعلق بـ T في الدرجات المنخفضة جدا (أي الدرجات المقاربة لـ 4 كلفن من أجل المثال المطروح) . ويعود السبب في ذلك الى مايسمى "بالمنطقة الشائبية" .

•) الحركيـــة

وردت في الجدول 1.2 قيم حركيات الالكترونات والثقوب في مجموعة من أشباه . وتنتسب هذه القيم الى أشباه النقية (ضمن الامكانيات المتاحة) في درجة الحرارة 300 كلفن . وتجدر الاشارة هنا الى أنه أثناء مقارنة هذه القيم ، ينبغي الأخذ بعين الاعتبار مدى تأثير الحركية بنظافة البلورات وكمال بنائها . وبالتالي ، فان قيم الحركية معروفة بشكل جيد من أجل تلك البلورات المصنوعة في الوقت الراهن بصورة نظيفة (جرمانيوم ، سيليكون ، انتموان الغاليوم) . أما بالنسبة للبلورات التي تُصنّع بطريقة أقل كمالا ، فان قيم الحركيات لاتتعلق فقط بخواص شوائب المدروس وانما بنوعية البلورات المدروسة . وقد وردت في الجدول القيم العظمى المقاسة .

يلاحظ من الجدول أن الحركية تختلف قيمها جدا باختلاف البلورات . فمثلا ، تكون حركية الثقوب في GaP من رتبة 1111 سم 2 /ثا . فولت (وتأخذ قيما أقل من ذلك في بعض المواد الأخرى) ، بينما تبلغ حركية الالكترونات في $InSb$ وفي درجة

الحرارة 300 كلفن حوالي 80000 سم 2/ثا .فولت ، وبخفض درجة الحرارة يمكن أن تفوق 10^6 سم 2/ثا .فولت .

يسمح قياس R و σ في درجات الحرارة المختلفة ، بايجاد تابعية الناقلية الهولية للحوامل الأساسية لدرجة الحرارة .ويمكن أيضا استنادا الى مثل هذه القياسات ضمن شروط معينة ، ايجاد تابعية الناقلية الانسياقية لدرجة الحرارة (أيضا من أجل الحوامل الأساسية) . ويمكن اجراء هذه الأخيرة ، على سبيل المثال ، في مجال الناقلية الشائبية في ذلك المدى لدرجة الحرارة الذي يكون فيه تركيز الالكترونات (أو الثقوب) مستقلا تقريبا عن درجة الحرارة (الهضبة على الرسمين 11_1 و 12_1) . تعطي عندئذ التابعية الحرارية للناقلية الكهربائية التابعية الحرارية للحركية الانسياقية من أجل الحوامل الأساسية .

تبين التجربة أن تابعية μ لـ T في أشم ذات الحركيات المرتفعة (مثلا ، في الجرمانيوم والسيليكون) ، تُعطى بشكل مرض بالعلاقة

$$\mu = A T^{P}$$

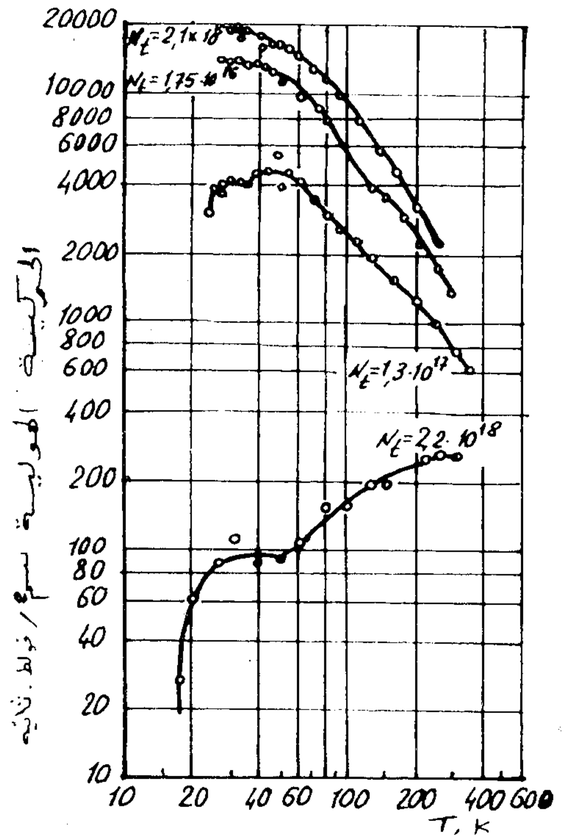
حيث أن A و P يتعلقان بنوع شم في المجال الحراري المعتمد ونوع الجسيمات (الكترونات أو ثقوب) . يكون في البلورات الحاوية على تركيز قليل من الشوائب وفي درجات الحرارة المرتفعة نسبيا $P > 0$ ، أي أن μ تتناقص بارتفاع درجة الحرارة .

وتؤدي زيادة تركيز الشوائب الى نقصان الحركيتين الهولية والانسياقية . ويلاحظ خلافا لما سبق ، أن μ تزداد برفع درجة الحرارة من أجل تركيز مرتفع للشوائب في مجال درجات الحرارة المنخفضة ، وهذا يتفق مع قيم موجبة لـ P ($P < 0$) . (انظر

الشكل 17_1) .

توضح نظرية التشتت بشكل مُرْضٍ الميّزة العامة للقانونيات الملاحظة ، وتدرس هذه النظرية مع ظواهر النقل . وسنكتفي هنا بايراد بعض الملاحظات .

يبين الميكانيك الكوانتي أن الالكترونات في البلورة المثالية اللامحدودة ، أي في الحقل تام الدورية ، تتحرك بطاقة واندفاع ثابتين . ولا تنفذ هذه الالكترونات اصطدامات ، وبذلك يكون زمن الارتخاء τ وأيضا الحركية $\mu = \frac{e\tau}{m}$ مساويين اللانهاية . وترتبط القيمة المحدودة للحركية بحوادث تشتت الاندفاع الناتجة عن تشوه مثالية البلورة . وتُعَدّ الحركة الحرارية من آليات الشوائب المتشردة من أهم العوامل في حدوث التشتت ، وتفرض كل منهما قيمة ما محددة لزمن الارتخاء : τ_T (الاهتزاز الحراري) و τ_I (الشوائب المتشردة) ، واحتمالات محددة للتشتت $\frac{1}{\tau_T}$ و $\frac{1}{\tau_I}$. ويكون



الشكل 17_1. التابعية الحرارية للناقلية الهولية للالكترونات في السيليكون المشوب بالزرنيخ . N_t – تركيز شائبة الزرنيخ .

الاحتمال الحاصل للتشتت ، ضمن تقريب جيد ، مساويا مجمـــــوع الاحتمالين السابقين ، أي

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_T} + \frac{1}{\tau_I}$$

حيث أن τ زمن الارتخاء الحاصل والمرتبط بهاتين العمليتين .

يتعلق المقداران τ_T و τ_I بدرجة الحرارة باسلوبين مختلفين ؛ حيث يؤدي ارتفاع درجة الحرارة الى زيادة احتمال التشتـــت الشبكي ، وبالتالي الى تناقص τ_T ، بينما يزداد τ_I بارتفـــاع درجة الحرارة . ويفسر ذلك كيفيا اعتمادا على التصورات الكلاسيكية : كلما كانت السرعة الحرارية للجسيمة أكبر ، كلما كانت التغيرات التي يسببها الحقل الكهربائي للذرة المتشردة في حركتها أصغر .

تكون ـ وفقا لماقيل سابقا ـ التابعية المسجلة $\mu(T)$ في البلورات الحاوية على تراكيز عالية من الشوائب معقدة فـــي مجال واسع لدرجات الحرارة . ففي درجات الحرارة المنخفضـــة يكون التشتت الشائبي مسيطرا ، وبالتالي تزداد μ في البدايـــة بارتفاع درجة الحرارة ، غير أن الاستمرار في رفعها يجعل التشتت على اهتزازات الشبكة يلعب الدور الأساسي ، وبالتالي تبدأ μ في التناقص . وتمر قيم μ عبر نهاية عظمى من أجل درجات حـرارة معينة (انظر الشكل 17ـ1) . وتكون درجة الحرارة الموافقة لهـذه النهاية أعلى كلما ازداد تركيز الشائبة المعنية .

تتمتع تابعية μ لـ T في أ ش م ذات الحركيات المنخفضـــة (B ، Se ، $Ni\,O_2$ ، $Fe_2\,O_3$ ، In_2Te_3 ..... الخ) بميـــزات أخرى . ويتلخص ذلك في أن μ تزداد بارتفاع درجة الحرارة وفق قانون أسي تقريبا ($\mu \sim exp(-W/KT)$] ، حيث أن W تعنـــي "طاقة الفعالية" . وتسمح هذه القانونية ، علاوة عن أنها تخـــص

الحركيات ذات القيم الصغيرة ، باستنتاج الصفات الفقزيـــة لحركة حوامل الشحنة في مثل هذه المواد ، أين توجد الحوامل في غالبيتها في الحالات المرتبطة ، ويتم انتقالها من وضعية معينـة الى أخرى فقط خلال فواصل زمنية ما . ولحدوث مثل هذه الانتقالات لابد من التغلب على حاجز كموني ، وهكذا فان وتيرة القفـــزات تزداد بارتفاع درجة الحرارة ، ويتم ذلك وفق القانون الأسي المشار اليه . وتدل W هنا الى الطاقة اللازمة للتغلب على الحاجـــز الكموني .

و) التركيـــز الذاتـــي للالكترونـــات

يعد التركيز الذاتي n_i واحدا من أهم مميزات ش م . وبالفعل فهو يدخل في أغلب الصيغ النظرية ، وبالتالي لابد من المعرفـــة الدقيقة لقيمة هذا المقدار ، ولتابعيته الحرارية ، وذلك لاجـــراء الحسابات المختلفة .

لقد تحدثنا سابقا عن تابعية n_i لـ T ، وتعبر الصيغة (6.2) عنها . وسنعمل الآن على حساب قيمة n_i . يمكن ايجاد هذه القيمة من ثابت هول في مجال الناقلية الذاتية ، وذلك باستعمال العلاقة (6.1) . الا أن ذلك يتطلب معرفة تابعية $b = \frac{\mu_n}{\mu_p}$ لدرجـــة الحرارة ، مع أن تأثيرها ضعيف ولكنه موجود . اضافة الى ذلـك فلقد فرض في (6.1) أن الحركيات الهولية مساوية للحركيـــات الانسياقية ، وبالتالي فان التحديد الدقيق لـ n_i يتطلب في الواقع استعمال العلاقة (5.7) ومعرفة نسبة هذه الحركيات .

ان قيمة n_i الأكثر دقة يمكن ايجادها من الناقلية الكهربائية . فكما ذكرنا سابقا ، يمكن تعيين الحركيتين الانسياقيتين μ_n و μ_p وتابعيتهما الحرارية من معطيات الناقلية الكهربائية وثابـــت

هول في البلورات من النوع -n و -p وذلك في المجال الشائبي. واذا قمنا باستقراء هذه القيم في المجال الأكثر ارتفاعا لدرجة الحرارة ، فاننا نستطيع أن نعين n_i من قيم الناقلية الكهربائية في المجال الذاتي(6.3) . وقد أوردنا على سبيل المثال في الجدول 1.3 قيم n_i^2 (التي تدخل عادة في الصيغ النظرية) في درجة الحرارة 300 كلفن من أجل بعض أشم الهامة . ويعرض الجدول أيضا قيم المقاومة النوعية الكهربائية ρ_i في الدرجة 300 كلفن والقيم التجريبية للثابت A في الصيغة (6.2) .

المادة	A^2 , $cm^{-6}.K^{-3}$	n_i^2 , cm^{-6}	ρ_i , $\Omega.cm$
Ge	$3,10.10^{32}$	$5,61.10^{26}$	57
Si	$1,5.10^{33}$	$1,9.10^{20}$	$2,3.10^{5}$
InSb	$2,0.10^{29}$	$2,9.10^{32}$	$4,5.10^{-3}$
GaAs	$1,2.10^{29}$	$1,2.10^{14}$	$6,4.10^{7}$

الجدول 1,3 التراكيز الذاتية n_i والمقاومات النوعية ρ_i لبعض أشباه الموصلات في درجة الحرارة 300 كلفن .

نشير الى أن مفعول هول والناقلية الكهربائية لاتعدان الطريقتان الوحيدتان لتعيين n_i ،وانما يمكن استعمال قوانين الاحصاء على وجه الخصوص للتعبير عن الثابت A بدلالة ثوابت عامة معروفة وبدلالة الكتل الفعالة للالكترونات والثقوب. وبالتالي يمكن حساب n_i اذا علمنا بشكل دقيق قيم الكتل الفعالة وعرض المنطقة الحظورة E_g . ويبدو أن القيم المحصل عليها لـ n_i باستعمال الطريقة الأخيرة تتطابق الى حد بعيد من أجل أشباه

الموصلات المشهورة ،مع القيم الناتجة عن مفعول هول والناقلية الكهربائية .

نشير أيضا الى أن قياس تركيز الالكترونات (أو الثقوب) والمقاومة النوعية ،تستخدم بشكل واسع لتعيين درجة نقاوة المواد شبه الموصلة . فقد رأينا سابقا أن اضافة كميات مهملة من الشوائب ،تؤدي الى تغيرات ملحوظة في تركيز الالكترونات (أوالثقوب) والناقلية الكهربائية في مجال الناقلية الشائبية . فمثلا ،يكون تركيز الالكترونات في بلورات الجرمانيوم شديدة النقاوة مساويا 10^{13} سم$^{-3}$ تقريبا في درجة الحرارة 300 كلفن. ومن جهة أخرى ،فان تركيزا للزرنيخ مساو الى 10^{13} سم$^{-3}$ تقريبا، يؤدي الى تغير ملحوظ في الناقلية الكهربائية ،حيث أن كل ذرة زرنيخ تعطي الكترونا واحدا مساهما في الناقلية ،وذلك في مجال الهضبة على الشكل 12_1 . وبما أن عدد ذرات الجرمانيوم في السم$^{-3}$ $\approx 10^{22}$ ذرة ،فان التركيز المشار اليه للزرنيخ يوافق وجود ذرة واحدة منه لكل 10^{9} ذرة من الجرمانيوم . أي أن النسبة الذرية المئوية تساوي 10^{-7} تقريبا . ويصح ماقلناه على العديد من أشم ، فمثلا تؤدي اضافة 0,1٪ من شائبة الاوكسجين الى Cu_2O في درجة الحرارة 300 كلفن الى زيادة الناقلية الكهربائية بـ 10^{5} مرة تقريبا . وتبين هذه الأمثلة الضرورة الحتمية لتوفير شروط خاصة استثنائية للوصول الى نقاوة جيدة لبعض أشباه الموصلات .

وينبغي التأكيد هنا على أن تعيين المقاومة فقط ،أو تعيين تركيز حوامل الشحنة ،لايكون كافيا في كثير من الحالات للحكم على نقاوة شم . فاذا حوى شم في نفس الوقت على شوائب مانحة وآخذة بتركيزين متقاربين ،فان هذه الشوائب يمكن أن

تعدل بعضها ، وعندئذ يمكن أن يكون تركيز الالكترونات صغيرا ويمكن أن ترتفع المقاومة النوعية ρ_i نتيجة لنقصان الحركية بسبب التشتت الشائبي . وبالتالي يكون من الأفضل أن يضاف الى مثل هذه القياسات تعيين الحركية ، التي تنقص في حالة الشوائب المتعادلة عن قيمتها المعهودة نتيجة للتشتت الشائبي الاضافي .

توجد ، من جهة أخرى ، بعض الشوائب التي يكون تأثيرها على الناقلية الكهربائية ضعيفا . ونورد كمثال على ذلك ، شائبة الاوكسجين التي يمكن أن تصل نسبتها الذرية المئوية الى بضع أجزاء من عشرة آلاف في الجرمانيوم والسيليكون دون أن تعكس تأثيرا جوهريا على قيم الناقلية الكهربائية .

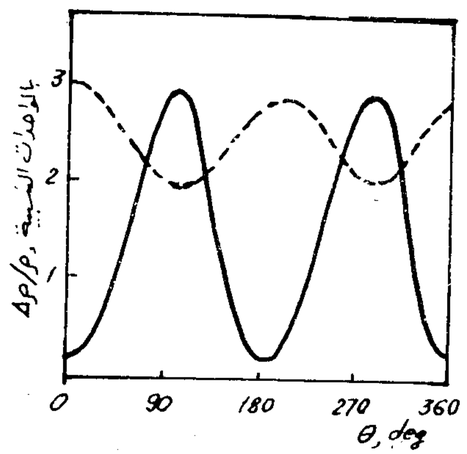
يتضح مما قيل سابقا أن تأثير الشوائب على الناقلية الكهربائية يتعلق أيضا بمجال درجات الحرارة . وبالتالي نجد أن نفس المادة تبدو نقية جدا في مجال الناقلية الذاتية (درجات حرارة مرتفعة) ، ومشوبة جدا في مجال الناقلية الشائبية (درجات حرارة منخفضة) .

ز) المقاومة المغناطيسية

لقد رأينا في الفقرة 4 أن تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي العرضي $\frac{\Delta\rho_\perp}{\rho}$ ينبغي أن يكون في الحقول المغناطيسية الضعيفة متناسبا مع B^2 تقريبا ، وذلك اذا وجد نوع واحد من الحوامل ، وكانتا m و τ مستقلتين عن اتجاه الحركة . ونحصل على نفس النتيجة عند وجود أنواع مختلفة من حوامل الشحنة ، ويتحقق ذلك تجريبيا .

غير أن العديد من النتائج الأخرى لتلك النظرية المبسطة لايتفق مع التجربة . فمثلا ، لقد ذكرنا سابقا أن المقاومة

المغناطيسية الطولية $\frac{\Delta\rho_\parallel}{\rho}$ في النموذج المتماثل المناحي ينبغي أن تساوي الصفر ، ذلك لأن قوة لورانتز في الحقل المغناطيسي الموازي للسرعة الانسياقية تكون معدومة . ويعرض الشكل 18-1 تابعية $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ للزاوية θ المحصورة بين اتجاه التيار واتجاه الحقل المغناطيسي في Ge و Si . ويبين الشكل المذكور أن المقاومة المغناطيسية الطولية $\frac{\Delta\rho_\parallel}{\rho}$ (من أجل $\theta = 0^\circ$ و $\theta = 180^\circ$) لاتساوي الصفر مطلقا ، وانما تكون من مرتبة $\frac{\Delta\rho_\perp}{\rho}$. اضافة الى ذلك فان المقدار $\frac{\Delta\rho_\perp}{\rho}$ يبدو أكبر بكثير من القيمة المحسوبة من نموذج المناحي المتماثلة . وتوجد اختلافات أخرى أيضا بين التجربة والنظرية البسيطة .



الشكل 18-1 تابعية المقاومة المغناطيسية $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ للزاوية θ المحصورة بين اتجاه التيار واتجاه الحقل المغناطيسي . الخط المتقطع يخص الجرمانيوم والخط المتصل يخص السيليكون من النوع-n : التيار وفق الاتجاه [100] والحقل المغناطيسي في المستوي [010] .

ويُظهر ذلك أن نموذج المناحي المتماثلة غير كاف للتفسير الكمي للمقاومة المغناطيسية .

تُفسَر القانونيات الملاحظة بشكل جيد بالنظرية الشاملة التي تأخذ بعين الاعتبار اختلاف المناحي للكتل الفعالة ، وزمن الارتخاء ، ووجود مختلف أنواع الشحنة ، وتابعية زمن الارتخاء للطاقة التي نتجاوز دراستها الآن .

نستخلص أخيرا من المعطيات التجريبية التي استعرضناها النتائج الهامة التالية :

1ـ يتطلب تشكل الكترونات الناقلية في أش م طاقة فعّالة معينة خلافا لما هو في المعادن .

2ـ لاتنشأ الناقلية الكهربائية في أش م بفضل الالكترونات فقط ، وانما بمساهمة حوامل موجبة أيضا ـ الثقوب.

3ـ تتمتع أش م بناقلية ذاتية يرد نشوؤها الى خواص الشبكة الأساسية للبلورة ، وبناقلية شائبية ترتبط بالشوائب التي تحويها البلورة .

4ـ يمكن للشوائب ضمن شروط معينة أن تؤثر بشدة على الناقلية الكهربائية لشبه الموصل ، وتصنف مختلف الشوائب في مجموعتين احداهما تولد ناقلية الكترونية (الموانح) ، والأخرى ناقلية ثقبية (الآخذات) .

5ـ يمكن لحركيات حوامل الشحنة أن تختلف في أش م المختلفة بعدة مراتب ، مما يدل على الاختلاف الشديد في قيم الكتل الفعالة وزمن الارتخاء .

6ـ يتعلق زمن الارتخاء بطاقة حوامل الشحنة . ويمكن لزمن الارتخاء والكتلة الفعالة أن يتعلقا باتجاه الحركة أيضا .

الفصل الثاني

أسس نظرية التمنطق في أشباه الموصلات

1.2 معادلة شريدنغر للبلورة

تتألف المادة الصلبة ، كما هو معروف ، من الذرات أي من النوى ومن الالكترونات . وتشكل نوى الذرات الشبكة البلورية التي تتمتع بالخاصة الدورية في الفضاء . ولايؤدي تسليط حقل خارجي كهربائي على البلورة الى تشوهها ، بالرغم من أن نوى الذرات جسيمات مشحونة . وذلك لأن القوى التي تثبت نوى الذرات في أركان الشبكة البلورية ، تكون عادة أكبر بكثير من القوى التي تسببها الحقول الكهربائية الخارجية . ويمكن الالكترونات البعيدة عن النوى والتي لاتتمتع بقوة ارتباط شديدة أن تتحرك في الجسم الصلب مشكلة التيار الكهربائي . غير أن التفسير الكمي لهذه العملية يُواجِه صعوبات جدية . وترتبط هذه الصعوبات بكون الالكترونات جسيمات مشحونة ، فعندما تتحرك في الجسم الصلب تتبادل التأثير مع الكترونات أخرى ، ولوجود قوة تدافع بين الالكترونات ، تكون حركة الالكترون متعلقة بحركة الالكترونات المحيطة به . وبعبارة أخرى لايقتصر الحل في هذه الحالة على مسألة الكترون وحيد ، وانما يطرح الحل بالنسبة لالكترونات عديدة . وبالتالي ، لكي نعين الحالات المستقرة وطيف الطاقة لجميع نوى الذرات والالكترونات العديدة جدا ، ينبغي أن نحل معادلة شريدنغر :

$$\hat{H}\,\Phi = E\,\Phi \qquad (1.1)$$

.

حيث أن $\hat{H}$ هاملتوني البلورة، وΦ ـ الدالة الموجية الذاتيـــة للهاملتوني ، وE ـ طاقة البلورة .

تتعلق قيم الدالة الموجية للبلورة باحداثيات جميـــــع الالكترونات $\vec{r_i}$ واحداثيات جميع النوى $\vec{R_\alpha}$:

$$\Phi = \Phi(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots, \vec{r_n}, \vec{R_1}, \vec{R_2}, \ldots, \vec{R_N})$$

يتضمن الهاملتوني المؤثرات التالية :

1) مؤثر الطاقة الحركية للالكترونات

$$\sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta_i\right)$$

حيث أن $\hbar$ حاصل قسمة ثابت بلانك h على 2π ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$)، و m_0 كتلة الالكترون ، و $\Delta_i = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ مؤثرلابلاس الذي يخص الالكترون i .

2) مؤثر الطاقة الحركية للنوى

$$\sum_\alpha \left(-\frac{\hbar^2}{2M_\alpha}\Delta_\alpha\right)$$

حيث أن M_α كتلة النواة ، $\Delta_\alpha = \frac{\partial^2}{\partial X_\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y_\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z_\alpha^2}$

3) الطاقة الكامنة للتأثيرات المتبادلة بين أزواج الالكترونات

$$\frac{1}{2}\sum_i \sum_{j_{i\neq j}} \frac{e^2}{r_{ij}}$$

4) الطاقة الكامنة للتأثيرات المتبادلة بين أزواج النوى

$$V_0(\vec{R_1}, \vec{R_2}, \ldots, \vec{R_N})$$

5) الطاقة الكامنة للتأثيرات المتبادلة بين الالكترونات والنوى.

$$U = U(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots \vec{r_n}, \vec{R_1}, \vec{R_2}, \ldots \vec{R_N})$$

وتأخذ معادلة شرِيدنغر باستخدام هذه المركبات للهاملتوني الشكل التالي :

$$\left\{\sum_i\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta_i\right)+\sum_\alpha\left(\frac{-\hbar^2}{2M_\alpha}\Delta_\alpha\right)+\right.$$
$$+\sum_i\sum_{j_{i\neq j}}\frac{e^2}{r_{ij}}+V_0(\vec{R_1}, \vec{R_2}, \ldots \vec{R_N})+$$
$$\left.+U(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots \vec{r_n}, \vec{R_1}, \ldots \vec{R_N})\right\}\Phi = E\Phi \qquad (1.2)$$

ان عدد المتحولات المستقلة في المعادلة (1.2) يعينـــه العدد الكلي للجسيمات في البلورة، أين يوجد حوالي 10^{23} جسيمة في 1 سم^3 منها. ولا يمكن لمثل هذه المسألة أن تحل في الوقـــت الراهن بشكلها العام . لذلك تستخدم سلسلة من التقريبات التـي تساهم في ايجاد حلول تقريبية لهذه المسألة .

2.2 التقريب الكظوم والتقريب التكافؤي

نوزع جميع الجسيمات في البلورة الى مجموعتين : خفيفة (الالكترونـات) وثقيلة (نوى الذرات) . وتكون قيم الطاقة الحركية الوسطية لهـــذه الجسيمات في حالة التوازن من نفس المرتبة . وبما أن كتلـــة النواة أكبر بكثير من كتلة الالكترون ($m_0 \ll M_\alpha$)، فان سرعـــة حركة الالكترونات أكبر بكثير من سرعة حركة النوى (بمرتبتيـــن تقريبا) . ويحدث عمليا من أجل أي تغير لمواضع نوى الـــذرات تشكيل آني جديد في توزيع الالكترونات يتوافق مع الوضع الجديـد للنوى . ويسمح هذا ضمن تقريب أولي ، بالنظر الى أن حركـــة الالكترونات تتم في حقل كامن لنوى ثابتة . وتصبح في هذه الحالة

الدالة الموجية وطاقة الالكترونات دوالا متغيرة كظوميا بتغي
مواضع النوى ، وتدخل احداثيات النوى في تلك الدوال كوسط
(بارامترات) . وبالمقابل ، لاينبغي عند دراسة حركة النـــو
نأخذ الوضع اللحظي للالكترونات ، وإنما الحقل الذي يشكل
توزعها الفضائي الوسطي . ويدعى مثل هذا التقريب بالتقري
الكظومي أو "تقريب بورن " .

ويستخدم تقريب أقل دقة ، وذلك بافتراض النوى ثابتة
تعتبر في هذه الحالة احداثيات النوى $\vec{R}_N$ ، ..... $\vec{R}_1$ قيم
متحولة وإنما وسطاء R_{NO} ، ..... R_{10} يمثلون احداثي
أركان الشبكة البلورية . وتصبح في حالة النوى الساكنة $(R_\alpha = R_{\alpha O})$
الطاقة الحركية للنوى معدومة ، وتأخذ طاقة تأثيرها المتبا
V_0 قيمة ثابتة . ويمكن أن نجعل هذه القيمة معدومة باختيا
مبدأ قياس الطاقة . واذا أخذنا ماتقدم بعين الاعتبار ، فا
المعادلة (1.2) تُبَسَّط ، وتصبح واصفة لحركة الالكترونات في حا
النوى الساكنة . وتتعلق طاقة الالكترونات E_e ودالتها الموج
Ψ_e ، في هذه الحالة ، وسيطيا بمواضع النوى $R_{\alpha O}$. وبالنتي
تكتب معادلة شريدنغر من أجل الالكترونات المتحركة في حقـ
نوى ساكنة ، بالشكل:

$$\left\{ \sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta_i \right) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j\, i\neq j} \frac{e^2}{r_{ij}} + \right.$$
$$\left. + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_n; R_{10}, \ldots, R_{NO}) \right\} \Psi_e =$$
$$= E_e \Psi_e \qquad (2.1)$$

لكي نتابع اختصار عدد المتحولات في المعادلة (2.1) نستخد
التقريب التكافؤي . نقبل بأن نواة الذرة وجميع الكتروناتها

باستثناء الكترونات التكافؤ ، تشكل جزءا ساكنا (أيونا) . وتقتصر
المعادلة (2.1) في هذه الحالة الجديدة على وصف الكترونات
التكافؤ التي تتحرك في الحقل الكامن للايونات الساكنة .

وبغض النظر عن التبسيط الحاصل من التقريبين السابقين
تبقى المعادلة (2.1) غير ممكنة الحل بشكلها العام ، ويبقى
التعامل - كما هو الحال سابقا - مع مسألة جسيمات عديدة لاتخضع
لحل مباشر .

3.2 التقريب أحادي الالكترون (أو تقريب الالكترون المُمَثَّل) .

تعتبر طريقة هارتري - فوك واحدة من الطرق الأكثر انتشارا
لحل مسألة الالكترونات العديدة في البلورة . وتسمح هذه الطريقة
بارجاع مسألة الالكترونات العديدة الى مسألة الالكترون الوحيد
(الالكترون المُمَثَّل) . وتتلخص فكرتها ، باستبدال طاقة التأثير
المتبادل لأزواج الالكترونات بطاقة التأثير المتبادل لالكترون
وحيد مع الحقل المتوسط لجميع الالكترونات المتبقية . لنفرض
أن الطاقة الكامنة للالكترون ذي الترتيب i تساوي Ω_i في ذلك
الحقل . تتعلق هذه الطاقة بحركة جميع الالكترونات المتبقية ،
بالاضافة الى حركة الالكترون i بحد ذاته ، ذلك لأن حركته تبدي
تأثيرا على حركة بقية الالكترونات . وبما أن الحقل لايحدد فقط
حركة الالكترون ، وانما يتعلق بحد ذاته بحركة الالكترون ، فان هذا
الحقل يدعي "بذاتي التوافق" . ويسمح ادخال مفهوم الحقل ذاتي
التوافق باستبدال المجموع المضاعف $\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\sum \frac{e^2}{r_{ij}}$ في المعادلة
(2.1) بالمجموع $\sum_i \Omega_i(\vec{r}_i)$ ، الذي يتعلق كل حد منه
باحداثيات الكترون وحيد (الالكترون الممثل) ، أي أن:

$$\frac{1}{2}\sum_{i}\sum_{\substack{j\\ i\neq j}}\frac{e^2}{r_{ij}} = \sum_i \mathcal{SZ}_i(\vec{r}_i) \qquad (3.1)$$

ويكون $\mathcal{SZ}_i(\vec{r}_i)$ في هذه الحالة ممثلا للطاقة الكامنة للالكترون i في حقل جميع الالكترونات المتبقية .

ويمكن بشكل مشابه ،تمثيل الطاقة الكامنة للتأثير المتبادل بين الالكترونات والنوى أيضا على شكل مجموع :

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots) = \sum_i U_i(\vec{r}_i) \qquad (3.2)$$

حيث أن $U_i(\vec{r}_i)$ هي الطاقة الكامنة للالكترون i في حقل جميع النوى .

وتتحول المعادلة (2.1) بادخال (3.1) و (3.2) الى :

$$\left\{\sum_i\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta_i + \mathcal{SZ}_i(\vec{r}_i) + U_i(\vec{r}_i)\right]\right\}\psi_e = E_e\,\psi_e \qquad (3.3)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة بالشكل

$$\hat{H}\,\psi_e = \left(\sum_i \hat{H}_i\right)\psi_e = E_e\,\psi_e \qquad (3.4)$$

حيث أن $\hat{H}_i$ هو هاملتوني الالكترون i ، ويساوي :

$$\hat{H}_i = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta_i + \mathcal{SZ}_i(\vec{r}_i) + U_i(\vec{r}_i) \qquad (3.5)$$

ينتج عن العلاقة (3.4) ، أن هاملتوني البلورة يعد مجموع

الهاملتونيات (3.5) التي يتعلق كل منها باحداثيات جسيمة وحيدة . ويمكن في هذه الحالة تمثيل الدالة الموجية لجملة الجسيمات على شكل جداء دوال موجية تصف حالة الجسيمات المنفصلة للجملة :

$$\psi_e(r_1, r_2, \ldots) = \psi_1(\vec{r}_1)\cdot\psi_2(\vec{r}_2)\ldots = \prod\psi_i(\vec{r}_i) \qquad (3.6)$$

وهذا يعني،أن الالكترونات تتصرف بشكل مستقل كل عن الآخر (كما لو أنه لايوجد تأثير متبادل) ، وتساوي الطاقة الكلية لجملة الجسيمات مجموع طاقات الالكترونات المنفصلة :

$$E_e = E_1 + E_2 + \ldots = \sum_i E_i \qquad (3.7)$$

"وهكذا ، فان ادخال مفهوم الحقل ذاتي التوافق يسمح بدراسة الالكترونات في البلورة على أنها جسيمات لاتتبادل التأثير، أي أنها تتحرك مستقلة عن بعضها البعض" . وبعد ماتقدم الأساس الذي يقوم عليه تصور الكترونات التوصيل بمثابة غاز مثالي .

نرمز بـ $\prod\psi_{i(j)}$ الى جداء جميع الدوال الموجية ماعدا ψ_j . يكون عندئذ

$$\left[\prod\psi_{i(1)}\right]\psi_1 = \left[\prod\psi_{i(2)}\right]\psi_2 = \ldots = \prod\psi_i \qquad (3.8)$$

اذا اعتبرنا أن المؤثر $\hat{H}_i$ يؤثر فقط على الدالة الموجية ψ_i ، فاننا نحصل اعتمادا على المعادلات (3.4) ، (3.6) و (3.8) على :

$$\left[\prod \psi_{i(1)}\right] \hat{H}_1 \psi_1 + \left[\prod \psi_{i(2)}\right] \hat{H}_2 \psi_2 + \cdots = E_e \prod \psi_i \qquad (3.9)$$

نقوم بتقسيم جزأي المعادلة (3.9) على $\prod \psi_i$ ، ونأخذ بعين الاعتبار العلاقة (3.7) ، فنحصل على:

$$\frac{1}{\psi_1} \hat{H}_1 \psi_1 + \frac{1}{\psi_2} \hat{H}_2 \psi_2 + \cdots = E_1 + E_2 + \cdots \qquad (3.10)$$

ان كل حد من الجزء الأيسر للمعادلة (3.10) يتعلق باحداثيات الكترون وحيد فقط ، وبالتالي فان هذه المعادلة تكافؤ المجموعة التالية للمعادلات أحادية الالكترون :

$$\left.\begin{aligned} \hat{H}_1 \psi_1 &= E_1 \psi_1 \\ \hat{H}_2 \psi_2 &= E_2 \psi_2 \\ \vdots \quad &= \quad \vdots \end{aligned}\right\} \qquad (3.11)$$

وهكذا ، فان ادخال الحقل ذاتي التكافؤ يسمح باعادة مسألة الجسيمات العديدة الى مسألة أحادية الالكترون :

$$\hat{H} \psi = E \psi \qquad (3.12)$$

حيث أن $\hat{H}$ ، $\psi(\vec{r})$ ، E تمثل الهاملتوني والدالة الموجية والطاقة على الترتيب للالكترون في البلورة .

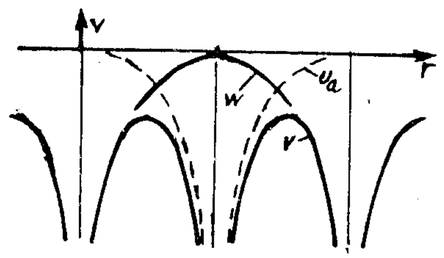
اذا استخدمنا الدالة $V(\vec{r})$ للتعبير عن الطاقة الكامنة للالكترون في البلورة ، حيث أن

$$V(\vec{r}) = U(\vec{r}) + \Omega(\vec{r}) \qquad (3.13)$$

ان معادلة شريدنغر للالكترون الممثل في البلورة تكتب بالشكل

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(\vec{r})\right] \psi(\vec{r}) = E\,\psi(\vec{r}) \qquad (3.14)$$

يوجد عدة طرق مختلفة لحل مسألة الالكترون الممثل ، وذلك بالاختيار المنطقي لشكل الدالة $\psi(\vec{r})$. ويستعمل غالبا من أجل الحالة الالكترون الواقع في الحقل الكموني لجميع ايونات البلورة التي تكون شحنتها معدلة بشكل وسطي بشحنة الكترونات التكافؤ ، أي في حقل كموني دوري . وبعبارة أخرى ، نقبل بأن الحد $V(\vec{r})$ في المعادلتين (3.13) و (3.14) يمثل الكمون الكلي البلورة ، ويملك دورية الشبكة ثلاثية البعد . ويعرض الشكل (1_2) الصورة الكيفية للكمون $V(\vec{r})$ من أجل شبكة احادية البعد ، مثل منحنيات الخطوط المتقطعة كمون الذرة المعزولة $U_a(\vec{r})$.



الشكل 1_2 رسم تخطيطي للكمون الدوري في شبكة وحيدة البعد المنحني المتواصل ـ كمون الشبكة $V(\vec{r})$ ، الخط المتقطع الكمون الذري $U_a(\vec{r})$ ، الخط المنقط ـ الكمون المثار $W(\vec{r})$.

تكون الذرات في البلورة الحقيقية متوضعة دوريا في الفضاء . ويعني هذا الشكل المتوضع ، أن ازاحة البلورة بالشعاع $\vec{a}_n$:

$$\vec{a}_n = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3 \qquad (3.15)$$

حيث أن $\vec{a}_3$ ، $\vec{a}_2$ ، $\vec{a}_1$ هي أدوار المطابقة للشبكة في ثلاثة اتجاهات كيفية ، و n_3 ، n_2 ، n_1 أعداد كيفية صحيحة ، تؤدي

الى انطباق البلورة على نفسها . وينتج عن ذلك أن النقطة المالكة لنصف القطر الشعاعي $\vec{r}$ والنقطة المالكة لنصف القطر الشعاعي $\vec{r}+\vec{a}_n$ متكافئتان فيزيائيا ، وبالتالي:

$$V(\vec{r}+\vec{a}_n) = V(\vec{r}) \qquad (3.16)$$

وتعبر العلاقة (3.16) عن شرط دورية الحقل الكموني في البلورة . واذا كانت الدالة الموجية للالكترون $\psi(\vec{r})$ فطريقة في الحقل الدوري للبلورة ، فانها تختلف عن الدالة الموجية $\psi(\vec{r}+\vec{a}_n)$ فقط بمضروب ثابت ، أي أن:

$$\psi(\vec{r}+\vec{a}_n) = C\,\psi(\vec{r}) \qquad (3.17)$$

ولكن نتيجة لشرط التقنينية (Normalisation) للدالة الموجية يكون:

$$|C|^2 = 1 \qquad (2.18)$$

وبالتالي يمكن أن نفترض

$$C = e^{i\vec{k}\vec{a}_n} \qquad (3.19)$$

ذلك لأن

$$|C|^2 = |e^{i\vec{k}\vec{a}_n}|^2 = |\cos\vec{k}\vec{a}_n + i\sin\vec{k}\vec{a}_n|^2 = \cos^2\vec{k}\vec{a}_n + \sin^2\vec{k}\vec{a}_n = 1$$

حيث أن $\vec{k}$ شعاع ثابت ، يميز الحالة الكوانتية للالكترون في البلورة ، ويدعى بالشعاع الموجي . وبما أن الجداء $(\vec{k}\,\vec{a}_n)$ يجب أن يكون بدون أبعاد ، فان $\vec{k}$ يملك قياسا لمقلوب البعد (cm^{-1}) ، ويساوي عدديا $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

ينتج عن المعادلتين (3.17) و (3.19) أن

$$\psi(\vec{r}+\vec{a}_n) = e^{i\vec{k}\vec{a}_n}\,\psi(\vec{r}) \qquad (3.20)$$

ومنه

$$\psi(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{a}_n}\,\psi(\vec{r}+\vec{a}_n) = e^{i\vec{k}\vec{r}}\cdot U_k(\vec{r}) \qquad (3.21)$$

حيث أن

$$U_k(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}(\vec{r}+\vec{a}_n)}\cdot\psi(\vec{r}+\vec{a}_n) \qquad (3.22)$$

وتتمتع الدالة الدورية $U_k(\vec{r})$ بالدورية ثلاثية البعد للشبكة البلورية ، ذلك لأنه يمكن أن نكتب وفقا لـ(3.20) و (3.22)

$$U_k(\vec{r}+\vec{a}_\ell) = e^{-i\vec{k}(\vec{r}+\vec{a}_\ell+\vec{a}_n)}\cdot\psi(\vec{r}+\vec{a}_\ell+\vec{a}_n) =$$
$$= e^{-i\vec{k}(\vec{r}+\vec{a}_n+\vec{a}_\ell)}\cdot e^{i\vec{k}\vec{a}_\ell}\cdot\psi(\vec{r}+\vec{a}_n) =$$
$$= e^{-i\vec{k}(\vec{r}+\vec{a}_n)}\cdot\psi(\vec{r}+\vec{a}_n) = U_k(\vec{r}) \qquad (3.23)$$

وهكذا فان الدالة الموجية المستقرة للالكترون في الحقل الدوري للبلورة تتعلق بالشعاع الموجي $\vec{k}$ ، وتملك الشكل:

$$\psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}}\cdot U_k(\vec{r}) \qquad (3.24)$$

حيث أن $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ تعد موجة مستوية راكضة في اتجاه الشعاع $\vec{k}$ ، و $U_k(\vec{r})$ دالة ما للاحداثيات تتعلق بالشعاع الموجي $\vec{k}$ ، وتملك نفس دورية الشبكة . وتدعى العبارة (3.24) لـ $\psi_k(\vec{r})$ بموجة (دالة) بلوخ .

اذا عوضنا دالة بلوخ (3.24) في المعادلة (3.12) نحصل

على

$$\hat{H}\,\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = E\,\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \qquad (3.25)$$

ينتج عن المعادلة (3.25) أن طاقة الالكترون في البلورة ينبغي أن تتعلق بالشعاع الموجي $\vec{k}$ ، أي أن $E = E(\vec{k})$.

وبالتالي ، فان حل معادلة شريدنغر للالكترون في الحقل الدوري للبلورة يعد موجة مستوية راكضة مكيفة وفق دورية الشبكة ، وتتعلق طاقة الالكترون بالشعاع الموجي .

اذا كانت النتائج الحاصلة اعتمادا على ادخال مفهوم الحقل ذاتي التوافق تتعلق بالقيم العددية لكمون الحقل الدوري $V(\vec{r})$ ، فان الاعتقاد السائد في الوقت الراهن يقول بعدم امكانية قيام مثل تلك النظرية للأجسام الصلبة ، ذلك لأن تلك الحقول غير معروفة نظريا أو تجريبيا . ولكن الحصول على النتائج الأساسية للنظرية لايتطلب بالضرورة معرفة القيم العددية لحقول القوى ، وانما يكون كافيا معرفة أن ذلك الحقل دوري في الفضاء وأدواره تطابق أدوار الشبكة .

4.2 . تقريب الالكترونات شديدة الارتباط

يعطي الميكانيك الكوانتي عند وصف حركة الالكترون في الحقل الدوري للشبكة البلورية نتائجا يكون من المناسب مقارنتها مع النتائج التي يعطيها من أجل الذرة المعزولة . ومن المعروف أن طيف الاشعاع للذرة الحرة يُعَدّ طاقم من الخطوط المنفصلة المميزة (طيفا متقطعا) . ويفسر ذلك استنادا الى النظرية الكوانتية ، بأن الالكترونات في الذرة المعزولة تملك قيما منفصلة ومحددة للطاقة .

ينص أحد قوانين الفيزياء على أن حالة التوازن المستقر التي يمكن أن تبقى فيها الجملة طويلا ، توافق حالة الطاقة الكامنة الصغرى . انطلاقا من هذا الاعتبار ، فان الالكترونات في الذرة ينبغي أن تقع في أصغر حالة طاقية ممكنة . أي في تلك السويات الطاقية التي تكون أقرب مايمكن الى النواة . غير أن قوانين الميكانيك الكوانتي تضيف الى ذلك تحديدا صاغه باولي . ويقول مبدأ باولي : بأن السوية الطاقية الواحدة لايمكن أن تستوعب أكثر من الكترونين . وينبغي أن يملك الالكترونان في هذه الحالة سبنين متعاكسين بالاتجاه .

ندرس الآن التغيرات التي تطرأ على السويات الطاقية ، عندما يتبادل التأثير عدد كبير من الذرات المشكلة للبلورة . ان سويات الطاقة للالكترونات الداخلية المتموضعة الى جوار النواة لاتعاني أي تغيير تقريبا . ويمكن التحقق من ذلك بمراقبة هيئات طيوف الأشعة السينية المميزة ، حيث يلاحظ أنها لاتتعلق بالحالة المنفصلة أو المتحدة لذرات المادة . غير أن الطيف الضوئي المرتبط بانتقال الكترونات التكافؤ الخارجية يتغير بشكل ملحوظ .

اذا اعتبرنا أن الطاقة الحركية للالكترونات أكبر بكثير من التغيرات المكانية لطاقتها الكامنة ، فان الكمون الدوري $V(\vec{r})$ يمكن النظر اليه كاثارة صغيرة للحركة الحرة للالكترونات . ويدعى مثل هذا المدخل للدراسة "بتقريب الالكترونات شبه الحرة" ويعطي نتائج مرضية أحيانا أثناء حل بعض المسائل للمعادن .

ان تحليل الخواص الفيزيائية لأشباه الموصلات يكون أكثر ملاءمة في حالة تقريب الالكترونات شديدة الارتباط ، ويعتبر هذا النموذج حالة الالكترون في البلورة مختلفة قليلا عن حالته في

الذرة المعزولة . غير أن هذا المدخل للدراسة يخص فقـــــ
الالكترونات التي تتمتع بسويات طاقية عميقة في الذرات، أي يط
على الالكترونات التي تكون تأثيراتها المتبادلة مع ذرات الأركا
الأخرى في الشبكة ضعيفة . وبالتالي فان نموذج الالكترونات ضعي
الارتباط أو نموذج تقريب الالكترونات شديدة الارتباط لايسمحـــ
بتفسير كمي لحالة الكترونات التكافؤ . وبعبارة أخرى ، لايمكـــ
استخدام هذين التقريبين في الحسابات الكمّية لطيف الطاقـــ
لالكترونات مادة معينة ، غير أنهما يصوران بشكل جيد القوانيـــ
العامة لحركة الالكترون في الحقل الدوري للبلورة .

نفرض أن $\vec{r}$ نصف القطر الشعاعي الآني للنقطة المعنيـــ
و $\vec{R}_g$ نصف القطر الشعاعي للركن g من الشبكة البلورية ، يكون
عندئذ $\vec{r}-\vec{R}_g$ المسافة بين النقطة المعنية $\vec{r}$ والنواة g ، وتأخـ
الدالة الموجية للالكترون في الذرة g الشكل :

$$\psi_g = \psi_g(\vec{r}-\vec{R}_g) \qquad (4.1)$$

وتعتبر في نموذج تقريب الالكترونات شديدة الارتباط حـــالـ
الالكترون في ذرة البلورة مختلفة قليلا عن حالته في الذرة المعزوا
وبالتالي يمكن تقديم الدالة الموجية للالكترون في البلورة علـــ
شكل تركيب خطي للدوال الموجية الذرية (4.1) :

$$\psi(\vec{r}) = \sum_g a_g \psi_g \qquad (4.2)$$

ولكي تملك العبارة (4.2) للدالة $\psi(\vec{r})$ شكل دالة بلـوخ
(3.24) ، ينبغي أن نفرض أن :

$$a_g = e^{i\vec{k}\vec{R}_g} \qquad (4.3)$$

فإذ يكون

$$\psi(\vec{r}) = \sum_g e^{i\vec{k}\vec{R}_g} \cdot \psi_g(\vec{r}-\vec{R}_g) \qquad (4.4)$$

ان اختيار الدالة الموجية للالكترون في البلورة على الشكل (4.4) يعد قانونيا تماما . وبما أن الدالة الموجية تتناقـــص أسيا على مسافات بعيدة ($\psi_g \sim exp(-\frac{r-R_g}{r_a})$ ، حيث أن r_a ثابت له بعد طولي) ، فان هذه الدالة تكون الى جوار الركـــن g للشبكة على الشكل

$$\psi(\vec{r}) \approx Const + \psi_g(\vec{r}-\vec{R}_g) \qquad (4.5)$$

(ذلك لأن R_g ثابت تقريبا الى جوار الركن) ، أي أنها تتصـــرف
والدالة الموجية الذرية للركن g .

نعوض العبارة (4.2) في معادلة شريدنغر (3.12) للالكترون
في البلورة ، فنحصل نتيجة لذلك على

$$\sum_g a_g(\hat{H}\psi_g - E\psi_g) = 0 \qquad (4.6)$$

اذا كان $V(\vec{r})$ يمثل الطاقة الكامنة للالكترون في البلـورة
فان هاملتوني البلورة يعطى بالعلاقة :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(\vec{r}) \qquad (4.7)$$

لكي نجد القيم الذاتية لطاقة الالكترون E في البلـــورة ،
ينبغي أن نعتبر عند حل المعادلة (4.6) أن الطيف الطاقـــي

للذرة المعزولة معلوما . لنرمز لهاملتوني الذرة المعزولة بـ $\hat{H}_a$

$$\hat{H}_a = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta - U_a(\vec{r}) \qquad (4.8)$$

تكتب عندئذ معادلة شريدنغر لهذه الذرة بالشكل

$$\hat{H}_a \psi_a = E_a \psi_a \qquad (4.9)$$

ويكون في الصيغ السابقة $U_a(\vec{r})$ ممثلا للطاقة الكامنة للالكترون في الذرة المعزولة ، و E_a طاقة سوية ما، و ψ_a الدالة الموجية الموافقة للسوية E_a .

نحصل بطرح (4.8) من (4.7) على :

$$\hat{H} = H_a + W(\vec{r}) \qquad (4.10)$$

حيث أن

$$W(\vec{r}) = V(\vec{r}) - U_a(\vec{r}) \qquad (4.11)$$

تعني طاقة الاثارة للالكترون في البلورة بالمقارنة مع طاقته في الذرة المعزولة (الشكل1_2) .

تأخذ معادلة شريدنغر (4.6) باستخدام العلاقة (4.10) الشكل

$$\sum_g a_g \{ \hat{H}_g \psi_g + W(\vec{r})\, \psi_g - E\, \psi_g \} = 0 \qquad (4.12)$$

واذا أخذنا بالحسبان المساواة (4.9) ، فان العبارة السابقة تأخذ الشكل

$$\sum_g a_g \{ W(\vec{r})\, \psi_g + (E_a - E)\, \psi_g \} = 0 \qquad (4.13)$$

نضرب المعادلة (4.13) بالمرافق العقدي $\psi^*_{g'}$ للدالة ψ_g ونكامل وفق حجم البلورة ككل τ فنجد :

$$\sum_g a_g \{ \int_\tau \psi_g W(\vec{r}) \cdot \psi^*_{g'} d\tau + (E_g - E) \cdot \int_\tau \psi_g \psi^*_{g'} d\tau \} = 0 \qquad (4.14)$$

($\psi^*_{g'}$ ـ المرافق العقدي للدالة الموجية للالكترون في الذرة المعزولة g') .

ندخل الرمز

$$\int_\tau \psi_g W(\vec{r}) \psi^*_{g'} d\tau = A(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \qquad (4.15)$$

ويمثل هذا الأخير التكامل التبادلي (أو تكامل الحمل) الذي يتعلق بالدوال الموجية للذرات وبطاقة الاثارة $W(\vec{r})$ ، ويعين الطاقة التبادلية للتأثير المتبادل . وندخل أيضا الرمز

$$\int_\tau \psi_g \psi^*_{g'} d\tau = S(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \qquad (4.16)$$

ويتعلق هذا التكامل بتغطية الدوال الموجية فقط للذرات، ويدعى بتكامل التغطية .

يمكن كتابة العلاقة (4.14) باستخدام (4.3) ، (4.15) و (4.16) على الشكل :

$$\sum_g A(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{R}_g} + (E_a - E) \sum_g S(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{R}_g} = 0 \qquad (4.17)$$

نضرب العبارة الحاصلة بـ $e^{-i\vec{k}\vec{R}_{g'}}$ ، وهذا ممكن لأن المجموع في

(4.17) يتم فقط بتحول g ، أما g' فهي ثابتة . يكون عندئذ :

$$\sum_g A(R_g - R_{g'}) \cdot e^{i\vec{k}(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'})} + e^{i\vec{k}(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'})} + (E_a - E) \sum_g S(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \cdot e^{i\vec{k}(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'})} = 0 \quad (4.18)$$

نُبسّط العبارة (4.18) بادخال الشعاع $\vec{q}$ الواصل بين الذرتين g و g' :

$$\vec{q} = \vec{R}_g - \vec{R}_{g'} \quad (4.19)$$

فنحصل على

$$\sum_{g=g_{g'}} A(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}} + (E_a - E) \sum_g S(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}} = 0 \quad (4.20)$$

وتنتج عن المعادلة الأخيرة عبارة القيم الذاتية لطاقة الالكترون في البلورة :

$$E = E_a + \frac{\sum_g A(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}}}{\sum_g S(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}}} \quad (4.21)$$

ينتج عن المساواة (4.21) "أن طاقة الالكترون في البلورة تتألف من مجموع طاقته في السوية الموافقة في الذرة المعزولة مع حد اضافي يعتبر دالة دورية للشعاع الموجي $\vec{k}$. وبالتالي تملك الالكترونات في البلورة الى جانب السوية الذرية الوحيدة منطقة طاقية ، تعين حدودها بالقيم العظمى والصغرى للحد الثاني في الطرف الأيمن للعلاقة (4.21)".

ندرس بالتفصيل الحد الاضافي في (4.21) . نعتبر من أجل تبسيط المسألة أن الدوال الموجية الذرية تتناقص بسرعة كبيرة ويمكن اهمال تغطيتها حتى من أجل الذرات المتجاورة . ويُعَد

هذا الفرض مبرهنا في نموذج تقريب الالكترونات شديدة الارتباط. وتسعى جميع الحدود في مخرج العبارة السابقة الى الصفر ، ماعدا الحد الموافق لـ $q = 0$ ، حيث يأخذ القيمة 1 وذلك ناتج عن شرط تقنين الدوال الموجية الذرية ، أي أن

$$S(\vec{q}) = \begin{cases} 1 & if \quad q = 0 \\ 0 & if \quad q \neq 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

وينتج عن ذلك أن

$$\sum_g S(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}} = 1 \quad (4.23)$$

ويكون الحد الأول من المجموع في صورة الكسر (4.21) من أجل $q = 0$ مساويا C :

$$A(0) = \int_\tau \psi_0(\vec{r})\, W(\vec{r})\, \psi_0^*(\vec{r})\, d\tau = \int_\tau |\psi_0|^2 W(\vec{r})\, d\tau = C \quad (4.24)$$

حيث أن C هي قيمة ثابتة لاتتعلق بـ $\vec{k}$.

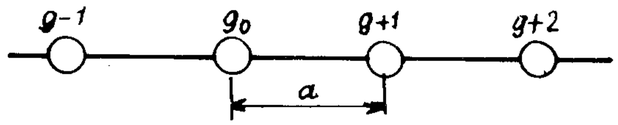
وبالرغم من اهمالنا لتغطية الدوال الموجية للذرات المجاورة الا أن القيمة الصغيرة للدالة الموجية للذرة الى جوار الركن الصفري تعوض جزئيا بالفرق الكبير $W(\vec{r}) = V(\vec{r}) - U_a(\vec{r})$ في ذلك المجال (انظر الشكل 1_2) . وبالتالي ينبغي أن نحسب في المجموع الموجود في صورة الكسر (4.21) قيم التكاملات التبادلية في الأركان المتجاورة ذات القيم $q \neq 0$ التي تقع الى جوار الركن g_0 ($q = 0$) (الشكل 2.2) .

اذا وافقت الدالة الموجية الحالة s ، فان هذه التكاملات

التبادلية تكون نفسها من أجل جميع الذرات . لنفرض أن قيمة هذا التكامل التبادلي تساوي A ، تأخذ عندئذ عبارة الطاقة للالكترون في الحقل الدوري للبلورة (4.21) باستعمال (4.23) ، (4.24) الشكل :

$$E = E_a + C + A \sum_{g} e^{i\vec{k}\vec{g}} \qquad (4.25)$$

تكون كل ذرة في الشبكات المكعبية البسيطة محاطة بست ذرات تقع أقرب مايمكن اليها . اذا وجهنا المحاور X ، Y ، Z



الشكل 2_2 الرسم التخطيطي لشبكة وحيدة البعد .

وفق حروف المكعب ، فان الأركان المجاورة للركن $g = 0$ تقع على المسافات $g = +a$ و $g = -a$ ، وبالتالي

$$\sum_{g_0}^{1\text{ع}6} e^{i\vec{k}\vec{a}} = e^{ik_x a} + e^{-ik_x a} + e^{ik_y a} + e^{-ik_y a} + e^{ik_z a} + e^{-ik_z a} + e^{ik_z a} + e^{-ik_z a} =$$

$$= 2\left(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a\right) \qquad (4.26)$$

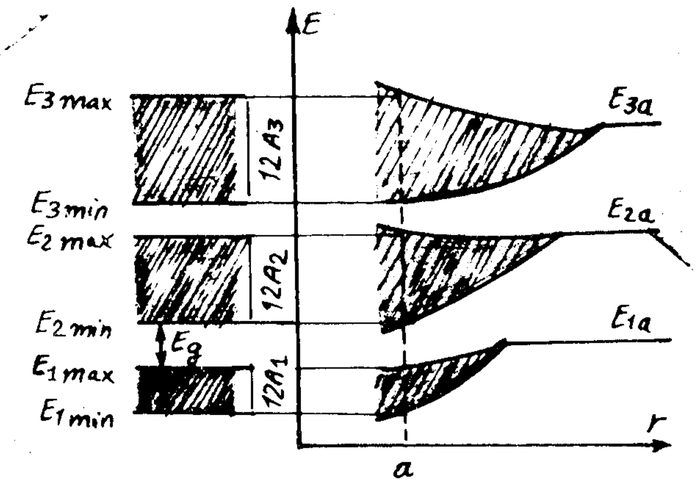
ذلك لأن $e^{-ika} = \cos ka - i\sin ka$ و $e^{ika} = \cos ka + i\sin ka$. وبالتالي تأخذ عبارة طاقة الالكترون في الحقل الدوري لشبكة مكعبية بسيطة ، باستخدام العلاقة (4.26) ، الشكل :

$$E = E_a + C + 2A\left(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a\right) \qquad (4.27)$$

يسمح تحليل العبارة (4.27) باستخلاص مجموعة من النتائج التي تخص الطيف الطاقي للالكترونات في البلورة :

1) تنزاح السوية E_a للذرة المعزولة عند تشكل الشبكة البلورية بالقيمة C ، وذلك نتيجة للتأثير المتبادل بين الذرات . ويكون اتجاه الازاحة للسوية متعلقا باشارة C .

2) تتوسع السوية الذرية في الشبكة البلورية لتشكل نطاقا أو منطقة ، تتعلق طاقة الالكترون في داخلها دوريا بمركبات الشعاع



الشكل 3_2 تشكل المناطق الطاقية من السويات الطاقية عند اقتراب الذرات . a _ثابت الشبكة البلورية .

الموجي $\vec{k}$.

1) تأخذ العبارة (4.27) قيما حدية من أجل $\cos k_i a = \pm 1$ ، حيث أن ($i = x, y, z$) :

$$E_{max} = E_a + C + 6A \quad , \quad E_{min} = E_a + C - 6A$$

وبالتالي يكون عرض المنطقة الطاقية في الشبكة المكعبية البسيطة مساويا :

$$E_{max} - E_{min} = 12\,A \qquad (4.28)$$

أي أنه يتعلق بقيمة التكامل التبادلي .

4) تتوسع كل سوية طاقية للذرة المعزولة عندما تدخل في تشكيل البلورة ، لتشغل منطقة طاقية . وبما أن قيمة التكامل التبادلي تعيّن بمقدار تغطية السحب الالكترونية للذرات المتجاورة ، فان قيمة A تزداد بازدياد التغطية في الدوال الموجية للذرات، وبالتالي يزداد عرض المنطقة . وبحكم ذلك فان السويات الذرية العليا تتحول الى مناطق أكثر عرضا ، لازدياد التغطية في الدوال الموجية (الشكل 3_2) .

5) تكون المناطق الطاقية في الحالة العامة مفصولة بمجال طاقي محظور E_g ، يدعى بالمنطقة المحظورة (الشكل3_2) .

6) ينمو عرض المناطق الطاقية بازدياد الطاقة ويتناقص عرض المناطق المحظورة (الشكل 3_2) .

7) يمكن أن تكون السوية E_a في الذرة المعزولة "غير فطرية" ويمكن أن تكون اللافطرية في البلورة جزئية أو ملغاة تماما .وتتوسع في هذه الحالة السوية الذرية وتنقسم الى أكثر من منطقة ،ويوافق عدد هذه المناطق درجة اللافطرية . فعلى سبيل المثال، تكون درجة اللافطرية من أجل الحالة_P مساوية $g = 3$ ، ذلك لأن $g = 2\ell + 1$ ، حيث أن ℓ العدد الموجي المداري الذي يساوي الواحد من أجل الحالة_P . وبالتالي يمكن أن يتشكل من الحالة الذرية P ثلاثة مناطق في البلورة .

8) تتعلق طاقة الالكترون في البلورة بمركبات الشعاع الموجي $\vec{k}$ وتعتبر دالة زوجية للشعاع الموجي $\vec{k}$ ، أي أن $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$.

9) يمكن أن تتغير المسافات بين الذرات في البلورة عندما تتعرض هذه الأخيرة لتأثير الحرارة أو الضغط، ويؤدي ذلك الى تغير مجال التغطية للدوال الموجية ، وبالتالي قيمة التكامل التبادلي. ويحدث ذلك تغييرا في عرض المناطق الطاقية ،وتغييرا في عرض المناطق المحظورة التي تفصلها .

10) لاتطبق طريقة الرابطة الشديدة على الكترونات التكافؤ الخارجية لذرات البلورة ، وذلك لأن التغطية الشديدة بين الدوال الموجية للذرات المتجاورة تجعل عرض المنطقة الطاقية لالكترونات التكافؤ مساوية تقريبا الى المسافة بين السويات الطاقية في الذرات المعزولة أو أكبر منها .

5.2. عدد حالات الالكترونات في المنطقة الطاقية

لكي نحسب عدد الحالات في المنطقة ، ينبغي أن نراعي أثناء حل معادلة شريدنغر للالكترون الشروط الحدودية عند أوجه البلورة . ومهما تكن تلك الشروط فانها لاتؤثر بشكل جوهري على حالات الالكترونات في جوف البلورة . ويعد شرط الدورية لـ بورن - كارمان الاسلوب الأكثر ملاءمة لحل المسألة المطروحة .

ندرس بلورة على شكل متوازي مستطيلات، أبعادها وفق المحاور x ، y ، z تساوي N_x ، N_y ، N_z على الترتيب.ويكون في حالة الشبكة المكعبة ذات الوسيط a :

$$L_x = a N_x \quad , L_y = a N_y \quad , L_z = a N_z \qquad (5.1)$$

حيث أن N_x ، N_y ، N_z عدد الذرات الموجودة على الحروف الموافقة للبلورة .

نشترط أن تملك الدالة الموجية Ψ على الأوجه المتقابلة

لمتوازي المستطيلات نفس القيمة . ولا يضيف هذا المطلب على شكل الدالة الموجية أية تحديدات فيزيائية متعلقة بحدودالبلورة :

$$\psi(x+L_x\,,\,y+L_y\,,\,z+L_z)=\psi(x,y,z) \qquad (5.2)$$

وتعبر المعادلة (5.2) في الواقع عن الشروط الحدودية لـ بورن - كارمان .

نحصل من أجل الدالة الموجية للبلورة (3.24) على :

$$\psi(x+L_x\,,y+L_y\,,z+L_z)=$$
$$=U_k(\vec{r})\,e^{i\vec{k}\vec{r}}\cdot e^{ik_xL_x}\cdot e^{ik_yL_y}\cdot e^{ik_zL_z}=\psi(x,y,z) \qquad (5.3)$$

ولكي يتحقق الشرط (5.2)، لابد أن نقبل في العبارة (5.3) بالمساواة :

$$e^{ik_xL_x}=e^{ik_yL_y}=e^{ik_zL_z}=1 \qquad (5.4)$$

وتتحقق المساواة السابقة اذا كانت أسّ الدالة مساويا الى عدد صحيح مضروب بـ $2\pi i$، أي أن:

$$k_xL_x=2\pi n_1\,,\;k_yL_y=2\pi n_2\,,\;k_zL_z=2\pi n_3 \qquad (5.5)$$

حيث أن n_3 ، n_2 ، n_1 أعداد صحيحة كيفية . ومنه نجد أن:

$$k_x=\frac{2\pi}{L_x}n_1\,,\;k_y=\frac{2\pi}{L_y}n_2\,,\;k_z=\frac{2\pi}{L_z}n_3 \qquad (5.6)$$

حيث أن $n_1=0,\pm1,\pm2\ldots$ و $n_2=0,\pm1\ldots$ و $n_3=0,\pm1\ldots$

وهكذا، "فان مركبات الشعاع الموجي $\vec{k}$ تتغير بشكل متقطع، وتأخذ سلسلة من القيم المنفصلة . وفقا لذلك فان الحالات الكوانتية والطاقية تبدو متقطعة أيضا في المنطقة المسموحة".

يمكن بعد الأخذ في الحسبان قيم الشعاع الموجي $\vec{k}$ (5.6)، أن نكتب الدالة الموجية (4.4) من أجل مسألة أحادية البعد على الشكل :

$$\psi_k=\sum_g e^{ik_xag}\,\psi_g=\sum_g e^{i\frac{2\pi n_1 g}{N_x}}\psi_g \qquad (5.7)$$

حيث أن $R=ag$ ، و g ترتيب الذرة (أي أنه عدد صحيح) و $L_x=aN_x$.

نرى من العبارة (5.6) أن الدالة الموجية من أجل $n_1=\pm N_x$ تغدو ψ_g وتنطبق على الدالة من أجل $n_1=0$ ، وتنطبق الدالة الموجية من أجل $n_1=\pm(N_x+1)$ على الدالة من أجل $n_1=\pm1$ ، وهكذا دواليك. ويعني هذا أن المركبات k_x تحوي N قيمة موافقة لمختلف قيم n_1 . ويمكن لـ n_1 في هذه الحالة أن تأخذ فقط القيم (N_x-1)،.....، 2 ، 1 ، 0 ذلك لأن $E(\vec{k})=E(-\vec{k})$ ، أي أن n_1 تتغير فقط في المجال

$$-\frac{N_x}{2}\leqslant n_1<\frac{N_x}{2} \qquad \text{أو} \qquad 0\leqslant n_1<N_x \qquad (5.8)$$

ينتج عن العلاقات (5.8)،(5.6)و (5.1) أن مركبات الشعاع $\vec{k}$ تقع في المجالات التالية

$$-\frac{\pi}{a}\leqslant k_x<\frac{\pi}{a}\;,\;-\frac{\pi}{a}\leqslant k_y<\frac{\pi}{a}\;,\;-\frac{\pi}{a}\leqslant k_z<\frac{\pi}{a} \qquad (5.9)$$

حيث أن k_x ، k_y ، k_z تأخذ على الترتيب القيم المختلفة

الموافقة لـ N_z ، N_y ، N_x .

وبالتالي يتواجد دائما في المنطقة المسموحة للطاقة في البلورة عدد $N = N_x N_y N_z = \frac{L_x L_y L_z}{a^3}$ من السويات الطاقية المختلفة الموافقة لمختلف قيم k ، ويساوي عدد الخلايا العنصرية في البلورة .

توصف حالة الالكترون في الذرة المعزولة كما هو معروف في الميكانيك الكوانتي - بالعدد الكوانتي الرئيسي n ، والعدد الكوانتي المداري ℓ ، والعدد المغناطيسي m و s_z مسقط السبين على المحور z . وينبغي - وفقا لمبدأ باولي - أن توصف حالة الالكترون في البلورة أيضا بأربعة أعداد كوانتية . وينتج عن العلاقة (5.9) أن ثلاثة من الأعداد الكوانتية تعتبر مركبات الشعاع الموجي k_x ، k_y ، k_z . وينبغي أن يكون s العدد الكوانتي الرابع . ويمكن للمسقط s_z أن يأخذ فقط قيمتين $+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$. وهذا يعني أن عدد الالكترونات الموجودة في السوية (k_x ، k_y ، k_z) لايمكن أن يتجاوز الاثنين. غير أن الفئة (k_x ، k_y ، k_z) تحدد وفقا للمعادلة (4.27) قيمة الطاقة $E(\vec{k})$ للمنطقة المعنية . وبالتالي ،"لايمكن وفقا لمبدأ باولي أن يتواجد على كل سوية طاقية للمنطقة التي يعينها الشعاع الموجي $\vec{k}$ أكثر من الكترونين مختلفين باتجاه سبينيهما". وهكذا يتواجد في المنطقة الطاقية البسيطة الناشئة عن سوية ذرية فطرية N 2 حالة كوانتية ، توافق N سوية طاقية ، ولا يمكن أن يكون في المنطقة أكثر من $2N$ الكترونا . واذا كانت المنطقة لافطرية وتساوي درجة لافطريتها g ، فان عدد الالكترونات التي يمكن أن تستوعبها يغدو مساويا $2gN$ الكترونا . "وينتج عن ذلك أن عدد الحالات الكوانتية في المنطقة يساوي العدد الكلي للأمكنة المتواجدة على مستويات

الذرات المعزولة التي شكلت هذه المنطقة ، أي أن عدد الحالات يبقى محافظا على نفسه عند تشكل البلورة من الذرات".

نقدم تقديرا للمسافة الطاقية الوسطية الفاصلة بين السويات الطاقية المتجاورة في المنطقة المسموحة . نتخذ ($a = 10^{-8} cm$) قيمة لوسيط البلورة ، يكون عندئذ حجم الخلية العنصرية مساويا ($a^3 = 64.10^{-24} cm^3$) . ويكون عدد الخلايا العنصرية في واحدة الحجم للبلورة $V = 1\ cm^3$ مساويا لعدد الحالات في المنطقة

$$N = \frac{V}{a^3} = \frac{1}{64.10^{-24}} \approx 10^{22}$$

فاذا كان عرض المنطقة 1 الكترون فولط ، فان المسافة الوسطية الفاصلة بين سوياتها تكون من رتبة 10^{-22} الكترون فولط ،أي أن المنطقة يمكن اعتبارها شبه متصلة .

6.2. شبه الاندفاع

يمكن تمييز حالة الالكترون الذي يتحرك بحرية في الفضاء، بالطاقة E والاندفاع $\vec{P}$. وتعطى العلاقة بين الطاقة والاندفاع بالصياغة التقليدية على الشكل :

$$E = \frac{P^2}{2m_0} \qquad (6.1)$$

ويكون الالكترون ذو الكتلة m_0 والسرعة v -وفقا للوي دوبري - موافقا لموجة ، يعين طولها بالعلاقة:

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{m_0 v} \qquad (6.2)$$

حيث أن h ثابت بلانك .

بما أن العدد الموجي k (أي عدد الأمواج المتواجدة على طول قدره 2πسم)يساوي

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (6.3)$$

فان اندفاع الالكترون الحر

$$\vec{P} = \hbar \vec{k} \qquad (6.4)$$

وطاقته

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_0} \qquad (6.5)$$

حيث أن $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ هو كوانت التأثير .

يمكن أن ندخل من أجل الالكترون الذي يتحرك في حقل دوري للبلورة المقدار $\vec{P} = \hbar \vec{k}$ المدعو "بشبه الاندفاع". ويكون شبه الاندفاع $\vec{P}$ وفقا لتقطع طيف $\vec{k}$ كوانتيا أيضا. وينبغي أن يتغير شبه الاندفاع في الشبكة المكعبية وفقا للعلاقة (5.9)ضمن المجال

$$-\frac{\pi\hbar}{a} \leq p_i < \frac{\pi\hbar}{a} \quad , \quad i = x \, , y \, , z \qquad (6.6)$$

اذا عوضنا في الصيغة (4.27) قيمة p_i الناتجة عن العلاقة (6.6) في مكان k_i ، فاننا نحصل من أجل طاقة الالكترون في البلورة المكعبية البسيطة على العلاقة :

$$E = E_a + C + 2A\left(\cos\frac{a}{\hbar}p_x + \cos\frac{a}{\hbar}p_y + \cos\frac{a}{\hbar}p_z\right) \qquad (6.7)$$

وينتج عن(6.7) أن طاقة الالكترون في البلورة تعدّ دالة زوجية

لشبه الاندفاع، أي أن

$$E(\vec{P}) = E(-\vec{P}) \qquad (6.8)$$

يمكن أن نفهم الاختلاف بين الاندفاع وشبه الاندفاع، بمقارنة حل معادلة شريدنغر للالكترون الحر الذي يدخل فيه الاندفاع $\vec{P}$:

$$\psi = U e^{i\frac{\vec{P}\vec{r}}{\hbar}}$$

حيث أن U هي قيمة ثابتة . ويعد هذا الحل في جوهره موجة مستوية . ويمثل في الواقع حالة خاصة من حل معادلة شريدنغر في البلورة الذي تمثله موجة بلوخ التي يدخل فيها شبه الاندفاع $\vec{P}$:

$$\psi = U_p(\vec{r}) \cdot e^{i\frac{\vec{P}\vec{r}}{\hbar}} \qquad (6.9)$$

وذلك اذا جعلنا $U_p(\vec{r}) = const \equiv U$. ويلاحظ أن الاندفاع يصف حركة الالكترون الحر عندما تتمتع الجملة بالصمودية بالنسبة للازاحة بأي شعاع كان(جميع نقاط الفضاء متكافئة). بينما يُميِّز شبه الاندفاع الحركة في حقل قوى دوري، وتكون الجملة صامدة من أجل الازاحة وفق أشعة الشبكة البلورية فقط (النقاط المتكافئة فيزيائيا في البلورة هي تلك النقاط التي تبعد عن بعضها البعض بالأشعة $\vec{a}_n = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3$). وهكذا فان الاختلاف في الازاحات المسموح بها يؤدي الى أن الاندفاع وشبه الاندفاع يمثلان في الواقع مقدارين فيزيائيين مختلفين.

7.2. منطقة بريليون

رأينا في الفقرة 5.2 أن المنطقة الطاقية في البلورة تحوي على N سوية طاقية ، وتوافق هذه السويات قيم مركبات الشعاع

الموجي $\vec{k}$:

$$k_i = \frac{2\pi}{L_i} n_j \qquad (7.1)$$

وقيم مركبات شبه الاندفاع

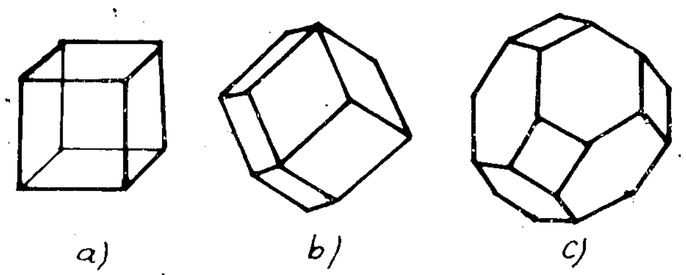
$$p_i = \frac{2\pi\hbar}{L_i} n_j \qquad (7.2)$$

حيث أن $i = x, y, z$ ، $j = 1,2,3$.

يكون كافيا في حالة البلورة ذات الشبكة المكعبية البسيطة، أن ندرس تغيرات مركبات k_i و p_i في الحدود التالية وذلك وفقا للعلاقتين(5.9) و(6.6):

$$-\frac{\pi}{a} \leqslant k_i < \frac{\pi}{a}$$
$$-\frac{\pi\hbar}{a} \leqslant p_i < \frac{\pi\hbar}{a} \qquad (7.3)$$

وتوافق هذه القيم لشبه الاندفاع في جملة احداثيات (p_x ، p_y ، p_z) مجالا ما منشأ حول مبدأ الاحداثيات ،ويحتوي هذا المجال على



الشكل 4-2المنطقة الأولي لبريليون من أجل بلورة ذات شبكة مكعبية بسيطة (a)، وشبكة مكعبية مركزية الحجم (b)، وشبكة مكعبية مركزية الوجوه (c).

مختلف الحالات الممكنة .

تمثل المنطقة الأولى لبريليون في حالة البلورة ذات الشبكة

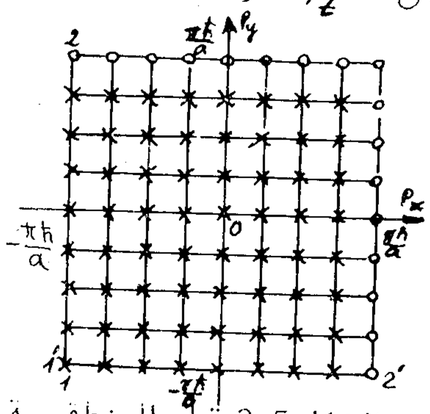
المكعبية البسيطة بمكعب (الشكل a-4-2) حجمه :

$$V_B^{(P)} = \left(\frac{2\pi\hbar}{a}\right)^3 = \frac{\hbar^3}{a^3} \qquad (7.4)$$

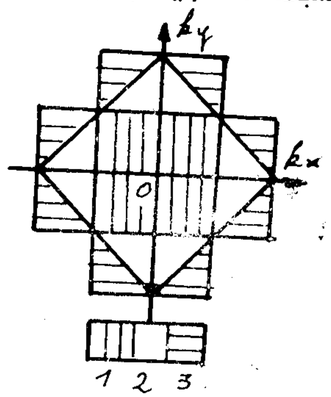
وتعتبر المنطقة الأولى لبريليون لبلورة ذات شبكة مكعبية بسيطة في الفضاء $\vec{k}$ مكعبا أيضا، يعطى حجمه بالعلاقة :

$$V_B^{(k)} = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3 = \frac{8\pi^3}{a^3} \qquad (7.5)$$

ويعرض الشكل 5-2 تخطيطيا، مقطعا لمنطقة بريليون الأولى في حالة شبكة مكعبية بسيطة، حيث أن $p_z = 0$. وتدل اشارات



الشكل 5-2مقطع المنطقة الأولى لبريليون في حالة بلورة ذات شبكة مكعبية بسيطة ومستوي $p_z = 0$.



الشكل 6-2المناطق الثلاث الأولى لبريليون في حالة شبكة مستوية مربعة .

الضرب على النقاط الموافقة لمختلف حالات الالكترونات. ويدل مركز منطقة بريليون (مبدأ الاحداثيات) على الحالة $n_1 = n_2 = n_3 = 0$ أي أن $p = 0$. وتساوي المسافة بين النقاط المتجاورة في منطقة بريليون ،وفقا للعلاقة (7.2)، القيمة $2\pi\hbar/L = \hbar/L$. وترمز

المواقع الممثلة بدوائر على الرسم -كما تبين المساواة (5.7)- الى الحالات المتكافئة فيزيائيا والموافقة للحالات على الأحرف المتقابلة لمنطقة بريليون. فمثلا، النقاط 1، 2 و1'، 2' ترمز الى حالات متكافئة مالكة لنفس الدالة الموجية، وتملك الالكترونات الموجودة في هذه الحالات نفس الطاقة .

يمكن تقسيم المنطقة الأولى لبريليون الى خلايا مكعبية عنصرية ، يعطى حجم كل منها بالعلاقة

$$\Delta V_B^{(P)} = \left(\frac{2\pi\hbar}{L}\right)^3 = \frac{\hbar^3}{a^3 N} = \frac{\hbar^3}{V} \qquad (7.6)$$

و

$$\Delta V_B^{(k)} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 = \frac{8\pi^3}{a^3 N} = \frac{8\pi^3}{V}$$

حيث أن $V = L^3 = a^3 N_x N_y N_z = a^3 N$ حجم البلورة، و $N = N_x N_y N_z$ العدد الكلي للخلايا العنصرية في البلورة .

بما أن حجم منطقة بريليون الأولى للبلورة ذات الشبكة المكعبية البسيطة يساوي $\left(\frac{\hbar}{a}\right)^3$، وحجم الخلية العنصرية $\frac{\hbar^3}{a^3 N}$ فان عدد الخلايا العنصرية فيها يساوي N ، أي أنه يساوي كمية السويات الطاقية في المنطقة . غير أن عدد الالكترونات التي يمكن أن تتواجد في المنطقة الطاقية يساوي $2N$، وبالتالي يمكن أن تحوي منطقة بريليون الأولى على $2N$ الكترونا، وأن يوجد في كل خلية عنصرية منها الكترونان متعاكسان باتجاه سبنيهما .

تملك المنطقتان الثانية والثالثة لبريليون الموافقتان للمنطقتين الطاقيتين الموالیتین هيكلا أكثر تعقيدا، غير أن حجميهما يبقيان ثابتين. وتحوي كل منهما أيضا على N خلية

عنصرية ،ويمكن أن تقايس كل خلية منها بخلية من المنطقة الأولى معبرة بذلك عن حالة مكافئة . وكمثال على ذلك يعرض الشكل 6-2 في الفضاء $\vec{k}$ المناطق الثلاث الأولى لبريليون في حالة شبكة مستوية مربعة . ويعرض الشكل 4-2 المنطقة الأولى لبريليون في حالة شبكة مكعبية بسيطة (a)، وشبكة مكعبة مركزية الحجم (b) وشبكة مكعبية مركزية الوجوه (c).

8.2. الامتلاء الممكن للحالات الالكترونية في منطقة التكافؤ

ندرس بعض الأمثلة على امكانية امتلاء الحالات الكوانتية في منطقة التكافؤ بالالكترونات.

1) المنطقة ممتلئة جزئيا بالالكترونات

يحدث في هذه الحالة عند تسليط حقل كهربائي خارجي أن تنتقل الالكترونات الى السويات الطاقية الشاغرة المجاورة .ويوفر وجود هذه الحالات الشاغرة (غير مشغولة بالالكترونات) في المنطقة امكانية الحركة للالكترونات ضمنها تحت تأثير الحقل الخارجي، مما يسمح بسريان التيار الكهربائي. وهكذا، لكي يجري تيار كهربائي في المادة الصلبة ينبغي أن توجد حالات شاغرة في منطقة التكافؤ.

وتعد المعادن القلوية أحادية التكافؤ (Cs، Rb، K، Na، Li) والمعادن الثمينة (Au، Ag، Cu) أمثلة نموذجية على المواد التي تملك ناقلية كهربائية جيدة .يقع الكترون التكافؤ للعناصر القلوية في الحالة ns ، وتشغل بقية الالكترونات الحالات الأخرى التي تكون ممتلئة بشكل كامل. لندرس على سبيل المثال الصوديوم الذي تملك ذرته 11 الكترونا موزعة كالتالي: $Na^{(11)}\ (1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1)$.

عندما تتشكل البلورة تتوسع سويات ذرات الصوديوم لتصبح مناطق، وتكون المناطق المتشكلة من السويات 1s، 2s، 2P ممتلئة تماما بالالكترونات، ذلك لأن حالاتهم 2N، 2N، 6N تحوي 2N و2N و6N الكترونا على الترتيب. وتحوي منطقة الكترونات التكافؤ المتشكلة من السوية 3s على 2N حالة، وتحوي هذه الحالات على عدد N من الالكترونات التي تشغل نصف المنطقة الطاقية.

2) جميع الحالات الالكترونية الممكنة الموجودة في منطقة التكافؤ ممتلئة بالالكترونات، غير أن هذه المنطقة متداخلة جزئيا مع منطقة شاغرة غير مشغولة بالالكترونات.

تستطيع الكترونات منطقة التكافؤ في هذه الحالة أن تنتقل الى السويات الطاقية للمنطقة الشاغرة، وتعمل على نقل التيار الكهربائي. ويتحقق هذا الوضع في عناصر العمود الثاني للجدول الدوري، حيث تحوي عناصر هذا العمود على الكترون تكافؤ يقعان في الحالة ns. فعلى سبيل المثال، يكون توزع الالكترونات في ذرة المغنيزيوم على الشكل ($Mg\ 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$)، وتتداخل المنطقتان 3s و3p جزئيا، وتشغل نتيجة لذلك الكترونات السويات العلوية للمنطقة 3s السويات السفلية للمنطقة 3p.

3) عدد الحالات الممكنة في منطقة التكافؤ يساوي كمية الكترونات التكافؤ للذرات المشكلة للبلورة:

تكون في هذه الوضعية جميع الحالات الالكترونية في المنطقة ممتلئة، حيث يوجد في كل سوية من سويات المنطقة الكترونان متعاكسان باتجاه سبنيهما. وبالتالي، فان الحقل الكهربائي الخارجي لايمكنه أن يحدث حركة موجهة للالكترونات ككل، مادامت

هذه الالكترونات يمكنها أن تتبادل المواضع فقط في المنطقة الممتلئة. وهكذا، فان مثل هذه البلورات لايمكنها أن تنقل التيار الكهربائي، وتعدّ عوازلا.

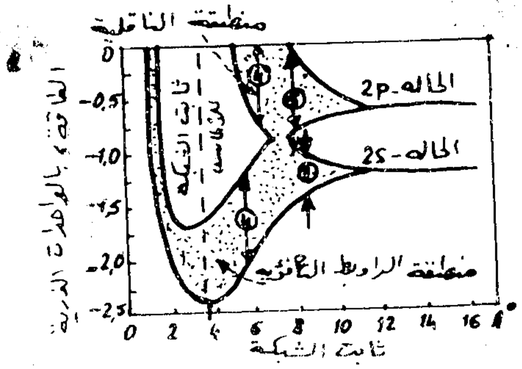
وندرس على سبيل المثال الطيف الطاقي لبلورة ملح الطعام ($NaCl$). ينتقل عند تشكل بلورة $NaCl$ الكترون التكافؤ للصوديوم الى ذرة الكلور. وتنشأ بالنتيجة شاردة سالبة للكلور وشاردة موجبة للصوديوم.

$$Na^+(1s^2\ 2s^2\ 2p^6)$$
$$Cl^-(\quad 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ )$$

تملك الحالة 3p في شاردة الكلور 6 الكترونات، ويوافق هذا الوضع الحالة الطاقية الأكثر استقرارا، أي أن جميع الحالات الالكترونية ممتلئة، ويوجد في كل سوية طاقية زوج من الالكترونات المتعاكس باتجاه السبين. وتنشأ عن ذلك في البلورة منطقة، تكون فيها جميع الحالات المساوية 6N ممتلئة بالالكترونات وتمثل منطقة التكافؤ. أما في شاردة الصوديوم، فان الحالة 3S لاتحوي أية الكترونات، وبالتالي تنشأ عن هذه السوية عند تشكيل البلورة منطقة حاوية على 2N حالة الكترونية شاغرة، وتمثل هذه منطقة الناقلية.

ندرس فيما يلي الطيف الطاقي للبلورات المتشكلة من عناصر العمود الرابع في الجدول الدوري التي تملك شبكة بلورية من النمط الألماسي. يدخل في العمود المذكور الفحم (الالماس) والسيليكون والجرمانيوم والقصدير الأشهب. ويكون التركيب الالكتروني لهذه العناصر في الحالة الصلبة مرتبا بشكل تساهم فيه الكترونات التكافؤ الأربعة لكل ذرة في تشكيل الروابط المشتركة. وتتشكل أثناء ذلك مناطق متداخلة من الحالات ns و np، ويحصل

تكوين لمنطقة مشتركة تحوي على $8N$ من الحالات (الشكل 7_2). وبتصغير المسافات الفاصلة بين الذرات، تنقسم تلك المنطقة الى منطقتين، تحوي كل منهما على $4N$ حالة كوانتية. وتحوي



الشكل 7_2 تشكل المناطق الطاقية من المستويات الذرية في الألماس.

المنطقة الدنيا على $4N$ من الحالات الممتلئة بالالكترونات، وتدعى منطقة التكافؤ. وتحوي المنطقة العليا على $4N$ من الحالات الالكترونية الشاغرة، وتدعى منطقة الناقلية.

9.2 تابعية طاقة الالكترون للشعاع الموجي بجوار أرضية وسقف المنطقة الطاقية.

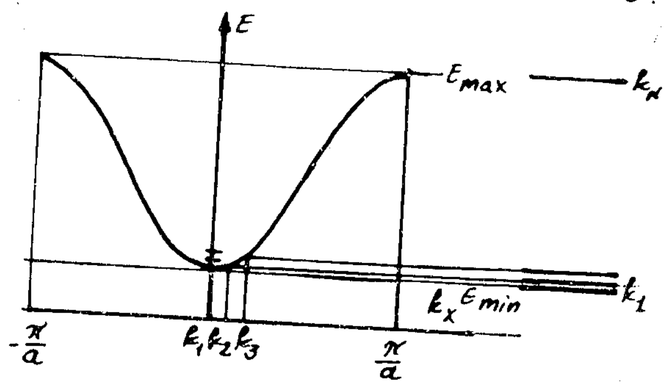
تُحَدَّد طاقة الالكترون في الشبكة المكعبية البسيطة (انظر العلاقة 4.27) بقيمة واشارة التكامل التبادلي، وتتعلق اشارة التكامل المذكور- A بدورها بدرجة التغطية (التداخل) للدوال الموجية الذرية الموافقة للحالات وباشارة طاقة الاثارة $W(\vec{r})$، كما يتضح ذلك من المساواة (4.15). وتأخذ طاقة الاثارة $W(\vec{r})$، وفقا للرسم 1_2 دائما اشارة سالبة. وبالتالي تكون $A<0$ من أجل الحالة- s المالكة لسحابة الكترونية كروية. واذا أخذنا

بالحسبان اشارة التكامل التبادلي، فان طاقة الالكترون في المنطقة المتشكلة من الحالات- s، تكون مساوية:

$$E = E' - 2|A|(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (9.1)$$

حيث أن $E' = E_a + C$.

يعرض الشكل 8_2 تابعية E لقيم المركبة k_x للشعاع الموجي في حدود منطقة بريليون الأولى. ويكون تقعر المنحني $E(\vec{k})$ من أجل الحالة- s متجها نحو الأعلى، وتعمم هذه الحالة



الشكل 8_2 التابعية $E(k_x)$ من أجل المنطقة المتشكلة من s.

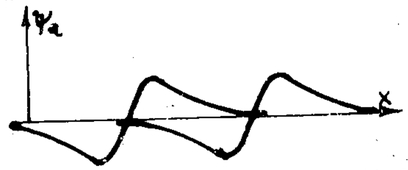
على المركبتين k_y و k_z للشعاع الموجي. وتعين النقطة $k_1 = 0$ على الرسم 8_2 الحالة ذات الطاقة الصغرى. أما سويات الطاقة المسموحة فتوافق القيم $k = \frac{2\pi n}{L_x}$. وتمثل النقطة $k_N = \frac{2\pi}{L_x}(N-1)$ الحالة ذات الطاقة العظمى.

ان الدوال الموجية الذرية التي تملك في الحالة- p الشكل:

$$\frac{x}{r} f(r) \quad , \quad (9.2)$$

تغطي جزئيا بالدوال ψ_a للذرات ذات الاحداثيات المختلفة،

وتملك في الأساس، كما هو مبين على الشكل 9_2، اشارات متعاكسة. وكما يلاحظ من الشكل 9_2، فان جداء الأجزاء المتداخلة من الدالتين والمالكة لنفس الاشارة صغيرة، وبالتالي يمكن اعتبار

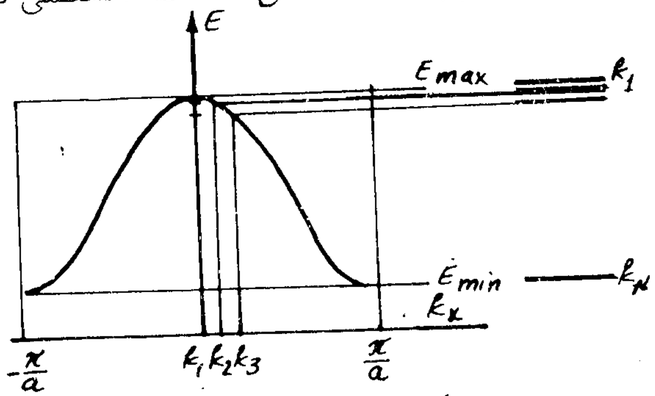


الشكل 9_2 الدوال الموجية للحالة- P الموصوفة في المعادلة (9_2)

$A > 0$، وهكذا نحصل في مكان (9.1) على العلاقة:

$$E = E'' + 2|A|\,(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \qquad (9.3)$$

يعرض الشكل 10_2 تابعية الطاقة لـ k_x من أجل المنطقة المتشكلة من الحالة - P . ويلاحظ هنا أن الطاقة العظمى توافق



الشكل 10_2 التابعية $E(k_x)$ من أجل المنطقة المتشكلة من P .

$k_1 = 0$ ، والطاقة الصغرى توافق $k_N = \frac{2\pi}{L_x}(N-1)$.

تكون التابعية $E(k)$ من أجل المنطقة المتشكلة من الحالة- d مماثلة للتابعية من أجل المنطقة المتشكلة من الحالة- s ،

ويماثل شكل المنحني $E(k)$ في هذه الحالة المنحني 8_2.

ندرس بالتفصيل العبارة (4.27)، وذلك من أجل الالكترونات المتحركة في حقل كموني لشبكة مكعبية بسيطة. اذا اخترنا مبدأ قياس الطاقة بحيث يكون $E_a + C = 0$ ، فان طاقة الالكترونات في المنطقة المتشكلة من الحالة- s، تكتب على الشكل:

$$E = -2A\,(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \qquad (9.4)$$

حيث أن $A > 0$.

نرمز بـ

$$E_{min} = -6A = E_d \qquad (9.5)$$

$$E_{max} = +6A = E_b \qquad (9.6)$$

ونقوم بتحليل المساواة (9.4) حول النقطة $k = 0$ ، أي الى جوار مركز منطقة بريليون الأولى. ننشر الدالة $E(k)$ في سلسلة قوى، ونقتصر على الحدود الأولى آخذين بالحسبان أن $k_i a \ll 1$:

$$E = -2A\left\{\left[1 - \frac{(k_x a)^2}{2}\right] + \left[1 - \frac{(k_y a)^2}{2}\right] + \left[1 - \frac{(k_z a)^2}{2}\right]\right\} =$$

$$= -6A + Aa^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = -6A + Aa^2k^2 \qquad (9.7)$$

وهكذا يتبين أن طاقة الالكترون الى جوار أرضية المنطقة الطاقية لاتتعلق باتجاه الشعاع الموجي $\vec{k}$ ، وإنما تتناسب طردا مع k^2 .

نكتب الطاقة E للالكترون في البلورة مستخدمين العبارتين (9.5) و(9.7)، بشكل مماثل لطاقة الالكترون الحر الواردة في العبارة (6.5):

$$E = E_d + \frac{\hbar^2}{2 m_n^*(d)} \qquad (9.8)$$

حيث أن

$$m_n^*(d) = \frac{\hbar^2}{2Aa^2} \qquad (9.9)$$

ترمز الى الكتلة الفعالة للالكترون الى جوار أرضية المنطقة الطاقية .

ندرس الآن الصيغة (9.4) للحالات المجاورة لسقف المنطقة الطاقية ندخل من أجل ذلك الشعاع $\vec{k}'$ ذا المركبات $k_i' = \frac{\pi}{a} - k_i$. عندئذ يكون $k_i' a \ll 1$ الى جوار سقف المنطقة، ويصبح منشور العبارة (9.4) في سلسلة بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقة (9.6) على الشكل:

$$E = -2A\left[\cos(\pi - k_x' a) + \cos(\pi - k_y' a) + \cos(\pi - k_z' a)\right] =$$

$$= 2A\left\{\left[1 - \frac{(k_x' a)^2}{2}\right] + \left[1 - \frac{(k_y' a)^2}{2}\right] + \left[1 - \frac{(k_z' a)^2}{2}\right]\right\} =$$

$$= 6A - Aa^2 (k')^2 = E_b + \frac{\hbar^2}{2 m_n^*(b)} (k')^2 \qquad (9.10)$$

وهكذا تكون طاقة الالكترون الى جوار سقف المنطقة متناسبة أيضا مع $(k')^2$، ولا تتعلق باتجاه $\vec{k}'$ ، غير أن الكتلة الفعالة تأخذ في هذه الحالة اشارة سالبة :

$$m_n^*(b) = -\frac{\hbar^2}{2Aa^2} \qquad (9.11)$$

وبما أن الكتلة بجوهرها لايمكن أن تكون سالبة ، لذلك يدخل الى جوار سقف المنطقة مفهوم الثقب الذي يعتبر جسيمة حاملة لشحنة موجبة تساوي بقيمتها المطلقة شحنة الالكترون ذات كتلة فعالة موجبة :

$$m_p^*(b) = -m_n^*(b) = \frac{\hbar^2}{2Aa^2} \qquad (9.12)$$

وهكذا نلاحظ أن الكتلة الفعالة للثقب الى جوار سقف المنطقة تتطابق بقيمتها مع الكتلة الفعالة للالكترون الى جوار قاع تلك المنطقة ، وتتناسب عكسا مع قيمة التكامل التبادلي. وبما أن قيمة التكامل التبادلي تحدد وفقا للعلاقة (4.28) عرض المنطقة الطاقية ، فان الكتلة الفعالة تتناسب عكسا مع عرض هذه المنطقة . وهذا يعني أنه كلما كانت المنطقة أعلى كلما كان عرضها أكبر ، وبالتالي تكون الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة فيها أصغر.

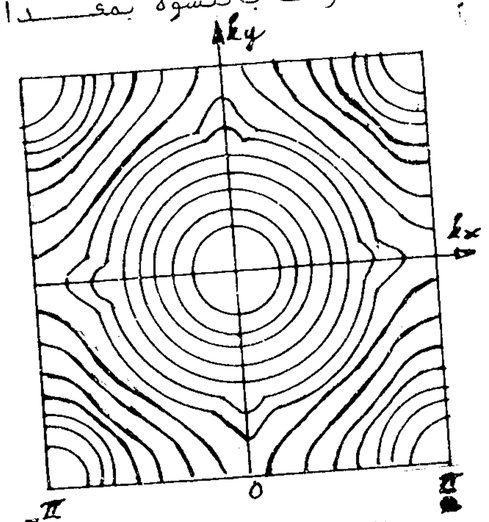
يعرض الشكل 2_11 التابعية $E(k)$ من أجل ثلاث مناطق متجاورة ومشكلة من الحالات s و p و d لذرات شبكة أحادية البعد، وذلك في مجال تغير k من $-\frac{\pi}{a}$ الى $+\frac{\pi}{a}$. تحوي كل منطقة مسموحة على N سوية طاقية ، مفصولة عن بعضها بمسافة طاقية وسطية من رتبة 10^{-22} الكترون فولت. وتأخذ طاقة الالكترون في النقاط $k = 0$ و $k = \pm\frac{\pi}{a}$ قيما صغرى وعظمى بالتناوب .

تحدد المعادلتان

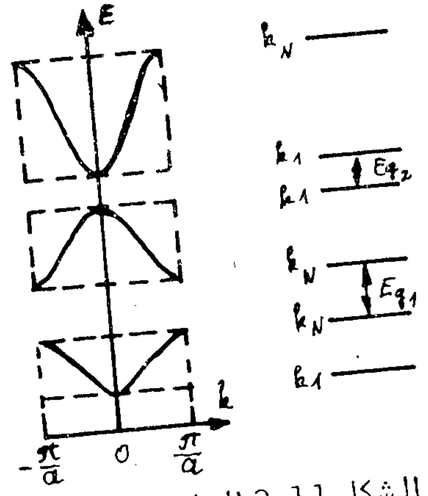
$$E(P) = const \quad \text{أو} \quad E(k) = const \qquad (9.13)$$

في الفضائين k_x ، k_y ، k_z أو P_x ، P_y ، P_z سطوح الطاقة الثابتة أو السطوح متساوية الطاقة . ويلاحظ أن طاقة الالكترون

الى جوار قاع وسقف المنطقة لاتتعلق وفقا للعبارتين(9.7)((10.9) ، باتجاه الشعاع $\vec{k}$. وتكون السطوح متساوية الطاقة بالقرب من مركز منطقة بريليون (من أجل $\vec{k} = 0$) والى جوار النقـــاط $k = \pm \frac{\pi}{a}$ على شكل كرات. وتبدأ تلك الكرات بالتشوه بمقـــدار



الشكل 12_2 الخطـــوط متساوية الطاقة لشبكـــة مستوية مربعة.



الشكل 11_2 التابعية $E(k)$ من أجل ثلاثة مناطق متجاورة متشكلة من الحالات s و p و d لذرات شبكة أحادية البعد.

الابتعاد عن تلك النقاط.

يعرض الشكل 12_2 هيئة السطوح متساوية الطاقة (المنحنيات) من أجل شبكة مستوية مربعة. ويلاحظ أن منحنيات الطاقة المتساوية تكون دائرية في المركز وبالقرب من زوايا المربع، وتبدأ بالانحـراف عن دائريتها بمقدار الابتعاد عن هذه النقاط.

10.2 .حركة الالكترونات في البلورة عند تسليط حقل كهربائي خارجي

لقد وجدنا أثناء دراسة الحركة للالكترون في الحقل الـــدوري

للبلورة، أن الطيف الطاقي للالكترونات يملك شكل المناطق شبـه المتصلة، المفصولة عن بعضها بمسافات طاقية محظورة (انظـــر الشكل 3_2).

نضع البلورة في حقل كهربائي خارجي ثابت موجه وفق المحور x ($\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_x = const$). يخضع في هذه الحالة الالكترون الواقـع في الحقل الدوري للبلورة الى تأثير قوة خارجية $\vec{F}$. وســـوف نعتبر أن $\vec{F}$ صغيرة بشكل كاف، بحيث لاتستطيع ارغام الالكتـرون على الانتقال بين المناطق الطاقية، أي أن

$$F \cdot a << E_g \qquad (10.1)$$

حيث أن a ثابت الشبكة ، و E_g عرض المنطقة المحظورة الموافقة.

تُعَيِّن الطاقة الكامنة للالكترون الواقع في حقل كهربائـــي خارجي شدته $\mathcal{E}$ بالاحداثي x للالكترون، أي أن

$$U(\vec{r}) = -e\mathcal{E}x \qquad (10.2)$$

وتأخذ معادلة شريدنغر في هذه الحالة الشكل التالي:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + [V(\vec{r}) + U(\vec{r})]\right\}\psi = E'\psi \qquad (10.3)$$

ونقبل لتبسيط مسألة تعيين القيم الذاتية للطاقة من المعادلـــة (10.3)، بأن كمون الحقل الخارجي U يتغير تغيرا طفيفا فـــي مجال تغير r المساوي لثابت الشبكة، بحيث نستطيع اعتبار U ثابتا في مجال كل ذرة. تأخذ عندئذ معادلة شريدنغر شكلا مشابها للحالة المستقرة:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(\vec{r})\right]\psi = (E' - U)\psi = E\psi \qquad (10.4)$$

حيث أن E طاقة الالكترون عندما ينعدم الحقل الخارجي.

ينتج عن ذلك، أن طاقة الالكترون في البلورة أثناء وجود الحقل الكهربائي الخارجي تساوي:

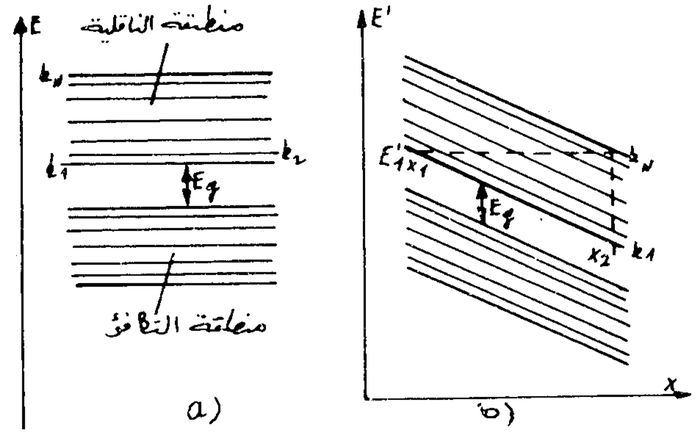
$$E' = E + U(\vec{r}) \qquad (10.5)$$

ونستطيع عندئذ أن نكتب في مكان(4.27)، بعد الأخذ بالحسبان (10.2)، التالي

$$E' = E_a + C + \qquad (10.6)$$

$$+ 2A(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) - e\mathcal{E}x$$

ينتج عن العبارة (10.6) امكانية الحصول على منحني تابعية مواضع المناطق الطاقية للاحداثيات، اذا اعطيت جميع القيم الممكنة للطاقة E' (الشكل b-13-2). ويمكن أن نؤول هذا المنحني



الشكل13-2 ميل المناطق الطاقية في الحقل الكهربائي الخارجي.

كميل للمناطق تحت تأثير الحقل الخارجي.

ويمكن التأكد من محافظة المنطقة الطاقية على عرضها الثابت من أجل أية قيمة لـ x . وفي الواقع، يمكن أن نكتب من أجل السويتين العلوية والسفلية للمنطقة :

$$E'_{max} = E_{max} - e\mathcal{E}x = E_a + C + 6A - e\mathcal{E}x$$

$$E'_{min} = E_{min} - e\mathcal{E}x = E_a + C - 6A - e\mathcal{E}x \qquad (10.7)$$

ويلاحظ أن الفرق $E'_{max} - E'_{min} = 12A$ ، لايتعلق بقيمة x ، ويساوي عرض المنطقة من أجل الحالة المستقرة.

يقع الالكترون في حالة غياب الحقل الكهربائي الخارجي على واحدة من سويات المنطقة الطاقية، ويملك قيمة محددة لشبه الشعاع الموجي $\vec{k}$ ، لتكن $\vec{k}_2$ (الشكل a-13-2)مثلا. ويعني هذا أن الالكترون في الحالة المستقرة ينتقل على طول البلورة الى أية مسافة، ويبقى مالكا قيمتين ثابتتين لشبه الاندفاع وللشعاع الموجي.

يمكن النظر الى الطاقة الكلية للالكترون المتحرك في البلورة تحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي على أنها ثابتة موضعيا، أي أن

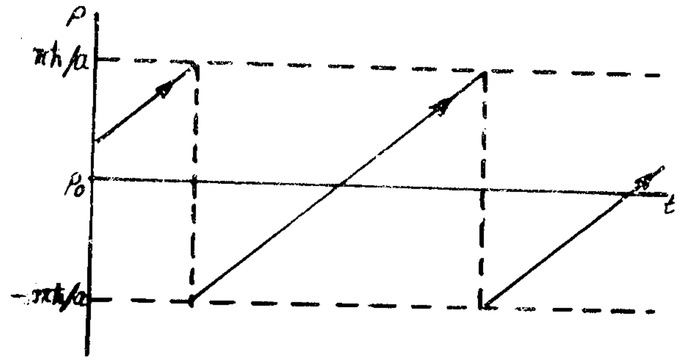
$$E' = E(\vec{k}) + U = const \qquad (10.8)$$

غير أن نسبة مساهمة كل من الطاقتين الكامنة والحركية في الطاقة الكلية تتغير.

تمثل قيمة الطاقة الكلية على الشكل b-13-2 بمستقيم متقطع مواز لمحور الفواصل. وينتقل الالكترون في هذه الحالة أثناء حركته في البلورة من سوية طاقية الى سوية أخرى في المنطقة، ويتغير نتيجة لذلك شبه شعاعه الموجي من $\vec{k}_N$ الى $\vec{k}_1$ ، ويتغير أيضا شبه اندفاعه من $\vec{P}_N$ الى $\vec{P}_1$. وتتغير أثناء ذلك الطاقة $E(\vec{k})$ للالكترون من E_{min} الى E_{max}. ويُفسّر ماتقدم استنادا الى تحقيق الشرط(10.1) الذي يسمح للالكترون بامكانية الحركة ضمن حدود المنطقة الواحدة. فعندما يصل الالكترون الى حدود منطقة

بريليون يهبط الى النقطة المقابلة على الحد المقابل كما هو الحال في حركة الهزاز .يضاف الى ذلك أن $\vec{p}$ يتغير بشكل دوري حيث يأخذ نفس القيمة بعد اضافة $\frac{2\pi\hbar}{a}$ (الشكل14_2).

وهكذا فان الالكترون والحالة هذه، لايتحرك في البلورة ككل،



الشكل 14_2 الحركة الدورية لحامل الشحنة ضمن منطقة بريليون تحت تأثير حقل كهربائي خارجي (حالة أحادية البعد). ترمز الخطوط المتصلة المزودة بأسهم الى مسار حامل الشحنة في فضاء شبه الاندفاع.

وانما يتحرك فقط في الحدود من x_1 الى x_2 ، أي في المجال $\Delta x = x_2 - x_1$ (انظر الشكل b - 13_2):

$$\Delta x = \frac{E_{max} - E_{min}}{e\mathcal{E}} = \frac{12A}{e\mathcal{E}} \qquad (10.9)$$

نستخلص مما تقدم :"أن المنطقة الطاقية للبلورة المثالية الموضوعة في حقل كهربائي خارجي متجانس، تعاني ميلا (انحرافا). وترتفع أثناء ذلك السويات الطاقية اذا كان $U > 0$، وتنخفض اذا كان $U < 0$. ويحدث في هذه الحالة اعادة توزيع للالكترونات. ذلك لأنها تتحرك في مجال ما ΔX ، يتناسب عرضه عكسا مع قيمة شدة الحقل الخارجي. وأثناء حركة الالكترون في هذا المجال

من المنطقة الطاقية، ينتقل ذلك الالكترون من سوية الى سوية طاقية أخرى، ويحصل تغيير للشعاع الموجي ولشبه الاندفاع وبالتالي تنشأ تابعية هذين المقدارين للزمن، أي أن "

$$\vec{k} = \vec{k}(t) \quad , \quad \vec{p} = \vec{p}(t) \qquad (10.10)$$

نستنتج قانون تغير شبه الاندفاع وشبه الشعاع الموجي للالكترون بدلالة الزمن، أي القانون الذي يصف حركة الالكترون في البلورة أثناء تسليط الحقل الكهربائي الخارجي.

يمكن وصف حركة الالكترون الحر الذي يملك الشعاع الموجي $\vec{k}$ ، كما هو معروف من الميكانيك الكوانتي، بمساعدة حزمة موجية، تعتبر تركيبا لأمواج مستوية تتغير قيمة شعاعها $\vec{k}$ بشكل متصل ضمن المجال $2\Delta k$ (من $\vec{k} - \Delta\vec{k}$ الى $\vec{k} + \Delta\vec{k}$).

تملك الدالة الموجية للحزمة الموجية في الحالة أحادية البعد الشكل التالي:

$$\psi(x,t) = \int_{k-\Delta k}^{k+\Delta k} a(k) \cdot e^{i(kx - \omega t)} \, dk \qquad (10.11)$$

حيث أن ω التواتر الزاوي .

تميز حركة الحزمة الموجية بسرعة المجموعة $v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$ التي تساوي سرعة انتقال أية نقطة من نقاط الحزمة، مثلا نهايتها العظمى. ويمكن ايجاد احداثي هذه النقطة (النهاية) من الشرط $\bar{x} - \frac{d\omega}{dk} t = 0$. ومنه ينتج أن

$$v = \frac{\bar{x}}{t} = \frac{d\omega}{dk} = v_{gr} \qquad (10.12)$$

أي أن "السرعة الوسطية لحركة الالكترون الحر v تساوي سرعة المجموعة للحزمة الموجية".

$$v = v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} \qquad (10.13)$$

اذا استعملنا علاقة الطاقة $E = \hbar\omega$ ، فان السرعة الوسطية للالكترون الحر، تعين بعبارة من الشكل:

$$v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk} = \frac{dE}{dP} \qquad (10.14)$$

حيث أن $\vec{P} = \hbar\vec{k}$ الاندفاع.

توصف حركة الالكترون في البلورة بالدالة الموجية (3.24)، التي تعين بطاقم من الدوال الموجية الذرية المالكة لقيم مختلفة لـ k. وبما أن $k = \frac{2\pi n}{aN}$ حيث أن $n = 0,1,\ldots,(N-1)$ و $aN \approx 10^{14}$ و $N \approx 10^{22} cm^{-3}$ و $a \approx 10^{-8} cm$، فان الدالة الموجية ψ يمكن النظر اليها كجملة من الأمواج المستوية التي تتغير فيها k بشكل متصل (مستمر) تقريبا. وبحكم ذلك يمكن أن توصف حركة الالكترون في البلورة بحزمة موجية مؤلفة من الدوال البلوخية. وبالتالي فان العبارة (10.14) تصبح صحيحة أيضا من أجل السرعة الوسطية لحركة الالكترون في البلورة:

$$\langle v \rangle = v = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk} = \frac{dE}{dP} \qquad (10.15)$$

أو في الحالة ثلاثية البعد:

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar}\overrightarrow{grad}_k E(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{d\vec{k}} = \frac{dE}{d\vec{P}} \qquad (10.16)$$

حيث أن $\vec{P} = \hbar\vec{k}$ شبه الاندفاع.

" وهكذا، فان السرعة الوسطية للالكترون في البلورة، تحدد بمشتق الطاقة بالنسبة لشبه الاندفاع".

وتكون في حالة انعدام الحقل الكهربائي الخارجي، السرعة الوسطية للالكترون في البلورة ضمن مجال المنطقة الطاقية ككل معدومة (تحقق من صحة ذلك).

ندرس فيما يلي الحالة التي يخضع فيها الالكترون في البلورة لتأثير قوة خارجية $\vec{F}$. لنفرض أن طاقة الالكترون $E(\vec{k})$ في المنطقة التي يتحرك فيها وسرعته هي $\vec{v}$ يكون عندئذ في حالة الحركة أحادية البعد، وفقا لقانون انحفاظ الطاقة:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F}.\vec{v} \qquad (10.17)$$

أي أن سرعة تغير طاقة الجسيمة تساوي العمل الذي تنجزه القوة الخارجية في واحدة الزمن.

وبما أن

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dP}\cdot\frac{dP}{dt} \qquad (10.18)$$

نستنتج بمقارنة (10.17) و(10.18) و الأخذ بعين الاعتبار أن (10.15)

$$\frac{dP}{dt} = F \qquad \text{أو} \qquad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \qquad (10.19)$$

وتطابق هذه الصيغة شكليا معادلة الحركة لنيوتن: سرعة تغير شبه الاندفاع بدلالة الزمن تساوي القوة المطبقة. وبالتالي فان شبه الاندفاع للالكترون في حقل البلورة الدوري $V(\vec{r})$ يقوم في معادلة الحركة (10.19) بدور الاندفاع للالكترون الحر.

لنفرض أن القوة الخارجية $\vec{F}$ لاتتعلق بالزمن ، توصف عندئذ حركة الالكترون في الفضاء $\vec{P}$ (الاندفاع) بالمعادلة :

$$\vec{P}(t) = \vec{P}_0 + \vec{F}\cdot t \qquad (10.20)$$

ويصبح مسار الحركة خطا مستقيما، يعين اتجاهه باتجاه القوة $\vec{F}$. غير أن الالكترون المتحرك في الفضاء $\vec{P}$ (أو الفضاء $\vec{k}$) ينتقل من سطح سوية طاقة الى سطح آخر (انظر الشكل12_2). وبالتالي "فان القوة الخارجية لاتغير فقط شبه الاندفاع، وانما تغير طاقة الالكترون أيضا .

ندرس الآن كيفية تغير شبه الاندفاع $\vec{P}$ لالكترون البلورة ، في حالة انعدام الحقل الكهربائي الخارجي. يتحرك الالكترون في البلورة ذات التركيب المثالي، والمالكة لحقل دوري مضبوط بدقة ، بشكل يبقى معه على نفس السوية الطاقية في المنطقة . وبما أن شبه اندفاع الالكترون ثابت، فان $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$. ولكن تؤثر على الالكترون قوة $\vec{F}_{crystal}$ ناتجة عن تأثير حقل الشبكة ، وهذه القوة تحدد تغير اندفاعه $\vec{P}$ ، أي أن

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{cr} \qquad (10.21)$$

وبما أن $\vec{F}_{cr}$ تعتبر دالة دورية ، يساوي دورها دور الشبكة ، فان اندفاع الالكترون المتحرك في البلورة لايبقى ثابتا ، وانما يتغير بشكل دوري.

عند تسليط حقل خارجي، فان الالكترون يخضع الى القوة الخارجية $\vec{F}$ بالاضافة الى القوة $\vec{F}_{cr}$ المتعلقة بحقل البلورة . وبالتالي فان تغير اندفاع الالكترون مع الزمن يعين بالقوتين

السابقتين، أي أن

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{cr} + \vec{F} \qquad (10.22)$$

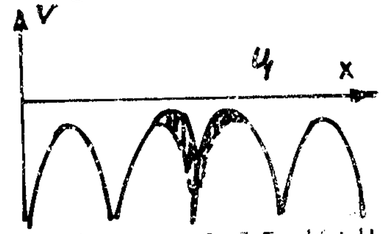
وهكذا اذا كان تركيب الشبكة البلورية مثاليا ، فان الحقل الكامن $V(\vec{r})$ يكون دوريا تماما . ويتحرك الالكترون في الحقل الدوري للشبكة على طول البلورة ككل، ويملك شبه اندفاع ثابت وهذا يعني امتلاكه لطاقة ثابتة . وينتقل الالكترون في هذه الحالة في البلورة محافظا على سويته الطاقية . ولكن بما أن $\vec{P} = const$ وبالتالي $\vec{k} = const$ ، فان سرعة الالكترون تبقى ثابتة $\vec{v} = const$ وتسارعه معدوم $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$. وهذا يعني أن الالكترون يتحرك في الحقل الدوري للبلورة بدون تسارع. وبعبارة أخرى، يتحرك الالكترون في حقل البلورة تام الدورية كالالكترون الحربدون أية مقاومة ، أي أنه لايعاني تشتتا .

اذا وضعت البلورة مثالية التركيب في حقل كهربائي خارجي،فان حركة الالكترون وفقا للعلاقة (10.19) تصبح مماثلة لحركة الجسيمة الحرة الخاضعة لتأثير قوة خارجية $\vec{F}$. غير أن الالكترون عندئذ يتحرك في مجال محدد من البلورة Δx (10. 9) ، ويتنقل في المنطقة الطاقية من سوية الى أخرى مغيرا طاقته .

نفرض أن الطاقة التي اكتسبها الالكترون من الحقل الخارجي منحها للشبكة (أو لعيب ما)، تصبح طاقة الالكترون نتيجة لذلك ثابتة ، وهذا يعني أنه يصبح مالكا لشبه اندفاع ثابت، وبالتالي يبقى الالكترون على نفس السوية الطاقية من المنطقة ، ويمكنه أن يتحرك في البلورة الى أية مسافة.

ندرس الآن الحالة التي لايكون فيها حقل الشبكة البلورية دوريا تماما . لنفرض أن حقل الشبكة مماثلا لما هو مبين على

الشكل 15_2. يمكن تمثيل حقل البلورة في ذلك الجزء الـــــذي خرقت به الدورية، على شكل الحقل الدوري $V(\vec{r})$ مضافا اليـــه حقل قوى U_1 ، لايتمتع بدورية الشبكة. الا أنـــه وفقـــا ل(10.19) ينبغي أن يتغير شبه اندفاع الالكترون تحت تأثير الجزء اللادوري لحقل الكمون U_1 . وينتج عن ذلك أن أي خرق للدورية المثاليـــة لحقل كمـــون الشبكة، يؤدي الى تغير في شبه الاندفاع. وهـــذا يعني حدوث تبدد للأمواج الالكترونية على أي خـــرق لمثالية تركيب الشبكة.



الشكل 15_2رسم تخطيطـــي لانحراف الكمون في شبكـــة مثالية.

ولايعتبر حقل الكمون في البلورات الحقيقيـــة مثاليا تماما، حيث يلحقـــه التشوه نتيجة للاهتزازات الحرارية لذرات الشبكة أو نتيجة لوجود مختلف العيوب. ويعـــد تشتت الأمواج الالكترونية على هذه التركيبات اللامتجانسة للشبكة السبب الفيزيائي لوجود مقاومة المواد للتيار الكهربائي.

11.2 . الكتلـــة الفعالـــة لحوامـــل الشحنـــة

نفرض أن الكترونا حرا كتلته m_0 يقع في حقل كهربائي متجانس $\vec{\mathcal{E}}$. يخضع ذلك الالكترون لتأثير القوة $\vec{F} = -e\vec{\mathcal{E}}$ التي تكســـبه تســـارعا $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{1}{m_0}\vec{F} = -\frac{1}{m_0}e\vec{\mathcal{E}} \qquad (11.1)$$

ويكون هذا التسارع متجها بنفس اتجاه القوة، أي أنه معاكس للحقل

الكهربائي.

يعطى التسارع من أجل الالكترون الموجود في البلورة الخاضعة لتأثير حقل خارجي بالصيغة- انظر العلاقتين(10.15) و (10.17)-

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\partial^2 E}{\partial p^2}\vec{F} \qquad (11.2)$$

وبتعميم المساواة (11.2) على الحالة ثلاثية البعد، يكون

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial p_j}\frac{\partial p_j}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p_j}\left(\frac{\partial E}{\partial p_i}\right)F_j = \frac{\partial^2 E}{\partial p_j \partial p_i}F_j$$

حيث أن $i,j = x,y,z$

أو بالشكل:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_x^2}F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial p_x \partial p_y}F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial p_x \partial p_z}F_z \\ a_y &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_y \partial p_x}F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial p_y^2}F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial p_y \partial p_z}F_z \qquad (11.3) \\ a_z &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_z \partial p_x}F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial p_z \partial p_y}F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial p_z^2}F_z \end{aligned}$$

ويلاحظ أن شعاع التسارع $\vec{a}$ في هذه الحالة لاينطبق علـــى شعاع القوة $\vec{F}$.

وتعد جملة المقادير $\frac{\partial^2 E}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{1}{m_{ij}}$ التي تربط الشعاعين $\vec{F}$ ، $\vec{a}$ موترا ثلاثيا ثنائيّ الرتبة:

$$m_{ij}^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial P_x^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial P_x \partial P_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial P_x \partial P_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial P_y \partial P_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial P_y^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial P_y \partial P_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial P_z \partial P_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial P_z \partial P_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial P_z^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{xx}^{-1} & m_{xy}^{-1} & m_{xz}^{-1} \\ m_{yx}^{-1} & m_{yy}^{-1} & m_{yz}^{-1} \\ m_{zx}^{-1} & m_{zy}^{-1} & m_{zz}^{-1} \end{vmatrix} \quad (11.4)$$

وتدعى المقادير $\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} = m_{ij}^{-1}$ بمركبات أو عناصر الموتـر. وبما أن أبعاد شبه الاندفاع تنطبق على أبعاد الاندفاع، فان أبعاد مركبات الموتر m_{ij}^{-1} ليست الا أبعاد مقلوب الكتلة، وتكـون أبعاد $m_{ij} = \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j}\right)^{-1}$ مطابقة لأبعاد الكتلة. وبالتالـي "ندعو الموتر (11.4)، بشكل مشابه لعبارة الالكترون الحر (11.1) بمـوتـــر مقلوب الكتلة الفعالة".

نكتب عبارة طاقة الالكترون في البلورة، وذلك في الجـــوار المحيط بنقطة النهاية $\vec{k}_o$. نقوم من أجل ذلك بنشر $E(\vec{k})$ الـى جوار النقطة $\vec{k}_o$، وذلك في سلسلة قوى لمركبات الفرق $\vec{k} - \vec{k}_o$، ونقتصر على الحدود ذات المرتبة الثانية للفرق $\vec{k} - \vec{k}_o$. وبمـا أن النقطة $\vec{k}_o$ توافق نهاية الطاقة $E(\vec{k})$، يكون $\frac{\partial E}{\partial k} = 0$ من أجل النهاية، ونستطيع أن نكتب:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_o) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \left[\left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)_{k_o} (k_i - k_{oi})(k_j - k_{oj}) \right] \quad (11.5)$$

حيث أن i، j تأخذ القيم x، y، z بشكل مستقل.

اذا اعتبرنا أن

$$\frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)_{k_o} = \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} \right)_{P_o} = \frac{1}{m_{ij}} \quad (11.6)$$

فنحصل على

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_o) + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{ij} \frac{1}{m_{ij}} (k_i - k_{oi})(k_j - k_{oj}) \quad (11.7)$$

أو

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}_o) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{1}{m_{ij}} (P_i - P_{oi})(P_j - P_{oj}) \quad (11.8)$$

تكون سرعة الالكترون في البلورة الى الجوار المباشر لنقطـة النهاية k_o مساوية :

$$v_i = \frac{\partial E}{\partial P_i} = \sum_j \frac{P_j - P_{oj}}{m_{ij}} \quad (11.9)$$

حيث أن $i = x$، y، z و $j = x$، y، z، مثلا

$$v_x = \frac{P_x - P_{ox}}{m_{xx}} + \frac{P_y - P_{oy}}{m_{xy}} + \frac{P_z - P_{oz}}{m_{xz}}$$

أو بالصيغة الشعاعية

$$\vec{v} = \frac{1}{m} (\vec{P} - \vec{P}_o) \quad (11.10)$$

حيث أن $\frac{1}{m}$ موتر مقلوب الكتلة الفعالة.

وبالتالي تكون السرعة في الحالة العامة مساوية للجـــداء السلمي لشبه الاندفاع في موتر مقلوب الكتلة الفعالة.

ان الموتر (11.4) متناظر بالنسبة للقطر الرئيسي، أي أن

$m_{ij}^{-1} = m_{ji}^{-1}$ ، ذلك لأن $\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} = \frac{\partial^2 E}{\partial P_j \partial P_i}$. وباختيار معلم احداثيات مناسب، يمكن تحويل الموتر المتناظر الى الشكل القطري، أي أن الحدود المختلفة عن الصفر تقع على القطر الرئيسي:

$$m^{-1} = \begin{vmatrix} m_{xx}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{yy}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_3^{-1} \end{vmatrix} \qquad (11.11)$$

حيث أن $m_1^{-1} = m_{xx}^{-1}$ ، $m_2^{-1} = m_{yy}^{-1}$ ، $m_3^{-1} = m_{zz}^{-1}$.

ويكون عندئذ الموتر العكسي لموتر مقلوب الكتلة الفعالة موترا للكتلة الفعالة :

$$\{m^{-1}\}^{-1} = m = \begin{vmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{vmatrix} \qquad (11.12)$$

وندعو المقادير m_i ($i = 1,2,3$) بمركبات موتر الكتلة الفعالة .

اذا أخذنا في الحسبان مركبات موتر الكتلة الفعالة (11.12) ، فان طاقة الالكترون الى جوار نقطة النهاية k_0 تكتب بالشكل:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2 (k_x - k_{0x})^2}{2m_1} + \frac{\hbar^2 (k_y - k_{y0})^2}{2m_2} + \frac{\hbar^2 (k_z - k_{z0})^2}{2m_3} \qquad (11.13)$$

أو

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}_0) + \frac{(P_x - P_{0x})^2}{2m_1} + \frac{(P_y - P_{0y})^2}{2m_2} + \frac{(P_z - P_{0z})^2}{2m_3} \qquad (11.14)$$

وتكتب السرعة بالشكل:

$$v_i = \frac{P_i - P_{0i}}{m_i} = \frac{\partial E}{\partial P_i} \qquad (11.15)$$

ينتج عن المساواة (11.14) أن السطوح متساوية الطاقة في الفضاء-P (أي $E(P) - E(P_0) = const.$) الى جوارنهايات الطاقات، تعد مجسمات قطوع ناقصة و m_1 ، m_2 ، m_3 تمثل الكتل الفعالة وفق المحاور الأساسية لسطوح مجسمات الطاقة .

نكتب معادلة مجسم القطع الناقص بشكلها القانوني:

$$\frac{(P_x - P_{0x})}{a^2} + \frac{(P_y - P_{0y})}{b^2} + \frac{(P_z - P_{0z})}{c^2} = 1 \qquad (11.16)$$

حيث أن أنصاف محاور المجسم a ، b ، c متجهة وفق المحاور الاحداثية x ، y ، z ، وتعين من العلاقات

$$\begin{aligned} a^2 &= 2m_1 [\, E(\vec{P}) - E(\vec{P}_0) \,] \\ b^2 &= 2m_2 [\, E(\vec{P}) - E(\vec{P}_0) \,] \\ c^2 &= 2m_3 [\, E(\vec{P}) - E(\vec{P}_0) \,] \end{aligned} \qquad (11.17)$$

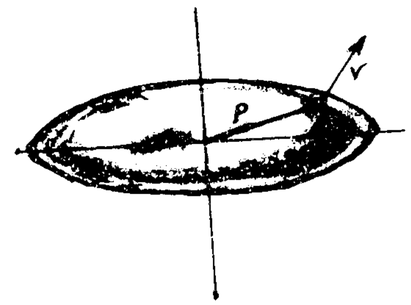
يتجه التدرج-كما هو معروف- ناظميا على سطح المستوي. وبما أن سرعة حركة الالكترون تمثل تدرج الطاقة في فضاء شبه الاندفاع (11.15)، فانها تتجه وفق الناظم على السطوح متساوية الطاقة (11.16)، ولايكون شعاعا السرعة $\vec{v}$ وشبه الاندفاع $\vec{P}$ متساويين (واقعين على نفس المستقيم) في الحالة العامة (الشكل 16_2 و 17_2). ويتحقق التسامت (Collinear) فيما بينهما وفق محاور المجسمات القطعية الناقصة . اذا قبلنا عندئذ، أن $E(\vec{P}_0) = E_0$

فان

$$P_i - P_{0i} = \sqrt{2 m_i (E - E_0)} \qquad (11.18)$$

$$v = \frac{P_i - P_{0i}}{m_i} = \sqrt{\frac{2 (E - E_0)}{m_i}} \qquad (11.19)$$

ينتج عن العلاقة (11.19)، أنه من أجل نفس الطاقة الواحدة تكون السرعة على طول محاور المجسم متناسبة عكسا مع جذر المركبات الموافقة للكتلة الفعالة. غير أن مركبات الكتلة الفعالة، وفقا للعلاقة (11.17)، تحدد قيمة محاور القطع الناقص المجسم. وبالتالي كلما كان المجسم ممطوطا، أي كلما كانت m_i كبيرة، كلما كانت السرعة أصغر في ذلك الاتجاه.



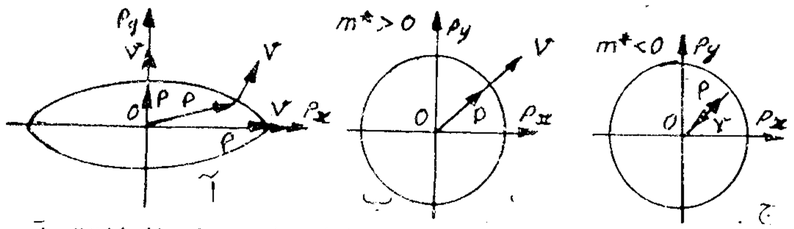
الشكل 16_2 سرعة وشبه اندفاع الالكترون على سطح مجسم القطع الناقص. الشعاع $\vec{n}$ ناظمي على السطح، الشعاعان $\vec{v}$ و $\vec{P}$ غير متسامتين في الحالة العامة.

اذا كان تناظر البلورة بشكل يكون معه اثنان من المحاور الرئيسية للقطع متكافئين فيزيائيا (مثلا x و y)، ويعني هذا أن مركبتي الكتلة الفعالة الموافقتين متساويتان $m_1 = m_2$، وبالتالي $a = b$، فان معادلة السطح متساوي الطاقة تأخذ الشكل البسيط

التالي:

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P_0}) + \frac{(P_x - P_{ox})^2 + (P_y - P_{oy})^2}{2 m_1} + \frac{(P_z - P_{oz})^2}{2 m_3} \qquad (11.20)$$

ويعتبر السطح متساوي الطاقة الموصوف بالمعادلة (11.20) سطح مجسم قطع ناقص دوراني، ينطبق محور دورانه على المحور P_z. وبما أن m_3 مركبة الكتلة الفعالة وفق محور التناظر، أي وفق محور دوران المجسم، فانها تسمى "بالكتلة الفعالة الطولية" ويرمز لها بـ m_ℓ. ويدعى المقدار $m_1 = m_2$ الذي يمثل الكتلة الفعالة



الشكل 17_2 اتجاها شعاع الوضع والناظم على سطح الطاقة. آ_ سطوح المجسمات القطعية الناقصة للطاقة، ب_ السطوح الكروية للطاقة $m^* > 0$، جـ_ السطوح الكروية للطاقة $m^* < 0$.

العمودية على محور التناظر "بالكتلة الفعالة العرضية"، ويرمز لها بـ m_t. اذا كانت $m_1 < m_3$، فان مجسم الدوران يكون ممطوطا على طول محور الدوران، ويزداد امتطاطه بمقدار ازدياد نسبة الكتلتين الفعالتين $\frac{m_3}{m_1}$. اذا كانت $m_3 < m_1$، فان المجسم القطعي ينضغط وفق محور الدوران.

وتكون في حالة البلورات التي تملك تناظرا مكعبيا، جميع المحاور الرئيسية متكافئة. وتتحقق عندئذ المساواة $m_1 = m_2 = m_3 = m^*$، ويتحول موتر الكتلة الفعالة الى قيمة سلمية (موتر ذو رتبة صفرية). ويوصف سطح الطاقة المتساوية في هذه الحالة بالمعادلة

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P_0}) + \frac{P^2}{2 m^*} = Const \qquad (11_21)$$

وتمثله كرة (الشكل ب ،جـ 17_2). وتملك عبارة الكتلة الفعالة الشكل:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{\partial^2 E}{\partial p^2} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \qquad (11.22)$$

وبالتالي، فان الكتلة الفعالة لحامل الشحنة في البلورات ذات التناظر المكعبي تتناسب عكسا مع تقوس سطوح الطاقة المتساوية في الفضاء-$\vec{k}$ (أو الفضاء-$\vec{P}$). وفي هذه الحالة، عندما يقع الالكترون الى جوار النهاية الصغرى للطاقة، أي الى جوار قاع منطقة الناقلية، يكون

$$m^* = const > 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} > 0 \qquad (11.23)$$

أي أن الالكترونات تسلك سلوك جسيمات شحنتها سالبة وكتلتها الفعالة موجبة، ونحصل عندئذ وفقا لـ (11.2) و(11.22) على

$$\vec{F} = m^* \vec{a} \qquad (11.24)$$

وهذا يعني أن التسارع متجه باتجاه القوة الخارجية، أي باتجاه معاكس للحقل الخارجي $\vec{\mathcal{E}}$.

بما أن التسارع $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ و $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$، فان شبه الاندفاع للالكترون في البلورة المكعبة، يساوي:

$$\vec{P} = m^* \vec{v} \qquad (11.25)$$

أي أن السرعة توافق باتجاهها شبه الاندفاع (الشكل ب- 17_2).

وتكون بالتالي، حركة الالكترون الواقع الى جوار قاع المنطقة

الطاقية في البلورة المكعبية الخاضعة لحقل كهربائي خارجي، مماثلة لحركة الجسيمة الحرة ذات الكتلة المساوية لـ m^*.

ينتج عن المساواة (11.24) أن تسارع الالكترون في البلورة تسببه فقط القوة الخارجية. ويبرز تأثير حقل البلورة، بأن حركة الالكترون لاتُحَدَّد أثناء تطبيق القوة الخارجية بكتلته العادية m_0، وانما بكتلته الفعالة m^*.

تتحقق الى جوار النهاية العظمى للطاقة، أي الى جوار سقف منطقة التكافؤ المتراجحتان:

$$m^* = const < 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} < 0 \qquad (11.26)$$

وبالتالي، تكون السرعة معاكسة بالاتجاه لشبه الاندفاع (الشكل جـ 2.17_). وينتج عن (11.26) أن اتجاه تسارع الالكترون الواقع الى جوار الحد العلوي لمنطقة التكافؤ معاكس لاتجاه القوة الخارجية المؤثرة عليه:

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}}{|m^*|} \qquad (11.27)$$

غير أن الالكترون الواقع في حقل كهربائي متجانس يتأثر بقوة مساوية:

$$\vec{F} = -|e|\vec{\mathcal{E}} \qquad (11.28)$$

وبالتالي، فان الالكترون الواقع الى جوار سقف المنطقة الطاقية، والذي يملك الكتلة $m^* < 0$، يكتسب تسارعا من الحقل الخارجي، يعطى بالعلاقة:

$$\vec{a} = \frac{-|e|\vec{\mathcal{E}}}{-|m^*|} = \frac{|e|\vec{\mathcal{E}}}{m^*} \qquad (11.29)$$

أي أن التسارع يتجه وفق الحقل، ويتصرف مثل هذا الحامل للشحنة الى جوار سقف منطقة التكافؤ، كجسيمة مشحونة بشحنة موجبة وكتلتها الفعالة موجبة أيضا، وتدعى "بالثقب".

وتبتعد التابعية $E(\vec{k})$ عن القانونية التربيعية بمقدار الابتعاد عن حدود المنطقة . ويكون في نقاط الانعطاف ($k = \frac{\pm\pi}{a}$) للمنحني $E(\vec{k})$ (الشكل 14_2):

$$m^* \longrightarrow \infty \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} = 0$$

وينتج عن ذلك، أن استخدام العلاقة (10.19) لتوضيح حركة حوامل الشحنة في البلورة تحت تأثير الحقل الكهرباطي الخارجي، ممكن فقط من أجل تلك الحوامل الواقعة الى جوار أرضية أو سقف المنطقة الطاقية .

يبدو في الأمور التطبيقية أن الحالتين التاليتين لامتلاء المنطقة الطاقية، تعتبران من أهم الحالات:

1) المنطقة فارغة تقريبا. يكون في هذه الحالة عدد الالكترونات في المنطقة أقل بكثير من عدد الحالات الكوانتية الممكنة $2N$. وتسعى الالكترونات الى شغل السويات الطاقية الدنيا المتوضعة الى جوار أرضية المنطقة . ويكون عندئذ $m_n^* = const > 0$.

2) المنطقة ممتلئة تقريبا بالاكترونات. يوجد في مثل هذه المنطقة عدد ما من الحالات الشاغرة، وتقع هذه الحالات الشاغرة (أي التي لايوجد فيها الكترونات) في القسم العلوي من المنطقة . وتمثل في الواقع هذه الحالات الثقوب التي تتوضع الى جوار سقف المنطقة، أين تكون طاقتها صغرى. وبالتالي، تقاس طاقة الثقوب في اتجاه معاكس لقياس طاقة الالكترونات. وتكون في هذه الحالة $m_p^* = const > 0$.

تكون منطقة التكافؤ في شبه الموصل في درجة حرارة الصفر المطلق ممتلئة تماما بالالكترونات، وتكون منطقة الناقلية فارغة تماما منها. عندما ترتفع درجة الحرارة، تنتقل بعض الكترونات منطقة التكافؤ نتيجة التوليد الحراري الى منطقة الناقلية .

ويتحقق في هذه الحالة الوضعان المدروسان آنفا: وجود كمية قليلة من الالكترونات الى جوار أرضية منطقة الناقلية، وكمية من الثقوب الى جوار سقف منطقة التكافؤ. وبما أن عرض منطقة الناقلية أكبر من عرض منطقة التكافؤ، ومقدار الكتلة الفعالة يتناسب عكسا مع عرض المنطقة الطاقية، فان الكتلة الفعالة للثقب أكبر من الكتلة الفعالة للالكترون، أي أن

$$m_p^* > m_n^*$$

وبالتالي، فان الثقب والالكترون لايختلفان فقط باشارة شحنة كل منهما، وانما يختلفان أيضا بكتلتيهما الفعّالتين.

12.2. التجاوب الدوراني المغناطيسي (السيكلتروني)

يوجد العديد من الطرق التجريبية التي تستخدم لتعيين الكتلة الفعالة لحامل الشحنة، وتعد طريقة التجاوب السيكلتروني واحدة من أهمها . ويتلخص مبدأ هذه الطريقة بالتالي: لنفرض أن شبه موصل واقع في حقل مغناطيسي ثابت، تحريضه $\vec{B} = const$. تؤثر في هذه الحالة على الالكترون الذي يتحرك بالسرعة $\vec{v}$ قوة لورانتز:

$$\vec{F} = -e\,(\vec{v} \wedge \vec{B}) \qquad (12.1)$$

يبدأ الالكترون تحت تأثير القوة المذكورة بالحركة في مسار دائري، مستواه عمودي على الحقل المغناطيسي. ويُحَدَّد التواتر الدوراني ω_c الذي يدعى بالسكلتروني، من تساوي قوة الطرد المركزية وقوة لورانتز:

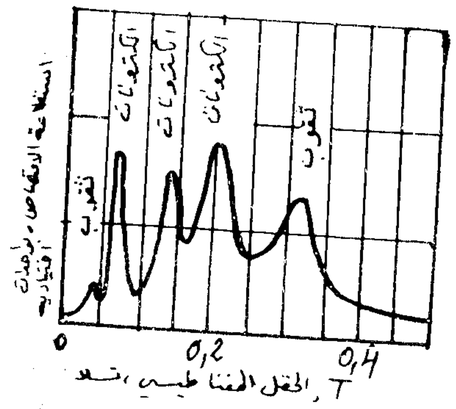
$$\frac{m^* v^2}{r} = e v B \qquad (12.2)$$

وينتج عن ذلك أن التواتر لايتعلق بنصف قطر الدوران ، ويعبر

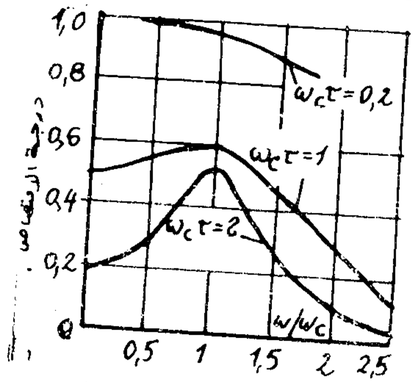
عنه بالعلاقة :

$$\omega_c = \frac{v}{r} = \frac{eB}{m^*} \qquad (12.3)$$

اذا تعرض شبه الموصل في نفس الوقت الى تأثير حقل كهرطيسي ضعيف ذي تواتر مرتفع، ويهتز في مستوي معامد لـ $\vec{B}$ ، فان الالكترون يمتص بشدة طاقة الحقل الكهرطيسي عندما يقترب تواتر هذا الحقل ω من القيمة ω_c . وتدعى ظاهرة الامتصاص التجاوبي للأشعة "بالتجاوب السيكلوتروني" . وتعين ω_c من قياس التواتر التجاوبي لامتصاص الأشعة الراديوية ، وبالتالي يمكن حساب قيمة الكتلة الفعالة للالكترون (أو الثقب) من العلاقة (12.3). واذا كانت قيمة الكتلة مختلفة المناحي، فان تغيير توجيه الحقلين المغناطيسي والكهربائي بالنسبة للمحاور البلورية في البلورة ، يعطي الامكانية لدراسة شكل المجسمات القطعية



الشكل 19_2 الامتصاص في حالة التجاوب السيكلوتروني في السيليكون.



الشكل 18_2 درجة الامتصاص في حالة التجاوب السيكلتروني كتابع لشدة الحقل المغناطيسي الثابت (في واحدات $\frac{\omega}{\omega_c}$).

الناقصة للطاقة المتساوية .

يمكن انجاز تجربة لتعيين التواتر التجاوبي للامتصاص ω_c ، اذا كان زمن القفزة الحرة τ للالكترون كبيرا بشكل كاف :

$$\tau \gg \frac{1}{\omega_c} \qquad (12.4)$$

أي أن الالكترون خلال الزمن τ يمكنه أن ينجز على الأقل دورة واحدة وكلما أنجز الالكترون عددا أكبر من الدورات، كلما كان التجاوب أفضل، وكانت بالتالي أسافينه أكثر تأنفا . ويعرض الشكل 18_2 منحنيات امتصاص الحقل الكهرطيسي بتابعية $\frac{\omega}{\omega_c}$ ، وذلك من أجل ثلاث قيم لـ $\omega_c\tau$: (2، 1 ، 0,2 = $\omega_c\tau$).

يكون زمن القفزة الحرة τ لحامل الشحنة أكبر كلما كانت العيوب قليلة في البلورة . وبالتالي، فان تجارب التجاوب السيكلوتروني ينبغي أن تجرى في درجات حرارة منخفضة جدا (عادة في درجة حرارة الهيليوم السائل 4,2 كلفن)، وعلى بلورات نظيفة جدا . ويعطى في التجارب عادة تواتر الأشعة الراديوية ويجري تغيير شدة الحقل المغناطيسي حتى يتم الحصول على التجاوب . ويعرض الشكل 19_2 أسافين الامتصاص في حالة التجاوب السيكلوتروني في السيليكون.

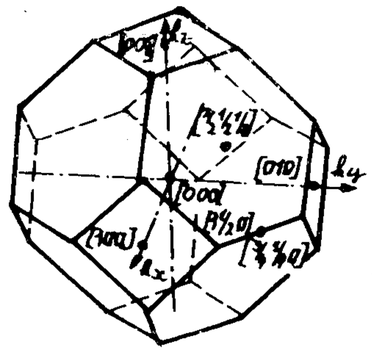
13.2. التركيب المنطق لبعض أشباه الموصلات.

سندرس كأمثلة على ذلك التركيب المنطق للسيليكون والجرمانيوم وزرنيخ الغاليوم وانتموان الانديوم (المركبات من النمط $A^{III}B^{V}$).

يملك كل من الجرمانيوم والسيليكون التركيب البلوري من النمط الألماسي، الذي يُمَثَّل بمثابة بلورتين مكعبتين ممركزتي الوجوه مزاحتين بالنسبة لبعضهما بمقدار ربع قطر فضائي. وتحوي الخلية العنصرية على ذرتين. ولاتكون المنطقة الأولى لبريليون بالنسبة لهما مكعبية ، وانما تملك شكل مجسم ذي أربعة عشر وجها ، معروض على الشكل 20_2. وقد أعطيت القيم المُمَثِلة للشعاع

الموجي(k_x ، k_y ، k_z) بالواحدات $\frac{2\pi}{a}$ (حيث أن a طول حرف مكعب الشبكة).

يعد حساب التركيب الممنطق لأشباه الموصلات مسألة صعبة، حيث أن التابعية $E(\vec{k})$ للسيليكون والجرمانيوم من أجل قيم مختارة كيفيا لـ $\vec{k}$ تعتبر معادلة من المرتبة 146. وبالتالي، فقد حسبت الطاقة فقط من أجل بعض نقاط منطقة بريليون المتوضعة بشكل متناظر، أين تُبَسَّط الحسابات من أجلها كثيرا. ومع ذلك فقد تم التعامل مع معادلة من المرتبة السادسة عشر. وتم الحصول على المعطيات من أجل النقاط الوسطية بطريقة نصف تجريبية، حيث قورنت النتائج النظرية مع النتائج التجريبية، وخاصة مع تلك النتائج المأخوذة عن التجاوب السيكلوتروني.



الشكل 20_2 منطقةبريليون الأولى لشبه موصل من النمط الألماسي.

تملك ذرة السيليكون أربعة عشر الكترونا، وذرة الجرمانيوم 32 الكترونا، وهذه الالكترونات موزعة على الحالات الطاقية بالشكل التالي

$Si^{(14)}(1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^2)$

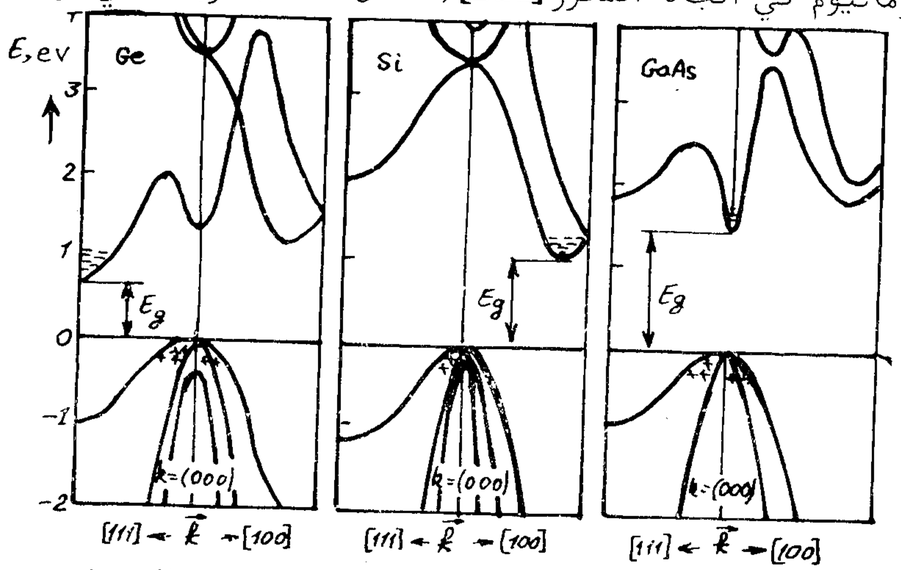
$Ge^{(32)}(1s^2\,2s^2\,2p^6\,2s^2\,3p^6\,3d^{10}\,4s^2\,4p^2)$

وتكون السحابة الالكترونية الأخيرة عندهما غير ممتلئة، أين يتواجد في الحالة P الكترونان بسبنين متوازيين. "وبما أن منطقتي الناقلية والتكافؤ في كل من السيليكون والجرمانيوم تتضمنان الحالة P (أنظر الشكل 7_2)، التي من أجلها تزول اللاقطرية في البلورة، فان كل منطقة منهما تمثل تنضدا لثلاث مناطق مختلفة". وقد مثلت هذه المناطق على الرسم 21_2 على شكل ثلاثة فروع

مختلفة لـ $E(\vec{k})$ ، ذلك لأن التابعية $E(\vec{k})$ تختلف من أجل الاتجاهات البلورية المختلفة.

يلاحظ أن واحدا من فروع $E(\vec{k})$ لمنطقة الناقلية في Si و كذلك في Ge (الشكل21_2) يقع أخفض بكثير من الفروع الأخرى. وتعين النهاية الصغرى المطلقة للطاقة قاع منطقة الناقلية. وتدعى النهايات الصغرى للطاقة "بالوديان".

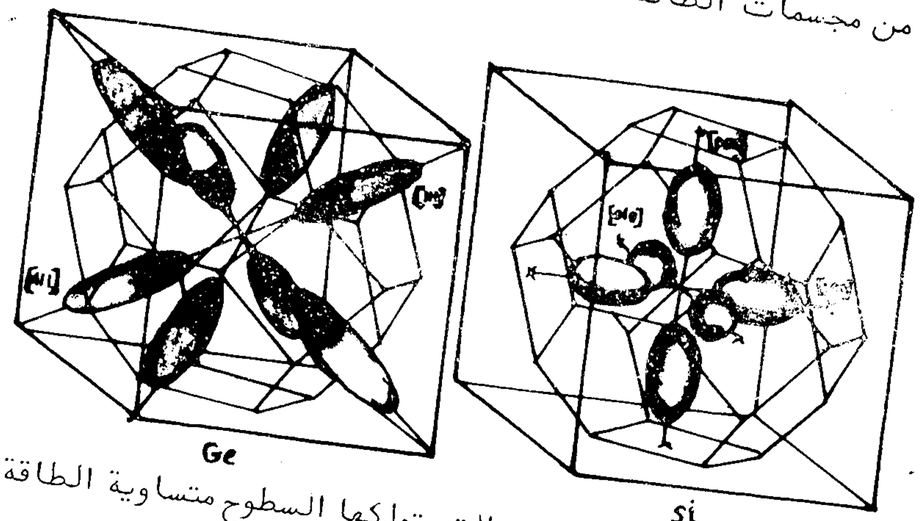
تتموضع النهايات الصغرى المطلقة لمنطقة الناقلية في الجرمانيوم في اتجاه المحور[111](الشكل 21_2)، وبالتالي توجد



الشكل21_2 التركيب الممنطق الطاقي للسيليكون والجرمانيوم وزرنيخ الغاليوم. E_g ـ عرض المنطقة المحظورة. ترمز اشارات (+) الى الثقوب في مناطق التكافؤ، واشارات (ـ) الى الالكترونات في مناطق الناقلية.

ثمان نهايات صغرى متكافئة للطاقة، وتملك احداثيات هذه النهايات في واحدات $\frac{2\pi}{a}$ القيم (1/2 1/2 1/2). وتستلقي على حدود منطقة بريليون(ممثلة على الرسم 20_2بنقاط غامقة).

وتكون سطوح الطاقة المتساوية الى جوار النهايات الصغرى المطلقة للطاقة (الوديان) على شكل مجسمات قطعية ناقصة دورانية بالنسبة للمحور الكبير. وتتفق بالاتجاه في مادة Ge مع اتجاه المحور [111] ، ويقع في المنطقة الأولى لبريليون نصف كل من مجسمات الطاقة هذه. وبالتالي يحوي الجرمانيوم على

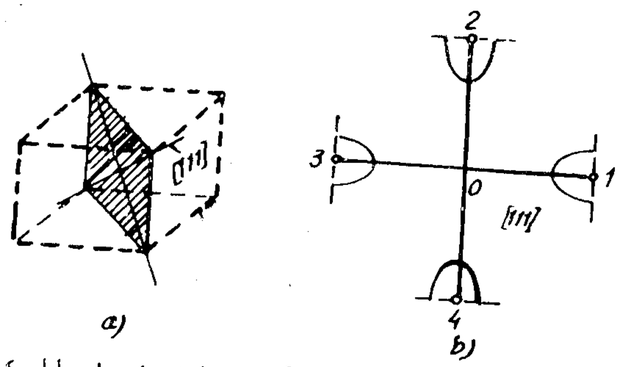


الشكل 22_2 الهيئات التي تملكها السطوح متساوية الطاقة في منطقتي الناقلية للجرمانيوم والسيليكون.

أربعة مجسمات كاملة للطاقة فقط، وليست ثمانية مجسمات (الشكلان 22_2، 23_2).

تقع النهاية الصغرى لمنطقة الناقلية في السيليكون باتجاه المحور [100] ، غير بعيدة عن حدود منطقة بريليون (الشكل 21_2). وبالتالي، يوجد في السيليكون ست نهايات صغرى متكافئة ، وعليه يقع في المنطقة الأولى لبريليون في مادة السيليكون ست سطوح قطعية ناقصة مجسمة للطاقة المتساوية ، ممطوطة على طول المحور [100] (الشكلان 22_2، 24_2). وتقع مراكز المجسمات على بعد 3/4 من مركز منطقة بريليون.

تقع النهايتان الصغيرتان المطلقتان للطاقة في منطقة الناقلية لزرنيخ الغاليوم (الشكل 21_2)، وانتموان الاندیوم (الشكل 27_2) من أجل $\vec{k} = 0$ ، وبالتالي تكون سطوح الطاقة المتساوية بالنسبة لهما على شكل كرات ، تنطبق مراكزها على مركز منطقة بريليون ، وتكون قيمتا الكتلتين الفعالتين للالكترون مساويتين $0,07 m_0$ و $0,013 m_0$ على الترتيب.



الشكل 23_2 . آ_ قطران (من الأربعة) فضائيان للمكعب [111] ب_ موضع سطوح سوية الطاقة في منطقة بريليون (Si). المقطع العرضي (110) . الخطوط المتقطعة ترمز الى حدود منطقة بريليون.

يعبر عن تابعية الطاقة للشعاع الموجي $\vec{k}$ الى جوار النهايات الصغرى المطلقة لمنطقة الناقلية في الجرمانيوم والسليكون بالعلاقة :

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2[(k_x - k_{0x})^2 + (k_y - k_{0y})^2]}{2m_1} + \frac{\hbar^2(k_z - k_{0z})^2}{2m_2} \quad (13.1)$$

وتساوي قيم مركبات موتر الكتلة الفعالة للالكترون المعينة

بطريقة التجاوب السيكلوتروني في الجرمانيوم : $m_t = 0{,}082\, m_0 =$ $= m_{\perp} = m_1 = m_2 = 1{,}6\, m_0$ ، $m_{\parallel} = m_3 = m_l = 0{,}97\, m_0$ ، وفي السيليكون $m_{\perp} = m_1 = m_2 = m_t = 0{,}19\, m_0$. وتعكس النسبة $\frac{m_3}{m_1}$ اختلاف المناحي لمجسمات سطوح الطاقة المتساوية . وتكون هذه النسبة مساوية 19,3 في حالة الجرمانيوم و 5.16 من أجل السيليكون.

تدعى المسافة الفاصلة بين قاع منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ "بعرض المنطقة المحظورة". وتقع نهايات الطاقة للالكترونات والثقوب في الجرمانيوم والسيليكون في النقاط المختلفة لمنطقة بريليون(الشكل 20_2). ويساوي عرض المنطقة المحظورة للجرمانيوم النقي بشكل كاف في درجة حرارة الغرفة والضغط الجوي العادي حوالي 0,67الكترون فولط ، وللسيليكون حوالي 1,11 ، ولزرنيخ الغاليوم 1,43e.v ، ولانتموان الانديوم 0,17.

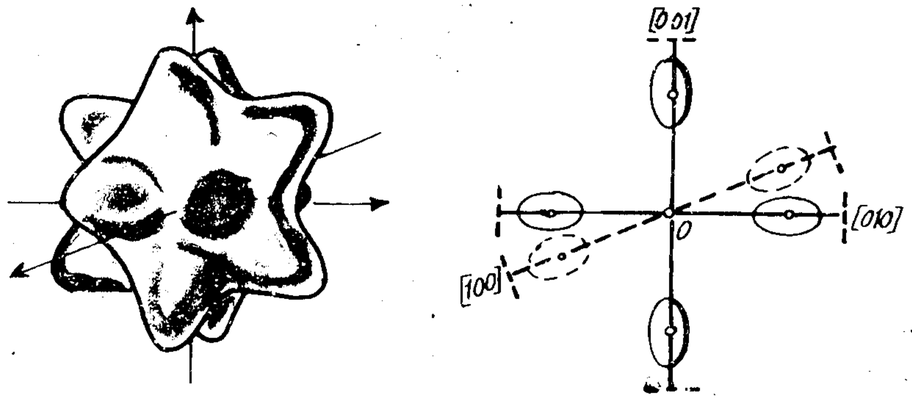
تتشكل منطقة التكافؤ لكل من Si و Ge استنادا الى نموذج التقريب شديد الارتباط من المدارات الذرية P ، وبالتالي تشتمل كل منها على ثلاث مناطق تحتية (جزئية)، يمكن أن نرمز لهن شرطيا بالشكل $P^{(1/2)}_{(1/2)}$ - $P^{(1/2)}_{(3/2)}$ ، - $P^{(3/2)}_{(3/2)}$ - منطقة . وتقع النهاية العظمى للمناطق الثلاث في مركز منطقة بريليون $\vec{k}=0$ (الشكل 21_2). وتكون كلا المنطقتين التحتيتين $P_{3/2}$ عندئذ لافطريتين من أجل $\vec{k}=0$. وتهبط اللافطرية من أجل المنطقة $P_{1/2}$ جزئيا على حساب التأثير المتبادل لسبين-مدار، و نتيجة لذلك تكون متموضعة أخفض من المنطقتين السابقتين بالقيمة E_{so} .

تنزع اللافطرية لكلا المنطقتين $P_{3/2}$ من أجل $\vec{k}\neq 0$ ،ويؤدي حساب التابعية $E(\vec{k})$ من أجلها الى العبارة

$$E_{1,2}(\vec{k}) = E(0) - \frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot$$

$$\cdot \left[Ak^2 \pm \sqrt{B^2k^4 + C^2(k_x^2k_y^2 + k_y^2k_z^2 + k_z^2k_x^2)} \right] \quad (13.2)$$

حيث أن A ، B و C هي ثوابت بدون أبعاد . وتساوي قيمها على الترتيب 13، 8,9 و 10,3 من أجل الجرمانيوم ، و 4,1 ، 1,6 و 3,3 من أجل السيليكون . وتعد سطوح الطاقة المتساوية (1 3.2)



الشكل 24_2 موضع سطوح سوية طاقة الالكترونات في منطقة بريليون(Si). الخطوط المتقطعة ترمز الى حدود المنطقة .

الشكل 25_2 سطح الطاقة الثابتة للثقوب الثقيلة في السيليكون.

سطوحا مموجة (الشكلان 25_2 و 26_2).

ويسمح أخذ المتوسط للدالة (13.2) وفق جميع الاتجاهات في الفضاء $\vec{k}$ ، باستبدال السطح المموج بسطح كروي(الشكل 26_2) ، وتقدم $E_{1,2}$ من أجله بالشكل التالي:

$$E_{1,2} = E(0) - \frac{\hbar^2k^2}{2m_0}\left[A \pm \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}\cdot C^2}\right] \quad (13.3)$$

وتُعَدّ الكتلة الفعالة في هذه الحالة قيمة سلمية :

$$m_p^* = \frac{m_0}{A \pm \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}} \qquad (13.4)$$

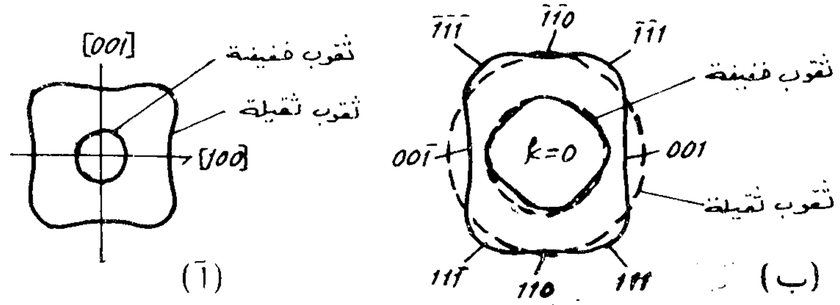
وينبغي بالتالي أن يتواجد نوعان من الثقوب : الثقيلة m_{ph}^* :

$$m_{ph}^* = \frac{m_0}{A - \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}} \qquad (13.5)$$

والخفيفة $m_{p\ell}^*$:

$$m_{p\ell}^* = \frac{m_0}{A + \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}} \qquad (13.6)$$

وينبغي أن تكون منطقة الثقوب الثقيلة وفقا للرسم 2_21



الشكل 26_2 السطوح متساوية الطاقة في منطقتي التكافؤ آ_ للجرمانيوم ، ب_للسيليكون.

منطقة واسعة ($\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$ قيمة صغيرة). ومنطقة الثقوب الخفيفة أقل اتساعا ($\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$ قيمة صغيرة).

وقد حددت القيم التالية للكتل الفعالة للثقوب الخفيفة والثقيلة ، اعتمادا على طريقة التجاوب السيكلوتروني :

من أجل Ge : $m_{ph}^* = 0,34\, m_0$ ، $m_{p\ell}^* = 0,04\, m_0$ ،

ومن أجل Si : $m_{p\ell}^* = 0,16\, m_0$ ، $m_{ph}^* = 0,50\, m_0$ ،

ومن أجل زرنيخ الغاليوم : $m_{p\ell}^* = 0,12\, m_0$ ، $m_{ph}^* = 0,50\, m_0$.

تملك التابعية $E(\vec{k})$ من أجل الفرع الثالث في منطقة التكافؤ الشكل:

$$E_3(\vec{k}) = E(0) - E_{so} - \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_0} A \qquad (13,7)$$

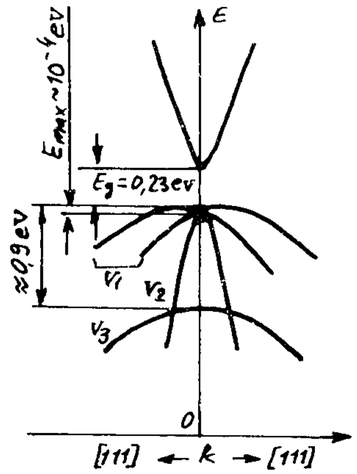
حيث أن E_{so} طاقة التأثير المتبادل السبني_المداري ، وهي تساوي من أجل الجرمانيوم 0,28 e.V وللسيليكون 0,035 e.V . ويمثل سطح الطاقة المتساوية لمنطقة التكافؤ الثالثة وفقاللعلاقة (13.7) بسطح كروي. وبالتالي تعد الكتلة الفعالة للثقوب من النوع الثالث قيمة سلمية ، وتساوي $m_p^* = \frac{m_0}{A}$.

تظهر التجارب أن منطقة الناقلية لانتموان الانديوم تملك تناظرا كرويا ، وتقع نهايتها الصغرى في مركز منطقة بريليون (الشكل27_2). وتخضع الطاقة الى جوار النهاية الصغرى الى قانون قطعي مكافئ، ويكون تقوس المنطقة كبيرا. وتكون بحكم ذلك، قيمة الكتلة الفعالة للالكترونات الواقعة في قاع هذه المنطقة صغيرة جدا، وتساوي $0,013\, m_0$، وذلك وفق معطيات تجارب التجاوب السيكلوتروني. ولا تملك منطقة الناقلية من أجل القيم الكبيرة للطاقة شكلا قطعيا مكافئا ، بل ينقص تقوسها. ويدعم ذلك المعطيات المعروضة على الشكل 28_2، أين نرى أن الطاقة لاتتناسب مع k^2 . وتملك الطاقة الى جوار النهاية الصغرى للمنطقة والتي تدعى عادة "بالمنطقة اللانمطية"، الشكل التالي الذي يخص هذه الحالة :

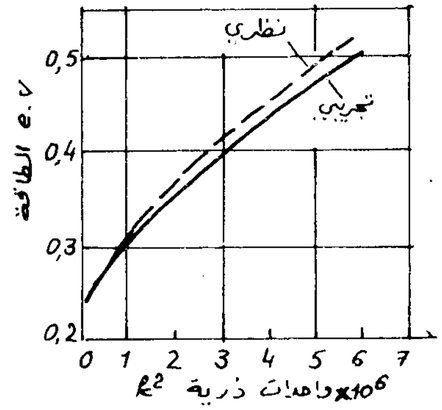
$$E = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_n^*}(1 \pm \alpha k^2) \qquad (13.8)$$

حيث أن α هو وسيط يحدد درجة ابتعاد منطقة الناقلية عن الشكل القطعي المكافئ، و E_c طاقة قاع منطقة الناقلية، و m_n^* الكتلة الفعالة للالكترون.

تتضمن منطقة التكافؤ لانتموان الانديوم التي يعرض تركيبها الممنطق من أجل الاتجاه [111] الشكل 27_2، ثلاثة فروع $E(\vec{k})$. وتكون منطقتا الثقوب الثقيلة ($m_{Ph}^* = 0,6\, m_0$) V_1 ، والثقوب الخفيفة ($m_{Ph}^* = 0,012\, m_0$) V_2 لافطريتين من أجل $\vec{k} = 0$.



الشكل 27_2 التركيب الطاقي الممنطق لانتموان الانديوم.



الشكل 28_2 انحراف شكل منطقة الناقلية في انتموان الانديوم عن الشكل القطعي المكافئ.

ويفترض أن النهايات العظمى لمنطقة التكافؤ، لاتقع تماما على مركز منطقة بريليون، وانما تكون محروفة عنها بمسافة صغيرة. وتكون المنطقة الثالثة V_3 منفصلة عنهما نتيجة التأثير المتبادل السبني-المداري.

14.2. طريقة الكتلة الفعالة.

تنشأ عند تطعيم شبه الموصل بطعم مانح أو آخذ حالات محلية

(موضعية)، تصف السويات الشائبية. ولكن قبل أن نبدأ بوصف الحالات الموضعية للالكترون في البلورة، ندرس واحدة من طرق الحل التقريبي لمعادلة شريدنغر في الحالة التي يضاف فيها الى الكمون الدوري لحقل الشبكة $V(\vec{r})$ كمونا خارجيا ما $U(\vec{r})$.

تكتب معادلة شريدنغر في هذه الحالة بالشكل:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(\vec{r}) + U(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\,\psi(\vec{r}) \qquad (14.1)$$

ويعترض الحل المباشر لهذه المعادلة جهلنا للكمون $V(\vec{r})$.

ينتج عن الدراسة السابقة، أن معادلة الحركة للالكترون في الحقل الدوري للبلورة عندما يوجد حقل اضافي خارجي، تشابه معادلة الالكترون الحر وذلك اذا استبدلنا الكتلة m_0 بموتر الكتلة الفعالة m^* في الحالة العامة.

تملك معادلة شريدينغر للالكترون الحر الشكل:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta\psi_0(\vec{r}) = E\,\psi_0(\vec{r}) \qquad (14.2)$$

يمكن عندئذ أن نكتب معادلة شريدنغر للالكترون في البلورة بشكل مشابه لـ (14.2):

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta\psi(\vec{r}) = E\,\psi(\vec{r}) \qquad (14.3)$$

ولا بد من توضيح الشروط التي من أجلها تعطي المعادلة (14.3) حلا مشابها لحل معادلة شريدنغر في الكمون الدوري $V(\vec{r})$:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \qquad (14.4)$$

ومن المعروف أن المعادلة (14.4) تحقق دوال بلوخ $\psi(\vec{r}) = U_{\vec{k}}(\vec{r})e^{i\vec{k}\vec{r}}$، ويوصف الطيف الطاقي للالكترون الى جوار نقطة النهاية ($\vec{k}=\vec{k}_0$) بالعبارة :

$$E = E(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2}{2}\left[\frac{(k_x-k_{ox})^2}{m_1} + \frac{(k_y-k_{oy})^2}{m_2} + \frac{(k_z-k_{oz})^2}{m_3}\right] \qquad (14.5)$$

ويفترض في المعادلة (14.5) أن موتر مقلوب الكتلة الفعالة محـــول الى الشكل القطري. وبالتالي يمكن أن تكتب العلاقة (14.3)، بالشكل:

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{m_i}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2} + \frac{2E}{\hbar^2}\psi = 0 \qquad (14.6)$$

ويمكن التأكد من أن حل هذه المعادلة يعطى بالشكل:

$$\psi = Ae^{i(\alpha x+\beta y+\gamma z)} \qquad (14.7)$$

ويكون عندئذ

$$E = \frac{\hbar^2}{2}\left[\frac{\alpha^2}{m_1} + \frac{\beta^2}{m_2} + \frac{\gamma^2}{m_3}\right] \qquad (14.8)$$

يمكن من مقارنة (14.5) و(14.8) أن نستخلص النتيجـــة التالية : اذا وضعنا $\alpha = k_x - k_{ox}$ ، $\beta = k_y - k_{oy}$ ، $\gamma = k_z - k_{oz}$ وجعلنا مبدأ قياس الطاقة من نقطة النهاية $\vec{k} = \vec{k}_0$ أي $E(\vec{k}_0) = 0$ ،

فان حل المعادلة (14.3)، يعطي نفس طيف الطاقة للالكتـــرون في البلورة الى جوار نقطة النهاية $\vec{k} = \vec{k}_0$ الذي تعطيه المعادلة (14.4).

وهكذا، لكي نوجد الحل الذي يعين طيف طاقة الالكترون فـــي البلورة أثناء تواجد حقول خارجية، يمكن أن نحل بدلا من المعادلة (14.1) المعادلة التالية :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta + U(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \qquad (14.9)$$

التي لاتحوي على الدالة المجهولة لحقل البلورة $V(\vec{r})$. وتدعـــى مثل هذه الطريقة للحل بطريقة الكتلة الفعالة . وتتجلى قيمة هـذه الطريقة، في أن مركبات موتر الكتلة الفعالة الى جوار نقطـــــة النهاية يمكن تعيينها تجريبيا (من طريقة التجاوب السيكلوتروني) مثلا). ولا يعد اقتصارنا في استخدام تطبيق طريقة الكتلة الفعالة على الالكترونات الموجودة الى جوار نقطة النهاية للطاقة عيبـــا كبيرا في استعمال الطريقة المذكورة لحل الكثير من مسائل نظرية أشباه الموصلات، وذلك لأن تركيز الالكترونات (أو الثقوب) فـــي أشباه الموصلات الفطرية أصغر بكثير من عدد الحالات (الأماكـــن) في المنطقة، وبالتالي تتواجد الالكترونات (أو الثقوب) في الحالات التي تشغل طاقة صغرى من المناطق المسموحة .

15.2. النظرية الأساسية للحالات الشائبيـــة

لقد اقتصر تعاملنا حتى الآن مع البلورات المثالية التـــي تتمتع بتركيب دوري . ندرس فيما يلي الحالة التي تكون فيهـــا البلورة حاوية على بعض العيوب البسيطة، على شكـــل ذرات

شائبة من العمود الثالث أو الخامس للجدول الدوري.

نفرض أن أحد أركان بلورة السيليكون مشغولة بذرة الزرنيخ التي تملك خمسة الكترونات تكافؤية. تساهم أربعة الكترونات من الكترونات التكافؤ لـ As بتشكيل أربع روابط مع ذرات السيليكون الأكثر قربا. ويتبادل الالكترون الخامس الذي لم يشارك في تشكيل رابطة تكافؤية التأثير مع عدد كبير من ذرات السيليكون. وبالنتيجة يضعف ارتباطه مع شاردة الزرنيخ الموجبة، هذا الارتباط الذي تسببه القوى الكولونية. ويكون سلوكه مشابها لسلوك الالكترون في ذرة الهدرجين. غير أن حل المسألة المتعلقة بتعيين قيمة كمون التشرد للالكترون الشائبة، يتطلب أن نأخذ في الحسبان موضوعين اضافيين. أولا: ان هذا الالكترون لايقع فقط في الحقل الكولوني لشاردة الزرنيخ، وانما يوجد أيضا في الحقل الدوري للشبكة البلورية، وتبعا لذلك ينبغي أثناء وصف حركته استخدام كتلته الفعالة m^* وليس كتلته العادية m_0. ثانيا: ان التأثير المتبادل بين ذلك الالكترون وشاردة الزرنيخ الموجبة Ze ($Z=1$ في حالتنا) يحدث في المادة الصلبة التي تملك ثابتا كهربائيا ε، وبالتالي ينبغي أن ندخل في عبارة الطاقة الكامنة $U(\vec{r})$ لالكترون الشائبة القيمة ε، وتصبح عبارة الطاقة عندئذ بالشكل:

$$U(\vec{r}) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad (15.1)$$

حيث أن ε_0 الثابت الكهربائي في الخلاء.

تعد العلاقة (15.1) صحيحة فقط من أجل الشحن النقطية الجهرية. وبعبارة أخرى، تعد تلك العلاقة صحيحة عندما تكون المسافة بين الشحن التي تتبادل التأثير كبيرة بشكل كاف، أي

عندما يحيط مدار الالكترون عدداكبيرا من أركان الشبكة البلورية.

تكتب معادلة شريدنغر للالكترون الخامس لشائبة الزرنيخ، بعد الأخذ في الحسبان ماقيل آنفا، وفقا للعلاقة (14.9) بالشكل:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\right)\psi_a = E_n\psi_a \qquad (15.2)$$

نحصل بحل هذه المعادلة بشكل مشابه لمعادلة ذرة الهدرجين على عبارة القيم الذاتية لطاقة الكترون الشائبة المانحة:

$$E_n = E_c - \frac{m^* z^2 e^4}{8\hbar^2\varepsilon^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{n^2} \qquad (15.3)$$

حيث أن حساب طاقة الالكترون يبدأ انطلاقا من أرضية منطقة الناقلية، وترمز n هنا الى العدد الكوانتي الذي يعين السويات المختلفة لاثارة الشائبة المانحة ($n \geq 1$).

يمكن كتابة العبارة السابقة بالشكل:

$$E_n = E_a - \frac{m_0 z^2 e^4}{8\hbar^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{m^*}{m_0}\right)\frac{1}{\varepsilon^2 n^2} \qquad (15.4)$$

واذا عوضنا عن e، m_0، $\hbar$، ε_0 بقيمها العددية، وعبرنا عن الطاقة بالالكترون فولط، فاننا نحصل على:

$$E_n = E_c - \frac{13{,}52\, z^2}{\varepsilon^2}\left(\frac{m^*}{m_0}\right)\frac{1}{n^2} = E_c - \frac{E_d}{n^2} \qquad (15.5)$$

حيث أن 13,52 توافق قيمة طاقة التشرد لذرة الهدرجين، بالالكترون فولط، و

$$E_d = \frac{13,52\, z^2}{\varepsilon^2}\left(\frac{m^*}{m_0}\right) \qquad (15.6)$$

تعني طاقة الحالة الأساسية ($n=1$) لذرة الشائبة المانحة .
ينتج عن(15.5) أن سوية طاقة الشائبة المانحة التي توافق الحالة الأساسية ($n=1$) تقع في المنطقة المحظورة لشبه الموصل تحت قاع منطقة الناقلية E_c بالمسافة E_d . وتكون طاقة التشرد E_d للذرة المانحة، وفقا للمساواة (15.6) أصغر بـ ε^2 مرة من طاقة التشرد لذرة الهدرجين. وبالاضافة الى ذلك فهي تتعلق بـ z^2 . وهذا يعني أن سوية الطاقة للأيون ثنائي الشحنة للشائبة المانحة ، تقع في المنطقة المحظورة الى الأسفل من سوية الطاقة للأيون أحادي الشحنة لنفس الشائبة .

اذا عوضنا $m^*=0,25\, m_0$ ، فان طاقة التشرد للشوائب خماسية التكافؤ في بلورة الجرمانيوم التي يكون من أجلها $\varepsilon = 15,8$ ، تساوي تقريبا $0,01\, e.v$. وتوافق القيمة المقاسة تجريبيا لطاقة التشرد بشكل جيد القيمة المحسوبة نظريا .

يعطي حساب نصف قطر مدار الكترون الشائبة اعتمادا على النموذج المشابه للهدرجين العبارة :

$$a = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m^*}\varepsilon\, n^2 = a_0\left(\frac{m_0}{m^*}\right)\varepsilon\, n^2 \qquad (15.7)$$

حيث أن $a_0 = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_0} = 0,53\, A^o$ هي نصف قطر المدار البوري الأول لذرة الهدرجين.

اذا أخذنا في الحسبان أن نصف قطر المدار الأول لالكترون الذرة

المانحة في الجرمانيوم حوالي $a_1 = 140\, A^o$ و $a_0 = 34\, A^o$ ، و أن ثابت الشبكة للجرمانيوم حوالي $5,62\, A^o$، فان مدار هذا الالكترون يحيط بحوالي 20 ركنا من أركان الشبكة . ويدعم هذا امكانية دراسة حركة الالكترون في وسط يملك معزالية كهربائية .

ندرس الآن حالة الذرة الآخذة . لنفرض أن واحدا من أركان شبكة السيليكون مشغول بذرة من عناصر العمود الثالث للجدول الدوري ، وليكن البور . ينقص عندئذ الكترون واحد في الذرة الآخذة لاتمام تشكيل الروابط التكافؤية الأربع مع ذرات السيليكون الموجودة الى جوار الذرة الآخذة . وتسلك هذه الرابطة الشاغرة (الثقب) سلوك جسيمة ذات شحنة موجبة ، مما يؤمن الاعتدال الكهربائي في ذلك الجزء من البلورة . ويعطي حل هذه المسألة التي تماثل مسألة الحركة للالكترون في الحقل الكولوني للشاردة الموجبة ، يعطي القيم الذاتية للطاقة :

$$E_p = E_v + \frac{m^* e^4 z^2}{8\hbar^2 \varepsilon^2 \varepsilon_0^2 n^2} = E_v + \frac{E_a}{n^2} \qquad (15.8)$$

حيث أن

$$E_a = \frac{13,52\, z^2}{\varepsilon^2}\left(\frac{m^*}{m_0}\right) \qquad (15.9)$$

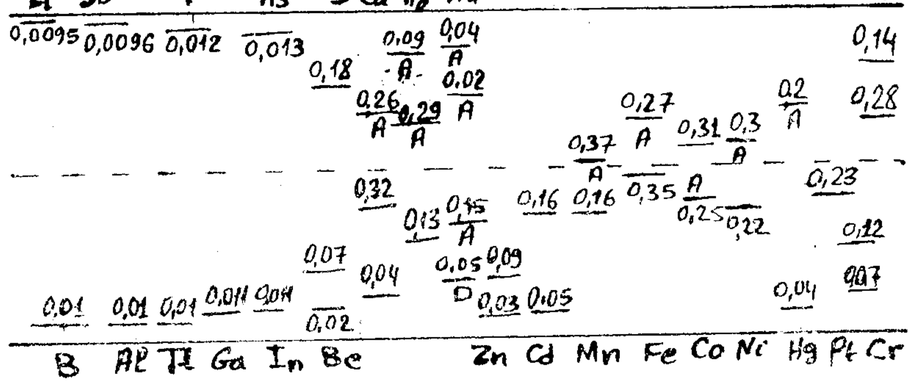
أي أن السوية الطاقية للشائبة الآخذة تقع في المنطقة المحظورة فوق سقف منطقة التكافؤ E_v بالمسافة E_a . وتكون وفقا للحسابات مساوية في حالة الجرمانيوم $0,01\, e.v$، وهذه القيمة تساوي تقريبا طاقة التشرد المقاسة تجريبيا .

وهكذا ، فان السويات الطاقية الضحلة (قليلة العمق) للشوائب

المانحة والآخذة التي تشكلها عناصر العمودين الخامس والثالث من الجدول الدوري في أشباه الموصلات التكافؤية من نـــــوع الجرمانيوم، يصفها بشكل جيد نموذج شبه الهدرجين. وتكون طاقة تشرد هذه الشوائب متناسبة عكسا مع ε^2 وطردا مع الكتلة الفعالة لحامل الشحنة.

تشكل عناصر الأعمدة 7،6،2،1 من الجدول الدوري عند تطعيم شبه الموصل بها، سويات طاقية عميقة. ويمكن لهذه العناصر أن تدخل في الشبكة على شكل شائبة (مانحة D أو آخذة A) أحاديـــة التشرد ($D^{(1)}$ أو $A^{(1)}$) أو ثنائية التشرد ($D^{(2)}$، $A^{(2)}$). اضافة لذلك، فان نفس الذرة يمكنها أن تشكل سويات مانحة أو آخذة.

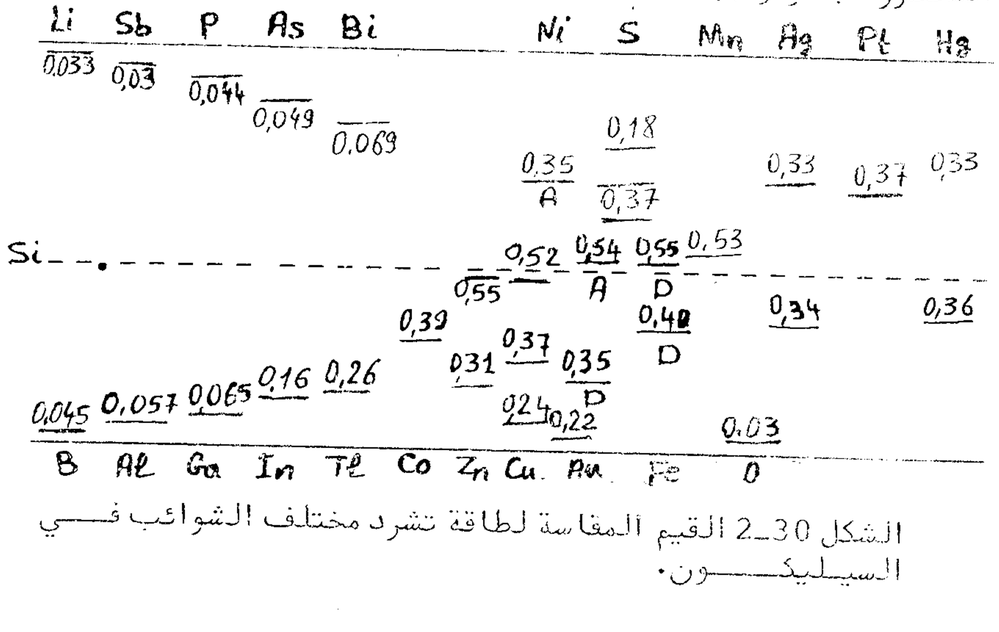
يعرض الشكلان 29_2 و 30_2 قيم طاقة التشرد المقاســـة تجريبيا من أجل مختلف الشوائب في الجرمانيوم والسيليكـــون



الشكل 29_2 القيم المقاسة لطاقة تشرد مختلف الشوائب فـــي الجرمانيـــوم.

وتعتبر السويات الشائبية الموجودة في النصف العلوي من المنطقة المحظورة موانحا، ويمكن أن توجد السويات المانحة في النصـــف السفلي، وقد رمز لها بالحرف D. وتقاس طاقة تشرد الشوائـــب

التي توجد سوياتها في النصف السفلي من المنطقة المحظـــورة ابتداء من سقف منطقة التكافؤ، وتعد سويات آخذة. ويرمز الـــى السويات الآخذه الموجودة في النصف العلوي من المنطقـــة المحظورة بالرمز A.



الشكل 30_2 القيم المقاسة لطاقة تشرد مختلف الشوائب فـــي السيليكـــون.

الفصل الثالث

احصاء الالكترونات والثقوب في أشباه الموصلات

1.3. كثافة الحالات الكوانتية

تتلخص الوظيفة الأساسية للفيزياء الاحصائية في تعيين عدد الجسيمات التي تملك طاقة محصورة في مجال محدد للطاقة. ولكي نحل هذه المسألة، لابد من معرفة الحالات الكوانتية واحتمال وجود الجسيمات في هذه الحالات. وبالتالي، لكي نعين تركيز حوامل الشحنة في أشباه الموصلات، لابد من معرفة العددالحقيقي للحالات المشغولة بالالكترونات والثقوب.

نفرض أن عدد الحالات الكوانتية يساوي dz(مع الأخذ بعين الاعتبار السبين)في المجال الطاقي من E الى $E+dE$، وذلك في واحدة الحجم للبلورة. نرمز بـ $N(E)$ لكثافة الحالات، أي الى عدد الحالات في واحدة مجال الطاقة من أجل واحدة الحجوم للبلورة. يكون وفقا لهذا التعريف:

$$N(E) = \frac{dz}{dE} \qquad (1.1)$$

اذا كان احتمال امتلاء الحالات ذات الطاقة E يساوي$f(E,T)$ فان عدد الالكترونات dn الواقعة في الحالات dz يساوي:

$$dn = f(E,T)dz = f(E,T)N(E)dE \qquad (1.2)$$

ويكون وفقا لذلك العدد الكلي للالكترونات التي تملك طاقة تقع في المجال الطاقي الممكن : من E_1 الى E_2، مساويا :

$$n = \int_{E_1}^{E_2} f(E,T)\cdot N(E)\cdot dE \qquad (1.3)$$

نستنتج العبارة الرياضية لكثافة الحالات الكوانتيةعندما تكون سطوح الطاقة المتساوية لمنطقتي الناقلية والتكافؤ على شكل كرات. نعين كثافة الحالات في الجوار الأقرب لأرضية (قاع) منطقة الناقلية. يمكن وفقا للعلاقة (1.21ف2)، أن نكتب طاقة الالكترونات الى جوار قاع المنطقة بالشكل:

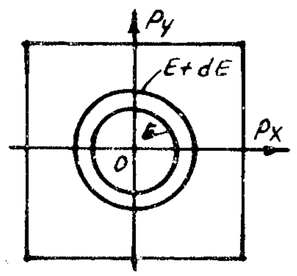
$$E = E_c + \frac{p^2}{2m_n^*} \qquad (1.4)$$

حيث أن $E_c = E(\vec{P}_0)$ طاقة الالكترون في قاع منطقة الناقلية، وm^* الكتلة الفعالة للالكترون.

نفرز منطقة كروية بين سطحين للطاقة المتساوية موافقين ل $E(\vec{P}) = Const$ و $E(\vec{P}) + dE = Const$ (الشكل 1_3). ان حجم هذه الطبقة يعطى بالعلاقة :

$$dV_p = 4\pi p^2 dp \qquad (1.5)$$

ويكون حجم الخلية العنصرية في منطقة بريليون مقاسة بواحدة الحجوم للبلورةفي الفضاء-P، وفقا لـ(7.6ف2)مساويا القيمة h^3. ويمكن أن يقع في كل خلية الكترونان مختلفان باتجاه سبنيهما، نأخذ هذافي الحسبان، فنجد أن عدد الحالات في الحجم dV_p يساوي:



الشكل 1_3 حجم قشرة كروية في منطقة بريليون محصورة بين سطحين للطاقة المتساوية E، $E+dE$.

$$dz = \frac{V_p}{h^3} = \frac{8\pi}{h^3} p^2 dp \qquad (1.6)$$

نحصل من (1.4) على :

$$p^2 = 2m_n^* \cdot (E - E_c) \qquad (1.7)$$

ومنه

$$P = (2 m_n^*)^{1/2} \cdot (E - E_c)^{1/2}$$

و

$$dp = \frac{1}{2} (2 m_n^*)^{1/2} \cdot (E - E_c)^{-1/2} \, dE \qquad (1.6)$$

نعوض المساويات (1.6)، (1.7) و (1.8) في العلاقة (1.1)، فنحصل على عبارة تتمتع بتناظر كروي:

$$N(E) = 4\pi \left(\frac{2 m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot (E - E_c)^{1/2} \qquad (1.9)$$

نعين كثافة الحالات الى جوار سقف منطقة التكافؤ. نستخدم من أجل ذلك العلاقتين (11.21ف2) و (11.26ف2) لطاقة الثقب:

$$E = E_v - \frac{P^2}{2 m_p^*} \qquad (1.10)$$

وترمز هنا $E_v = E(\vec{P}_0)$ الى طاقة الثقب على سقف منطقة التكافؤ، و m_p^* الكتلة الفعالة للثقب. ونحصل باجراء حسابات مشابهة لما تقدم على:

$$N(E) = 4\pi \left(\frac{2 m_p^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot (E_v - E)^{1/2} \qquad (1.11)$$

وهكذا، اذا كانت طاقة حامل الشحنة دالة تربيعية لشبه الاندفاع، فان كثافة الحالات $N(E)$ تملك تابعية للطاقة من الشكل $(E - E_c)^{1/2}$ أو $(E_v - E)^{1/2}$. وبالتالي فان العبارتين (1.9) و (1.11) صحيحتان فقط من أجل الحالات المجاورة

لنهايات الطاقة، أي الى جوار قاع وسقف المنطقتين.

نحسب الآن كثافة الحالات الكوانتية من أجل منطقة معقدة لشبه الموصل، وذلك عندما توصف التابعية $E(\vec{P})$ الى جوار قاع المنطقة بعبارة من الشكل (11.14ف2) بما أن $P_{0x} = P_{0y} = P_{0z} = 0$ و $E(\vec{P}_0) = E_c$ من أجل قاع المنطقة، فان

$$E = E_c + \frac{P_x^2}{2 m_1} + \frac{P_y^2}{2 m_2} + \frac{P_z^2}{2 m_3} \qquad (1.12)$$

حيث أن $\frac{1}{m_1}$ ، $\frac{1}{m_2}$ ، $\frac{1}{m_3}$ المركبات القطرية لموتر الكتلة الفعالة العكسية. وتكون سطوح الطاقات المتساوية في هذه الحالة على شكل سطوح لقطوع ناقصة مجسمة، تملك معادلتها بالصياغة القانونية الشكل:

$$\frac{P_x^2}{a^2} + \frac{P_y^2}{b^2} + \frac{P_z^2}{c^2} = 1 \qquad (1.13)$$

حيث أن أنصاف محاور القطع هي

$$a_i = \left[2 m_i (E - E_c) \right]^{\frac{1}{2}} \qquad (1.14)$$

يعطى حجم القطع الناقص المجسم ذي أنصاف المحاور a ، b ، c بالعلاقة:

$$V_p = \frac{4\pi}{3} abc = \frac{8\pi}{3} (2 m_1 m_2 m_3)^{1/2} \cdot (E - E_c)^{3/2} \qquad (1.15)$$

ويعطى حجم الطبقة المحصورة بين مجسمين للطاقة المتساوية $E + dE = Const$ ، $E = Const$ بالعلاقة:

$$dV_p = 4\pi (2 m_1 m_2 m_3)^{1/2} \cdot (E - E_c)^{1/2} \cdot dE \qquad (1.16)$$

ويحوي الحجم dV_p، اذا أخذنا في الحسبان السبين ، الكمية التالية من الحالات الكوانتية :

$$dZ = 2\frac{dV_p}{h^3} = 4\pi\left(\frac{2}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} . (m_1 m_2 m_3)^{\frac{1}{2}} . (E - E_c)^{\frac{1}{2}} . dE \quad (1.17)$$

وبالتالي فان عبارة كثافة الحالات الى جوار قاع منطقة الناقلية المعقدة، تأخذ الشكل:

$$N(E) = 4\pi\left(\frac{2}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} . (m_1 m_2 m_3)^{\frac{1}{2}} . (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \quad (1.18)$$

ويمكن اعادة صياغة العبارة (1.18) الى شكل مشابه للعبارة (1.9)، وذلك اذا فرضنا أن

$$m_1 m_2 m_3 = m_{dn}^{*3} \quad (1.19)$$

حيث أن m_{dn}^* تدعى "بالكتلة الفعالة لكثافة الحالات من أجل الالكترونات"، ونحصل عندئذ كما هو الحال للمنطقة البسيطة على العلاقة :

$$N(E) = 4\pi\left(\frac{2\, m_{dn}^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} . (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \quad (1.20)$$

وهكذا نستطيع استبدال سطح القطع الناقص المجسم للطاقة المتساوية في منطقة الناقلية بسطح كروي، وذلك اذا أدخلنا الكتلة الفعالة لكثافة الحالات من أجل الالكترونات التي يمكن حسابها بالصيغة (1.19).

2.3 . دالة التوزيع لفرمي-ديراك

يتطلب تعيين عدد الجسيمات التي تملك طاقة ما في المجال المعطى معرفة كثافة الحالات الكوانتية $N(E)$ ، بالاضافة الى احتمال شغل الحالة المعطاة ذات الطاقة E بالجسيمة، أي يجب معرفة دالة التوزيع $f(E)$. ويصح في شروط التوازن الحراري توزيع فرمي-ديراك من أجل الجسيمة المالكة لسبين قيمته $\frac{1}{2}$ ، والخاضعة لمبدأ باولي:

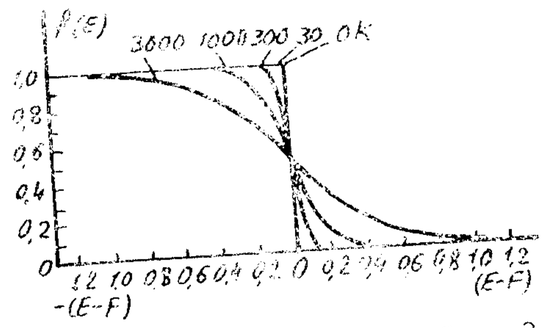
$$f_0(E) = \frac{1}{e^{(E-F)/kT} + 1} \quad (2.1)$$

حيث أن k ثابت بولتزمان ، و T درجة الحرارة المطلقة، و F طاقة فرمي، أو الكمون الكيميائي، أي العمل الذي ينبغي صرفه (بذله) لتغيير عدد الجسيمات في الجملة بمقدار الواحد. وتتعلق F في الحالة العامة بدرجة الحرارة. وتتدخل الميزات الترمودينامكية للجملة بشدة في تعيين سوية فرمي. ويمكن أن نعرفها أيضا، بأنها الزيادة في الطاقة الحرة للجملة عندما يضاف اليها الكترون واحد في شروط ثبات الحجم ودرجة الحرارة. غير أننا لانريد أن ندخل في مناقشة الفكرة الترمودينامكية لـ F، ونكتفي باعتبارها قيمة طاقية ما مميزة، تتعلق بنوع شبه الموصل ومكوناته وحالته (درجة الحرارة، الضغط ...الخ).

ندرس هيئة دالة التوزيع لفرمي-ديراك في مختلف درجات الحرارة. ينتج عن العلاقة (2.1)، أنه في درجة الحرارة $T = 0K$ يكون $f_0 = 1$ من أجل مجال الطاقة $0 \leqslant E < F$ ، ويكون $f_0 = 0$ من أجل $E > F$. وهذا يعني أن جميع الحالات الكوانتية ذات الطاقة

الأصغر من طاقة فرمي تكون مشغولة بالالكترونات، وتكون السويات الواقعة فوق سوية فرمي فارغة تماما (غير مشغولة بالالكترونات). وبالتالي تعد طاقة فرمي الطاقة العظمى التي يمكن أن تمتلكها الالكترونات في المعادن في درجة حرارة الصفر المطلق.

ندرس الحالة التي تكون فيها $T>0$. ينتج عن العبارة (2.1) أنه من أجل طاقة تساوي طاقة فرمي ($E=F$) يكون $f_0=\frac{1}{2}$. وهكذا تعرف سوية فرمي بأنها السوية الطاقية التي يكون من



الشكل 2-3 هيئة دوال التوزيع لفرمي-ديراك.

أجلها احتمال الامتلاء مساويا الى النصف ($f_0=\frac{1}{2}$) وذلك من أجل درجات حرارة تختلف عن الصفر المطلق. وينتقل جزء من الالكترونات من أجل $T>0$ نتيجة للحركة الحرارية الى حالات جديدة طاقتها أعلى من سوية فرمي ($E>F$)، وبالتالي يصبح جزء من الحالات الواقعة تحت سوية فرمي شاغرا. ويكون في هذا الوضع عدد الجسيمات العابرة الى السويات الطاقية الأعلى مساويا الى عدد الحالات الفارغة (الحرة) المتشكلة في المجال $E<F$.

نورد تقديرا لمجالات تغير دالة التوزيع $f_0(E)$ عندما تكون $T>0$. نحسب قيمة $f_0(E)$ من أجل مختلف قيم الطاقة. تكون

قيمتا $f_0(E)$ من أجل قيمتي الطاقة $E_{1,2}=F\pm KT$ مساويتين $(1+e)^{-1}=0,27$ و $(1+\frac{1}{e})^{-1}=0,73$ على الترتيب. وعندما تختلف الطاقة عن F بالمقدار $\pm 2KT$ تكون قيمتا $f_0(E)$ الموافقتان مساويتين 0,118 و 0,882 ؛ وعندما يكون الاختلاف $\pm 3KT$، تصبح قيمتا $f_0(E)$ مساويتين 0.047 و 0.953. ينتج عن هذه المعطيات أن احتمال امتلاء الحالات يختلف بشكل جلي عن الواحد أو الصفر في المجال $KT(3$ الى $1)$ الواقع الى جوار القيمة $E=F$ (الشكل 2-3).

تصف دالة التوزيع لفرمي-ديراك احتمال امتلاء الحالة الكوانتية المحتلة بالكترون، ويكون احتمال غياب (اشتغال) الالكترون من الحالة الطاقية E في شروط التوازن الحراري مساويا لاحتمال شغل هذه الحالة بثقب، ويعطى هذا الاحتمال بالعلاقة:

$$f_{0p}(E)=1-f_0(E)=1-\frac{1}{e^{(E-F)/KT}+1}=\frac{1}{e^{(F-E)/KT}+1} \qquad (2.2)$$

"وبالتالي فان تابع التوزيع للثقوب يماثل تابع التوزيع للالكترونات، ولكن ينبغي أن نحسب طاقة الثقب انطلاقا من سوية فرمي بالاتجاه المعاكس لحساب طاقة الالكترون."

يأخذ تابع التوزيع من أجل الالكترونات الواقعة في الحالات الطاقية المرتفعة جدا $[(E-F)\gg KT]$ الشكل:

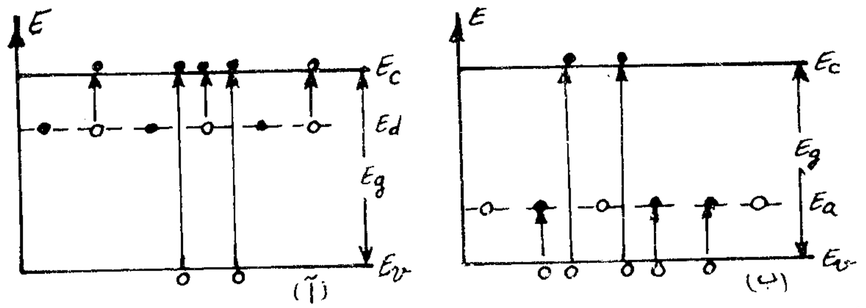
$$f_0(E)=e^{(F-E)/kT}=Ce^{-E/kT} \qquad (2.3)$$

أي أنه يتطابق مع دالة التوزيع لماكسويل-بولتزمان للجسيمات الخاضعة للقوانين الكلاسيكية. واذا خضعت حوامل الشحنة لاحصاء بولتزمان، فان شبه الموصل يدعى في هذه الحالة "بالفطري".

3.3. درجة امتلاء السويات الشائبية

ندرس الحالة التي يكون فيها شبه الموصل حاويا على شائبة مانحة تركيزها N_d . تكون الذرة المانحة للالكترون معتدلة كهربائيا أصلا. وتتحقق مثل هذه الحالة عندما يستبدل ركن من أركان الشبكة البلورية للسيليكون بذرة الزرنيخ. ولا يساهم الالكترون التكافؤي الخامس لذرة الزرنيخ في تشكيل الروابط الالكترونية المتزاوجة، ويوافق وجوده في الحالة المذكورة نشوء سوية طاقية واقعة في المنطقة المحظورة تحت قاع منطقة الناقلية بالمسافة E_d (الشكل 3_3_آ).

بما أن الشائبة المانحة تحوي الكترونا وحيدا يمكنه أن يساهم في الناقلية، فان العدد الكلي لحالات الشائبة المانحة ينبغي أن يكون مساويا لعدد الذرات الشائبية المحقونة في واحدة الحجوم من البلورة، أي أنه يساوي N_d.



الشكل 3_3 شبه الموصل الالكتروني آ ، والثقبي ب.

لنفرض أن عدد الالكترونات الواقعة على سوية الشائبة المانحة يساوي n_d . يكون عندئذ تركيز الذرات المانحة المتشردة الحاملة لشحنة موجبة والمتشكلة نتيجة الانتقال الحراري للالكترونات من السوية المانحة الى منطقة الناقلية مساويا P_d:

$$P_d = N_d - n_d \qquad (3.1)$$

اذا كان ممكنا أن يتواجد على السوية الشائبية المانحة وفقا لمبدأ باولي الكترونان بسبنين متعاكسين، فان احتمال امتلائها يمكن تعيينه بدالة فرمي-ديراك(2.1)التي ينبغي أن نضع فيها بدلا من E الطاقة E_d للالكترون الموجود على السوية الشائبية وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$\frac{n_d}{P_d} = \frac{N_d f}{N_d (1-f)} = e^{(F-E_d)/KT}$$

هذا لو كانت كل سوية طاقية توافق حالة كوانتية وحيدة. الا أنه في الواقع توافق نفس السوية الطاقية E_d للالكترون المرتبط عدة حالات كوانتية g ، بينما توافق المكان الشاغر g_0 حالة، وتكون في مثالنا $g = 2$ ذلك لاحتمال اتخاذ الالكترون وحيد بسبنين مختلفين ، وتكون $g_0 = 1$ وذلك لاحتمال غياب الالكترون الوحيد من الشائبة المانحة. وبالتالي يزداد الثقل(الوزن) الاحصائي للحالة المعتدلة للذرة الشائبة. وهكذا يكون

$$\frac{P_d}{n_d} = \frac{g_0(1-f)}{g f} = \frac{1}{g e^{(F-E_d)/KT}} = \frac{1}{2 e^{-(E_d-F)/KT}} \qquad (3.2)$$

ويمكن كتابة العلاقة السابقة باستخدام (3.1) على الشكل:

$$\frac{N_d - n_d}{n_d} = (2 e^{-(E_d-F)/KT})^{-1} \qquad (3.3)$$

ومن هنا نجد تركيز الالكترونات المتواجدة على السوية المانحة:

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{(E_d-F)/KT} + 1} \qquad (3.4)$$

ويعين تركيز الشوارد الموجبة للشائبة المانحة من العلاقتين (3.2) و (3.4) :

$$P_d = \frac{N_d}{2e^{(F-E_d)/kT}} \qquad (3.5)$$

ويمكن أن نكتب الثابت المضروب في الحد الأسي للعبارة (3.4) على الشكل g^{-1} ، يعطي عندئذ احتمال تواجد الالكترون على السوية المانحة ذات الطاقة E_d بالعلاقة :

$$f(E_d) = \frac{1}{g^{-1}e^{(E_d-F)/kT}+1} \qquad (3.6)$$

وتصبح دالة التوزيع للشوارد الموجبة للشائبة المانحة باستخدام (2.2) و (3.5) على الشكل :

$$f_{FT} = \frac{1}{g\,e^{(F-E_d)/kT}+1} \qquad (3.7)$$

ينتج عن المساواة (3.6) أن معامل (درجة) اللافطرية السبنية g من أجل الشائبة المانحة ذات الالكترون التكافؤي الوحيد التي تكون فيها السوية الشائبية ثنائية اللافطرية يكون مساويا 2 ، أي أن $g = 2$.

ندرس الآن شبه الموصل الآخذ مثلا حالة السيليكون المشوب بالبور . ولنفرض أن كثافة الشائبة الآخذة في البلورة تساوي N_a . ويعرض الشكل (3-3ب) المخطط الطاقي لمثل هذه الأنواع من أشباه الموصلات .

تشكل ذرة البور المعتدلة ثلاث روابط مشتركة متزاوجة مع ذرات السيليكون المجاورة ، وتبقى الرابطة الرابعة لواحدة من ذرات السيليكون الأربع المحيطة بذرة البور غير مشبعة . وتتوضع هذه الرابطة الى جوار ذرة البور وتتصرف كثقب موجب .

ويمكن أن يأتي الكترون من ذرات المادة الأصلية الى هذه الرابطة وتتطلب هذه العملية طاقة E_a . ويتشكل نتيجة لذلك ثقب حر ، وتتحول ذرة البور الى شاردة سالبة . وهكذا يمكن للسوية الآخذة اما الاحتفاظ بالكترون وحيد ذي سبين كيفي (الحالة المعتدلة للشائبة الآخذة) ، أو ذلك الكترونين بسبين متزاوجين ، وذلك عندما تصطاد الذرة الشائبة من أجل تتميم الروابط الزوجية الكترونا من منطقة التكافؤ (الحالة المؤينة للشائبة الآخذة) . وبالتالي تكون درجة اللافطرية للسوية الآخذة $g = 2$. وتتضاعف لافطرية السويات الآخذة في السيليكون والجرمانيوم ، ويعود هذا الى درجة اللافطرية الثنائية لمنطقة التكافؤ من أجل $\vec{k} = 0$ ، ونتيجة لذلك يكون معامل اللافطرية للسويات الآخذة يساوي $g = 4$. وبالتالي يعطى تركيز الالكترونات n_a على السوية الآخذة (أو كثافة الشوارد السالبة) في درجة الحرارة المطلقة بالعلاقة :

$$n_a = \frac{N_a}{g\,e^{(E_a-F)/kT}+1} \qquad (3.8)$$

ويصبح تركيز الثقوب الموافقة على السوية الطاقية مساويا :

$$P_a = \frac{N_a}{g^{-1}\,e^{(F-E_a)/kT}+1} \qquad (3.9)$$

4.3 . تركيز الالكترونات والثقوب

ندرس عملية تشكل الحوامل الحرة للشحنة في أشباه الموصلات المشوبة تحت تأثير درجة الحرارة . ولنأخذ مثالا على ذلك شبه الموصل المانح الذي عُرض مخططه الطاقي على الشكل 3-3آ .

تشغل الالكترونات في درجة حرارة الصفر المطلق الحالات ذات القيم الطاقية الصغرى. وبعبارة أخرى، تكون جميع الحالات للشائبة المانحة ولمنطقة التكافؤ في درجة الصفر المطلق ($T=0K^{\circ}$) مشغولة بالالكترونات، وبالتالي لايوجد في منطقة الناقلية أية الكترونات. وعندما ترتفع درجة الحرارة يصبح اهتزاز ذرات البلورة أكثر عنفا. ويمكن أن يؤدي ذلك الى انفصام الالكترون من الشائبة المانحة، وحتى الى قطع رابطة تكافئية للمادة الأصلية، وتظهر نتيجة لذلك الالكترونات والثقوب الحرة. وتدعى الحوامل الحرة للشحنة المتشكلة على حساب الطاقة الحرارية لاهتزاز الشبكة والموجودة في حالة توازن ترموديناميكي مع الشبكة "بالتوازنية أو الحرارية"، وتدعى عملية التشكل هذه بالتوليد الحراري.

وهكذا يتم في أشرم المانحة نتيجة للاثارة الحرارية انتقال للالكترونات الى منطقة الناقلية من السوية المانحة ومن منطقة التكافؤ أين تتشكل ثقوب مكافئة. وتمثل الأسهم على الشكل 3-3آ هذه الانتقالات. "وتدعى عملية الانتقال العكسي للالكترون من منطقة التوصيل الى السوية المانحة للشائبة أو الى منطقة التكافؤ باعادة التوحد (Recombination).

تنشأ الالكترونات والثقوب المتوازنة في حالة شرم الآخذ نتيجة الانتقالات الحرارية للالكترونات من منطقة التكافؤ الى سوية الشائبة الآخذة أو الى منطقة الناقلية (الشكل 3-3ب).

نعين في حالة التوازن الترموديناميكي تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية n_0، وتركيز الثقوب p_0 في منطقة التكافؤ من أجل أشرم المانحة. ونورد هنا حل المسألة من أجل أشرم التي تملأ في كلتا المنطقتين سطوحا كروية لسويات الطاقة.

يمكن الحصول على التركيز المتوازن للالكترونات اذا عوضنا

في المساواة (1.3) كثافة الحالات الكوانتية من أجل السطوح الكروية لسويات الطاقة (1.9)، واستخدمنا دالة التوزيع لفرمي-ديراك (2.1). وينبغي اجراء التكامل ضمن الحدود المعينة بقاع منطقة الناقلية E_c وسقفها. واذا أخذنا بالحسبان التابعية الحادة للدالة $f_0(E)$ بالنسبة للطاقة، فاننا نستطيع أن نجعل الحد العلوي للتكامل مساويا الى اللانهاية. ونحصل نتيجة لذلك على

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} f_0(E)\, N(E)\, dE = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot (E-E_c)^{\frac{1}{2}} dE}{e^{\frac{E-F}{KT}} + 1} \qquad (4.1)$$

ندخل المقدارين التاليين اللذين لايملكان أبعادا:

$$\frac{E-E_c}{KT} = \varepsilon \,, \qquad \frac{F-E_c}{KT} = \zeta \qquad (4.2)$$

ويدعى المقدار ζ "بالسوية المختزلة لفرمي". تتحول عندئذ (4.1) الى الشكل:

$$n_0 = 4\pi \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot (KT)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon}{e^{\varepsilon-\zeta}+1} = N_c\, F_{\frac{1}{2}}(\zeta) \qquad (4.3)$$

وتدعى N_c :

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* KT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (4.4)$$

"بالكثافة الفعالة للحالات في منطقة الناقلية". و $F_{\frac{1}{2}}(\zeta)$:

$$F_{\frac{1}{2}}(\zeta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon}{e^{\varepsilon-\zeta}+1} \qquad (4.5)$$

بتكامل فرمي-ديراك من المرتبة $\frac{1}{2}$. ويعرض الشكل 4-3 هيئة هذا التكامل .

تتعلق الكثافة الفعالة للحالات N_c بدرجة الحرارة .ونحصل بتبديل الثوابت العامة في(4.4) بقيمها العددية على:

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_n^* KT}{h^2}\right)^{3/2} = 4{,}82 \cdot 10^{15}\left(\frac{m_n^*}{m_0}\right)^{3/2} =$$

$$= 2{,}5 \cdot 10^{19}\left(\frac{m_n^*}{m_0}\right)^{3/2}\left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} \quad (4.6)$$

نعين كمية الثقوب في منطقة التكافؤ.نحصل وفقا لـ (1.11) و (2.2) على:

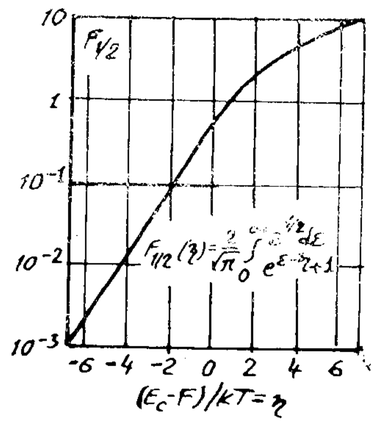
$$p_0 = \int_{E_{v\,min}}^{E_v} f_{op}(E)\, N(E)\cdot dE =$$

$$= 4\pi \left(\frac{2m_p^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2}\cdot dE}{e^{\frac{F-E}{KT}} + 1} \quad (4.7)$$

وقد بدلنا في الحد الأدنى للتكامل $E_{v\,min}$ بـ $-\infty$ - وذلك بسبب التغير الحاد لتابعية f_{op} للطاقة .

نستخدم الرموز التالية :

$$\frac{E_v - E}{KT} = \varepsilon_p \;,\; \frac{E_c - E_v}{KT} = \frac{E_g}{KT} = \varepsilon_i \;,\; \frac{F-E}{KT} = \zeta + \varepsilon_i + \varepsilon_p \quad (4.8)$$



الشكل 4-3 تابعية تكامل فرمي-ديراك $F_{1/2}$ لسوية فرمي.

حيث أن $E_c - E_v = E_g$ عرض المنطقة المحظورة . وهكذا تأخذ عبارة تركيز الثقوب الشكل:

$$p_0 = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2\pi m_p^* KT}{h^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon_p^{1/2}\, d\varepsilon_p}{e^{\varepsilon_p + \zeta + \varepsilon_i} + 1} =$$

$$= N_v \cdot F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i) \quad (4.9)$$

حيث أن N_v :

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_p^* KT}{h^2}\right)^{3/2} \quad (3.10)$$

الكثافة الفعالة للحالات في منطقة التكافؤ و $F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i)$:

$$F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\varepsilon_p^{1/2}\cdot d\varepsilon_p}{e^{\varepsilon_p + \zeta + \varepsilon_i} + 1} \quad (4.11)$$

تكامل فرمي-ديراك لمنطقة التكافؤ.

اذا وضعنا $m_n^* = m_p^* = m_0$ ، فان الكثافة الفعالة للحالات تكون من أجل $T = 300\ K$ مساوية $N_c = N_v = 2{,}5 \cdot 10^{19}\ cm^{-3}$ وهذا يساوي تقريبا $\frac{1}{2000}$ من عدد الذرات في 1 سم^3 .

اذا أدخلنا الرمز $\frac{E_c - E_d}{KT} = \varepsilon_d$ ، فانه استنادا الى العلاقة (3.6) يكون تركيز الالكترونات على سوية الشائبة المانحة مساويا :

$$n_d = f_0(E_d)\, N_d = \frac{N_d}{g^{-1} e^{-\varepsilon_d - \zeta} + 1} \quad (4.12)$$

وتكون كمية الشوارد الموجبة لذرات الشائبة وفقا للعبارة

(3.7) مساوية :

$$P_d = f_{op}(\varepsilon_d) N_d = \frac{N_d}{g e^{\varepsilon_d + \zeta} + 1} \qquad (4.13)$$

نعين تركيز الثقوب P_a وتركيز الالكترونات n_a على سويـــة الشائبة الآخذة . اذا رمزنا بـ $\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_a}{kT}$ ، فان هذيـــن التركيزين يعطيان وفقا للعلاقتين (3.8) و (3.9)،بالمساواتين:

$$P_a = \frac{N_a}{g^{-1} e^{\varepsilon_a + \zeta} + 1} \qquad (4.14)$$

$$n_a = \frac{N_a}{g e^{-\varepsilon_a - \zeta} + 1} \qquad (4.15)$$

5.3. شبـــه الموصـــل المشـــوب

لكي نحسب التركيزين المتوازنين للالكترونات n_0 والثقوب P_0 ، لابد من حساب قيمة تكامل فرمي-ديراك (4.5) و (4.11) ، ويصتدم هذا الحساب في كثير من الحالات بصعوبات جمة . غيـــر أنه من الممكن استخدام عبارات تحليلية تقريبية وجداول جاهـــزة لهذه التكاملات.

يمكن وفقا لتابعية تكاملي فرمي-ديراك (4.5) و (4.11) اللذين يعينان التركيز المتوازن للالكترونات والتركيز المتـواز ن للثقوب ،للسوية المختزلة لفرمي ، يمكن التعبير بالاسلوب التالي

1) يكون من أجل $-\infty < \zeta < -1$:

$$F_{1/2}(\zeta) = e^{\zeta} \qquad (5.1)$$

ومن أجل $-\infty < -\zeta - \varepsilon_i < -1$:

$$F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i) = e^{-\zeta - \varepsilon_i} \qquad (5.2)$$

ويوافق هذان التقريبان احصاء بولتزمان، ويعتبر شبه الموصـــل فطريا . ويعطى تركيزا الالكترونات والثقوب من أجل هذا التقريـــب الكلاسيكي بالعلاقتين التاليتين

$$n_0 = N_c e^{\zeta} \qquad (5.3)$$

$$P_0 = N_v e^{-\zeta - \varepsilon_i} \qquad (5.4)$$

ويعرض المنحني 1 على الشكل 5_3 التقريب الكلاسيكي.

2) يكون من أجل $5 < \zeta < \infty$:

$$F_{1/2}(\zeta) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \zeta^{\frac{3}{2}} \qquad (5.5)$$

ومن أجل $5 < -\zeta - \varepsilon_i < \infty$:

$$F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (-\zeta - \varepsilon_i)^{\frac{3}{2}} \qquad (5.6)$$

وهذان التقريبان صحيحان من أجل اللافطرية التامة لأشبـــاه الموصلات المانحة والآخذة على الترتيب. ويعرض الشكـــل 5_3 تقريب اللافطرية التامة لشبه موصل مانح (المنحني2).

3) ويكون تكامل فرمي ديراك لمنطقة الناقلية من أجل $-1 < \zeta < 5$ مساويا تقريبا

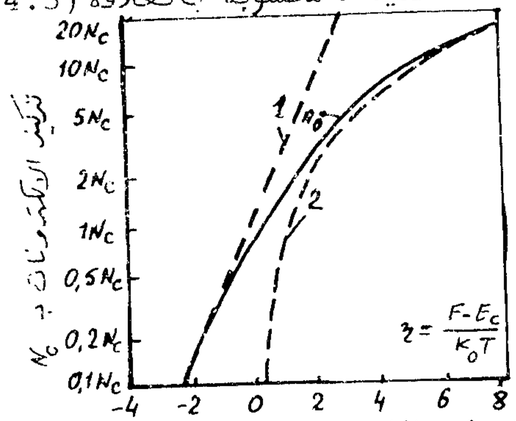
$$F_{1/2}(\zeta) = \frac{1}{0,27 + e^{\zeta}} \qquad (5.7)$$

ويكون التكامل لمنطقة التكافؤ من أجل $-1 < -\zeta - \varepsilon_i < 5$:

$$F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i) = \frac{1}{0,27 + e^{-\zeta - \varepsilon_i}} \qquad (5.8)$$

وتعتبر صفات شبه الموصل في هذه الشروط صفات إنتقالية من الحالة الفطرية الى حالة اللافطرية الكاملة. ويرافق حساب تكاملات فرمي ديراك بالصيغتين (5.7) و (5.8) شك كبير، وبالتالي يكون من الملائم استخدام جداول خاصة لتكاملات فرمي - ديراك.

يمثل المنحني n_0 على الشكل 5-3 القيمة الحقيقية لتركيز الالكترونات المتوازنة للناقلية، محسوبة بالعلاقة (4.3).



الشكل 5-3 تابعية تركيز الكترونات الناقلية n_0 لموضع سوية فرمي المختزلة.

ندرس بتفصيل أكثر الحالات الطرفية:

شبه الموصل الفطري المشوب: يمكن وفقا للرسم 5-3 اعتبار ش.م المانح فطريا اذا كانت

$$\eta = \frac{F-E_c}{KT} < -1$$

أو

$$F < E_c - KT \qquad (5.9)$$

ويعني هذا أن سوية فرمي في ش.م المانح الفطري ينبغي أن تقع في المنطقة المحظورة تحت قاع منطقة الناقلية بالمسافة KT على الأقل. وفي هذه الحالة يكون في دالة توزيع فرمي-

ديراك من أجل الالكترونات الواقعة في منطقة الناقلية والمالكة لطاقة $E_c \leqslant E$، يكون الحد الأسي أكبر بكثير من الواحد، وبالتالي يمكن اهمال الواحد، أي أن:

$$f_0 = \frac{1}{e^{(E-F)/kT}+1} \approx e^{-(E-F)/kT} \qquad (5.10)$$

وينتج عن (5.10) أن حوامل الشحنة في شبه الموصل المانح الفطري تخضع لاحصاء بولتزمان. ويكتب وفقا لذلك تكامل فرمي-ديراك على الشكل:

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}{e^{-\eta+\varepsilon}+1} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\eta}\int_0^\infty e^{-\varepsilon}.\varepsilon^{1/2}.d\varepsilon = e^{\eta} = e^{-(E_c-F)/kT} \qquad (5.11)$$

ويكون التركيزان المتوازنان للالكترونات n_0 والثقوب p_0 في ش.م الفطري مساويين على الترتيب:

$$n_0 = N_c F_{1/2}(\eta) = N_c e^{\eta} = N_c e^{-(E_c-F)/KT} \qquad (5.12)$$

$$p_0 = N_v F_{1/2}(-\eta-\varepsilon_i) = N_v e^{-\eta-\varepsilon_i} = N_v e^{(E_v-F)/KT} \qquad (5.13)$$

يظهر تحليل العلاقتين (5.12) و (5.13) أنه من أجل التوزيع الفطري التام لحوامل الشحنة، تكون قيمة تكامل فرمي مطابقة لعبارة احتمال امتلاء سوية الطاقة E_c. وبالتالي، كما ينتج عن العلاقتين (5.12 و 5.13)، فان تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية لـ ش.م الفطري المشوب يكون كما لو أنه توزيع على عدد N_c من السويات، طاقة كل منها E_c، ويكون العدد الكلي للثقوب

الحرة كما لو كان في منطقة التكافؤ N_v سوية، طاقة كل منها $\mathcal{E}_v$.

يكون شم الآخذ فطريا من أجل $\zeta_i - \varepsilon_i < -1$ أو $F > \mathcal{E}_v + KT$.

وهكذا فان شم الثقبي يكون فطريا اذا وقعت سوية فرمي في المنطقة المحظورة فوق سقف منطقة التكافؤ بمسافة أكبر من KT، ونتيجة لذلك يخضع التركيزان المتوازنان للالكترونات والثقوب لاحصاء ماكسويل-بولتزمان، ويعينان بالعلاقتين (5.12) و(5.13).

تنشأ الحوامل الحرة للشحنة في أشم الذاتية نتيجة انقطاع الروابط التكافؤية، وبالتالي يكون تركيز الالكترونات الحرة مساويا لتركيز الثقوب الحرة: $n_0 = p_0 = i$. ويدعى المقدار n_i "بالتركيز الذاتي لحوامل الشحنة". واذا رمزنا لسوية فرمي المختزلة في شم الذاتي بـ ζ_i، استطعنا أن نكتب اعتمادا على (5.12) و (5.13) التالي:

$$n_i = N_c e^{\zeta_i} = N_v e^{-\zeta_i - \varepsilon_i} \qquad (5.14)$$

نعبر الآن عن التركيزين المتوازنين للالكترونات n_0 (5.12) والثقوب p_0 (5.13) لـ شم المشوب الفطري بدلالة n_i، فيكون:

$$n_0 = N_c e^{\zeta} = n_i e^{\zeta - \zeta_i}$$

$$p_0 = N_v e^{-\zeta_i - \varepsilon_i} = n_i e^{\zeta_i - \zeta} \qquad (5.15)$$

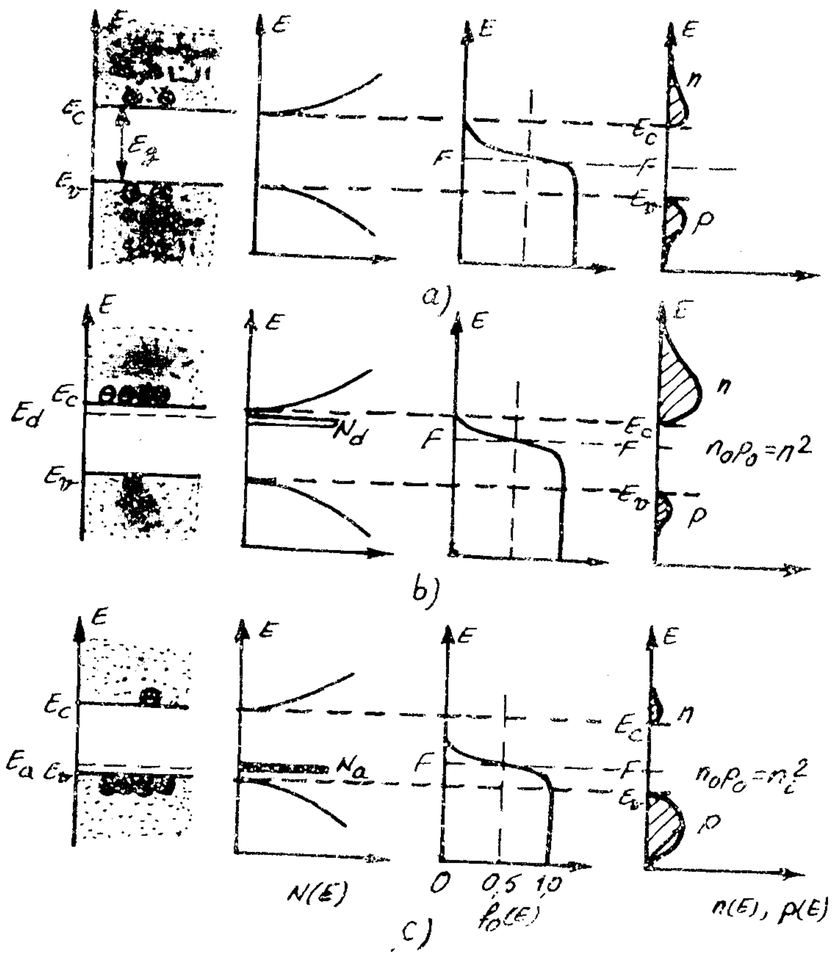
ومنه ينتج أن

$$n_0 p_0 = n_i^2 \qquad (5.16)$$

وهكذا يكون في شم المشوب الفطري جداء تركيز الالكترونات الحرة بالثقوب الحرة مساويا مربع تركيز حوامل الشحنة في ش م

الذاتي من أجل نفس درجة الحرارة.

يعرض الشكل 6-3 المخطط التمنطقي، وكثافة الحالات $N(E)$ وتوزع فرمي-ديراك $f_0(E)$، وتركيز حوامل الشحنة في شبه الموصل الذاتي (أ)، والالكتروني (ب)، والثقبي (جـ)، وذلك في شروط التوازن



الشكل 6-3

الترموديناميكي.

اذا تمت اثارة حوامل الشحنة على حساب الطاقة الحرارية

فان احتمال حدوث مثل هذه العملية يتناسب مع $e^{-W/kT}$. ويدعى المقدار W بطاقة التنشيط (الفعالية Activism). وبالتالي يمكن التعبير عن تركيز الالكترونات n_0 بدلالة طاقة الفعاليّة :

$$n_0 = c\, e^{-W/kT} \qquad (5.17)$$

حيث أن c مقدار ثابت.

يمكن اعادة كتابة (5.12) على الشكل:

$$n_0 T^{-\frac{3}{2}} = 2\left(\frac{2\pi m_n^* k}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-(E_c-F)/kT} = c' e^{-(E_c-F)/kT}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (5.17) نجد أن :

$$W = -k \frac{d}{d(\frac{1}{T})} \ln\left(n_0 T^{-\frac{3}{2}}\right) = E_c - F + T\frac{dF}{dT} \qquad (5.18)$$

أي أن طاقة الفعالية تتعلق بموضع سوية فرمي.

- شبه الموصل المشوب كامل اللافطرية : يمكن وفقا للعلاقة (5.5) اعتبار شم المانح لافطريا بشكل كامل من أجل $\eta = \frac{F-E_c}{kT} > 5$ ، أي عندما تقع سوية فرمي في منطقة الناقلية فوق قاع هذه المنطقة E_c بمسافة لاتقل عن $5kT$ ، ويكون تركيز الالكترونات في المنطقة $n \ll N_c$.

اذا تواجدت الكترونات حرة في منطقة الناقلية من أجل $T = 0^\circ K$ ، فان شم الذي من أجله تكون سوية فرمي المنتزلة $\eta = \frac{F-E_c}{kT} \longrightarrow \infty$ يكون لافطريا بشكل كامل. ويصبح مخرج العبارة (4.3) في هذه الحالة مساويا الى الواحد، ويكون التركيز المتوازن للالكترونات في شبه الموصل المانح كامل اللافطرية

مساويا :

$$n_0 = N_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta_0} \varepsilon^{1/2} \cdot d\varepsilon = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot N_c \cdot \eta_0^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_c \left(\frac{F_0 - E_c}{kT}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot (F_0 - E_c)^{\frac{3}{2}} \qquad (5.19)$$

لقد استبدلنا هنا الحد العلوي للتكامل بـ η_0 وهذا صحيح تماما في درجة الصفر المطلق. وتبقى الدقة جيدة باستعمال التبديل السابق أيضا من أجل $T \neq 0^\circ K$ ، وذلك ناتج عن التناقص السريع لدالة فرمي - ديراك من أجل $F < E$. وتجدر الاشارة الى امكانية استبدال ε بـ η_0 في حالة تحقق الشروط المذكورة لأن $\eta \longrightarrow \infty$ من أجل $T \longrightarrow 0$.

ويعين تركيز الثقوب المتوازنة P_0 بالعلاقة (5.13) .

تعين سوية فرمي في الصفر المطلق كما ينتج عن(5.19)، بالعلاقة :

$$F_0 = E_c + \frac{h^2}{2m_n^*}\left(\frac{3n_0}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad (5.20)$$

يعد شبه الموصل الآخذ كامل اللافطرية، اذا كان $-\eta - \varepsilon_i > 5$ و $F < E_v - 5kT$ ، أي اذا وقعت سوية فرمي في منطقة التكافؤ وعلى مسافة أكثر من $5kT$ تحت سقفها E_v .ويكون تركيز الثقوب الحرة وفقا للعلاقتين (4.9) و (5.6) مساويا :

$$P_0 = N_v \cdot \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot (-\eta_0 - \varepsilon_i) = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m_p^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot (E_v - F_0)^{\frac{3}{2}} \qquad (5.21)$$

ينتج عن المساواتين (5.19) و (5.21) أن تركيز الحوامل

الأساسية للشحنة في ش م المشوب كامل اللافطرية لايتعلق بدرجة الحرارة. فهو يحدد بموضع سوية فرمي F_0 وقيمة الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة، ويكون أثناء ذلك تركيز حوامل الشحنة الذي تبدأ من أجله اللافطرية أقل كلما كانت كتلتها الفعالة أصغر.

يمكن كتابة شرط اللافطرية الكاملة اعتمادا على(5.20) بـ الشكل :

$$\eta = \frac{F-E_c}{KT} = \frac{h^2}{2m_n^* KT}\left(\frac{3n_0}{8\pi}\right)^{2/3} \gg 1 \qquad (5.22)$$

وقد استبدلنا هنا n_0 بـ n، ولا تجر هذه العملية وراءها خطأ كبيرا في حالة اللافطرية الشديدة كما سنبين ذلك لاحقا. ويظهر تحليل العبارة (5.22) أن عملية انطلاق اللافطرية تكون أسرع كلما كان تركيز الحوامل الحرة للشحنة أكبر، وكلما كانت درجة الحرارة أقل (من أجل التركيز المعطى)، وكلما كانت الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة أصغر.

يعين حد الانتقال من ش م الفطري الى اللافطري بقيمة التركيز اللافطري لحوامل الشحنة n_{deg}، ودرجة الحرارة اللافطرية. وبما أن n_{deg} يعد التركيز الأصغر لحوامل الشحنة الموافق لبدء عملية اللافطرية من أجل درجة حرارة معطاة، فاننا نستطيع أن نكتب اعتمادا على (5.19) :

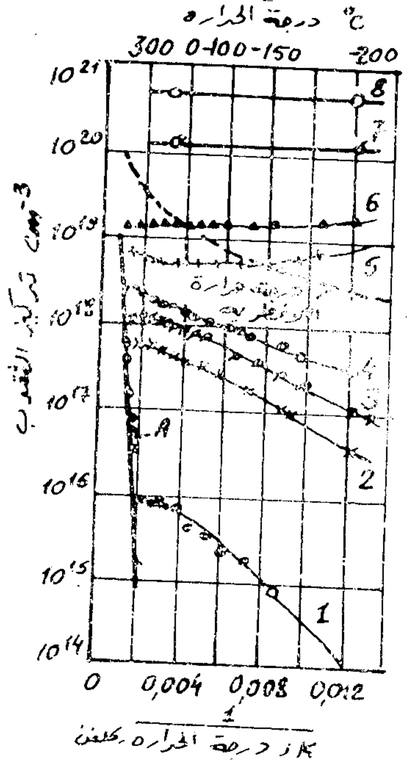
$$n_{deg} = \frac{4}{3\pi} N_c = 3{,}78.10^{15}\left(\frac{m_n^*}{m_0}\right)^{3/2} \cdot T_{deg}^{3/2} =$$

$$= 2.10^{19}\left(\frac{m_n^*}{m_0}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{T_{deg}}{300}\right)^{3/2} \qquad (5.23)$$

أو

$$T_{deg} = 4{,}1 .10^{-11}\left(\frac{m_0}{m_n^*}\right) \cdot n_{deg}^{2/3} \qquad (5.24)$$

وتدعم المعطيات التجريبية النتائج السابقة. يعرض الشكل 7_3 منحنيات التابعية الحرارية لتركيز الثقوب في السيليكون من أجل درجات تطعيم مختلفة للبور. ويبين تحليل هذه التابعيات أن تركيز الثقوب يتوقف عن تعلقه بدرجة الحرارة عند زيادة درجة التطعيم، وهذا يعني أن شبه الموصل أصبح تام اللافطرية.



الشكل 7_3 التابعية الحرارية لتركيز الثقوب في السيليكون المشوب بالبور. A- التركيز الذاتي. تركيز ذرات البور في مختلف المنحنيات تساوي : 1_ $2{,}7.10^{17}\ cm^{-3}$ ، 2_ $6{,}7.10^{17}\ cm^{-3}$ ، 3_ $2{,}7.10^{18}\ cm^{-3}$ ، 4_ $1{,}3.10^{18}\ cm^{-3}$ ، 5_ $6{,}7.10^{18}$ ، 6_ $1{,}3.10^{19}$ ، 7_ $1{,}3.10^{20}\ cm^{-3}$ ، 8_ $1{,}3.10^{21}$. المنحنى المتقطع يبين علاقة تركيز الثقوب بدرجة الحرارة التي تبدأ من أجلها اللافطرية.

ويلاحظ أن مجال اللافطرية ينزاح نحو التركيزات المرتفعة لحوامل الشحنة بزيادة درجة الحرارة. فاذا كان انطلاق اللافطرية يبدأ في درجة حرارة الآزوت السائل من أجل $P_0 = 2{,}5.10^{18}\ cm^{-3}$، فانه يبدأ في درجة حرارة الغرفة من أجل $P_0 = 2.10^{19}\ cm^{-3}$. ويلاحظ في انتموان الانديوم (SbI_n) الذي يملك كتلة فعالة للالكترونات صغيرة جدا ($m_n^* = 0{,}013\ m_0$) أن نشوء اللافطرية في درجة الحرارة $T = 300^\circ K$ يبدأ من أجل تركيز صغير $n_0 = 2.10^{16}\ cm^{-3}$.

نجد تابعية سوية فرمي في ش.م المانح واللافطري لدرجة الحرارة. اذا كانت $\eta \gg 1$ فان $1 \ll e^{\varepsilon-\eta}$، ويمكن نشر تكامل فرمي في سلسلة قوى. وبالتالي يمكن تقديم التركيز المتوازن للالكترونات n_0 بالشكل:

$$n_0 = N_c \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \eta^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{\pi^2}{8\eta^2} - \frac{7\pi^4}{640\eta^4} + \frac{31\pi^6}{3072\eta^6} \ldots\right) \qquad (5.25)$$

نحذف حدود السلسلة بدءا من الحد الثالث، ونبدّل في الحد الثاني η بـ η_0. ويؤدي هذا الى تخفيض الخطأ الناتج عن حذف الحدود الأخيرة. نحصل بالنتيجة على عبارة تقريبية لـ n_0:

$$n_0 \simeq N_c \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \eta^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{\pi^2}{8\eta_0^2}\right) \qquad (5.26)$$

نحصل من (1.19) و(5.26)

$$\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{n_0}{N_c} = \eta^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{\pi^2}{8\eta_0^2}\right) = \eta_0^{\frac{3}{2}} \qquad (5.27)$$

ومنه

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{\pi^2}{8\eta_0^2}\right)^{-\frac{2}{3}} \qquad (5.27\text{-}a)$$

ويكون الحد الثاني في القوس صغيرا جدا من أجل $\eta_0 > 5$. ننشر العبارة (5.27-a) في سلسلة ونقتصر على الحدين الأولين، فنجد أخيرا أن:

$$\eta = \eta_0 \left(1 - \frac{\pi^2}{12\eta_0^2}\right) \qquad (5.28)$$

أو

$$F = F_0 \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{F_0 - E_c}\right)^2\right] \qquad (5.29)$$

ينتج عن العلاقة (5.29) أن سوية فرمي F في ش.م اللافطري

وفي درجات حرارة منخفضة بشكل كاف تكون قريبة جدا من F_0.

6.3. شبه الموصل الذاتي

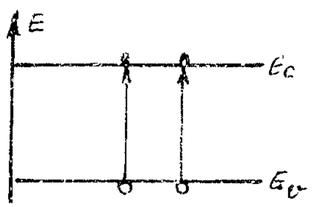
يعد شبه الموصل ذاتيا اذا كان تأثير الشوائب الموجودة فيه صغيرا. وتظهر الحوامل الحرة للشحنة في ش.م الذاتي نتيجة لانقطاع الروابط التكافوية فقط (الشكل 8-3)، وبالتالي فان:

$$n_0 = p_0 \qquad (6.1)$$

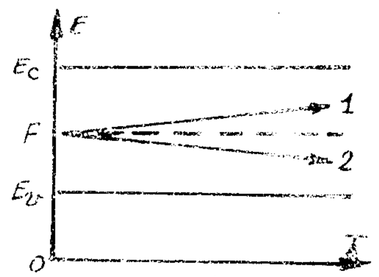
تعكس العبارة (6.1) شرط الاعتدال الكهربائي في ش.م الذاتي، حيث أن مجموع شحن الجسيمات المشحونة للبلورة ينبغي أن يساوي الصفر. ويحدد هذا المطلب موضع سوية فرمي. ويمكن ايجاده بحل المعادلة:

$$N_c F_{\frac{1}{2}}(\eta) = N_v F_{\frac{1}{2}}(-\eta - \varepsilon_i) \qquad (6.2)$$

ـ شبه الموصل اللاتعين الفطري. يعرض الشكل 6-3-آ مخطط التمنطق، وكثافة الحالات، وتوزيع فرمي-ديراك، وتركيز حوامل



الشكل 8-3 التولد الحراري لحوامل الشحنة في ش م الذاتي.



الشكل 9-3 تغير سوية فرمي بتابعية الحرارة في ش م الذاتي.

الشحن في حالة التوازن الترموديناميكي من أجل شبه الموصل المذكور. ويمكن من أجل ش.م الفطري تقريب تكامل فرمي ليأخذ

الشكل الأسي(5.11). وتكتب المعادلة (6.2) في هذه الشروط بالشكل:

$$N_c \cdot e^{\frac{F}{\tau}} = N_v e^{-\frac{\varepsilon_g}{\tau} - \varepsilon_i} \qquad (6.3)$$

ومنه نستطيع أن نحصل على عبارة سوية فرمي:

$$F = E_c - \frac{1}{2}\varepsilon_g + \frac{KT}{2}\ln\frac{N_v}{N_c} = \frac{E_c+E_v}{2} + \frac{KT}{2}\ln\frac{N_v}{N_c} \qquad (6.4)$$

حيث أن $E_g = E_c - E_v$ هو عرض المنطقة المحظورة.

نعوض قيمة N_c من (4.4) وقيمة N_v من (4.10)، فنجد:

$$F = \frac{E_c+E_v}{2} + \frac{3}{4}KT\ln\frac{m_p^*}{m_n^*} \qquad (6.5)$$

ينتج عن العلاقة (6.5) أن سوية فرمي تقع من أجل شبه الموصل الذاتي وفي درجة الصفر المطلق في منتصف المنطقة المحظورة، أي أن $F = \frac{E_c - E_v}{2}$. وعندما تكون $m_n^* = m_p^*$ فان موقع تلك السوية F لايتعلق بدرجة الحرارة، ويبقى في منتصف المنطقة المحظورة. عندما تكون $m_n^* > m_p^*$ فان موقع سوية فرمي ينزاح خطيا نحو أرضية منطقة الناقلية بارتفاع درجة الحرارة وعندما تكون $m_n^* > m_p^*$ ينزاح نحو سقف منطقة التكافؤ (الشكل 9_3 المنحنيان 1 و 2 على الترتيب).

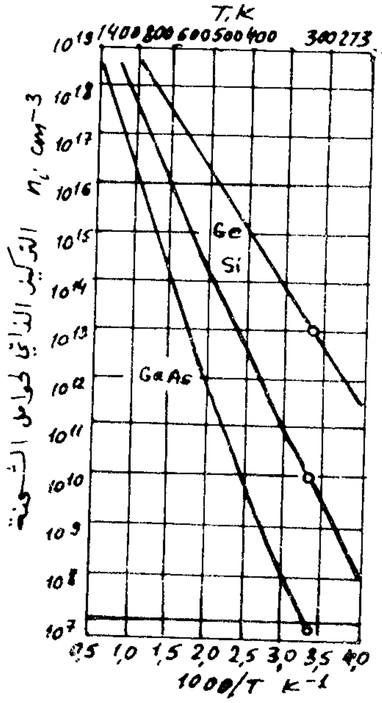
نعين التركيز الذاتي لحوامل الشحنة:

$$n_i = (n_0 p_0)^{\frac{1}{2}} = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{E_c - E_v}{2KT}} =$$

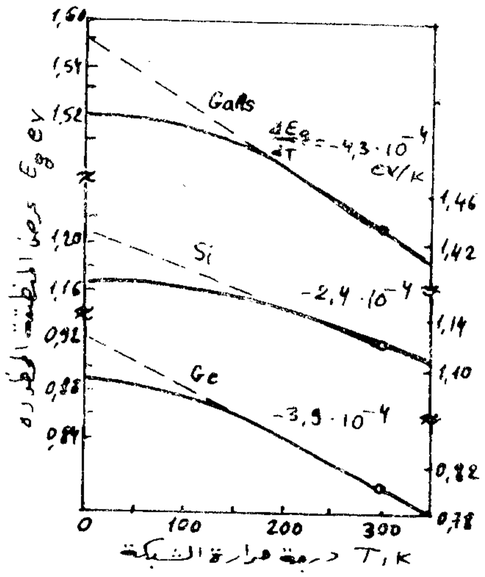
$$= 2\left(\frac{2\pi K}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{4}} \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2KT}} =$$

$$= 4{,}9 \cdot 10^{15} \left(\frac{m_n^* m_p^*}{m_0^2}\right)^{\frac{3}{4}} T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2KT}} \qquad (6.6)$$

وهكذا فان تركيز حوامل الشحنة في ش.م الفطري الذاتي يتعلق بدرجة الحرارة وعرض المنطقة المحظورة وقيمة الكتل الفعالة للالكترونات m_n^* والثقوب m_p^*، ولا يتعلق بموقع سوية فرمي F. وعندما يكون $E_g \gg KT$، فان التابعية الحرارية للتركيز



الشكل 10_3 تابعية التركيز الذاتي لحوامل الشحنة في Ge و Si و GaAs لمقلوب الدرجة.



الشكل 11_3 تابعية عرض المنطقة المحظورة لدرجة الحرارة في Ge و Si و GaAs.

يعينها الحد الأسي في(6.6). وتعتبر المعطيات الواردة على الشكل 10ـ3 التي تمثل تابعية التركيز الذاتي لحوامل الشحنة في الجرمانيوم والسيليكون وزرنيخ الغاليوم لمقلوب درجة الحرارة برهانا على ذلك.

تعطى طاقة الفعالية لـ ش م الذاتي استنادا الى دراسة احصاء الفونونات، بالعلاقة :

$$W = \frac{1}{2} E_g \qquad (6.7)$$

أي أنها تساوي نصف عرض المنطقة المحظورة .

نقدر التركيز الذاتي لحوامل الشحنة في Ge و Si و SbIn. يكون من أجل السيليكون $m^*_{dn} = 1,08\, m_0$ و $m^*_{dp} = 0,56\, m_0$ في درجة الحرارة $T = 300^\circ K$ و $E_g = 1,11\, e.v$ ، وبالتالي فان $n_i = 1,9.10^{10}\ cm^{-3}$. ومن أجل الجرمانيوم $m^*_{dn} = 0,56\, m_0$ و $m^*_{dp} = 0,35\, m_0$ ومنه $E_g = 0,67\, e.v$ و $n_i = 2.10^{13}\ cm^{-3}$. ويكون من أجل انتموان الانديوم $m^*_{dp} = 0,6\, m_0$ ، $m^*_n = 0,013\, m_0$ ، و $E_g = 0,18\, e.v$ ، ومنه $n_i = 2.10^{16}\ cm^{-3}$.

وينبغي وفقا للمعادلة (6.6) أن تكون التابعية البيانية لـ $\ln(n_i T^{-\frac{3}{2}})$ بدلالة $\frac{1}{T}$ خطا مستقيما :

$$\ln(n_i T^{-\frac{3}{2}}) = const - \frac{E_g}{2K} \cdot \frac{1}{T} \qquad (6.8)$$

وتعطى زاوية ميل هذا المستقيم بالعلاقة $tg\theta = \frac{E_g}{2K}$. غير أن حساب قيمة E_g استنادا الى معطيات الشكل 10ـ3 لاتتطابق مع القيمة الحقيقية لعرض المنطقة المحظورة للجرمانيوم.

ويفسر هذا الاختلاف بأن عرض المنطقة المحظورة نفسه يتغير

بتغير درجة الحرارة، حيث أن ازدياد سعة الاهتزازات الحرارية لذرات الشبكة يؤدي الى نقصان عرض المنطقة المحظورة. اضافة الى ذلك ، فان ارتفاع درجة الحرارة يؤدي الى تغير المسافة الفاصلة بين الذرات، وهذا ينعكس بدوره على قيمة العرض.وهكذا فان التابعية $E_g(T)$ يمكن أن تتمتع بخواص معقدة . ويعرض الشكل 11ـ3 تغير قيم المناطق المحظورة لـ Ge و Si و GaAs بتغير درجة الحرارة . وتساوي قيم عرض المناطق المحظورة لـ أ ش م هذه في درجة الصفر المطلق 0,89 و 1,16 و 1,52 الكترون فولط على الترتيب. ويلاحظ على الشكل 11ـ3 أن عرض المنطقة المحظورة يتغير خطيا بتابعية درجة الحرارة في مجال درجات الحرارة 175 ـ 350 كلفن . ويأخذ المعامل الحراري لتغير عرض المنطقة المحظورة في المجال المذكور $\alpha = \frac{dE}{dT}$ قيما سالبة ، ويساوي $4,3.10^{-4}$ ، $2,4.10^{-4}$ ، $3,9.10^{-4}$ الكترون فولط على كلفن، من أجل الجرمانيوم والسليكون وزرنيخ الغاليوم على الترتيب، بينما يكون المعامل الحراري لـ PbS موجبا، ويزداد عرض المنطقة المحظورة من 0,34 e.v في الصفر المطلق الى 0,41 e.v في الدرجة $300^\circ K$. وتخضع التابعية في هذه الحالات لقانون خطي من الشكل:

$$E_g = E_{g0} + \alpha T \qquad (6.9)$$

حيث أن E_{g0} هو عرض المنطقة المحظورة في $0^\circ K$.

نعوض العبارة (6.9) في المعادلة (6.6) فنحصل على:

$$n_i T^{-\frac{3}{2}} = 2\left(\frac{2\pi^2 m^*_n m^*_p K^2}{h^2}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2K}} \cdot e^{-\frac{E_{g0}}{2KT}} \qquad (6.10)$$

ومنه نجد أن:

$$\ln(n_i T^{-\frac{3}{2}}) = Const. - \frac{\alpha}{2K} - \frac{E_{g0}}{2K} \cdot \frac{1}{T} \qquad (6.11)$$

وهكذا، اذا تعلق عرض المنطقة المحظورة خطيا بدرجة الحرارة، فان التابعية البيانية $\ln(n_i T^{-\frac{3}{2}})$ لـ $\frac{1}{T}$ تكون على شكل خط مستقيم، يوصف ميله بقيمة E_{g0} التي تمثل عرض المنطقة المحظورة في درجة الصفر المطلق. وتعيّن القيمة الحقيقية لعرض المنطقة المحظورة في درجة حرارة معطاة بالعلاقة (6.9).

ـ شبه الموصل الذاتي اللافطري: تكون سرعة تغير موضع سوية فرمي بتابعية درجة الحرارة في شبه الموصل الذاتي، وفقاللعلاقة (6.5)، متناسبة مع نسبة الكتل الفعالة للثقوب والالكترونات. وبحكم ذلك فان سوية فرمي تبتعد بارتفاع درجة الحرارة عن المنطقة الحاوية على الحوامل الثقيلة للشحنة، وتقترب من المنطقة ذات الحوامل الخفيفة. واذا ما أصبحت المسافة الفاصلة بين سوية فرمي وتلك المنطقة من رتبة KT، فان اللافطرية تبدأ في هذه المنطقة، ولا يمكن في هذه الحالة أن يستبدل تكامل فرمي ـ ديراك الموافق بالشكل الأسي. عندئذ، كلما كان الفرق كبيرا بين الكتل الفعالة للالكترونات والثقوب كلما كان ابتداء اللافطرية أسرع. مثلا، اذا بدأت اللافطرية في منطقة الناقلية، فانها تختفي في منطقة التكافؤ، وتصبح عبارة التركيز الذاتي لحوامل الشحنة من الشكل:

$$n_i = N_c F_{1/2}(\zeta) = N_v e^{-\zeta - \varepsilon_i} \qquad (6.12)$$

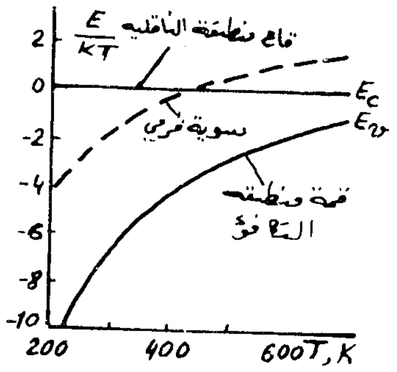
نحصل مما تقدم على الصيغة المحددة لموقع سوية فرمي:

$$e^{\zeta} F_{1/2}(\zeta) = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\varepsilon_i} \qquad (6.13)$$

يُعَدّ انتموان الانديوم المثال النموذجي لشبه الموصل الذي تختلف فيه قيم الكتل الفعالة بشدة، حيث يكون $m_p^* = 10\, m_n^*$ في هذه المادة. ويعرض الشكل12ـ3 تغير موضع سوية فرمي المختزلة بتابعية درجة الحرارة في $InSb$. وتؤخذ بعين الاعتبار هنا التابعية $E_g(T)$. وتبين المعطيات التجريبية أنها تملك الشكل:

$$E_g = (0{,}26 - 2{,}7 \cdot 10^{-4} T)\ e.V$$

وكما يلاحظ من الشكل 12ـ3 فان سوية فرمي تقع من أجل $T = 200^{\circ}K$ تحت E_c بحوالي $4KT$، وتجتاز السوية E_c عند درجة الحرارة $450^{\circ}K$ لتدخل في منطقة الناقلية، مما يؤدي الى لافطرية شديدة للغاز الالكتروني.



الشكل 12ـ3 موضع سوية فرمي في واحدات KT كتابع لدرجة الحرارة في انتموان الانديوم.

وهذا لابد من أخذه بعين الاعتبار عند حساب القيمة n_i، أي ينبغي استعمال المساواة (6.12).

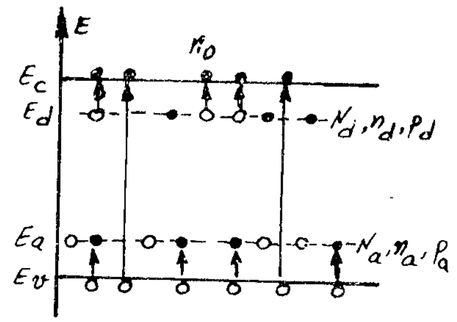
7.3. تابعية موضع سوية فرمي لتركيز الشوائب ولدرجة الحرارة في شبه الموصل الفطري.

يمكن لشبه الموصل أن يحوي شوائبامانحة وآخذة في نفس

الوقت. لنفرض أن تركيزي هاتين الشائبتين هما N_d و N_a على الترتيب. يكون المخطط الطاقي لمثل أش م هذه كما هو مبين على الشكل 13_3. تنشأ الالكترونات في منطقة الناقلية والثقوب في منطقة التكافؤ نتيجة للاثارة الحرارية للالكترونات من منطقة التكافؤ وذرات الشائبة. وترمز الأسهم على الشكل الى هذه الانتقالات.

لكي نحدد موضع سوية فرمي في ش م، نستخدم شرط الاعتدال الكهربائي: ينبغي أن يكون مجموع شحن الجسيمات المشحونة، وفقا لهذا الشرط، في أية نقطة من البلورة مساويا الى الصفر. وتكتب معادلة الاعتدال الكهربائي من أجل ش م الحاوي على نوعين للشوائب، بالشكل:

$$n_0 + n_a = p_0 + p_d \qquad (7.1)$$



الشكل 13_3 شبه الموصل الحاوي على شوائب مانحة وأخذة.

حيث أن $n_a = N_a - p_a$ هي كمية الالكترونات المرتبطة مع الشوائب الآخذة، و $p_d = N_d - n_d$ هو عدد الذرات المتشردة للشائبة المانحة. ونحصل بتبديل هذه القيم في (7.1) على:

$$(n_0 + n_d) - (p_0 + p_a) = N_d - N_a \qquad (7.2)$$

نعوض عن تركيز حوامل الشحن في العبارات الموافقة (4.3)، (4.9)، (4.12) و(4.14)، فنحصل على:

$$N_c F_{1/2}(\zeta) + \frac{N_d}{g^{-1} e^{-\varepsilon_d - \zeta} + 1} -$$

$$- N_v F_{1/2}(-\zeta - \varepsilon_i) - \frac{N_a}{g^{-1} \cdot e^{\varepsilon_a + \zeta} + 1} = N_d - N_a \qquad (7.3)$$

وتأخذ العبارة (7.3) في حالة ش م الفطري الشكل البسيط التالي

$$N_c e^{\zeta} + \frac{N_d}{g^{-1} e^{-\varepsilon_d - \zeta} + 1} - N_v e^{-\zeta - \varepsilon_i} -$$

$$- \frac{N_a}{g^{-1} e^{\varepsilon_a + \zeta} + 1} = N_d - N_a \qquad (7.4)$$

غير أن تعيين سوية فرمي في هذه الحالة تصتدم بصعوبات جمة. لذلك نقوم بدراسة بعض الحالات الخاصة التي تتمتع بأهمية تطبيقية معتبرة.

1. شبه الموصل المانح ($N_a = 0$).

تقتصر دراستنا في البداية على مجال محدود من درجات الحرارة، يمكن ضمنه أن تتشرد الشائبة المانحة فقط، وتكون الناقلية الذاتية معدومة، أي أن $p_0 = 0$. يمكن عندئذ أن نكتب شرط الاعتدال الكهربائي (7.2) بالشكل:

$$n_0 + n_d = N_d \qquad (7.5)$$

أو

$$n_0 = p_d$$

ومنه نحصل، وفقا لـ (4.13)، على:

$$n_0 = \frac{N_d}{g e^{\varepsilon_d + \zeta} + 1} \qquad (7.6)$$

نفترض غياب اللافطرية، يكون عندئذ $n_0 = N_c e^{\zeta}$. ونجد

من هذه المساواة :

$$e^{\xi} = \frac{n_0}{N_c} \qquad (7.7)$$

نعوض(7.7) في (7.6) فنحصل على معادلة تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية :

$$n_0 = \frac{N_c \cdot N_d}{N_c + g e^{\varepsilon_d} \cdot n_0} \qquad (7.8)$$

التي يمكن كتابتها بالشكل:

$$n_0^2 + g^{-1} e^{-\varepsilon_d} N_c \cdot n_0 - g^{-1} e^{-\varepsilon_d} N_c \cdot N_d = 0 \qquad (7.9)$$

نجد بحل هذه المعادلة بالنسبة لـ n_0 :

$$n_0 = \frac{g^{-1} \cdot e^{-\varepsilon_d} \cdot N_c}{2} \left(\sqrt{1 + 4 g e^{\varepsilon_d} N_c^{-1} N_d} - 1 \right) \qquad (7.10)$$

وقد حذفنا الاشارة السالبة للجذر لأن المقدار الموجود تحت الجذر أكبر من الواحد و $n_0 > 1$. ويمكن أن نعيد كتابة العبارة السابقة بالشكل:

$$n_0 = \frac{2 N_d}{\sqrt{1 + 4 g e^{\varepsilon_d} N_c^{-1} N_d} + 1} \qquad (7.11)$$

يعين موضع سوية فرمي من العلاقة (7.7):

$$e^{\xi} = \frac{n_0}{N_c} = \frac{2 N_d / N_c}{\sqrt{1 + 4 g e^{\varepsilon_d} N_c^{-1} N_d} + 1} \qquad (7.12)$$

نأخذ لغارتم العلاقة (7.12)، فنجد

$$\xi = -\ln\left[\frac{N_c}{2N_d} + \sqrt{\left(\frac{N_c}{2N_d}\right)^2 + g e^{\varepsilon_d} N_c N_d^{-1}} \right] \qquad (7.13)$$

أو

$$F = E_c - kT \ln\left[\frac{N_c}{2N_d} + \sqrt{\left(\frac{N_c}{2N_d}\right)^2 + g e^{\varepsilon_d} N_c N_d^{-1}} \right] \qquad (7.14)$$

نُجري تحليلا للعبارة التي حصلنا عليها لسوية فرمي. عندما تكون درجات الحرارة منخفضة، أي في المجال الذي يصح من أجله الشرط

$$e^{\frac{E_c - E_d}{kT}} \gg \frac{N_c}{2N_d}$$

تتبسط العبارة (7.14)، ويعين موضع سوية فرمي بالعلاقة :

$$F = E_c - \frac{E_c - E_d}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{g N_c}{N_d} = \frac{E_c + E_d}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{g N_c}{N_d} \qquad (7.15)$$

وتصبح طاقة الفعالية وفقا لـ(5.18) على الشكل:

$$W = \frac{1}{2} (E_c - E_d)$$

أي أنها تساوي نصف طاقة التشرد للشائبة المانحة .

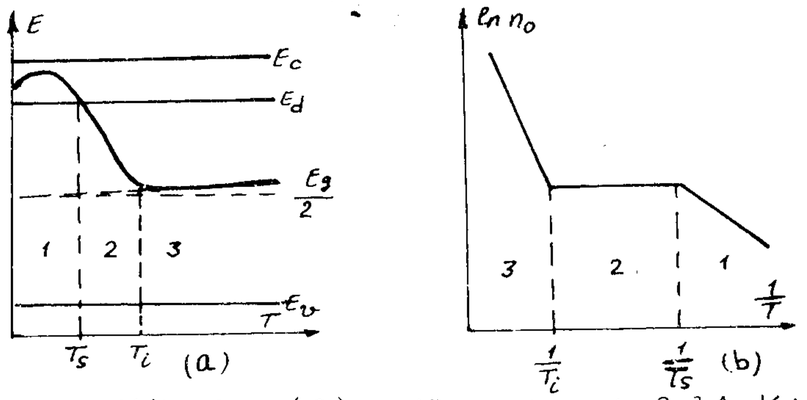
نستخلص من العلاقة (7.15) أن سوية فرمي في شبه الموصل المانح تتموضع في درجة الصفر المطلق في منتصف المسافة الفاصلة بين سوية الشائبة المانحة وأرضية منطقة الناقلية . ويلاحظ في درجات الحرارة المنخفضة جدا (بضع درجات في سلم كلفن)، عندما $g N_c < N_d$ ، أن سوية فرمي ترتفع الى قيمة عظمى ماوتبدأ بعدئذ بالانخفاض وذلك من أجل $g N_c = N_d$ ، وتصل من جديد الى $F = \frac{1}{2} (E_c + E_d)$ كما كان عليه الحال في الصفر المطلق.

ويصاحب الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة زيادة في N_c ، ويتابع موضع سوية فرمي الانخفاض في مجال درجات الحرارة الذي من أجله يكون $gN_c > N_d$. وتوافق مثل هذه الازاحة لموضع سوية فرمي التابعية الحرارية الأسية لتركيز الالكترونات:

$$n_0 = N_c e^{\zeta} = N_c e^{\left(-\frac{E_c - E_d}{2KT} - \frac{1}{2}\ln\frac{gN_c}{N_d}\right)} = \qquad (7.16)$$

$$= (g^{-1}N_c N_d)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{E_c - E_d}{2KT}}$$

يعتبر هذا المجال لتغيرات موضع سوية فرمي بتابعية درجة الحرارة الموصوف بالعلاقة (7.15)، مجال التشرد الضعيف للشوائب (أو



الشكل 14_3 تغير موضع سوية فرمي (a)، وتركيز الالكترونات (b) بتابعية درجة الحرارة لشبه الموصل المانح.

مجال التجمد). ويرمز له بالرقم 1 على الشكل 14_3 الذي يعرض تغير موضع سوية فرمي (a)، وتغير تركيز الالكترونات (b) بتابعية درجة الحرارة من أجل شبه الموصل المانح.

ويصبح تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية مع الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة مقاربا لتركيز الشوائب، وتصبح العلاقتان (7.16) و(7.15) في هذه الحالة غير صحيحتين . غير أنه بالامكان

دراسة حالة حدية أخرى تخص درجات الحرارة المرتفعة، وذلك عندما تتحقق المتراجحة

$$e^{\frac{E_c - E_d}{KT}} \ll \frac{N_c}{2N_d}$$

تأخذ عندئذ العلاقة (7.14) الشكل التقريبي:

$$F = E_c - KT \ln \frac{N_c}{N_d} \qquad (7.17)$$

وهذا يوافق المساواة التالية

$$n_0 = N_d \qquad (7.18)$$

ويعني هذا أن جميع الشوائب المانحة أصبحت عمليا في حالة تشرد، وأن تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية لايتعلق بدرجة الحرارة. ويدعى هذا المجال لدرجة الحرارة الذي يكون من أجله تشرد الشوائب تاما "بمجال انطفاء الشوائب"(أو مجال الاشباع)، ويشار اليه على الرسم 14_3 بالرقم 2.

يوافق شرط التشرد التام للشوائب المانحة ($n_0 = N_d$)، موضعا لسوية فرمي يقع تحت السوية الشائبية بعدة KT . وهذا يعني أن سوية فرمي تبدأ بالهبوط مع ارتفاع درجة الحرارة متجاوزة السوية E_d نحو الأسفل. وتدعى درجة الحرارة التي يكون من أجلها $F = E_d$ "بدرجة حرارة الاشباع" T_s ، ويمكن تعيينها من الشرط:

$$F = E_c - KT_s \ln \frac{N_c}{N_d} = E_d \qquad (7.19)$$

ومنه

$$T_s = \frac{E_c - E_d}{K \ln \frac{N_c}{N_d}} \qquad (7.20)$$

ينتج عن العلاقة (7.20)، أن درجة حرارة الاشباع تكون أخفض كلما كانت طاقة التشرد ($E_c - E_d$) وتركيز الموانح N_d أصغر، وكلما كانت الكتلة الفعالة التي تحدد N_c أكبر. ويسود الاشباع من أجل القيم الصغيرة لـ ($E_c - E_d$) في درجات حرارة منخفضة جدا. مثلا، يسود الاشباع في الجرمانيوم الالكتروني المطعم بالانتموان Sb بتركيز قدره $N_d = 10^{16}\ cm^{-3}$ ، والذي تكون فيه طاقة التشرد مساوية 0,0096 الكترون فولت، يسود في الدرجة 32 كلفن.

يحصل مع الاستمرار في رفع درجة الحرارة ازدياد في تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية، وذلك نتيجة لقدوم الالكترونات من منطقة التكافؤ. ويعين في هذه الحالة موضع سوية فرمي وتركيز الالكترونات من العلاقات (6.5)، (7.17) و(6.6). ويمثل المجال 3 على الرسم 14ـ3 الناقلية الذاتية، ويكون عندئذ $F = F_i$. وينتج عن المساواتين (6.5) و(7.17) أن

$$F_i = E_c - \frac{1}{2}E_g - \frac{kT_i}{2}\ln\frac{N_c}{N_v} = E_c - kT_i \ln\frac{N_c}{N_d} \quad (7.21)$$

ومنه نحصل على:

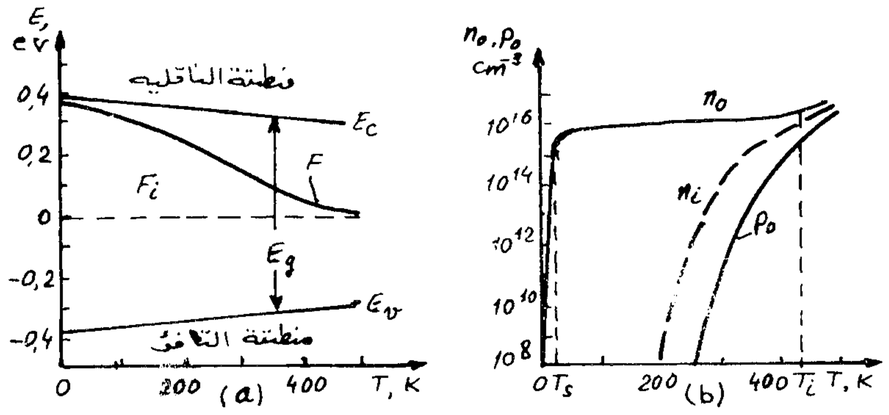
$$T_i = \frac{E_g}{k \ln\left(\frac{N_c N_v}{N_d^2}\right)} \quad (7.22)$$

يظهر تحليل هذه العبارة أن درجة الحرارة T_i التي تبدأ من أجلها مساهمة الناقلية الذاتية لشبه الموصل الالكتروني، تكون أصغر كلما كان عرض المنطقة المحظورة وتركيز الشوائب أصغر،

وكلما كانت قيم الكتل الفعالة لحوامل الشحنة أكبر.

وهكذا يمكن باستعمال التقريبات الموصوفة أعلاه رصد تغير تركيز الالكترونات وتغير موضع سوية فرمي في المنطقة المحظورة لشم الالكتروني من أجل جميع مجالات تغير درجة الحرارة.

يعرض الشكل 15ـ3 التابعية الحرارية لسوية فرمي (a) والتابعية الحرارية لتركيز الالكترونات n_0 والثقوب (b) في الجرمانيوم المشوب بالانتموان بتركيز قدره $N_d \approx 10^{16}\ cm^{-3}$.



الشكل 15ـ3 تابعية سوية فرمي لدرجة الحرارة (a)، وتابعية تركيز حوامل الشحنة لدرجة الحرارة (b) في الجرمانيوم المشوب بالانتموان.

ويبين المنحنيان المتقطعان مسلك F_i و n_i في ش م الذاتي. وقد أخذ بعين الاعتبار أثناء انشاء هذه المنحنيات تغير عرض المنطقة المحظورة في الجرمانيوم بتغير درجة الحرارة.

ويظهر الرسم 15ـ3 أن سوية فرمي تقع في درجة الصفر المطلق في منتصف المسافة بين أرضية منطقة الناقلية E_c والسوية

الشائبية E_d . وتنخفض مع ارتفاع درجة الحرارة مقتربة من سوية الشائبة E_d . وتكون كمية الالكترونات الموجودة على الشوائب المانحة في درجة حرارة الاشباع T_s مساوية :

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{E_d - F}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_d}{KT}} + 1}} = \frac{2}{3} N_d$$

وبالتالي تكون كمية الالكترونات الموجودة في منطقة الناقلية مساوية $\frac{1}{3} N_d$. ويسوق الاستمرار في ارتفاع درجة الحرارة سوية فرمي نحو الأسفل ، ويسود مجال الانطفاء حيث تصبح جميع الشوائب متشردة ، ويغدو تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية ثابتا $n_0 = N_d$. وتبدأ في هذا المجال لدرجة الحرارة ذرات المادة الأصلية بالتشرد ويبدأ معها ظهور الحوامل الثانوية للشحنة، أي الثقوب. وينمو تركيز هذه الأخيرة بسرعة مع ارتفاع درجة الحرارة ، وذلك وفقا للعلاقة :

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{N_c N_v}{N_d} e^{-E_g/KT} \qquad (7.23$$

عندما تصل سوية فرمي الى منتصف المنطقة المحظورة ، فان $n_0 = p_0 = n_i$ وينتقل شبه الموصل من المشوب الى الذاتي. وتقترب سوية فرمي مع الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة نحو تلك المنطقة المالكة للقيمة الأصغر للكثافة الفعالة للحالات.

2. شبه الموصل الآخذ ($N_d = 0$)

ان حل مسألة شبه الموصل المطعم بشوائب آخذة تشابه تماما حل مسألة ش.م المانح. يعطى شرط الاعتدال الكهربائي في هذه الحالة بالعلاقة :

$$p_0 = n_a = N_a - p_a \qquad (7.24)$$

يمكن بسهولة الحصول على عبارة p_0 من أجل ش م الفطري، وذلك باستخدام العلاقتين (5.13) و (4.15) :

$$p_0 = \frac{N_a}{g e^{-\frac{\varepsilon_a - F}{KT}} + 1} = \frac{N_a N_v}{N_v + g e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_v}{KT}} \cdot p_0} \qquad (7.25)$$

ونحصل باجراء بعض الحسابات على:

$$p_0 = \frac{2 N_a}{\sqrt{1 + 4g e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_a}{KT}} \cdot N_a N_v^{-1}} + 1} \qquad (7.26)$$

ويعين موضع سوية فرمي بالمساواة :

$$e^{\frac{F + \varepsilon_i}{KT}} = \frac{N_v}{p_0} = \frac{N_v}{2N_a} \sqrt{1 + 4g e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_a}{KT}} \cdot N_a N_v^{-1}} + 1 \qquad (7.27)$$

ونحصل باجراء عملية اللغاريتم على العبارة الخاصة بسوية فرمي:

$$F = E_c - E_g + KT \ln \left[\frac{N_v}{2N_a} + \sqrt{\left(\frac{N_v}{2N_a} \right)^2 + g N_a^{-1} \cdot N_v \cdot e^{(E_a - E_v)/KT}} \right] \qquad (7.28)$$

يكون في مجال درجات الحرارة المنخفضة ، عندما يتحقق الشرط $e^{(E_a - E_v)/KT} \gg \frac{N_v}{2N_a}$:

$$F = E_c - E_g + \frac{1}{2}(E_a - E_v) + \frac{KT}{2} \ln \frac{g N_v}{N_a} = \frac{E_v + E_a}{2} + \frac{KT}{2} \ln \frac{g N_v}{N_a} \qquad (7.29)$$

وهكذا تقع سوية فرمي لشبه الموصل الآخذ في درجة حـــرارة الصفر المطلق في منتصف المسافة بين سقف منطقة التكافؤوالسوية الشائبية، أي أن $F = \frac{E_v + E_a}{2}$.وتبدأ سوية فرمي بالانخفـاض أولا مع ارتفاع درجة الحرارة مادام $N_a > g N_v$، وتبدأ بعدئـــذ بالارتفاع حتى السوية E_a . ويعين تركيز الثقوب الحرة في هـذا المجال لدرجة الحرارة بالعلاقة :

$$P_0 = N_v e^{-\mathfrak{Z}-\mathcal{E}_i} = (g^{-1} N_a N_v)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{(E_v - E_a)/2kT} \quad (7.30)$$

ونحصل من العبارة (7.28) من أجل درجات الحرارة المرتفعة أي عندما $e^{(E_a - E_v)/kT} \ll \frac{N_v}{2N_a}$ ، على

$$F = E_c - E_g + kT \ln \frac{N_v}{N_a} \quad (7.31)$$

ونحصل على تركيز الثقوب الحرة :

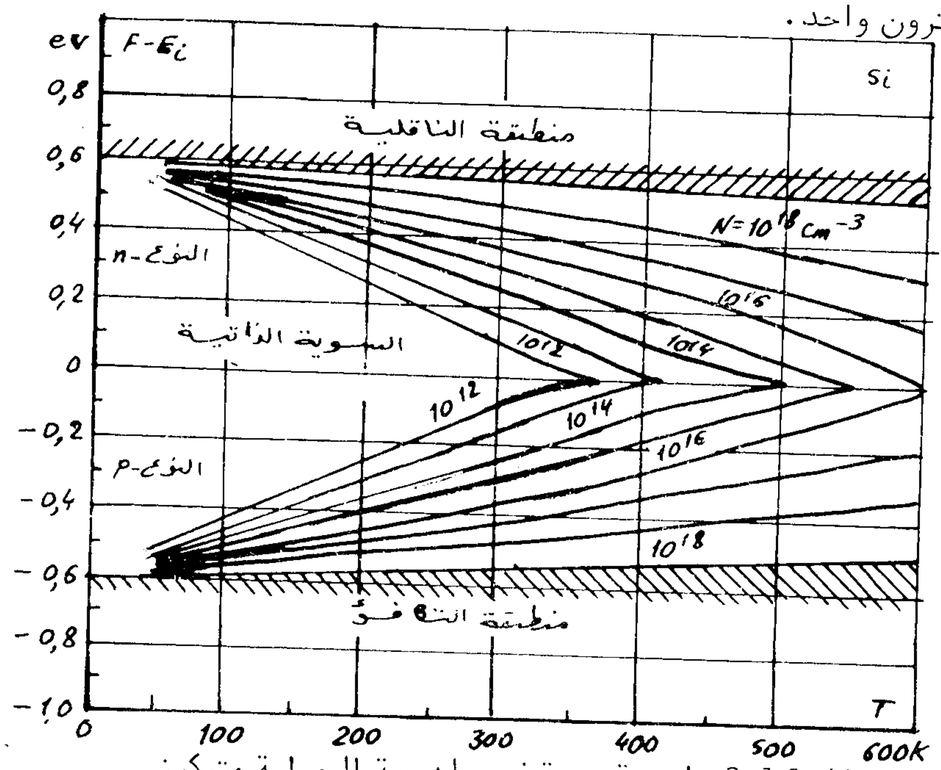
$$P_0 = N_v \cdot e^{-\ln \frac{N_v}{N_a}} = N_a \quad (7.32)$$

يكون الحال في ش م الآخذ كما هو عليه في ش م المانـــح ، حيث يسود مجال الانطفاء في درجات الحرارة المرتفعة، ذلـــك المجال الذي يميز تشرد جميع ذرات الشائبة الآخذة. وتبدأ سويـة فرمي بالارتفاع مع ارتفاع درجة الحرارة اللاحق نحو منتصـــف المنطقة المحظورة، ويتصرف شبه الموصل عندئذ ك ش م الذاتي.

يعرض الشكل 16_3 تابعية سوية فرمي لدرجة الحرارة وتركيز الشوائب في السيليكون. وقد ورد على الرسم أيضا تابعيـــة عرض المنطقة المحظورة لدرجة الحرارة.

8.3 تابعية موضع سوية فرمي لدرجة الحرارة في شبـــه الموصل الفطري ذي الشوائب المتعادلة جزئيا :

لايُعْمَد في العمليات التطبيقية غالبا الى تطعيم شبه الموصل بشوائب مانحة وآخذة في نفس الوقت. غير أنه مهما بلغت الدقة والمهارة في تنقية بلورة ش م لابد من بقاء شوائب مختلفة، ويمكـن لبعضها أن تشكل مراكز شائبه تعطي أو تضم اليها أكثر مـــن الكترون واحد.



الشكل 16_3 تابعية سوية فرمي لدرجة الحرارة وتركيز الشوائب في السيليكون.

ندرس بشيء من التفصيل الحالة التي يحوي فيها ش الموصل بالاضافة الى الشائبة المانحة لالكترون وحيد، عددا من المراكـــز

الآخذة، وذلك وفقا للمخطط المعروض على الشكل 13_3.

ندرس الحالة التي تكون فيها كمية الشائبة المانحة الدخيلة في ش م تساوي كمية الشائبة الآخذة، أي أن $N_d = N_a$. تشغل الالكترونات في درجة الصفر المطلق الحالات الطاقية الأدنى. وهذا يعني أن منطقة الناقلية خالية من الالكترونات، وأن جميع الحالات في منطقة التكافؤ ممتلئة بالالكترونات. وبما أن الشوائب الآخذة تملك حالات شاغرة تقع طاقيا تحت حالات الشوائب المانحة فان الالكترونات تنتقل من السويات المانحة الى السويات الآخذة الأدنى طاقة. وتتشكل بالنتيجة كميات متساوية من الأيونات الموجبة والسالبة. ويتحقق شرط الاعتدال الكهربائي لأن $N_d^+ = N_a^-$. وتدعى مثل أشباه الموصلات هذه "بالمتعادلة أو المتكافئة"، ويتوفر فيها التعادل المتبادل بين الشوائب، وبالتالي لايمكن أن تكون هذه الشوائب مصادر توريد للالكترونات والثقوب. وعندما ترتفع درجة الحرارة تنشأ الحوامل الحرة للشحنة بفضل تشرد المادة الأساسية فقط، ويتصرف ش م في الواقع كـ ش م ذاتي. غير أن وجود الشوائب في ش م المتكافئ يؤدي الى تشوه في دورية حقل الشبكة أكبر بكثير من حالة ش م الذاتي النقي. وهذا ينعكس على المفاعيل المرتبطة بتشتت حوامل الشحنة، وخاصة على حركية هذه الحوامل.

نعتبر الآن أن $N_d > N_a$ ، وأن سوية فرمي في مجال درجات الحرارة المعتمد (قيد الدراسة) تقع أعلى بكثير من السوية الطاقية للشائبة الآخذة E_a . تكون ضمن هذه الشروط جميع الحالات الطاقية الآخذة ممتلئة بالالكترونات القادمة من سويات الشائبة المانحة. ونتيجة لذلك تكون الكمية الكلية للالكترونات الموجودة في السوية المانحة وفي منطقة الناقلية مساوية

$N_d - N_a$. وطالما لم تبدأ مساهمة الناقلية الذاتية، فان الثقوب لاتظهر في منطقة التكافؤ، ويتصرف ش م كـ إلكتروني نظيف. ويدعى عندئذ ش.م "بالمتكافئ جزئيا". وتحدد درجة التكافؤ بالنسبة $\frac{N_a}{N_d}$. ويتم نقل الشحنة في ش م الأخير بواسطة الالكترونات، وتكون اشارة ثابت هول سالبة.

عندما يكون $N_a > N_d$ وسوية فرمي تقع على عمق كبير من E_d، تتشرد جميع الشوائب المانحة. وتنتقل جميع الكترونات الموانح الى السويات الآخذة، وهكذا يتواجد في درجة الصفر المطلق عدد $N_a - N_d$ من الثقوب على ذرات الشائبة الآخذة. وتنتقل الالكترونات من منطقة التكافؤ عندما ترتفع درجات الحرارة الى السويات الآخذة، ويتصرف ش م عندئذ كشبه موصل ثقبي، ويملك ثابت هول اشارة موجبة. وعندما تسود الناقلية الذاتية نتيجة الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة تتغير اشارة ثابت هول، ذلك لأن حركية الالكترونات أكبر من حركية الثقوب.

نوجد تابعية تركيز الالكترونات وتابعية موضع سوية فرمي لدرجة الحرارة في ش م المتكافئ جزئيا، وذلك عندما $N_d > N_a$. يعطي شرط الاعتدال الكهربائي في هذه الحالة المساواة:

$$n_0 + n_d = N_d - N_a \qquad (8.1)$$

أو

$$n_0 + N_a = p_d \qquad (8.2)$$

سوف نعتبر أن شبه الموصل فطري. نستعمل العلاقة $n_0 = N_c e^{\xi}$ ، فنحصل من (8.2) و (4.13) على:

$$n_0 + N_a = \frac{N_d N_c}{N_c + g e^{\varepsilon_d} \cdot n_0} \qquad (8.3)$$

ويعطي حل المعادلة السابقة :

$$n_0 = \frac{2(N_d - N_a)}{1 + \frac{gN_a}{N_c} e^{\varepsilon_d} + \ldots \ldots + \left[\left(1 + \frac{gN_a}{N_c} e^{\varepsilon_d}\right)^2 + \frac{4g(N_d - N_a)}{N_c} e^{\varepsilon_d}\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (8.4)$$

ونحدد من العلاقة $e^{\xi} = n_0/N_c$ موضع سوية فرمي :

$$F = E_c + KT \ln \frac{2(N_d - N_a) N_c^{-1}}{1 + \frac{gN_a}{N_c} \cdot e^{(E_c - E_d)/KT} + \ldots \ldots + \left[\left(1 + \frac{gN_a}{N_c} \cdot e^{\frac{E_c - E_d}{KT}}\right)^2 + \frac{4g(N_d - N_a)}{N_c} e^{\frac{E_c - E_d}{KT}}\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (8.5)$$

يمكن بسهولة أن نجد من أجل $N_a = 0$ عبارتين مطابقتين لـ (7.11) و (7.14) ، وتخص العبارتان المذكورتان شبه الموصل الالكتروني .

تكون في درجات الحرارة المرتفعة جميع الذرات المانحة مؤينة ، وتصح في هذه الحالة المتراجحتان:

$$\frac{gN_a e^{\varepsilon_d}}{N_c} \ll 1 \quad \text{و} \quad \frac{4g(N_d - N_a) e^{\varepsilon_d}}{N_c} \ll 1 \quad (8.6)$$

ويعطي الأخذ بالحسبان هاتين المتراجحتين العلاقتين التاليتين لـ n_0 و F :

$$n_0 = N_d - N_a \quad (8.7)$$

$$F = E_c + KT \ln \frac{N_d - N_a}{N_c} \quad (8.8)$$

وكما هو منتظر، فان تركيز الالكترونات الحرة ثابت ويحدد بعدد الذرات المانحة اللامتكافئة . وينخفض موضع السوية F بارتفاع درجة الحرارة ويسعى الى منتصف المنطقة المحظورة من أجل درجات الحرارة التي تبدأ معها مساهمة الناقلية الذاتية بالبروز .

يتعلق شكل عبارتي n_0 و F بنسبة تركيزي الموانح والآخذات وذلك في درجات الحرارة المنخفضة . فاذا كانت نسبة التكافؤ صغيرة أي $N_a \ll N_d$ ، فاننا نستطيع ايجاد مجال درجات الحرارة الذي من أجله تتحقق العلاقة $N_a \ll n_0 \ll N_d$ أو الشرط المكافئ لها :

$$\frac{gN_a}{N_c} e^{\varepsilon_d} \ll 1 \ll \frac{4g(N_d - N_a)}{N_c} e^{\varepsilon_d} \quad (8.9)$$

ويمكن في هذا المجال أن تُوَضَّح تابعية التركيز وسوية فرمي لدرجة الحرارة استنادا الى العلاقتين (8.4) و (8.5) بالصيغتين التقريبيتين:

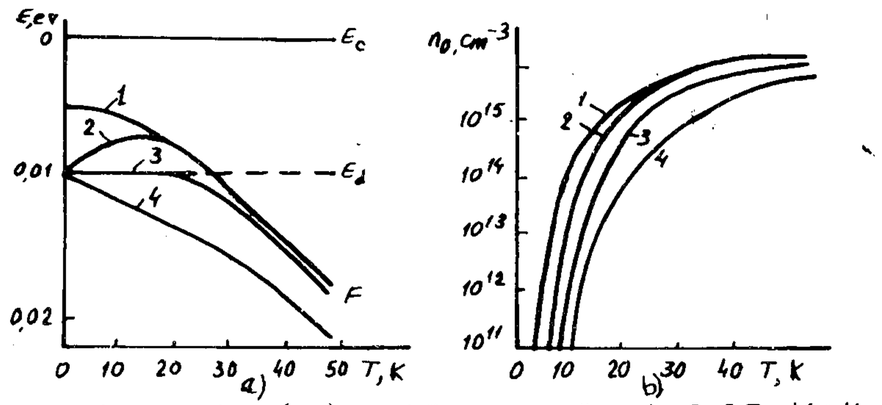
$$n_0 = (g^{-1} N_c N_d)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-(E_c - E_d)/2KT} \quad (8.10)$$

$$F = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{KT}{2} \ln \frac{N_d}{gN_c} \quad (8.11)$$

اللتين تطابقان العبارتين (7.16) و (7.15) لشبه الموصل المانح. ومن الواضح أنه من أجل $N_d \gg N_a$ ، يكون تركيز

الالكترونات الحرة n_0 مستقلا عن كمية الذرات الآخذة (المساواة (8.20)) . وتقع سوية فرمي من أجل $T=0$ في منتصف المسافة بين E_c و E_d ، وتبدأ بالهبوط بارتفاع درجة الحرارة (المنحني 1 على الشكل a ـ 17ـ3).

ولا يمكن اهمال تأثير الشوائب الآخذة في درجات الحرارة المنخفضة وذلك عندما $n_0 \ll N_a$. ويختلف سلوك موقع سوية



الشكل 17ـ3 تابعية موضع سوية فرمي (a)، وتابعية تركيز الالكترونات (b)لدرجة الحرارة من أجل مختلف درجات التكافؤ

فرمي في هذه الحالة جوهريا عن سلوكه في ش م المانح [العلاقة (7.15)] .

تكون المتراجحة $n_0 \ll N_a < N_d$ في حالة التعادل الشديد صحيحة ، وبالتالي $\frac{g N_a}{N_c} e^{\varepsilon_d} \gg 1$ و

$\frac{g N_a}{N_c} e^{\varepsilon_d} > \frac{4g(N_d - N_a) \cdot e^{\varepsilon_d}}{N_c}$ ، وينتج عن العبارتين (8.4) و (8.5) :

$$n_0 \approx N_c \frac{N_d - N_a}{g N_a} e^{-(E_c - E_d)/kT} \qquad (8.12)$$

$$F = E_d + kT \ln \frac{N_d - N_a}{g N_a} = E_a + kT \ln \frac{N_d - N_a}{2 N_a} \qquad (8.13)$$

ذلك لأن $g = 2$.

وتكون في هذه الحالة طاقة الفعالية تساوي الى طاقة تشرد الشائبة المانحة $W = E_c - E_d$ ، أي أكبر بمرتين من طاقة الفعالية في ش م المانح النقي.

يعرض الشكل a ـ 17ـ3 التابعية $F(T)$ والشكل b ـ 17ـ 3 التابعية $n_0(T)$ ، على أساس العلاقة (8.13) وذلك من أجل درجات تكافؤ مختلفة . ويتضح أن رفع درجة الحرارة ابتداء من الصفر المطلق، اذا كان $\frac{N_d - N_a}{2 N_a} > 1$ ، يؤدي الى ارتفاع سوية فرمي في البداية بعيدا عن سوية الشائبة المانحة ، وتبدأ بعدئذ بالهبوط (المنحني 2). وفي الحالة المعاكسة ، أي عندما $\frac{N_d - N_a}{2 N_a} < 1$ فان سوية فرمي تنخفض برفع درجة الحرارة مبتعدة عن السوية المانحة (المنحني 4)، ومن أجل $\frac{N_d - N_a}{2 N_a} = 1$ تبقى سوية فرمي ثابتة مادام الشرط $n_0 \ll N_a$ محققا، وتنخفض بعدئذ (المنحني3). وينتج عن مقارنة المنحنيات المعروضة على الشكل b ـ 17 ـ 3 ، أن درجة الحرارة التي من أجلها يبدأ الاشباع في التابعية $n_0(T)$ تنمو بزيادة درجة التكافؤ للشائبة المانحة .

9.3. المناطق الشائبية

ندرس في هذه الفقرة أيضا احدى الخواص الهامة لأشباه الموصلات المشوبة .

يرتبط وجود الالكترونات في منطقة الناقلية لـ ش م المانح في درجات حرارة غير كافية لتشريد المادة الأصلية ، يرتبط بالا

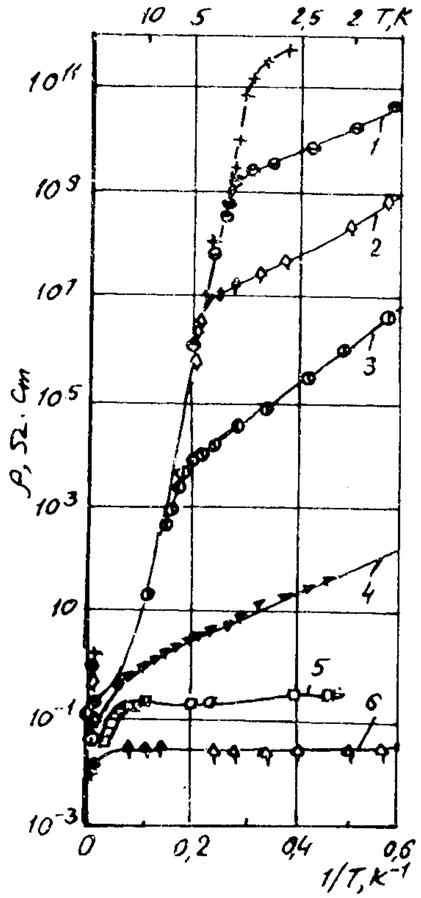
الحرارية لذرات الشائبة المانحة. وتكون عندئذ كمية الكترونا ت الناقلية مساوية لكمية الايونات الشائبية الموجبة المتشكلة، أي أن:

$$n_0 = p_d = \frac{N_d}{g e^{(F-E_d)/kT} + 1} \qquad (9.1)$$

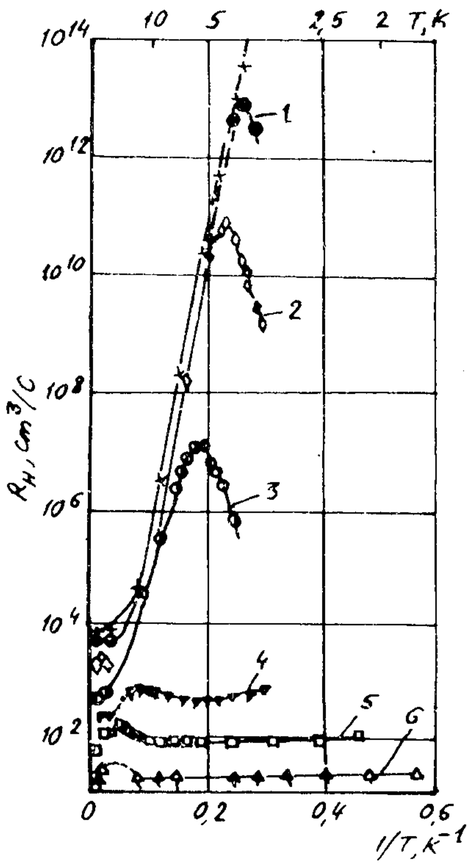
ينبغي في هذه الأشباه للموصلات، وفي درجات حرارة تبقى من أجلها KT أصغر من طاقة تشرد ذرة المانح أو الآخذ، ينبغي وفقا للعلاقة (9.1) أن تنمو المقاومة النوعية $\rho = (e n_0 \mu)^{-1}$ ومعامل هول ($R = -\frac{1}{e n_0}$) أسيا بانخفاض درجة الحراة، غير أن البحوث قد أظهرت أن معامل هول لأ ش م الحاوية على شوائب بتركيز أعلى من 10^{16} cm^{-3} يمر بقيمة عظمى أثناء انخفاض درجة الحرارة. ويتعلق موضع هذه النهاية العظمى بتركيز الشوائب، كما هو مبين على الشكل 19_3. ويعرض الشكل 18_3 التابعية الحرارية للمقاومة النوعية لهذه العيّنات. ويلاحظ أن مقاومتها النوعية تدخل في مرحلة الاشباع عند درجة الحرارة التي يأخذ فيها معامل هول قيمته العظمى، وتبدأ بالنمو ببطئ مع الانخفاض اللاحق في درجات الحرارة. ويلاحظ أن المقاومة النوعية للعيّنات التي تحوي تركيزا للشوائب أعلى من 10^{19} سم$^{-3}$ لاتتعلق بدرجة الحرارة.

اضافة الى ماتقدم، فان طاقة تشرد الشوائب في أ ش م تنخفض بزيادة تركيز الشوائب. وتسعى طاقة التشرد الى الصفر من أجل قيم كبيرة بشكل كاف لتركيز الشوائب. ويحدث ذلك في الجرمانيوم والسيليكون المطعم بشوائب العمود الخامس من أجل 10^{17} cm^{-3} و 10^{18} على الترتيب. ويعرض الشكل 20_3 تلك التابعية من أجل السيليكون المشوب بالبور.

تؤكد هذه الحقائق التجريبية نشوء ظاهرة في درجات الحرارة المنخفضة في أ ش م الحاوية على تراكيز مرتفعة من الشوائب، تدعى "بالناقلية في المنطقة الشائبية". وتتعلق



الشكل 18_3 تابعية المقاومة النوعية في عيّنات ثقبية من الجرمانيوم لدرجات الحرارة المنخفضة. (تركيز البور في العيّنات المستخدمة : 1_ $6{,}7.10^{17}$ سم$^{-3}$، 2_ $1{,}3.10^{18}$ ، 3_ $2{,}7.10^{18}$ ، 4_ $6{,}7.10^{18}$ 5_ $1{,}3.10^{19}$، 6_ $2{,}7.10^{19}$ سم$^{-3}$.)



الشكل 19_3 تابعية معامل هول في عيّنات ثقبية من الجرمانيوم لدرجات الحرارة المنخفضة.

هذه اللآلية للناقلية الشائبية بتركيز الشوائب الموجودة في ش م .

يوجد في أ ش م المانحة الحقيقية دوما كمية ما من المراكز الآخذة ، وبالتالي ينتقل جزء من الكترونات سوية الشائبة المانحة الى سوية الآخذة . ونتيجة لذلك يكون، حتى من أجل درجات حرارة منخفضة جدا، عدد ما N_a من الشوائب المانحة متشردا . وبالتالي فان الالكترون المتموضع (المرتبط) الى جوار أحد الموانح يمكنه أن يقفز الى شاردة موجبة مجاورة معدّلا اياها، ومشردا الأولى. وتتم هذه القفزات للالكترونات بشكل عشوائي.

عندما يُطَبَق حقل كهربائي خارجي على العينة ، يفرض على القفزات السابقة للالكترونات اتجاه محدد، وينشأ نتيجة لذلك تدفق للشحنة . وبما أن الموانح متواجدة على مسافات كبيرة من بعضها البعض، فان حركية حوامل الشحنة الناتجة عن العملية القفزية المذكورة تكون أصغر بكثير من حركية الالكترونات في منطقة الناقلية . وعندما ترتفع درجة الحرارة تتواجد أيضا الناقلية العادية في المناطق الطاقية . وبالتالي تعين الناقلية σ ومعامل هول R لمثل هذه العيّنات في مجال واسع لدرجات الحرارة بـــ العبارتين:

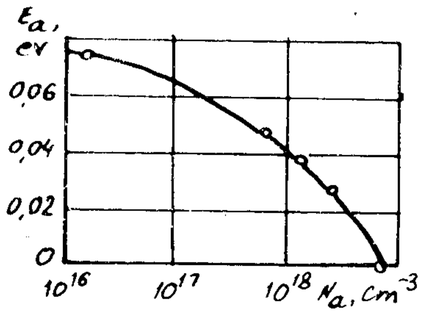
$$\sigma = e n_1 \mu_1 + e n_2 \mu_2 \qquad (9.2)$$

$$R = \frac{r_1 n_1 \mu_1^2 + r_2 n_2 \mu_2^2}{e(n_1\mu_1 + n_2\mu_2)^2} = \frac{n_1 \mu_1 \mu_{1H} + n_2 \mu_2 \mu_{2H}}{e(n_1\mu_1 + n_2\mu_2)^2} \qquad (9.3)$$

حيث أن $r_1 = \frac{\mu_{1H}}{\mu_1}$ و $r_2 = \frac{\mu_{2H}}{\mu_2}$ ، و n_1 ، μ_1 ، μ_{1H} و n_2 ، μ_2 ، μ_{2H} هي التركيز والحركية الانسياقية والحركية الهولية للالكترونات في منطقة الناقلية وفي المنطقة الشائبية على الترتيب.

ان نموذج شبه ذرة الهدرجين للذرات الشائبية لايأخذ بعين

الاعتبار التأثير المتبادل بين الذرات. غير أن زيادة تركيز الشوائب ترغمنا على أخذ هذا التأثير المتبادل في الحسبان. ذلك لأن نصف القطر البوري للالكترون المرتبط بالمركز الشائبي المشابه للهدرجين يكون وفقا للعلاقة (15.7ف2) متناسبا طردا مع ثابت العزل الكهربائي وعكسا مع الكتلة الفعالة للالكترون. وبحكم ذلك يكون نصف القطر الفعال لمدار الكترون الشائبة في الجرمانيوم أكبر بستين مرة تقريبا من نصف القطر البوري للالكترون في ذرة الهدرجين . وهكذا فان الدوال الموجية للالكترونات المرتبطة بالشائبة المانحة تعاني تغطية كبيرة حتى من أجل تركيز يساوي 10^{16}سم$^{-3}$. وتتوسع السويات الشائبية في هذه الحالة لتتحول الى نطاق شائبيّ متموضع الى جوار أرضية منطقة الناقلية . ويتعلق عرض هذا النطاق الطاقيّ بدرجة تغطية الدوال الموجية ، وبالتالي يتعلق بتركيز الشائبة المانحة . ويصاحب ظهور هذا النطاق الطاقيّ انخفاض في قيمة طاقة التشرد للذرات الشائبة (الشكل20_3). وتنشأ عندئذ ناقلية في النطاق الشائبيّ تحدثها الكترونات الشائبة المانحة، هذه الالكترونات التي تتصرف بشكل مماثل للغاز الالكتروني.

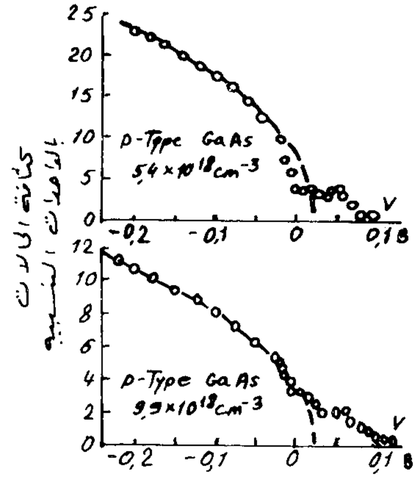


الشكل20_3 تابعية طاقة التشرد في ذرة البور لتركيزه في السيليكون.

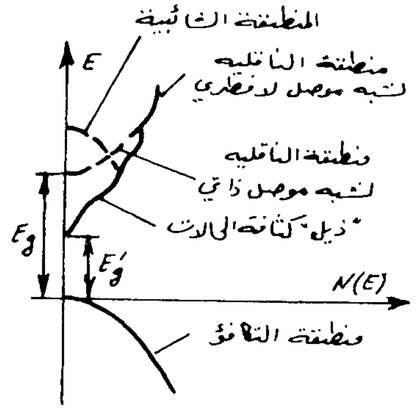
مع زيادة تركيز الشائبة المانحة يتوسع النطاق الشائبيّ حتى يتداخل مع منطقة الناقلية (أو في منطقة التكافؤ في حالة الشوائب الآخذة). وتتشكل عندئذ في البلورة منطقة سامحة

وحيدة، مما يؤدي الى اختفاء كامل لطاقة التشرد (الشكل 20ـ3).

يؤثر وجود النطاق الشائبي على كثافة الحالات في منطقة الناقلية الى جوار E_c (أو في منطقة التكافؤ الى جوار E_v). ويحدث من أجل تركيز مقداره 10^{19} سم$^{-3}$ للشائبة تداخل كبيرين النطاق والمنطقة وتنحرف تابعية كثافة الحالات للطاقة الى جوار E_c (أو E_v) بشدة عن شكلها القانوني، وتغدو منطقة الناقلية (أ و منطقة التكافؤ) غير نمطية، كما هو مبين على الشكل 21ـ3. ويتشكل في أ ش م المشوبة بشدة مايسمى "بذيل" (أو بملحق) كثافة



الشكل 22ـ3 المعطيات التجريبية لقيم كثافة الحالات في زرنيخ الغاليوم الثقبي، يبين الخط المتقطع أفضل تقريب للشكل القطعي المكافئ للمنطقة.



الشكل 21ـ3 كثافة الحالات لشبه موصل غير فطري.

الحالات، ويتغير عرض المنطقة المحظورة E_g الى القيمة E_g'. ويبلغ مقدار انضغاط عرض المنطقة المحظورة في الجرمانيوم اللافطري المشوب بتركيز قدره 10^{19} سم$^{-3}$ بضعة أجزاء من المئة للالكترون فولت. وينمو مفعول ذيل كثافة الحالات بزيادة درجة

تركيز الشائبة. ويظهر النمو المذكور على الشكل22ـ3 الذي يعرض نتائج تحديد كثافة الحالات في زرنيخ الغاليوم من النمط P. وذلك بدراسة مفعول النفق في حالة التحام معدن ـ شبه موصل.

وتُعَدّ النظرية الدقيقة لأشباه الموصلات المشوبة بشدة، مسألة في غاية التعقيد من الناحية الرياضية، ومع ذلك فان أشباه الموصلات اللافطرية المشوبة بشدة تستخدم في مواقع عديدة في التطبيقات العملية (مثلا، الديودات النفقية، المولدات الكوانتية الخ.....).

الفصل الرابع

آليات تشتت حوامل الشحنة في أشباه الموصلات وبعض الظواهر الحركية

1.4 . المعادلة الحركية لبولتزمان

درسنا حتى الآن حركة حوامل الشحنة في البلورة كجملة من الجسيمات الواقعة في شروط التوازن الترموديناميكي. وتكون حركة حوامل الشحنة في هذه الحالة عشوائية، ويوصف سلوكها بدالة التوزيع المتوازنة التي تتعلق في الحالة العامة بطاقة الجسيمات:

$$f_0 = \frac{1}{e^{(E-F)/KT}+1} \qquad (1.1)$$

(انظر الفقرة 2.3).

اذا سُلّط على البلورة حقل كهربائي خارجي ثابت، فان حركة الحوامل تكتسب خاصة الانتظام. وتدعى الظواهر المتعلقة بحركة حوامل الشحنة تحت تأثير الحقل الكهربائي أو المغناطيسي، أو تأثير تدرج درجة الحرارة أو تدرج تركيز حوامل الشحنة "بظواهر الحمل" أو "الظواهر الحركية". وتنسب الى ظواهر الحمل الناقلية الكهربائية والناقلية الحرارية الالكترونية والأفعال الغلفانومغناطيسية والكهرحرارية والمغنيطوحرارية.

تغدو حوامل الشحنة تحت تأثير قوى خارجية في شروط اللا توازن. ومن الطبيعي أن توصف الحوامل في الحالة اللامتوازنة بدالة توزيع لامتوازنة، تتعلق بطاقة الجسيمات أي بـ $\vec{k}$ اضافة الى تابعيتها لاحداثيات الجسيمات والزمن t، وهكذا تكون الدالة من الشكل $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$.

لكي نعين تركيز الالكترونات في الحالة اللامتوازنة، نستخدم

الاسلوب التالي. نأخذ في الفضاء الطوري لواحدة الحجم من البلورة، أي في فضاء الاحداثيات (x, y, z) وفضاء شبه الاندفاع (p_x, p_y, p_z)، عنصرا حجميا $d\Gamma$. ويمثل ذلك فضاء منشأ حول النقطة ذات الاحداثيات (x, y, z, p_x, p_y, p_z):

$$d\Gamma = dx\,dy\,dz\,dp_x\,dp_y\,dp_z = d\tau_r\,d\tau_p = \hbar^3 d\tau_k\,d\tau_r \qquad (1.2)$$

حيث أن $d\tau_p = dp_x\,dp_y\,dp_z = \hbar^3 dk_x\,dk_y\,dk_z = \hbar^3 d\tau_k$ و $d\tau_r = dx\,dy\,dz$.

يتواجد في عنصر الحجم من الفضاء الطوري لواحدة الحجوم من البلورة $\frac{d\Gamma}{\hbar^3}$ خلية طورية، ويمكن أن يتواجد في كل خلية الكترونان بسبنين مختلفين في الاتجاه. وبالتالي يكون في عنصر الحجم $d\Gamma$ من الفضاء الطوري عدد $2\,\frac{d\Gamma}{\hbar^3}$ من الحالات الكوانتية. اذا كان $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$ يمثل احتمال وجود الالكترون في تلك الحالات، فان عدد الالكترونات في عنصر الفضاء الطوري في اللحظة الزمنية t يساوي dn:

$$dn = 2\,\frac{d\Gamma}{\hbar^3} f(\vec{k}, \vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi^3} f(\vec{k}, \vec{r}, t)\, d\tau_k\, d\tau_r \qquad (1.3)$$

تكامل العبارة (1.3) وفق الفضاء الطوري V_Γ ككل، فنحصل على العدد الكلي للالكترونات:

$$n = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_\Gamma)} f(\vec{k}, \vec{r}, t)\, d\tau_k\, d\tau_r \qquad (1.4)$$

وهكذا تتطلب دراسة الظواهر الحركية معرفة دالة التوزيع اللامتوازنة. نستخرج المعادلة التي تحقق دالة التوزيع اللامتوازنة

$f(\vec{k},\vec{r},t)$. ندرس من أجل ذلك حركة الالكترونات في الفضاء العادي وفي فضاء الأشعة الموجية .

نبدأ بدراسة مجموعة من الالكترونات واقعة في فضاء هندسي عادي. ونفرض أن الحقل الخارجي مسلط بشكل تتحرك معه الالكترونات بالسرعة v_x وفق الاتجاه الموجب للمحور x . نعين تغير عدد الالكترونات خلال الزمن dt داخل العنصر الحجمي $d\tau_r$.

يجتاز الوجه الأيسر للعنصر الحجمي المعروض على الشكل 1_4 خلال الزمن dt ، وفقا للعلاقة (1.2)، عدد dN_ℓ من الالكترونات المتحركة بالسرعة v_x :

$$dN_\ell = f(\vec{k},x,y,z,t)\frac{d\tau_k}{4\pi^3}v_x\,dy\,dz\,dt \qquad (1.5)$$

ويخرج من العنصر الحجمي خلال نفس الزمن عدد dN_r من الالكترونات عبر الوجه الأيمن:

$$dN_r = -f(\vec{k},x+dx,y,z,t)\frac{d\tau_k}{4\pi^3}v_x\,dy\,dz\,dt \qquad (1.6)$$

وتتغير كمية الالكترونات في العنصر الحجمي خلال الزمن dt بالمقدار

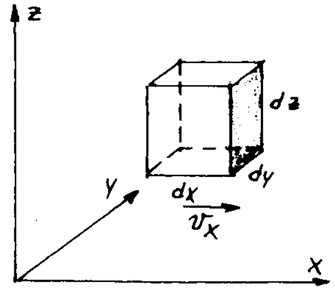
$$dN_\ell + dN_r =$$
$$= \left[f(\vec{k},x,y,z,t) - f(\vec{k},x+dx,y,z,t)\right]\frac{d\tau_k}{4\pi^3}v_x\,dy\,dz\,dt =$$
$$= -v_x\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{d\tau_k}{4\pi^3}dx\,dy\,dz\,dt = -v_x\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt \qquad (1.7)$$

ويكون في الحالة العامة اتجاه الحركة لحوامل الشحنة المتحركة بالسرعة $\vec{v}(v_x,v_y,v_z)$ كيفيا، وبالتالي فان تغير عدد

الالكترونات المالكة لقيمة محددة لـ $\vec{k}$ في عنصر الحجم للفضاء الطوري $d\tau$ خلال الزمن dt ،يساوي :

$$-\left[v_x\frac{\partial f}{\partial x}+v_y\frac{\partial f}{\partial y}+v_z\frac{\partial f}{\partial z}\right]\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt = -(\vec{v}\cdot\nabla_r f)\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt \qquad (1.8)$$

وهذا التغير في كمية الالكترونات متعلق بعمليات النقل التي تجري نتيجة لانتشار حوامل الشحنة عند وجود تدرج لتركيزها أو لدرجة حرارتها.



الشكل 1_4 الحجم العنصري في الفضاء الهندسي.

ندرس الآن حركة الالكترونات في فضاء الأشعة الموجية . نحسب تغير عدد الالكترونات خلال الزمن dt وذلك نتيجة لدخولها وخروجها من الأوجه المتوافقة لعنصر الحجم $d\tau_{\vec{k}}$. ولتحقيق ذلك نستخدم نفس الاسلوب المتبع في حالة الفضاء العادي، حيث نحسب عدد الالكترونات الداخلة والخارجة من جميع الوجوه لعنصر الحجم $d\tau_{\vec{k}}$. نحصل بنتيجة الحساب على أن تغير عدد الالكترونات المتحركة في فضاء الأشعة الموجية ضمن عنصر الحجم $d\Gamma$ لذلك الفضاء خلال الزمن dt، يساوي:

$$-\left[\frac{\partial k_x}{\partial t}\cdot\frac{\partial f}{\partial k_x}+\frac{\partial k_y}{\partial t}\cdot\frac{\partial f}{\partial k_y}+\frac{\partial k_z}{\partial t}\cdot\frac{\partial f}{\partial k_z}\right]\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt$$
$$= -\left[\frac{d\vec{k}}{dt}\nabla_k f\right]\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt = \frac{1}{\hbar}(\vec{F}\nabla_k f)\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt \qquad (1.9)$$

وهنا
$$\vec{F}(\vec{r},t) = \frac{d\vec{P}}{dt} = \hbar\frac{d\vec{k}}{dt} \qquad (1.10)$$

ترمز الى القوة الخارجية المؤثرة على الالكترون في النقطة $\vec{r}$ في اللحظة t .

تعبر العلاقة (1.9) عن تغير كمية الالكترونات نتيجة لتأثير قوة خارجية يسببها حقلان كهربائي ومغناطيسي.

يمكن لعدد الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري $d\Gamma$ أن يتغير أيضا نتيجة للتأثيرات المتبادلة بين الالكترونات والتشوهات الموضعية في دورية حقل الشبكة البلورية . ويمكن أن نعتبر أن تأثير الاثارة الموضعية ينتشر الى مسافة من رتبة 10^{-7} سم ، هذه المسافة التي تغطي عددا من أدوار الشبكة . وبما أن السرعة الحرارية للالكترون في شبه الموصل تقدر بحوالي 10^7 سم/ثا في درجة حرارة الغرفة ، فان الامتداد الزمني للتأثير المتبادل بين الالكترون والتشوهات البنيوية للبلورة يكون من رتبة 10^{-14} ثانية . ولا يمكن لهذا الامتداد الزمني القصير للتأثير المتبادل أن يسبب تغيرا ملحوظا للاحداثيات ، ولكن يحدث تغييرا شديدا في سرعة وشبه اندفاع الالكترون. وتماثل هذه العملية حادثة الاصطدام في الميكانيك، وبالتالي دعيت بالتصادم أو بالتضارب. ويحدث أثناء الاصطدام تغير في عدد الالكترونات المتحركة في اتجاه معطى، ولذلك تدعى عملية الاصطدام أيضا بالتشتت.

لنفرض أن حوامل الشحنة انتقلت أثناء التشتت من الحالة $(\vec{r},\vec{k})$ الى الحالة $(\vec{r}',\vec{k}')$. وبما أن عملية الصدم تتم خلال امتداد زمني قصير جدا للتأثير المتبادل، فانها لاتؤدي الى تغير في الاحداثيات وبالتالي فان احتمال الانتقال لايتعلق بـ $\vec{r}$ أو $\vec{r}'$. لنرمز لاحتمال مثل هذا الانتقال خلال واحدة الزمن بـ $W(\vec{k},\vec{k}')$. يكون عدد الحالات المشغولة في عنصر الحجم $d\tau_k$ مساويا

$f(\vec{k},\vec{r},t)\frac{d\tau_k}{4\pi^3}$ ، ويكون عدد الحالات الشاغرة في نفس الحجم مساويا $[1-f(\vec{k},\vec{r},t)]\frac{d\tau_k}{4\pi^3}$. ويرافق كل اصطدام انتقال الكترون من الحالة $\vec{k}$ الى الحالة $\vec{k}'$. ولكي يحدث مثل هذا الانتقال ينبغي أن تكون الحالة $\vec{k}'$ شاغرة . اذا كان $f(\vec{k}',\vec{r},t)\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3}$ يمثل عدد الحالات المشغولة في عنصر الحجم $d\tau_{k'}$ ، فان $\left[1-f(\vec{k}',\vec{r},t)\right]\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3}$ يمثل عدد الحالات الشاغرة . وبالتالي، يعين عدد الالكترونات القادرة على الانتقال من الحالة $\vec{k}$ الى الحالة $\vec{k}'$ خلال الزمن dt نتيجة للتشتت، والذي يؤدي الى نقصان كمية الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري $d\Gamma$ خلال الزمن dt ، يعين باحتمال الانتقال $W(\vec{k},\vec{k}')$. وبعدد الحالات المشغولة البدئية وعدد الحالات الشاغرة النهائية :

$$-W(\vec{k},\vec{k}')f(\vec{k},\vec{r},t)\frac{d\tau_k}{4\pi^3}\left[1-f(\vec{k}',\vec{r},t)\right]\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3}d\tau_r dt \quad (1.11)$$

يمكن أن يحدث أثناء اصطدام حوامل الشحنة مع عيوب الشبكة انتقال عكسي للالكترونات من الحالة $\vec{k}'$ الى الحالة $\vec{k}$. لنفرض أن احتمال مثل هذا الانتقال يساوي $W(\vec{k}',\vec{k})$ خلال واحدة الزمن، يكون عندئذ عدد الالكترونات التي تحقق خلال الزمن dt الانتقال العكسي مساويا :

$$W(\vec{k}',\vec{k})f(\vec{k}',\vec{r},t)\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3}\left[1-f(\vec{k},\vec{r},t)\right]\frac{d\tau_k}{4\pi^3}d\tau_r dt \quad (1.12)$$

وبالتالي، فان كمية الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري $d\Gamma$ يتغير نتيجة للتشتت المرافق بالانتقال المباشر من $\vec{k}$ الى $\vec{k}'$ والانتقال العكسي من $\vec{k}'$ الى $\vec{k}$. وللاختصار في الكتابة

نمثل f كدالة للشعاع الموجي ، فيكون التغير المذكور في كمية الالكترونات خلال الزمن dt مساويا :

$$\left\{ w(\vec{k}',\vec{k})\, f(\vec{k}') \left[1 - f(\vec{k}) - w(\vec{k},\vec{k}') \cdot f(\vec{k}) \left[1 - f(\vec{k}') \right] \right\} \cdot \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \cdot \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} d\tau_r\, dt \qquad (1.13)$$

لكي نوجد العدد الكلي لتغير الحالات المشغولة بالالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري خلال الزمن dt نتيجة للتشتت، لابد من الأخذ في الحسبان جميع القيم الممكنة لـ $\vec{k}'$ ، أي لابد من مكاملة العبارة (1.13) وفق حجم منطقة بريليون V_B :

$$\frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r dt \int_{(V_B)} \left\{ w(\vec{k}',\vec{k}) \cdot f(\vec{k}') \cdot \left[1 - f(\vec{k}) \right] - w(\vec{k},\vec{k}') \cdot f(\vec{k}) \cdot \left[1 - f(\vec{k}') \right] \right\} \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \qquad (1.14)$$

غير أن تغير عدد الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري $d\Gamma$ الحاصل خلال الفترة الزمنية من t الى $t+dt$ ، يعطى بالعبارة:

$$f(\vec{k},\vec{r},t+dt)\frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r - f(\vec{k},\vec{r},t)\frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r = \frac{\partial f}{\partial t} \cdot \frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r\, dt \qquad (1.15)$$

ويمثل هذا تغير عدد حوامل الشحنة المشروط بحركة الالكترونات نتيجة للانتشار (diffusion)، وتأثير القوى الخارجية عليها

... التشتت. وبالتالي فان العبارة (1.15) تساوي ... العبارات (1.8)و(1.9)و(1.14). ونحصل بعد الاختصار ... $\frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r dt$ على العلاقة التالية :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(\vec{v}\cdot\nabla_r f) - \frac{1}{\hbar}(\vec{F}\cdot\nabla_k f) + \int_{(V_B)} \left\{ w(\vec{k}',\vec{k}) \cdot f(\vec{k}') \cdot \left[1 - f(\vec{k}) \right] - w(\vec{k},\vec{k}') \cdot f(\vec{k}) \left[1 - f(\vec{k}') \right] \right\} \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \qquad (1.16)$$

ويكون وفقا لمبدإ العكوسية المجهرية احتمالا الانتقال المباشر والعكسي متساويين، أي أن

$$w(\vec{k},\vec{k}') = w(\vec{k}',\vec{k}) \qquad (1.17)$$

وتبسط العلاقة (1.16) لتأخذ الشكل :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(\vec{v}\cdot\nabla_k f) - \frac{1}{\hbar}(\vec{F}\cdot\nabla_k f) + \int_{(V_B)} w(\vec{k},\vec{k}') \cdot \left[f(\vec{k}') - f(\vec{k}) \right] \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \qquad (1.18)$$

تدعى المعادلة (1.18) بالمعادلة الحركية لبولتزمان. وتعتبر هذه المعادلة تكاملية-تفاضلية، ذلك لوجود الدالة التي نبحث عنها ضمن اشارة التكامل.

نتبين بسهولة المغزى الحقيقي للمعادلة (1.18) . يعكس الطرف الأيسر للمعادلة تغير دالة التوزيع بتابعية الزمن. ويُظهر الحدان الأول والثاني من الطرف الأيمن للمعادلة تغير دالة التوزيع نتيجة لتأثير الحقول الخارجية، ذلك التأثير الذي يؤدي الى حركة الالكترونات في الفضاء العادي وفي فضاء الأشعة الموجية .

ويبين الحد الأخير في المعادلة تغير دالة توزيع الالكترونات وفق الحالات نتيجة لتشتتهم (اصطداماتهم). وهكذا تؤثر على حوامل الشحنة القوى الخارجية التي تسعى الى تنظيم حركتها من جهة، والاصطدامات التي تسعى للاخلال بذلك التنظيم من جهة أخرى. وبالتالي يمكن أن نكتب المعادلة (1.18) بالشكل:

$$\frac{\partial f}{\partial t}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{حقل field}}+\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{تصادم collision}} \qquad (1.19)$$

ويدعى الحد

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{حقل field}}=-\left(\vec{v}\nabla_k f\right)-\frac{1}{\hbar}\left(\vec{F}\nabla_k f\right) \qquad (1.20)$$

"بالحد الحقلي لمعادلة بولتزمان"، ويدعى المقدار

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll is}=\int_{(V_B)} w(\vec{k},\vec{k}')\left[f(\vec{k}')-f(\vec{k})\right]\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \qquad (1.21)$$

"بتكامل التصادم".

تحقق دالة التوزيع في حالة العمليات المستقرة، أي عندما لاتتعلق المقادير الواصفة لظواهر الحمل بالزمن، تحقق المساواة:

$$\frac{\partial f}{\partial t}=0 \qquad (1.22)$$

وتأخذ المعادلة الحركية لبولتزمان(1.19) في الحالة المستقرة الشكل:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{field}=-\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll is} \qquad (1.23)$$

أو

$$\left(\vec{v}\cdot\nabla_r f\right)+\frac{1}{\hbar}\left(\vec{F}\cdot\nabla_k f\right)=\int_{(V_B)} w(\vec{k},\vec{k}')\left[f(\vec{k}')-f(\vec{k})\right]\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \qquad (1.24)$$

ينتج عن العبارتين(1.23) و (1.24) أن تغير دالة التوزيع

في الحالة المستقرة التي تسببه حركة حوامل الشحنة وتأثيرات القوى الخارجية على هذه الحوامل، يُعَدَّل باصطدامات تلك الحوامل مع التشوهات الموضعية لدورية حقل الشبكة البلورية.

لابد من الاشارة الى أن المعادلة الحركية لبولتزمان تُعَدّ في الحقيقة شبه كلاسيكية، ذلك لأن الاحداثيات والشعاع الموجي تعطى في نفس الوقت في دالة التوزيع. وبحكم ذلك فانها تطبق على الحوادث التي يدخل فيها مفهوم طول القفزة الحرة. وهذا يعني أن الطول الوسطي للقفزة الحرة لحامل الشحنة ينبغي أن يكون أكبر من طول موجة دي لوبري. اضافة الى ذلك، فان هذه المعادلة يمكن استخدامها لتوضيح ظواهر الحمل في الحقل المغناطيسي، اذا كان هذا لايغير من طيف الطاقة لحامل الشحنة في البلورة، أي عندما لاتصبح مفاعيل كوانتية بجوهرها. ويفرض هذا الشرط تحديدا على قيمة الحقل المغناطيسي.

2.4. الحالة المتوازنة

عندما يتحقق التوازن الترموديناميكي، أي عندما توصف حالة الالكترونات بدالة التوزيع المتوازنة (2.1ـف.3)، تصبح حركة الالكترونات في البلورة مرهونة بالطاقة الحرارية، وبالتالي ينعدم الطرف الأيسر من المعادلة (1.24) في حالة التوازن ويعني ذلك أن:

$$\int_{(V_B)} w(\vec{k},\vec{k}')\left[f_0(\vec{k}')-f_0(\vec{k})\right]d\tau_{k'}=0 \qquad (2.1)$$

ينتج عن هذه العلاقة، أن تدفقي حوامل الشحنة للانتقالات المباشرة (الأمامية) والعكسية متساويان في الجملة الواقعة في

حالة التوازن الترموديناميكي، ويتفق هذا مع مبدأ التوازن الدقيق (Principle of ditail equilibrium) .

نحصل انطلاقا من(2.1) على:

$$f_0(\vec{k}') = f_0(\vec{k}) \qquad (2.2)$$

نعوض في (2.2) عبارة دالة التوزيع المتوازنة (2.1ف.3)فنحصل على

$$E_1 - F_1 = E_2 - F_2 \qquad (2.3)$$

حيث أن F_1 ، E_1 و F_2 ، E_2 هي سوية فرمي والطاقة الكلية للالكترونات ذوي الشعاعين الموجيين $\vec{k}$ و $\vec{k}'$ على الترتيب. وبما أن الطاقة الكلية للالكترون لاتتغير في حالة التوازن الترموديناميكي ($E_1 = E_2$)، فان

$$F_1 = F_2 \qquad (2.4)$$

تبين هذه العبارة أن موقع سوية فرمي في حالة التوازن الترموديناميكي يبقى نفسه في جميع أجزاء الجملة التي يمكن أن يحدث فيما بينها انتقال للالكترونات.

3.4 . زمن الارتخاء.

تعرضنا باختصار في الفصل الأول لمفهوم زمن الارتخاء ونعود لتوضيح هذا المفهوم بتفصيل أكثر.

يعد حل المعادلة الحركية (1.18) مسألة معقدة حتى من أجل حالة التوازن(1.24). غير أنها تُبَسَّط كثيرا في الحالات التي يمكن فيها ادخال زمن الارتخاء. ويتبين أن توضيح عمليات التبدد بمساعدة زمن الارتخاء أمر ممكن، ذلك اذا كان تصادم الجسيمات مرنا، أي تلك الاصطدامات التي تتغير من أجلها طاقة حوامل الشحنة بمقدار صغير، واذا قادت فيها عمليات التبدد الى توزع

حوامل الشحنة وفق السرع، أي أن يكون احتمال تبدد الحوامل في جميع الاتجاهات متساويا.

لنفرض أنه في اللحظة $t=0$ توقف تأثير الاثارة الخارجية (رفع الحقل) على الجملة الموصوفة بدالة التوزع f ، وأن الحد الحقلي يؤول الى الصفر. ويحدث نتيجة للاصطدامات أن تتحول الجملة الى حالة التوازن، وتوصف عندئذ بدالة التوزع المتوازن f_0 . وهذا يعني أن دالة التوزع تتغير بعد رفع الحقل الخارجي بفضل الاصطدامات التي تحدث بين الالكترونات وعيوب الشبكة البلورية :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll's} \qquad (3.1)$$

ويمكن أن نفترض في تلك الحالة التي يكون فيها انحراف دالة التوزع لحوامل الشحنة عن الحالة المتوازنة صغيرا، وأن سرعة تغير دالة التوزع في حالة غياب الحقل الخارجي تتناسب بنتيجة الاصطدامات مع قيمة انحراف الدالة عن حالة التوازن، أي أنها متناسبة مع $f - f_0$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Co} = -\frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})} \qquad (3.2)$$

حيث أن $\frac{1}{\tau(\vec{k})}$ معامل التناسب الذي يتعلق بـ $\vec{k}$. ونحصل بحل المعادلة (3.2) على:

$$f - f_0 = (f - f_0)_{t=0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3.3)$$

ينتج عن(3.3) أن الفرق($f - f_0$) يتناقص بعد رفع الحقل الخارجي وفق قانون أسي وبثابت زمني τ ، ويدعى هذا

الثابت "بزمن الارتخاء". وبالتالي فان المقدار τ يمثل الزمن الوسطي الذي تبقى فيه دالة التوزع لحوامل الشحنة لامتوازنة بعد رفع الحقل الخارجي. وبما أن الوصول الى حالة التوازن يتم نتيجة للاصطدامات التي يكفي عدد قليل منها لتحقيق ذلك ، فان زمن الارتخاء يكون مساويا تقريبا لزمن القفزة الحرة للالكترون. ويمكن اعتمادا على ذلك أن نعين طول القفزة الحرة ℓ بدلالة سرعة حركة الالكترون v وزمن الارتخاء $\tau(\vec{k})$.

يمكن باستعمال (3.2) أن نقدم تكامل الصدم (1.21) بالشكل:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{co} = \int_{(V_B)} W(\vec{k},\vec{k}')\cdot\left[f(\vec{k}') - f(\vec{k})\right]\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} = -\frac{f(\vec{k}) - f_0(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \qquad (3.4)$$

بما أن القوى الخارجية لاتؤدي وفقا لـ (3.2) الى انحراف شديد لتوزع حوامل الشحنة عن الحالة المتوازنة، فان دالة التوزع اللامتوازنة يمكن أن نقدمها بالشكل:

$$f(\vec{k}) = f_0 + f_1(\vec{k}) \qquad (3.5)$$

حيث أن $f_1(\vec{k})$ تمثل التصحيح المضاف الى دالة التوزع المتوازنة، وتظهر هذه الدالة نتيجة تأثير أفعال خارجية على جملة الجسيمات. ونكتب هذا التصحيح بالشكل

$$f_1(\vec{k}) = -\frac{\partial f_0}{\partial E}\vec{k}\,\vec{\chi}(E) \qquad (3.6)$$

حيث أن $\vec{\chi}(E)$ هو شعاع ما يتعلق فقط بطاقة حامل الشحنة.

... نعتبر أن زمن الارتخاء لايتعلق بالحقول الخارجية. ... أن $\tau(\vec{k})$ تحدده حوادث التبثت الجارية أثناء ... الحقول الخارجية. ويمكن بحكم ذلك أن نستعمل في المعادلة (1.21) تكامل الصدم (3.4)، وتصبح المعادلة الحركية في الحالة المستقرة من الشكل:

$$(\vec{v}\cdot\nabla_r f) + \left(\frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_k f\right) = -\frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})} = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \qquad (3.7)$$

نعيد كتابة تكامل الصدم (3.4)، مستخدمين العلاقة (3.5):

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{co} = \frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W(\vec{k},\vec{k}')\cdot\left[f_1(\vec{k}') - f_1(\vec{k})\right]d\tau_{k'} = -\frac{\partial f_1(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \qquad (3.8)$$

يمكن من (3.8) أن نحدد زمن الارتخاء، فاذا أخذنا بالحسبان المساواة (3.6)، فان $\tau(\vec{k})$ يعين بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W(\vec{k},\vec{k}')\frac{f_1(\vec{k}') - f_1(\vec{k})}{f_1(\vec{k})}d\tau_{k'} = \frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W(\vec{k},\vec{k}')\left[1 - \frac{\frac{\partial f_0}{\partial E'}\cdot\vec{k}'\vec{\chi}(E')}{\frac{\partial f_0}{\partial E}\cdot\vec{k}\,\vec{\chi}(E)}\right]d\tau_{k'} \qquad (3.9)$$

يمكن أن يكون الصدم، كما هو معلوم، مرنا أو لينا. ويدعى الصدم بالمرن اذا حافظت الجسيمات المتصادمة على طاقتها الحركية، ويدعى باللين اذا تغيرت طاقة الجسيمات المتصادمة بعد الاصطدام بالزيادة أو النقصان عما كانت عليه قبل الصدم.

سوف نعتبر أن الاصطدامات الحاصلة بين الالكترونات والعيوب

البنيوية للشبكة من النوع المرن. يتغير في هذه الحالة فقط اتجاه الشعاع الموجي للالكترون، وبالتالي اتجاه سرعة الحركة، وتبقى القيمة المطلقة للسرعة ثابتة. وهكذا يمكن أن نعتبر في حالة الاصطدام المرن أن

$$|\vec{k}'| = |\vec{k}| \quad , \quad v' = v \quad , \quad E' = E \qquad (3.10)$$

وذلك اذا كانت المناطق الطاقية كروية.

تعطى بحكم ذلك قيمة زمن الارتخاء في حالة الصدم المرن (العلاقة 3.10) بالعلاقة:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \left[1 - \frac{\vec{k}'\vec{\chi}(E)}{\vec{k}\vec{\chi}(E)} \right] \qquad (3.11)$$

لنفرض أن الأشعة $\vec{\chi}$ و $\vec{k}$ و $\vec{k}'$ موجهة كما هو مبين على الشكل 2-4. يكون عندئذ مسقطا الشعاعين $\vec{k}$ و $\vec{k}'$ على حامل الشعاع $\vec{\chi}$ مساويين:

$$k_\chi = k \quad , \quad k'_\chi = k' \cos\theta = k \cos\theta \qquad (3.12)$$

حيث أن θ زاوية انحراف الالكترون عن اتجاه حركته البدئي بنتيجة الاصطدام. وتكتب المساواة (3.11) باستخدام (3.12) بالشكل:

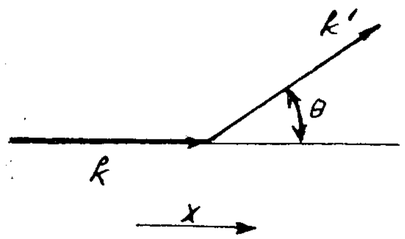
$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot \left[1 - \frac{k'_\chi}{k_\chi} \right] d\tau_{k'} =$$

$$= \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot (1 - \cos\theta)\, d\tau_{k'} \qquad (3.13)$$

وهكذا تنحصر المسألة الأساسية أثناء دراسة حوادث الحمل

... حساب دالة التوزع اللامتوازنة التي يمكن بواسطتها حساب ... المقادير الواصفة للمفاعيل الحركية. غير أن حل هذه المسألة ... كما هو مبين من العلاقة (3.7) بمعرفة زمن الارتخاء (3.13) ... يتطلب ذلك معرفة آلية التشتت لحوامل الشحنة.

ندرس الآن مسألة التشتت الذي يقود الى توزع عشوائي لحوامل الشحنة وفق السرع، أي ذلك الوضع الذي يسقط من أجله الالكترون المتشتت في الحالة $\vec{k}'$ الواقعة الى جوار تلك النهاية الصغرى للطاقة التي تحوي على $\vec{k}$ ولكن باتجاه معاكس لاتجاه السرعة البدئية. ويمكن أن يتحقق مثل هذا النوع للتشتت اذا كانت سطوح سوية الطاقة كروية. وبما أن $W(\vec{k}, \vec{k}') = W(\vec{k}', \vec{k})$ دالة زوجية و $f_1(\vec{k}') = -\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{k}'\vec{\chi})$ دالة فردية بالنسبة لتحويلات القلب $\vec{k} \longleftrightarrow -\vec{k}$ ، فان:



الشكل 2-4 تغير الشعاع الموجي للالكترون عند حدوث الاصطدام.

$$\int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot f_1(\vec{k}')\, d\tau_{k'} = \int_{(V_B)} \frac{\partial f_0}{\partial E} W(\vec{k}, \vec{k}')(\vec{k}'\vec{\chi})\, d\tau_{k'} = 0 \qquad (3.14)$$

ذلك لأن تكامل الدالة الفردية ضمن حدين متناظرين يعطي قيمة معدومة. ويصبح تكامل الصدم (3.8) بعد أخذ (3.14) بعين الاعتبار من الشكل:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}_{Co}\right) = -\frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}')\, f_1(\vec{k})\, d\tau_k = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau_k} \qquad (3.15)$$

وينتج مما تقدم أن عبارة زمن الارتخاء في حالة التشتت الـــذي يقود الى توزع عشوائي لحوامل الشحنة وفق السرع يعطى بالشكل

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') \qquad (3.16)$$

4.4 . المقطع الفعـــال للتشتت، أشكال مـــراكـــز التشتت :

يعد أي نوع من أنواع عدم التجانس للبلورة والذي يخـــرق دورية حقل الشبكة مركزا للتشتت وبما أن أنواع العيوب فـــي الشبكة مختلفة ، فان تشتت حوامل الشحنة على هذه العيوب يكون مختلفا أيضا . ولكي يعبر عن جوادث التشتت بشكل كمي، يـدخـــل مفهوم "المقطع الفعّال" الذي سنرمز له بـ σ .

لنفرض أنه لدينا عددا n من الالكترونات الحرة التـــي تتحرك بسرعة حرارية وسطية v_0 في اتجاه معين. تكون عندئـــذ كثافة تيار الالكترونات مساوية nv_0 ، أي عدد الالكترونات التـي تعبر واحدة المقطع العرضي خلال واحدة الزمن. ولنفرض أن عددا N من مراكز التشتت المتماثلة موزعة في واحدة المقطع في طريق الالكترونات المتحركة . يميز كل مركز من هذه المراكز بمقطع فعال مساو لـ σ . ويمثل هذا المقطع في الواقع ذلك المجال المحيـــط بالمركز والذي يحدث فيه تشتت الالكترونات. وبالتالي فان عـــدد الالكترونات المتشتتة n_1 في واحدة الزمن يعينه المقطع العرضي الفعال σ وكمية مراكز التشتت N، وكثافة تيار الالكترونات المتحركة $n\ v_0$ ، أي أن

$$n_1 = \sigma N n v_0 \qquad (4.1)$$

ومن جهة أخرى، اذا كان w هو احتمال تشتت جسيمة واحدة فـــي

واحدة الزمن، فان كمية الالكترونات المتشتتة خلال 1 ثانيـــة تساوي:

$$n_1 = w n \qquad (4.2)$$

ونستطيع اعتمادا على العبارتين(4.1) و (4.2) ان نكتب :

$$\sigma = \frac{\frac{n_1}{w}}{n v_0} = \frac{w}{N v_0} \qquad (4.3)$$

وهكذا فان المقطع العرضي الفعال (م ع ف)للتشتت ، يمثـــل النسبة بين عدد الالكترونات المُبْعَدة عن حزمة الالكترونات نتيجة للتشتت على مركز واحد في واحدة الزمن وبين كثافة حزمة الالكترونات الواردة . ويملك م ع ف للتشتت أبعاد المساحة :

$$[\sigma] = \frac{[w]}{[n v_0]} = \frac{T^{-1}}{L^{-3} L T^{-1}} = L^2$$

نجد من العلاقة (4.3) أن احتمال التشتت يساوي:

$$w = \sigma N v_0 \qquad (4.4)$$

وبالتالي فان احتمال التشتت أو احتمال الاصطدام يعينه م ع ف وكمية مراكز التشتت وسرعة حركة حامل الشحنة .

ويتناسب احتمال الاصطدام عكسا مع زمن القفزة الحرة :

$$w = \frac{1}{\tau} \qquad (4.5)$$

وبالتالي يمكن التعبير عن زمن القفزة الحرة وطول القفزة الحـرة بدلالة م ع ف للتشتت. وينتج عن المساواتين(4.4) و (4.5)، أن

$$\tau = \frac{1}{\sigma N v_0} = \frac{\ell}{v_0} \qquad (4.6)$$

أو

$$\ell = \frac{1}{\sigma N} \qquad (4.7)$$

ويمثل المقدار $\ell^{-1} = \sigma N$ احتمال التشتت على واحدة الأطوال.

ندرس الحالة التي يتواجد فيها مراكز مختلفة للتشتت. لنفرض أن المركز i يميّز بالمقطع الفعال σ_i وأن عددها N_i. تُعيّن آلية التشتت على هذه المراكز طول القفزة الحرة ℓ_i. واذا كانت جميع آليات التشتت ممكنة، فانه وفقا لنظرية الاحتمالات يكون الاحتمال الكلي للتشتت في واحدة الزمن مساويا لمجموع الاحتمالات المستقلة للتشتت:

$$W = \sum_i W_i \qquad (4.8)$$

وبما أن $\sum_i \ell_i^{-1} = \sum_i \sigma_i N_i$، يمكن تعيين الطول الكلي للقفزة الحرة بالعلاقة:

$$\ell^{-1} = \sum_i \ell_i^{-1} \qquad (4.9)$$

ويكون وفقا للعلاقة (4.9) الطول الكلي للقفزة الحرة أصغر دوما من أقصر طول للقفزة الحرة المنفصلة.

يتواجد في أشباه الموصلات أنواع مختلفة للعيوب، وتسبب هذه العيوب خرقا لدورية البلورة. ويمكن أن تكون مراكز التشتت في هذه البلورات ممثلة بالاهتزازات الحرارية للشبكة، وبالعيوب الساكنة كالذرات والشوارد الشائبة، والفجوات والذرات الواقعة بين أركان الشبكة، والانزياحات، والحدود المزدوجة. وتختلف أدوار هذه المراكز في عملية التشتت، وبالتالي تملك مقاطع فعالة مختلفة. ولكي نعبر عنها بشكل كمي نستخدم المساحة التي يمكن أن يحدث ضمنها تأثير متبادل بين حامل الشحنة والعيب المقصود بمثابة المقطع العرضي الفعال للتشتت.

تكون العيوب المتمثلة بالفجوات أو الذرات الموجودة بين الأركان في أغلب الحالات ناتجة عن ادخال الشوائب. وتدعى مثل هذه العيوب "بالعيوب النقطية". ويمكن أن نأخذ المساحة

المساوية لمربع ثابت الشبكة البلورية بمثابة σ لهذه العيوب، فمثلا من أجل الذرة الشائبة تكون $\sigma_A = (5.10^{-8})^2 \approx 3.10^{15}\ cm^2$ واذا فرضنا أن تركيز ذرات الشوائب يساوي $N_A = 10^{16}\ cm^{-3}$ فان طول القفزة الحرة من أجل تشتت حوامل الشحنة على الذرات الشائبة يكون مساويا:

$$\ell_A = (3.10^{-15} \cdot 10^{16})^{-1} \approx 3.10^{-2}\ cm$$

سوف نعتبر أن قطر الشائبة المؤينة أكبر بـ 10 مرات من قطر المركز الشائبي، أي أن $\sigma_I = (5.10^{-8}.10)^2 \approx 3.10^{-13}\ cm^2$ وفي هذه الحالة يكون ℓ_I من أجل تركيز قدره $N_I = 10^{16}\ cm^{-3}$ مساويا:

$$\ell_I = 3.10^{-4}\ cm = 3\mu$$

يعد العيب الانزياحي عيبا خطيا موزعا على مجالات واسعة من البلورة. ونفرض أن الانزياح الخطي يملك طولا مقداره 1 مم، وقطره يقيس عدة مئات من دور الشبكة، ويكون مقطعه العرضي المحوري في هذه الحالة مساويا:

$$5.10^{-8}.100.10^{-1} = 5.10^{-7}\ cm^2$$

ويكون طول القفزة الحرة من أجل كثافة حجمية للانزياح $N_D = 10^8\ cm^{-3}$ مساويا تقريبا:

$$\ell_D = 2.10^{-2}\ cm$$

ويعين م ع ف للتشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة بمساحة المقطع العرضي للمجال الذي تشغله الذرة المهتزة بعد حذف المقطع العرضي للذرة نفسها. فاذا اعتبرنا أن سعة الاهتزاز $r \approx 5.10^{-9}\ cm$ وقطر الذرة $d = 10^{-8}\ cm$، فان:

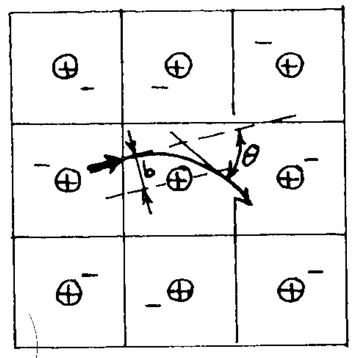
$$\sigma_T = (d + r)^2 - d^2 \approx 2rd = 10^{-16}\ cm^2$$

وهذه القيمة أصغر بكثير من قيم المراكز الأخرى للتشتت، غير أن عدد الذرات المهتزة كبير جدا ($N_T = 10^{22}\ cm^{-3}$)، وبالتالي $\ell_T = 10^{-6}\ cm$.

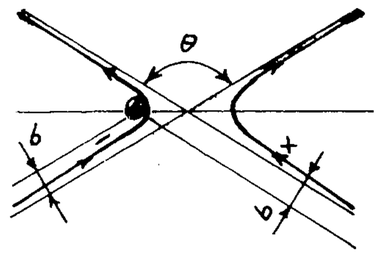
5.4. التشتت على الشوائب المتشردة

تولد كل شائبة مؤينة في شبه الموصل المشوب حقلا كهربائيا يحيط بها. ويؤثر هذا الحقل على حامل الشحنة المتحرك ويحرفه عن اتجاه مساره البدئي(الشكل3-4). ويكون انحراف حامل الشحنة أشد كلما كانت سرعته أصغر وكلما كان أقرب الى الشائبة المؤينة.

تؤول المسألة في الواقع الى ايجاد مسار الحركة لجسيمة مشحونة في الحقل المركزي للايون. ويمكن حلها بالطرق التقليدية.



الشكل3-4 انحراف مسار حركة الالكترون في حقل الايون الموجب للشائبة.



الشكل 4-4 تبعثر الالكترون والثقب على الايون الموجب للشائبة.

سوف نعتبر حامل الشحنة جسيمة كلاسيكية تتحرك في الحقل الكولوني للشاردة الشائبية الموجبة ذات الشحنة Ze. يمكن في هذه الحالة، أن نقدم الطاقة الكامنة للتأثير المتبادل بالشكل:

$$U(r) = \pm \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \qquad (5.1)$$

أن الاشارة الموجبة توافق الثقب والسالبة الالكترون.

يظهر الحساب أن حامل الشحنة يتحرك في الحقل الكولوني الايون وفق قطع مكافئ. ويعرض الشكل 4-4 مساري الالكترون والثقب في حقل الشاردة الموجبة. ويلاحظ أن كلا الحاملين يحرفان بشكل متماثل، بالرغم من أن تأثير القوة على أحدهما يكون جاذبا وعلى الآخر دافعا. نرمز بـ b لمسافة التصويب،أي المسافة الصغرى الفاصلة بين الايون ومسار حامل الشحنة، ونرمز بـ θ لزاوية التشتت أي الزاوية المحصورة بين الاتجاه البدئي لحركة حامل الشحنة واتجاهها بعد التشتت. وتتعلق زاوية التشتت بمسافة التصويب وفق العبارة التالية:

$$b = \frac{Ze^2}{\varepsilon m^* v^2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \qquad (5.2)$$

حيث أن m^* و v الكتلة الفعالة وسرعة الحركة لحامل الشحنة.

تعد حادثة التشتت حادثة عشوائية، وبالتالي تنحرف الحوامل المختلفة للشحنة عن اتجاهاتها البدئية وفق زوايا مختلفة، وبحكم ذلك ينبغي عند حساب زمن الارتخاء أن نأخذ القيمة الوسطية للمقطع وفق زوايا التشتت.

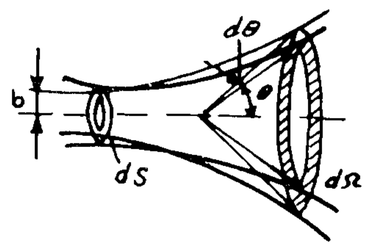
نفرض أن زاوية التشتت تتغير ضمن المجال θ و $\theta + d\theta$، وبما أن المركز المُشَتِّت يملك في حالتنا تناظرا محوريا، فان هاتين الزاويتين تعدان زاويتا مخروطين، كما هو مبين على الشكل 5-4. لنرمز بـ $d\Omega$ للزاوية المجسمة المحصورة بين هذين المخروطين:

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta \cdot d\theta \qquad (5.3)$$

توصف عمليات التشتت في حالتنا بالمقطع العرضي التفاضلي للتشتت $\sigma(\theta)$. وتكون $\sigma(\theta)$ وفقا للعلاقة (4.3) مساوية للنسبة

بين عدد الجسيمات المنحرفة بزاوية $d\theta$ في ثانية واحدة وفي واحدة الزوايا المجسمة من قبل مركز واحد وبين حزمة الجسيمات الواردة في 1 سم^2 خلال ثانية واحدة.

نفرض أن عددا n من الالكترونات المتحركة عشوائيا بالسرعة v. فاذا اخترنا مساحة مقدارها 1 سم^2 عمودية على اتجاه حركة كل من الالكترونات، فان عدد الالكترونات الواردة على هذه المساحة خلال ثانية واحدة يساوي nv الكترونا. ويكون العدد الكلي للجسيمات المنحرفة خلال ثانية واحدة بزاوية θ وضمن مجال الزاوية المجسمة $d\Omega$ مساويا لحزمة الجسيمات الواقعة في الخاتم (الشكل 5_4) ذي المساحة $ds = 2\pi b|db|$. وبالتالي يمكن استنادا الى التعريف والعلاقة (5.3) أن نكتب:



الشكل5_4تشتت الالكترونات

$$\sigma(\theta) = \frac{nv\,2\pi\, b|db|}{nv\,d\Omega} = \frac{b|db|}{\sin\theta d\theta} \qquad (5.4)$$

كما نحصل من العلاقة (5.2) على:

$$|db| = \frac{ze^2}{2\varepsilon m^* v^2} \cdot \frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}} d\theta \qquad (5.5)$$

نعوض (5.2)و(5.5) في(5.4)، فنحصل على

$$\sigma(\theta) = \frac{ze^2}{\varepsilon m^* v^2} ctg\ \frac{\theta}{2} \cdot \frac{ze^2}{2\varepsilon m^* v^2} \cdot \frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}} d\theta .$$

$$\cdot \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}d\theta} = \left(\frac{ze^2}{2\varepsilon m^* v^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} \qquad (5.6)$$

ولقد حصل رزوفورد على العلاقة (5.6) لأول مرة أثناء دراسة تشتت جسيمات-α على نوى العناصر.

لكي نحسب زمن الارتخاء لابد من التعبير عن احتمال العبور $W(\vec{k},\vec{k'})$ بدلالة المقطع العرضي التفاضلي للتشتت $\sigma(\theta)$.

لنفرض أن واحدة الحجوم من البلورة تحوي على N_I شائبة مؤينة. يكون عندئذ عدد الحوامل التي تشتتها جميع المراكز في ثانية واحدة ضمن الزاوية المجسمة $d\Omega$ مساويا:

$$W(\vec{k},\vec{k'})\cdot n\,d\Omega = \sigma(\theta) N_I\, n\, v\, d\Omega \qquad (5.7)$$

ومنه

$$W(\vec{k},\vec{k'}) = \sigma(\theta)\, N_I\, v \qquad (5.8)$$

وهكذا فان احتمال العبور من الحالة $\vec{k}$ الى الحالة $\vec{k'}$ في حالة تشتت الالكترونات على الشوائب المؤينة، يعين بالمقطع العرضي التفاضلي الفعال، وعدد مراكز التشتيت وسرعة حركة حوامل الشحنة.

يمكن اعتبار الاصطدام الحاصل بين حوامل الشحنة والشوائب المؤينة صدما مرنا للسببين التاليين: أولا، ان كتلة الالكترون أصغر بـ 10^4 مرة من كتلة الايون الذي يعد مركزا للتشتت. ثانيا ان ايونات الشبكة تتحرك بالنسبة لأوضاعها المتوازنة أقل بكثير من حركة الحوامل الحرة للشحنة، وبالتالي فان طاقة حامل الشحنة تتغير بمقدار ضئيل جدا عند حدوث الاصطدام مع الايون.

اذا تم تشتت حامل الشحنة أثناء الصدم المرن ضمن الزاوية المجسمة $d\Omega$، فان زمن الارتخاء يمكن التعبير عنه بمساعدة (5.8)

بالعلاقة :

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \int_{\theta} W(\vec{k},\vec{k}').(1-\cos\theta).d\Omega \qquad (5.9)$$

نعوض العبارتين(5.3 و 5.8) في (5.9)، فنحصل على:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = 2\pi N_I \cdot v(\vec{k}) \int_{\theta} \sigma(\theta)(1-\cos\theta)\sin\theta.d\theta =$$

$$= N_I . v(\vec{k})\, \sigma_m \qquad (5.10)$$

ويمثل المقدار σ_m :

$$\sigma_m = 2\pi \int_{\theta} \sigma(\theta).(1-\cos\theta).\sin\theta\, d\theta \qquad (5.11)$$

المقطع الفعال التفاضلي المتوسط للتشتت، ويتم التوسيط وفق الزاوية θ بجميع الدوال $(1-\cos\theta)$. ويدعى σ_m "بالمقطع العرضي الفعال للناقلية"(أو الحركية) أو "بالمقطع الفعال للنقل".

يعطى زمن الارتخاء استنادا الى(5.10) بالعلاقة :

$$\tau(\vec{k}) = \frac{1}{N_I \sigma_m v(\vec{k})} \qquad (5.12)$$

ويعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة التالية :

$$\ell(\vec{k}) = \tau(\vec{k}) \cdot v(\vec{k}) = \frac{1}{\sigma_m \cdot N_I} \qquad (5.13)$$

تفيد العلاقة (5.6) بأن تشتت الحوامل على الشوائب المؤينة مختلف المناحي بدرجة كبيرة. ويسود هذا النوع للتشتت من أجل الزوايا الصغيرة أو مسافات التصويب الكبيرة. فاذا عوضنا في

العلاقة(5.11) قيمة $\sigma(\theta)$ من العلاقة (5.6)، فان التكامل على الحد السفلي من أجل $\theta = 0$ يصبح متباعداويصبح مقطع التشتت لانهائيا. غير أن تشتت حوامل الشحنة على الشوائب المؤينة يتمتع بمقطع عرضي محدود، وبالتالي فان حدود التكامل (5.10) تؤخذ أثناء تعيين زمن الارتخاء من θ_{min} الى π .ويمكن أن ننطلق من الاعتبارات التالية لتعيين قيمة b_{max} الموافقة لـ θ_{min} : اذا كانت الشوائب المؤينة موزعة بانتظام على البلورة وكان تركيزها N_I ، فان المسافة الوسطية الفاصلة بينهاتساوي $N_I^{-1/3}$. ويمكن تحديد أبعاد الكرة التي يتم ضمنها تأثير المركز المشتت بنصف المسافة الفاصلة بين المراكز، وبالتالي يمكن أخذ هذه القيمة كحد علوي لمسافة التصويب، أي أن:

$$b_{max} = \frac{1}{2} N_I^{-\frac{1}{3}}$$

يوافق القيمة الصغرى لزاوية التشتت θ_{min} التي يمكن تعيينها من العلاقة (5.2):

$$ctg\ \frac{\theta_{min}}{2} = \frac{\varepsilon m^* v^2}{z e^2} b_{max} = \frac{\varepsilon m^* v^2}{2z e^2 N_I^{1/3}} \qquad (5.14)$$

و $1-\cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$ اذا أخذنافي الحسبان أن $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$$\int_{\theta_{min}}^{\pi} \frac{(1-\cos\theta)\cdot\sin\theta\, d\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = 8\int_{\theta_{min}}^{\pi} \frac{\cos\frac{\theta}{2}\, d(\frac{\theta}{2})}{\sin\frac{\theta}{2}} = -4\ln\sin^2\frac{\theta_{min}}{2}$$

واستخدمنا العبارة (5.14) و (5.6) ، لوجدنا أن المقطع العرضي الفعال للناقلية يساوي:

$$\sigma_m = 2\pi \int_{\theta_{min}}^{\pi} \sigma(\theta)\cdot(1-\cos\theta)\cdot\sin\theta\, d\theta = 8\pi \left(\frac{ze^2}{2\varepsilon m^* v^2}\right)^2 \cdot$$

$$\cdot \ln \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_{min}}{2}} = 2\pi \left(\frac{ze^2}{\varepsilon m^* v^2}\right)^2 \ln\left[1+ctg^2\frac{\theta_{min}}{2}\right] =$$

$$= 2\pi \left(\frac{ze^2}{\varepsilon m^* v^2}\right)^2 \ln\left[1+\left(\frac{\varepsilon m^* v^2}{2ze^2 N_I^{1/3}}\right)\right] \qquad (5.15)$$

وهكذا يعطى زمن الارتخاء τ_I لحادثة التشتت على الذرات المتأينة استنادا الى (5.12) بالعلاقة :

$$\tau_I(\vec{k}) = \frac{1}{\sigma_m N_I v(\vec{k})} = \frac{\varepsilon^2 \cdot m^{*2} \cdot v^3(\vec{k})}{2\pi z^2 e^4 N_I \ln\left[1+\left(\frac{\varepsilon m^* v^2}{2ze^2 N_I^{1/3}}\right)^2\right]} \qquad (5.16)$$

وتدعى هذه العلاقة بصيغة كونيل ـ فايسكوبف.

اذا عبرنا عن السرعة بدلالة الطاقة $v = \left(\frac{2E}{m^*}\right)^{1/2}$ ،

فان زمن الارتخاء للتشتت على الشوائب المتأينة ، يعطى بالعلاقة :

$$\tau_I = \tau_{0I} E^{\frac{3}{2}} \qquad (5.17)$$

حيث أن

$$\tau_{0I} = \frac{(2m^*)^{1/2}\cdot\varepsilon^2}{\pi z^2 e^4 N_I \cdot \ln\left[1+\left(\frac{\varepsilon E}{2ze^2 N_I^{1/3}}\right)^2\right]} \qquad (5.18)$$

ويعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة :

$$l_I(\vec{k}) = \tau_I(\vec{k})\cdot v(\vec{k}) = \left(\frac{2}{m^*}\right)^{1/2} \cdot \tau_{0I} E^2 \qquad (5.19)$$

وهكذا فان زمن الارتخاء يتناسب في حالة التشتت على الشوائب المتأينة مع الأس $\frac{3}{2}$ للطاقة ويتناسب مع الأس $\frac{1}{2}$ للكتلة الفعّالة .

6.4. التشتت على ذرات الشوائب والانزياحات.

يحدث تشتت حوامل الشحنة على الذرات المعتدلة للشوائب بشكل أضعف بكثير من التشتت على الشوائب المتأينة . غير أن تركيز الشوائب المعتدلة في درجات الحرارة المنخفضة يكون أكبر بكثير من تركيز الشوائب المتأينة ، وبالتالي يلعب التشتت على الشوائب المعتدلة دورا هاما . ويمكن أن يحدث تشتت حوامل الشحنة في هذه الحالة بطريقتين: الأولى ـ الصدم المرن المباشر، والثانية ـ مقايضة الالكترون الوارد بالكترون ذرة الشائبة . ويعد تعيين زمن الارتخاء لهاتين الآليتين مسألة معقدة . غير أنه من الممكن اجراء حسابات أساسية ، وذلك عندما ينظر الى تشتت حوامل الشحنة على الذرات الشائبية المعتدلة كتشتت الالكترونات البطيئة على ذرات الهدرجين الواقعة في وسط يتمتع بثابت عزل كهربائي ε . ونحصل في هذه الحالة على الصيغة التالية :

$$\tau_A = \frac{e^2 m^{*2}}{20\cdot\varepsilon\hbar^3}\cdot\frac{1}{N_A} \qquad (6.1)$$

حيث أن N_A تركيز الذرات الشائبة المعتدلة في درجة الحرارة المعنية .

ينتج عن (6.1) أن زمن الارتخاء في حالة تشتت حوامل الشحنة على الشوائب المعتدلة لايتعلق بدرجة الحرارة ولا بطاقة الحوامل المشتتة ، وإنما يحدد بتركيز الشوائب المعتدلة . وبالتالي

فان هذا النوع من التشتت تبرز أهميته في درجات الحـــــرارة المنخفضة جدا، أي عندما يكون التأين ضعيفا جدا.

يمكن أن يحدث تشتت حوامل الشحنة أيضا على عيوب الشبكة التي تحوي انزياحات. ان البلورة تتشوه الى جوار الانزياحـــات، وبالتالي فان تـــابعية الطاقة للشعاع الموجي تختلف الى جـــوار هذه الانزياحات عن قانونية التبدد في البلورة المثالية. ويـــؤدي ذلك الى تشتت الحوامل الحرة للشحنة. ويكون فعل الانزياحـــات في أشباه الموصلات المتبلورة وفق الشكل الألماسي مماثلا لسلسلة من الآخذات التي تقوم باقتناص الالكترونات الحرة. وبالتالي تُمَثَّل هذه الحالة وكأنهـــا اسطوانة موجبة تحوي خطا سالبا في الوسط، أي أن الانزياح يمكن تمثيله بشحنة خطية سالبة على شكل اسطوانة نصف قطرها R وطولها لانهائي، تحيط بها شحنة حجمية موجبة. ولا تتمكن الالكترونات المتحركة بشكل معامد للانزياح من الانتقال بحرية وفق حامل الحقل، ذلك لعدم تمكنها من اجتياز الانزيـــاح، وبالتالي تتشتت على هذه الانزياحات وتعاني من انحراف مساراتها. ويبين الحساب أن زمن الارتخاء في حالة التشتت على الانزياحات لايتعلق بدرجة حرارة البلورة، وانما يحدد بكثافة الانزياحات في واحدة السطوح N_D وبسرعة الالكترون المشتت v، وفق العبارة التالية:

$$\tau_D = \frac{3}{8 R \cdot v} \cdot \frac{1}{N_D} \qquad (6.2)$$

اذا اتخذنا المعطيات التالية $v = 10^7\ cm/sec$ و $R = 5.10^{-5} cm$ و $N_D = 10^6\ cm^{-2}$، فان زمن الارتخـــاء يكون مساويا $\tau_D = 1{,}25.10^{-9}\ sec$. وتكبُر هذه القيمة بـ 4 أو 5 م

م... قيمة زمن الارتخاء في حالة التشتت على الاهتـــــزازات ا... رية للشبكة في درجة حرارة الغرفة. وبالتالي فان هـــــذا ا... ع من التشتت يعد مهملا في درجات الحرارة المرتفعة، ويبـرز ... كما ذكرنا في درجات الحرارة المنخفضة فقط.

7.4. التشـتت على الاهتـزازات الحـراريـة للشـبكـة.

يحدث التأثير المتبادل بين الالكترون (أو الثقب) واهتزازات الشبكة وفق الآليتين التاليتين:

ا) يمنح الالكترون جزءا من طاقته للشبكة، ويؤدي ذلك الـــى أن الاهتزاز النظامي المحدد ذا التواتر ω_q يزداد عدده الكوانتـــي بمقدار الواحد. ويتشكل نتيجة هذه الآلية للتشتت فونون طاقتـــه $\hbar\omega_q$ وشبه اندفاعه $\vec{Q} = \hbar\vec{q}$، وبالتالي يزداد عـــــدد الفونونات بمقدار الواحد، ويمثل $\vec{Q} = \hbar\vec{q}$ الاندفاع الذي تكتسبه الشبكة نتيجة لاصطدامها بالالكترونات.

ب) يكتسب الالكترون جزءا من طاقة الشبكة، بحيث يتناقص الاهتزاز النظامي المحدد ω_q بمقدار الواحد، ويختفي بالتالي فونـــون طاقته $\hbar\omega_q$ وشبه اندفاعه $\vec{Q} = \hbar\vec{q}$، ويتناقص عدد الفونونات بمقدار الواحد. وهكذا فان الالكترون في أي من العمليتيـــن المذكورتين (حالة الاصطدام بفونون) يتبادل الطاقة وشبه الاندفاع مع الفونون، وتدعى عملية التشتت هذه "بالتشتت أحادي الفونـون". وبما أن عدد الفونونات يعين بدرجة الحرارة، فان تشـــتت الالكترونات على الاهتزازات الحرارية للشبكة ينبغي أن يتعلـق بدرجة الحرارة. ويمكن أن يحدث في البلورات تشتت عديـــد الفونونات، أي امكانية اصدار أو امتصاص أكثر من فونون واحـــد غير أن احتمال حدوث هذه العملية ضعيفا بالمقارنة مع التشـتت

احادي الفونون .

نفرض أن الالكترون يملك قبل الاصطدام شعاعا موجيا $\vec{k}$ ، وطاقة $E(\vec{k})$. وأن هاتين القيمتين اصبحتا بعد الاصطدام $\vec{k}'$ و $E'(\vec{k}')$. ونفرض أن الفونون المتولد أو المختفي بعد الاصطدام يملك طاقة $\hbar\omega_q$ وشعاعا موجيا $\vec{q}$. وينبغي أن يتحقق أثناء تبادل التأثير بين الالكترون والفونون قانونان: قانون انحفاظ الطاقة وقانون انحفاظ شبه الاندفاع. وبالتالي تتحقق في حالة امتصاص الالكترون لفونون المساواتان:

$$E'(\vec{k}') = E(\vec{k}) + \hbar\omega_q \tag{7.1}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{q} \tag{7.2}$$

ويتناقص عددالفونونات المالكة لشعاع موجي $\vec{q}$ في الحالة هذه بمقدار الواحد، أي أن

$$N_q' = N_q - 1 \tag{7.3}$$

تصبح العلاقات السابقة في حالة اصدار الفونون كالتالي:

$$E'(\vec{k}') = E(\vec{k}) - \hbar\omega_q \tag{7.4}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{q} \tag{7.5}$$

$$N_q' = N_q + 1 \tag{7.6}$$

يمكن أن يكون تشتت حوامل الشحنة مرنا أو لينا . ولكي نصف ميزات التشتت، ينبغي أن نعلم التغير النسبي في طاقة الالكترون ε خلال صد م وحيد:

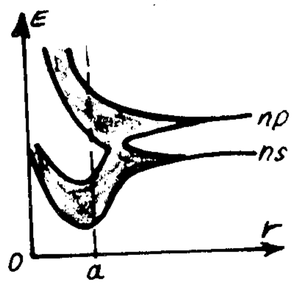
$$\delta = \frac{E'-E}{E} = \frac{\Delta E}{E} \tag{7.7}$$

أو خلال واحدة الزمن:

$$A = \frac{\Delta E}{\tau} = \frac{\varepsilon\delta}{\tau} \tag{7.8}$$

ويكون في حالة التشتت المرن متماثل المناحي $\delta << 1$ ، ويملك الزمن الوسطي للتشتت τ مفهوم زمن الارتخاء للجملة وفق الاندفاعات، ويمثل $\tau_\varepsilon = \frac{\tau}{\delta}$ زمن الارتخاء وفق الطاقة .

ندرس عملية تشتت الالكترونات في شبه موصل بسيط(ذري)له تركيب بلوري مكعبي. يعرض الشكل(6_4 المخطط الطاقي للنوع المذكور ، حيث أن a ثابت الشبكة في حالة غياب التشوهات. لنفرض أن تركيب منطقة الناقلية للبلورة المذكورة بسيطا، بحيث أن طاقة الالكترون في منطقة الناقلية تعطى بالعلاقة



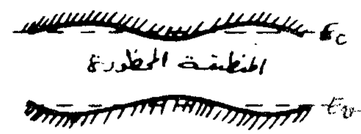
الشكل 6_4 المخطط الطاقي لشبه موصل ذري.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \tag{7.9}$$

تعد الأمواج العرضية في الأجسام الصلبة أمواج تشوهات ازاحة ، ولا تسبب هذه الأمواج في البلورات المكعبية تغيرات في الحجم . بينما تعد الأمواج الطولية أمواج تشوهات_ ضغط واستطالة ، وتحدث بالتالي تغيرا في حجم البلورة . ويؤدي انضغاط البلورة المرفق بنقصان قيمة ثابت الشبكة a ، كما هو مبين على الشكل 6_4، الى ازاحة الطرف السفلي لمنطقة الناقلية نحو الأعلى، والطرف العلوي لمنطقة التكافؤ نحو الأسفل، وبالتالي يزداد عرض المنطقة المحظورة . وعلى العكس تؤدى استطالة البلورة الى زيادة a وبالتالي الى نقصان عرض المنطقة

المحظورة . وهكذا فان التشوه الموضعي الذي تولده الأمـــــواج الصوتية الطولية في بلورة كهذه ، يتخذ شكل ازاحات لها هيئـــة الأمواج لأرضية منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ، كما هو مبين على الشكل 7_4.وبالتالي فان الالكترون المتحرك الذي يصطـــدم بالازاحة الموجية الناشئة عن الاهتزازات الحرارية يتشتت فقـــط على الاهتزازات الطولية .

نبين أن هذا التشتت مرن، وأنه يحدث على الفونونات ذات



الشكل 7_4 تغير طاقة أرضية منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤلشبه موصل ذري ، تـــــحت تأثير الاهتـــزازات الصوتية الطولية للشبكة .

الأمواج الطويلة . يكتب قانون انحفاظ الطاقة وفقا لـ (7.1)و (7.5) و(7.9) بالشكل :

$$\frac{\hbar^2 k'^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2(\vec{k} \pm \vec{q})^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \hbar\omega_q \qquad (7.10)$$

ومنه

$$q^2 \pm 2kq\cos\theta \pm \frac{2m^*}{\hbar}\omega_q = 0 \qquad (7.11)$$

حيث أن θ الزاوية المحصورة بين اتجاهي الشعاعين $\vec{q}$ و $\vec{k}$. وتدل الاشارة الموجبة في المساواة (7.10) على حالة امتصـــاص الفونون، والاشارة السالبة على اصداره . واذا تبادل الالكتـــــرون التأثير مع الفونونات ذات الأمواج الطويلة فقط، فان $\omega_q = q\cdot v_{ac}$

... أن $v_{acoustic}$ هي سرعة انتشار الأمواج الطولية الصوتية . وينتج عـــن (7.11) بعد تبديل ω بقيمتها أن

$$q = \pm 2k\cos\theta \pm \frac{2m^* v_{ac}}{\hbar} \qquad (7.12)$$

... أن $\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = \langle \epsilon \rangle = KT$ ، فان $k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m^* KT}$ و

$$\frac{m^* v_{ac}}{\hbar k} = \sqrt{\frac{m^* v_{ac}^2}{2kT}} = \sqrt{\frac{T_{cr}}{T}} \qquad (7.13)$$

... أن $T_{cr} = \frac{m^* v_{ac}^2}{2K}$ ، واذا اتخذنا قيمة لـ v_{ac} تساوي $v_{ac} = 3.10^5\ cm/sec$ و $m^* = 10^{-27}\ g$ و $K = 10^{-16}\ erg/deg$ ... $T_{critical} = 1^\circ K$. وبالتالي يمكن من أجل درجات حرارة أعلـــى ... من $1^\circ K$ أن نهمل الحد الثاني من العلاقة (7.12) ، ونعيد ... هذه العلاقة بالشكل:

$$q = \pm 2k\cos\theta \qquad (7.14)$$

ويمكن أن يتغير العدد الموجي q بتابعية θ مـن 0 ... $q_{min} = 0$ ... $q_{max} = 2k$ ، أي يتغير وسطيا بمقدار k . ويكون k من ... $T = 300^\circ K$ مساويا $2.10^7\ cm^{-1}$ مما يتفق وطاقـــة ... الفونونات التي تتراوح من 0 الى $6.10^{-4}\ e.V = 10^{-15}\ erg$ ... $\hbar\omega_q = \hbar v_{ac} k$. غير أن طاقة الالكترونات في درجة حـــرارة ... الغرفة تساوي

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = 2{,}5.10^{-2}\ e.V$$

... التالي فان

$$\frac{\hbar\omega_q}{E} \approx 2.10^{-2} \ll 1 \qquad (7.15)$$

تفيد نظرية ديباي بأن القيمة العظمى للشعاع الموجي q_0 تساوي:

$$q_0=\left(\frac{6\pi^2N}{V}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{6\pi^2N}{a^3N}\right)^{\frac{1}{3}}\approx 10^8 \quad cm^{-1}$$

وبالتالي فان $q_0 > q_{max}$. وينتج عما تقدم أن تشتت الالكترونات على الاهتزازات الصوتية الطولية يعد تشتتا مرنا، ويتشتت الالكترون في هذه الحالة على الفونونات ذات الأمواج الطويلة ممتصا أو مصدرا فونونا بقيمة لـ $k = q$. وبما أن طاقة الفونونات أصغر بكثير من طاقة الالكترونات، فان $k=k'$ و $E=E'$ بحيثيمكن في العلاقة (7.10) عدم حساب طاقة الفونون.

تقترب في درجات الحرارة المنخفضة سرعة حركة الالكترون من سرعة انتشار الأمواج المرنة، ولايمكن عندئذ اهمال طاقة الفونون في العلاقة (7.10). ويصبح في هذه الحالة حدوث الصدم اللين بين الالكترون والفونون ممكنا.

بما أن الالكترونات تتشتت على الفونونات الطولية الصوتية بشكل مرن ، فان استعمال العلاقة (3.11) يسمح لنا بتحديد زمن الارتخاء:

$$\frac{1}{\tau}=\frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W(\vec{k},\vec{k'})\left[1-\frac{k'_x}{k_x}\right]d\tau_{k'}=$$

$$=\frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W(\vec{k},\vec{k'})\left(\pm\frac{q_x}{k_x}\right)d\tau_{k'}=$$

$$=-\frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W^+(\vec{k},\vec{k'})\frac{q_x}{k_x}d\tau_{k'}+$$

$$+\frac{1}{4\pi^3}\int_{(V_B)} W^-(\vec{k},\vec{k'})\frac{q_x}{k_x}d\tau_{k'} \qquad (7.16)$$

يعكس الحد الأول من الطرف الأيمن لهذه العلاقة عملية امتصاص الفونونات والحد الثاني عملية اصدارها، وذلك أثناء تشتت الالكترونات.

يعطى احتمال انتقال الالكترون خلال ثانية واحدة من الحالة k الى الحالة k' ، كما يظهر الحساب، في حالة امتصاص الفونون بالعلاقة :

$$W^+(\vec{k},\vec{k'})=$$

$$=W^+(\vec{k},\vec{k}+\vec{q})=\omega(q)\cdot N_q\,\delta(E'-E-\hbar\omega_q) \qquad (7.17)$$

ويعطى الاحتمال في حالة اصدار الفونون بالعلاقة :

$$W^-(\vec{k},\vec{k'})=$$

$$=W^-(\vec{k},\vec{k}-\vec{q})=\omega(q)(N_q+1)\,\delta(E'-E+\hbar\omega_q) \qquad (7.18)$$

حيث أن $\delta(E'-E\pm\hbar\omega_q)$ دلتا التابع، ويعكس هذا المقدار قانوني انحفاظ الطاقة والشعاع الموجي و

$$\omega(q)=\frac{4\pi}{gN}\frac{c^2q^2}{M\omega_q} \qquad (7.19)$$

حيث أن c هو ثابت له أبعاد الطاقة، و N عدد الخلايا العنصرية في البلورة، و M كتلة الذرة.

وتختلف دالة التوزيع للفونونات N_q في الحوادث الالكترونية المحمل عن دالة التوزيع في الحالة المتوازنة $\langle n\rangle$:

$$\langle n\rangle=\frac{\langle E\rangle}{\hbar\omega}=\frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1}$$

بمقدار قليل، وبالتالي يمكن اعتبار

$$N_q = \langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_q / KT} - 1} \qquad (7.20)$$

ويكون وفقا لـ (7.13)

$$\frac{\hbar\omega_q}{KT} = \frac{\hbar \cdot v_{ac} \cdot q}{KT} = \frac{\hbar v_{ac} k}{KT} = \sqrt{\frac{4T_{cr}}{T}} \ll 1$$

وبالتالي فان العبارة (7.20) يمكن نشرها وفق سلسلة، ونحصل بالنتيجة على

$$\langle n \rangle = \langle n+1 \rangle = \frac{KT}{\hbar v_{ac} \cdot q} \qquad (7.21)$$

واذا عوضنا (7.17)و(7.18) في (7.16)، وأخذنا بعين الاعتبار (7.20) و (7.21). وبعدئذ انتقلنا الى الاحداثيات الكروية، فاننا نحصل على:

$$\tau_\ell = \frac{9\pi}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{\hbar^4 v_{ac}^2 M}{c^2 a^3 K m^{*3/2}} \cdot T^{-1} \cdot E^{-\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\tau_{o\ell}}{m^{*3/2}} \cdot T^{-1} \cdot E^{-\frac{1}{2}} \qquad (7.22)$$

حيث أن $\tau_{o\ell} = \frac{9\pi\hbar^4 v_{ac} M}{4\sqrt{2} \cdot a^3 \cdot K \cdot c^2}$ و ثابت الشبكة. ويعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة:

$$\ell = \tau_\ell v = \frac{\sqrt{2}\ \tau_{o\ell}}{m^{*2}} T^{-1} \qquad (7.23)$$

وهكذا، فان زمن الارتخاء في حالة تشتت الالكترونات على الاهتزازات الصوتية ذات الأمواج الطولية للشبكة في أشباه الموصلات الذرية، يتناسب عكسا مع درجة الحرارة ويتناسب عكسا مع الجذر التربيعي للطاقة، بينما لايتعلق طول القفزة الحرة بطاقة حامل الشحنة.

ويقدر زمن الارتخاء في الجرمانيوم في حالة تشتت الالكترونات على اهتزازات الشبكة. تكون حركية الالكترونات μ_n في الجرمانيوم النقي وفي درجة حرارة الغرفة مساوية $\mu_n = 0{,}39\ m^2/V \cdot sec$. واذا قبلنا أن $m_n^* = 0{,}3\ m_0$ ، فان $\frac{e}{m_n^*} = 6.10^{11}\ C/Kg$ ، وبالتالي فان

$$\tau_\ell = \frac{m_n^* \mu_n}{e} = \frac{0{,}39}{6.10^{11}} = 6{,}5.10^{-13}\ sec$$

تفيد مقارنة العلاقتين(7.22)و(5.17)، بأن زمن الارتخاء يزداد في حالة ارتفاع طاقة حامل الشحنة، عندما يتم التشتت على الشوائب المؤينة، بينما يتناقص عندما يتم التشتت على الاهتزازات الصوتية. وهذا يعني أن الدور المسيطر يعود الى الالكترونات والثقوب البطيئة في حالة التشتت الشائبي، وبالتالي فان هذه الآلية للتشتت تبرز بوضوح في درجات الحرارة المنخفضة. بينما يعود المساهمة الأساسية في حالة التشتت على الفونونات الصوتية الى الالكترونات السريعة نسبيا، وبالتالي فان هذه الآلية التشتت ينبغي أن تكون المسيطرة في درجات الحرارة المرتفعة.

يكون في أشباه الموصلات القطبية أو التي من النوع $A^{III}B^{V}$ أين تتمتع الرابطة بين الذرات جزئيا بخاصة تأينية، يكون تبادل التأثير بين الكترونات الناقلية والاهتزازات الضوئية أكبر بكثير منه مع الاهتزازات الصوتية. ويفسر ذلك كالتالي، بينما أن

ازاحة الآيونات في الخلية يحدث في حالة الاهتزازات الضوئية في اتجاهين متعاكسين، فان الشحنات المختلفة تولد حقولا كهربائية تنتشر في البلورة على شكل أمواج سطحية. وتدعى الاهتزازات الضوئية ذات الأمواج الطويلة "بالأمواج المستقطبة". ويؤدي تبادل تأثير حوامل الشحنة مع الأمواج المستقطبة الى تشتت هذه الحوامل. ويكون دور الاهتزازات الطولية في التشتت أكبر بكثير من الاهتزازات العرضية. ويؤدي كل اصطدام بين الكترون وفونون ضوئي الى ظهور فونون جديد أو اختفاء أحد الفونونات بطاقة قدرها $\hbar\omega_{op}$. وبما أن تواتر الفونون الضوئي مستقل تقريبا عن شبه الاندفاع $\vec{q}$، فان طاقة الالكترون تتغير أثناء الصدم بنفس القيمة زيادة أو نقصانا:

$$\pm\hbar\omega_{op} = \pm\hbar\omega_0 \qquad (7.24)$$

حيث أن ω_0 هي القيمة العظمى للتواتر الزاوي للفرع الضوئي الطولي.

تعين الطاقة التي يمنحها حامل الشحنة للشبكة من أجل اصطدام واحد، بجداء طاقة الفونون المتولد بالنسبة بين فضل احتمالي الاصدار والامتصاص ومجموع هذين الاحتمالين. غير أن احتمال امتصاص الفونون يتناسب وفقا للعلاقة (7.17) مع تركيز الفونونات N_q، واحتمال الاصدار يتناسب وفقا للعلاقة (7.18) مع N_q+1. وبالتالي فان الطاقة التي يمنحها الالكترون للفونون تساوي:

$$\Delta E = \hbar\omega_0 \frac{W^-(\vec{k},\vec{k}') - W^+(\vec{k},\vec{k}')}{W^-(\vec{k},\vec{k}') + W^+(\vec{k},\vec{k}')} = \hbar\omega_0 \frac{(N_q+1)-N_q}{(N_q+1)+N_q} =$$
$$= \hbar\omega_0 \frac{1}{2N_q+1} = \hbar\omega_0 \, th\, \frac{\hbar\omega_0}{2KT} \qquad (7.25)$$

ينتج عن العلاقة (7.25) أن عدد الاصطدامات الحاصلة حتى تتم اصطدام مرفق بمنح طاقة فونون واحد يساوي $(1+2N_q)$ اصطداما. تتحقق في درجات الحرارة المرتفعة، حيث $\theta_0 \ll T$ أو $\hbar\omega_0 \ll KT$، أي عندما تكون طاقة الفونون الضوئي أصغر بكثير من طاقة الالكترون KT، تتحقق المتراجحة التالية

$$\delta_{op} = \frac{\Delta E}{E} = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{2(KT)^2} \ll 1 \qquad (7.26)$$

ويمكن اعتبار التشتت مرنا. ويكون في هذه الحالة تغير الطاقة لمعظم الالكترونات أثناء امتصاص أو اصدار فونون ضوئي مهملا. وبالتالي يمكن ادخال زمن الارتخاء τ، وتعيينه بالعلاقة (7.16). ويبين الحساب أن زمن الارتخاء في حالة التشتت على الفونونات الضوئية يعطى بالعلاقة:

$$\tau_{op} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{Ma^3(\hbar\omega_0)^2 \cdot E^{\frac{1}{2}}}{z^2 e^4 m^{*\frac{1}{2}} KT} \qquad (7.27)$$

ويعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة:

$$l_{op} = \tau_{op} \cdot v = \frac{aM}{2\pi m^*} \left(\frac{\hbar\omega_0}{ze^2/a}\right)^2 \frac{E}{KT} \qquad (7.28)$$

حيث أن $M = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$ هي الكتلة المختزلة للايونات و ze شحنة الأيون، و a المسافة بين الأيونات المختلفة الأكثر قربا من بعضها.

وتتمكن الالكترونات في درجات الحرارة المنخفضة، أي عندما $\theta_0 \gg T$ أو $\hbar\omega_0 \gg KT$، أن تمتص فقط الفونونات الضوئية،

ونتيجة لذلك فان طاقتها ترتفع بشدة . وبما أن احتمال اصـــــدار الفونون (7.18) يفوق بـ $\frac{N_q+1}{N_q}$ مرة احتمال امتصاصه (7.17) ، فان زمن بقاء الالكترون في وضعية الطاقة المرتفعة يكون صغيـــرا جدا . ويمكن أن نعتبر أن الالكترون يصدر مباشرة بعد امتصاصـــه للفونون فونونا آخر له نفس الطاقة . وهكذا يمكن النظر الـــى عملية التشتت بأنها عملية تبادل للفونونات، وبالتالي فان طاقة الالكترون تبقى ثابتة عمليا ، غير أن اتجاه شبه اندفاعه يتغيـــر بشدة . ويسمح ذلك باعتبار عملية التأثير المتبادل بين الالكتـــرون والاهتزازات الضوئية للشبكة في درجات حرارة أخفض بكثير مـــن درجة الحرارة المميزة $\theta_0 = \frac{\hbar\omega_0}{K}$ على أنها تشتت مرن.

اذا أخذنا بالحسبان أن N_q في درجات الحرارة المنخفضـــة تعطى بالعلاقة:

$$N_q = \langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_0/KT} - 1} \approx e^{-\frac{\hbar\omega_0}{KT}} \qquad (7.29)$$

فان حساب زمن الارتخاء بواسطة الصيغة (7.16) التي تقتصـــــر على حالة امتصاص الفونون، يؤدي الى عبارة من الشكل:

$$\tau_{op} = \frac{3\sqrt{2}\, M a^3 . (\hbar\omega_0)^{\frac{3}{2}}}{4\pi z^2 . e^4 . m^{*\frac{1}{2}}} . e^{\frac{\hbar\omega_0}{KT}} \qquad (7.30)$$

وتبين هذه العبارة أن τ_{op} لايتعلق بطاقة الالكترون، وانمايتعلق أسيا بدرجة الحرارة .

ويعين طول القفزة الحرة للالكترونات في حالة التشتت علـى الفونونات الضوئية وفي درجات الحرارة المنخفضة بالعلاقة :

$$l_{op} = \frac{3a^3 M}{2m^*} \left(\frac{\hbar\omega_0}{ze^2}\right)^2 . e^{\frac{\hbar\omega_0}{KT}} \sqrt{\frac{E}{KT}} \qquad (7.11)$$

أن يتناسب مع الجذر التربيعي لطاقة حامل الشحنة .

8.1. دوال التـــوزيـــع اللامتـــوازنـــة .

لابد عند تفسير ظواهر الحمل بمساعدة المعادلة الحركيـــة الاستعانة من معرفة دالة التوزيع اللامتوازنة للالكترونات والثقوب (انظر الفقرة 1.4). ولذلك نورد هنا تعريف هذه الدالة مـــن أجل شبه الموصل الفطري الواقع في حقل كهربائي أو مغناطيســـي وشبه الموصل الذي يتمتع بتدرج لدرجات الحرارة .

تعطى طاقة الالكترونات لـ شم المالك لسطوح طاقة كرويـــة بالعلاقة :

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_n^*} \qquad (8.1)$$

وتعطى سرعتها بالعلاقة :

$$v = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E}{\partial k} = \frac{\hbar^2}{m_n^*} k \qquad (8.2)$$

تؤثر على الالكترون الذي يسلط عليه حقل كهربائي شدتـه $\vec{\mathcal{E}}$ وحقل مغناطيسي تحريضه $\vec{B}$ القوة :

$$\vec{F} = -e\left[\vec{\mathcal{E}} + (\vec{v} \wedge \vec{B})\right] \qquad (8.3)$$

نأخذ معادلة الحركة (3.6) في الحالة المستقرة الشكل التالي:

$$(\vec{v} . \nabla_r f) - \frac{e}{\hbar}\left[\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right] \nabla_k f = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau_e} \qquad (8.4)$$

حيث أن τ_e هو زمن الارتخاء للالكترون، $\vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla}\varphi$ ، و φ الكمون

سوف نعتبر أن دالة التوزيع اللامتوازنة $f(\vec{k}) = f_0 + f_1(\vec{k})$ تختلف قليلا عن الدالة المتوازنة f_0 . نستطيع عندئذ أن نستبدل في المعادلة (8.4) f بـ f_0 في جميع المواضع ماعدا الحد الذي يحوي على الحقل المغناطيسي. وتعاد كتابة المعادلة (8.4) في هذه الحالة بالشكل:

$$(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}_r f_0) - \frac{e}{\hbar}(\vec{\mathcal{E}}\cdot\vec{\nabla}_k f_0) - \frac{e}{\hbar}(\vec{v}\wedge\vec{B})\cdot\vec{\nabla}_k f = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau_e} \qquad (8.5)$$

تتحقق في حالة الغاز الالكتروني الفطري المساويات:

$$\frac{\partial f_0}{\partial E} = -\frac{1}{kT}\cdot e^{-(E-F)/kT} \qquad (8.6)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial T} = \frac{E-F}{kT^2}\cdot e^{-(E-F)/kT} = \frac{F-E}{T}\frac{\partial f_0}{\partial E} \qquad (8.7)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial F} = \frac{1}{kT}\cdot e^{-(E-F)/kT} = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \qquad (8.8)$$

وبالتالي

$$\nabla_r f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial T}\nabla T + \frac{\partial f_0}{\partial F}\nabla F = \frac{\partial f_0}{\partial E}\left(\frac{F-E}{T}\nabla T - \nabla F\right) \qquad (8.9)$$

$$\nabla_k f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial E}\frac{\hbar^2}{m_n^*}\vec{k} = \hbar\frac{\partial f_0}{\partial E}\vec{v} \qquad (8.10)$$

و

$$(\vec{v}\wedge\vec{B})\nabla_k f = (\vec{v}\wedge\vec{B})\cdot\vec{\nabla}_k(f_0 + f_1) =$$

$$= \hbar\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{v}\wedge\vec{B})\vec{v} + (\vec{v}\wedge\vec{B})\vec{\nabla}_k f_1 \qquad (8.11)$$

بما أن

$$(\vec{v}\wedge\vec{B})\cdot\vec{v} = (\vec{v}\wedge\vec{v})\vec{B} = 0$$

وبما أن

$$f_1(\vec{k}) = -\frac{\partial f_0}{\partial E}\vec{\chi}_n\vec{k} = -\frac{m_n^*}{\hbar^2}\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{\chi}_n\vec{v}) \qquad (8.12)$$

فإن

$$\nabla_k f_1 =$$

$$= -\nabla_k\left[\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{\chi}_n\vec{k})\right] = -\frac{\partial f_0}{\partial E}\vec{\chi}_n - \left[\hbar^2 k^2\frac{\partial}{\partial E}\left(\frac{\partial f_0}{\partial E}\vec{\chi}_n\right)\right]\vec{v} \qquad (8.13)$$

عندئذ يكون

$$(\vec{v}\wedge\vec{B})\nabla_k f - (\vec{v}\wedge\vec{B})\nabla_k f_1 = -\frac{\partial f_0}{\partial E}\left[(\vec{v}\wedge\vec{B})\vec{\chi}_n\right] =$$

$$= -\frac{\partial f_0}{\partial E}\left[(\vec{B}\wedge\vec{\chi}_n)\cdot\vec{v}\right] \qquad (8.14)$$

ذلك لأن $(\vec{v}\wedge\vec{B})\cdot\vec{\chi}_n = (\vec{B}\wedge\vec{\chi}_n)\cdot\vec{v}$.

نحصل بعدئذ من المعادلة (8.5)، باستعمال المساويات (8.9)، (8.10)، (8.14) و(8.8) على:

$$f_1(\vec{k}) = -\frac{m_n^*}{\hbar}\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{\chi}_n\cdot\vec{v}) =$$

$$= -\tau_e\frac{\partial f_0}{\partial E}\left[\frac{F-E}{T}\nabla T - \nabla(F - e\varphi) + \frac{e}{\hbar}(\vec{B}\wedge\vec{\chi}_n)\right] \qquad (8.15)$$

وبالتالي يكون استنادا على(8.12):

$$\chi_n = -\frac{\hbar}{m_n^*}\tau_e\left[\frac{E-F}{T}\nabla T + \nabla(F - e\varphi) - \frac{e}{\hbar}(\vec{B}\wedge\vec{\chi}_n)\right] \qquad (8.16)$$

بما أن الطاقة E وسوية فرمي F للثقوب تعطيان بالمساواتين:

$$E' = -\frac{\hbar^2 k'^2}{2m_p^*} \tag{8.17}$$

$$F' = -E_g - F \tag{8.18}$$

حيث أن E_g عرض المنطقة المحظورة، فان

$$\chi_p = -\frac{\hbar^2}{2m_p^*}\tau_h\left[\frac{E'+E_g+F}{T}\nabla T - \nabla(F-e\varphi) + \frac{e}{\hbar}(B\wedge\chi_p)\right] \tag{8.19}$$

حيث أن τ_h زمن الارتخاء للثقوب.

يقود تعريف χ_n و χ_p من المعادلتين (8.16) و (8.19) الى حل المعادلة الشعاعية التي من الشكل:

$$\vec{x} = \vec{a} + (\vec{b}\wedge\vec{x}) \tag{8.20}$$

نضرب المعادلة (8.20) سلميا بالشعاع $\vec{b}$:

$$(\vec{b}\cdot\vec{x}) = (\vec{b}\vec{a}) + \vec{b}(\vec{b}\wedge\vec{x}) = (\vec{b}\cdot\vec{a}) \tag{8.21}$$

نضرب أيضا المعادلة (8.20) شعاعيا بـ $\vec{b}$:

$$(\vec{b}\wedge\vec{x}) = (\vec{b}\wedge\vec{a}) + [\vec{b}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{x})] = (\vec{b}\wedge\vec{a}) + \vec{b}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{x}) - \vec{x}(\vec{b}\cdot\vec{b}) =$$

$$= (\vec{b}\wedge\vec{a}) + \vec{b}(\vec{b}\cdot\vec{a}) - \vec{x}b^2 \tag{8.22}$$

عندئذ

$$\vec{x} = \vec{a} + (\vec{b}\wedge\vec{a}) + \vec{b}(\vec{b}\cdot\vec{a}) - \vec{x}b^2 \tag{8.23}$$

ومنه

$$\vec{x} = \frac{\vec{a} + (\vec{b}\wedge\vec{a}) + \vec{b}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{a})}{1+b^2} \tag{8.24}$$

اذا استخدمنا المعادلة (8.24) ، فان العبارتين (8.16) و(8.19) تكتبان على الشكل:

$$\vec{\chi}_n = -\frac{\hbar\tau_e}{m_n^*}\wedge$$

$$\wedge\left[\frac{\frac{E-F}{T}\nabla T + \nabla(F-e\varphi) + \frac{e\tau_e}{m_n^*}\left[B\left\{\frac{E-F}{T}\nabla T + \nabla(F-e\varphi)\right\}\right]}{1+\left(\frac{e\tau_e}{m_n^*}B\right)^2}\right.$$

$$\left. + \frac{\left(\frac{e\tau_e}{m_n^*}\right)^2\cdot\left[\vec{B}\left\{\frac{E-F}{T}\nabla T + \nabla(F-e\varphi)\right\}\right]\vec{B}}{1+\left(\frac{e\tau_e}{m_n^*}B\right)^2}\right] \tag{8.24}$$

$$\vec{\chi}_p = -\frac{\hbar\tau_h}{m_p^*}\wedge\left[\frac{E'+E_g+F}{T}\nabla T - \nabla(F-e\varphi) - \frac{e\tau_h}{m_p^*}\left[\vec{B}\left\{\frac{E'+E_g+F}{T}\nabla T - \nabla(F-e\varphi)\right\}\right]\right.$$

$$\left. + \frac{\left(\frac{e\tau_h}{m_p^*}\right)^2\left[\vec{B}\left\{\frac{E'+E_g+F}{T}\nabla T - \nabla(F-e\varphi)\right\}\right]\vec{B}}{1+\left(\frac{e\tau_h}{m_p^*}B\right)^2}\right] \tag{8.25}$$

٩.٤. الناقلية النوعية لأشباه الموصلات

لقد قمنا في الفصل الأول بحساب الناقلية النوعية لأشباه الموصلات دون التعرض لتركيبه الطاقوي . وسنقوم في هذه الفقرة بحساب الناقلية النوعية لشريحة مانح فطري في حالة انعدام تدرج درجة الحرارة ($\nabla T = 0$) وانعدام الحقل المغناطيسي، مع افتراض أن سطوح سوية الطاقة على شكل كرات. ونفرض أن شبه م

واقع في حقل كهربائي متجانس وثابت شدته $\vec{\mathcal{E}}$.

يكون عدد الالكترونات في عنصر الحجم $d\tau_k$ من واحدة الحجم للبلورة وفقا للعلاقة (1.3) مساويا:

$$dn = f(\vec{k})\frac{d\tau_k}{4\pi^3} \qquad (9.1)$$

تتحرك هذه الالكترونات تحت تأثير الحقل الكهربائي بالسرعة $\vec{v}$ ، لتشكل كثافة عنصرية للتيار $d\vec{j}$:

$$d\vec{j} = -e\vec{v}f(\vec{k})\frac{d\tau_k}{4\pi^3} \qquad (9.2)$$

اذا وُجِد في شبه الموصل نوعان من حوامل الشحنة، فـــــان الكثافة الكلية للتيار تعطى بالعلاقة :

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = -\frac{e}{4\pi^3}\int_{(V_B)}\vec{v}_n f_n(k)\,d\tau_k + \frac{e}{4\pi^3}\int_{(V_B)}\vec{v}_p \cdot f_p(\vec{k'})\,d\tau_{k'} \qquad (9.3)$$

حيث أن $\vec{v}_n$ ، $f_n(\vec{k})$ و $\vec{v}_p$ ، $f_p(\vec{k'})$ هي سرعة ودالـــــة التوزيع اللامتوازنة للالكترونات والثقوب على الترتيب. وينبغي أن يجري التكامل وفق منطقة بريليون ككل.

اذا وضعنا في العلاقة (9.3) دالة التوزيع المتوازنة f_0 ،فان

$$\vec{j} = \int_{(V_B)}\vec{v}\cdot f_0(\vec{k})\,d\tau_k = 0 \qquad (9.4)$$

ذلك لأن $f_0(\vec{k})$ هي دالة زوجية، والمقدار $\vec{v}\cdot f_0(\vec{k}) = \frac{\hbar}{m^*}\vec{k}f_0(\vec{k})$ هو دالة فردية ويعطي الصفر عند التكامل في حدود متناظـــرة . وتعني العبارة (9.4)" عدم وجود تيار في المادة عندما تتوفـــر شروط التوازن الترموديناميكي".

اذا كانت دالة التوزيع اللامتوازنة على الشكل:

$$f_n(\vec{k}) = f_0 + f_1^{(n)}(\vec{k}) = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{\chi}_n\vec{k}) \qquad (9.5)$$

فان حساب (9.4) مع العبارة (9.3) يعطي:

$$\vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3}\int_{(V_B)}\vec{v}_n f_1^{(n)}(\vec{k})\,d\tau_k + \frac{e}{4\pi^3}\int_{(V_B)}v_p f_1^{(p)}(\vec{k'})\,d\tau_{k'}$$

$$= \frac{e\hbar}{4\pi^3 m_n^*}\int_{(V_B)}\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{\chi}_n\cdot\vec{k})\vec{k}\,d\tau_k - \frac{e\hbar}{4\pi^3 m_p^*}\int_{(V_B)}\frac{\partial f_{0p}}{\partial E'}(\vec{\chi}_p\vec{k'})\vec{k'}\,d\tau_{k'} \qquad (9.6)$$

بما أن شرط متجانس، فان $\nabla_r f = 0$ ، ويكون في حالة غياب تدرج درجة الحرارة ($\nabla T = 0$) ، فانه استنادا الى(8.9)يكون

$$\nabla F = 0 \qquad (9.7)$$

عند وجود حقل كهربائي $\vec{\mathcal{E}} = -\nabla\varphi$ وغياب الحقـــــل المغناطيسي $\vec{B} = 0$ ، فاننا نحصل من العلاقتين(8.25)و(8.26) بعد الأخذ في الحسبان المساواة (9.7)،على:

$$\vec{\chi}_n = -\frac{e\hbar\tau_e}{m_n^*}\vec{\mathcal{E}} \qquad (9.8)$$

$$\vec{\chi}_p = -\frac{e\hbar\tau_h}{m_p^*}\vec{\mathcal{E}} \qquad (9.9)$$

وبعد عبارة كثافة تيار الالكترونات، باستخدام (9.8)على الشكل:

$$\vec{j}_n = -\frac{e^2\hbar^2}{4\pi^3 m_n^{*2}}\int_{(V_B)}\tau_e\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{E}})\cdot\vec{k}\,d\tau_k \qquad (9.10)$$

تعين كمية الالكترونات في منطقة الناقلية عند حساب الطاقة ابتداء من قاع هذه المنطقة من أجل ش م الفطري، وفقا لـ(5.6ف 3) بالعلاقة :

$$n = N_c e^{-(E_c - F)/kT} = N_c e^{F/kT} \qquad (9.11)$$

وبما أن $f_0 = e^{-(E-F)/kT}$ من أجل الحالة الفطرية، فان

$$\frac{\partial f_0}{\partial E} = -\frac{1}{kT} e^{-(E-F)/kT} = -\frac{n}{kTN_c} e^{-E/kT} \qquad (9.12)$$

نعوض المساواة (9.12) في(9.10) ، فنحصل على:

$$\vec{j}_n = \frac{e^2 \hbar^2 n}{4\pi^3 m_n^{*2} kT N_c} \int_{(V_B)} \tau_e e^{-E/kT} \cdot (\vec{k}\,\vec{\mathcal{E}})\,\vec{k}\, d\tau_k \qquad (9.13)$$

اذا استخدمنا العلاقة التالية (المأخوذة من نظرية أ ش م):

$$\int \vec{F}(\vec{k})(\vec{a}\,\vec{k})\,\vec{k}\, d\tau_k = \frac{4\pi}{3}\vec{a}\int_0^\infty \vec{F}(\vec{k})\,\vec{k}\, dk \qquad (9.14)$$

استطعنا أن نكتب العبارة (9.13) على الشكل:

$$\vec{j}_n = \frac{e^2\hbar^2 n\,\vec{\mathcal{E}}}{4\pi m_n^* kTN_c} \cdot \frac{4\pi}{3}\int_0^\infty \tau_e \cdot e^{-E/kT} \cdot k^4 \cdot dk \qquad (9.15)$$

واذا فرضنا أن $\alpha = \frac{E}{kT}$ ، فان

$$k^4 dk = \frac{(2m_n^* kT)^{5/2}}{2\hbar^5} \alpha^{3/2} d\alpha \qquad (9.16)$$

نعوض العبارة (9.16) في(9.15)، ونأخذ بعين الاعتبار أن $N_c = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{\hbar^2}\right)^{3/2}$ ، فنحصل على:

$$\vec{j}_n = \frac{e^2 n}{m_n^*}\vec{\mathcal{E}}\,\frac{4}{3\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \tau_e e^{-\alpha}\alpha^{3/2}\, d\alpha \qquad (9.17)$$

ندخل الرمز

$$\langle\tau_e\rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \tau_e \alpha^{-\alpha}\cdot\alpha^{3/2}\cdot d\alpha \qquad (9.18)$$

فيكون

$$\vec{j}_n = \frac{en\langle\tau_e\rangle}{m_n^*}\vec{\mathcal{E}} = en\mu_n\vec{\mathcal{E}} = \sigma_n\vec{\mathcal{E}} \qquad (9.19)$$

حيث أن

$$\mu_n = \frac{e\langle\tau_e\rangle}{m_n^*} \qquad (9.20)$$

يدل على الحركية الانسياقية، و

$$\sigma = en\mu_n \qquad (9.21)$$

حامل الناقلية النوعية المرتبطة بالالكترونات.

تعطى المركبة الثقبية لكثافة التيار بشكل مماثل:

$$\vec{j}_p = \frac{ep\langle\tau_h\rangle}{m_p^*}\vec{\mathcal{E}} = ep\mu_p\vec{\mathcal{E}} = \sigma_p\vec{\mathcal{E}} \qquad (9.22)$$

حيث $\langle\tau_h\rangle$ هنا الى الزمن الوسطي للارتخاء من أجل الثقوب:

$$\langle\tau_h\rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \tau_h e^{-\alpha}\alpha^{3/2}\cdot d\alpha \qquad (9.23)$$

و μ_p الحركية الانسياقية للثقوب:

$$\mu_p = \frac{e\langle\tau_h\rangle}{m_p^*} \qquad (9.24)$$

و σ_p الناقلية النوعية المرتبطة بالثقوب:

$$\sigma_p = e p \mu_p \qquad (9.25)$$

وبالتالي تعطى الكثافة الكلية للتيار في شبه الموصل الحاوي على نوعين من حوامل الشحنة بالعلاقة:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = (\sigma_n + \sigma_p)\,\vec{\mathcal{E}} = \sigma\,\vec{\mathcal{E}} \qquad (9.26)$$

حيث أن $\sigma = \sigma_n + \sigma_p$ الناقلية النوعية لشبه الموصل.

10.4. تابعية حركية حوامل الشحنة لدرجة الحرارة.

لكي نقوم بحساب حركية حوامل الشحنة لابد، وفقا للعلاقتين (9.20) و (9.24)، من معرفة الزمن الوسطي للارتخاء. وتلعب آليات التشتت دورا أساسيا في تحديد قيمة زمن الارتخاء، وبالتالي فان الحركية تتعلق بدرجة الحرارة وفق قانونيات مختلفة وذلك حسب نوع اصطدامات حوامل الشحنة مع العيوب المختلفة الموجودة في الشبكة البلورية.

آ) التشتت الشبكي:

يعطى زمن الارتخاء في أشباه الموصلات الذرية عندما يحصل تشتت حوامل الشحنة على الاهتزازات الصوتية للشبكة، بالعلاقة (وذلك وفقا لـ 7.22):

$$\tau_l = \frac{\tau_{ol}}{m^{*3/2}} \cdot T^{-1} \cdot \mathcal{E}^{-\frac{1}{2}} \qquad (10.1)$$

ونجد وفقا لـ (9.18):

$$\langle \tau \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\tau_{ol}}{m_n^{*3/2} K^{1/2}} T^{-\frac{3}{2}} \qquad (10.2)$$

$$\mu_l = \frac{4e}{3\sqrt{\pi}} \frac{\tau_{ol}}{K^{1/2} m^{*5/2}} T^{-\frac{3}{2}} \qquad (10.3)$$

يمكن التعبير عن الحركية بدلالة القفزة الحرة، وذلك باستعمال (7.23):

$$\mu_l = \frac{4el}{3(2\pi m^* KT)^{1/2}} \qquad (10.4)$$

ينتج عن العلاقة (10.3) أن حركية حوامل الشحنة في أ ش م الذرية عندما يحدث تشتت هذه الحوامل على الاهتزازات الحرارية الشبكة، تتناقص بارتفاع درجة الحرارة. اضافة الى ذلك، فان الحركية تتناسب عكسا مع الأس $\frac{5}{2}$ للكتلة الفعالة لحامل الشحنة. وفي الواقع، تبين التجربة أن حركية الالكترونات أكبر من حركية الثقوب، وأن هذه الحركية تكون كبيرة جدا في أ ش م ذات الكتل الفعالة الصغيرة لحوامل الشحنة (انظر الجدول 1ـ4).

ب) التشتت على الشوائب المتأينة:

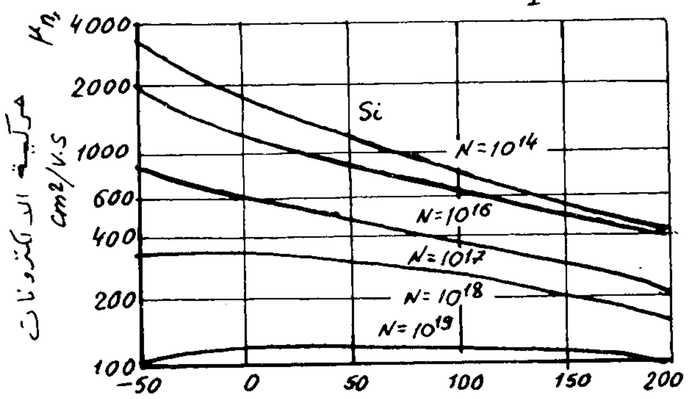
تعطى تابعية زمن الارتخاء للطاقة، عندما يحصل التشتت على الشوائب المتأينة بالعلاقة (انظر العلاقة 5.16):

$$\tau_I = \frac{\sqrt{2}\,\varepsilon^2 m^{*1/2} \cdot \mathcal{E}^{3/2}}{\pi z^2 e^4 N_I \ln\left[1 + \left(\frac{\varepsilon \mathcal{E}}{z e^2 N_I^{1/3}}\right)^2\right]} \qquad (10.5)$$

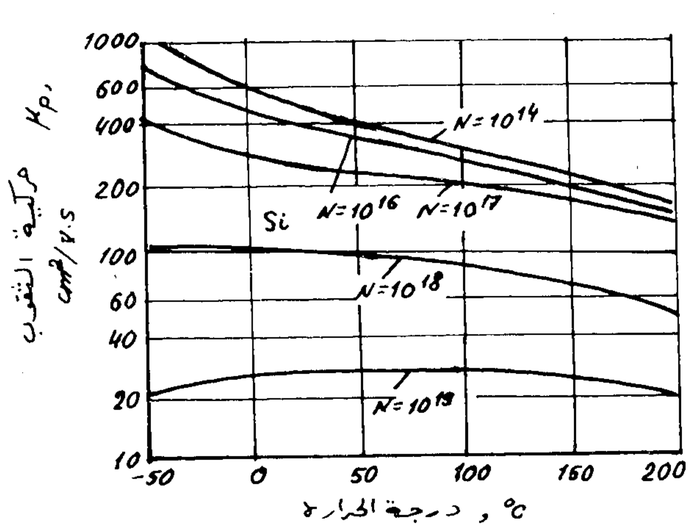
يمكن أن نضع، عند توسيط العبارة السابقة، المضروب اللاريتمي الذي يعد دالة بطيئة التغير خارج التكامل، وذلك اذا وضعنا في هذا المضروب تلك القيمة للطاقة التي يبلغ من أجلها الجزء الموضوع خارج اشارة التكامل قيمة عظمى. وينبغي من

أجل ذلك جعل $E = 3kT$. وبالتالي يصبح الزمن الوسطي للارتخاء مساويا :

$$\langle \tau_I \rangle = \frac{8\sqrt{2}\,\varepsilon^2 k^{\frac{3}{2}} m^{*\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} z^2 e^4 N_I \ln\left[1+\left(\frac{3\varepsilon kT}{ze^2 N_I^{\frac{1}{3}}}\right)^2\right]} \qquad (10.6)$$



(a)



(b)

الشكل 8_4 تابعية حركية الالكترونات (a) والثقوب (b) الانسياقية لدرجة الحرارة في عينات من السيليكون الحاوي على تراكيز مختلفة للشائبة .

وتكتب الحركية عندما يحدث التشتت على الشوائب المتأينة بالشكل:

$$\mu_I = \frac{8\sqrt{2}\,\varepsilon^2 k^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} z^2 e^3 N_I m^{*\frac{1}{2}} \ln\left[1+\left(\frac{2\varepsilon kT}{ze^2 N_I^{\frac{1}{3}}}\right)^2\right]} \qquad (10.7)$$

ويمكن أن نعتبر في درجات الحرارة المرتفعة أن

$$\mu_I \approx \mu_{oI}\, T^{\frac{3}{2}} \qquad (10.8)$$

ينتج عن العلاقة (10.8) أن حركية حوامل الشحنة تتناقص مع انخفاض درجة الحرارة وذلك عندما يحصل التشتت على الشوائب المتأينة . ويفسر ذلك بأن السرعة الحرارية لحوامل الشحنة تزداد مع ارتفاع درجة الحرارة ، ويؤدي ذلك الى اضعاف التأثير المتبادل بين الحوامل والذرات المتأينة للشوائب لأن امتداد هذا التأثير يصغر . اضف الى ماتقدم ، فان الحركية من أجل درجة حرارة معطاة تتناقص مع ازدياد تركيز الشوائب الذي يقوي عملية التشتت . ويتفق ماقلناه مع المعطيات التجريبية . ويعرض الشكل 8_4 على سبيل المثال، تابعية حركية الالكترونات والثقوب لدرجة الحرارة في عينات من السيليكون الحاوي على تراكيز مختلفة للشائبة .

ب) التشتت على الشوائب المعتدلة :

عندما يحصل التشتت على الشوائب المعتدلة ، فان زمن الارتخاء لايتعلق، وفقا لـ(6.1)، بدرجة الحرارة ولا بطاقة حامل الشحنة . وبحكم ذلك، لاتتعلق الحركية بشكل صريح بدرجة الحرارة عندما يحصل التشتت على ذرات الشوائب المعتدلة :

$$\mu_A = \frac{e^2 m^*}{20\varepsilon h^3} \frac{1}{N_A} \qquad (10.9)$$

د) التشتت على الانزياحات :

تعطى الحركية عندما يحصل التشتت على الانزياحات بالعلاقة:

$$\mu_D = \frac{e T^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} m^{*\frac{1}{2}} R N_D} \qquad (10.10)$$

هـ) الاليـــة المعقـدة للتشـــتت:

تخرق الدورية المثالية لحقل الشبكة البلورية في أشم الحقيقية نتيجة لاحتوائها على مختلف العيوب. وبحكم ذلك فـان آلية التشتت تحمل ميزات معقدة. واذا اعتبرنا أن جميع آليات التشتت مستقلة عن بعضها ، فان الاحتمال الكلي للتشتت يساوي مجموع احتمالات التشتت على كل من مراكز التشتت، أي أن:

$$W(\vec{k},\vec{k}') = \sum_i W_i(\vec{k},\vec{k}') \qquad (10.11)$$

يكون الزمن الكلي للتشتت τ في هذه الحالة، وفقـــا للعلاقة (3.12)، مساويا :

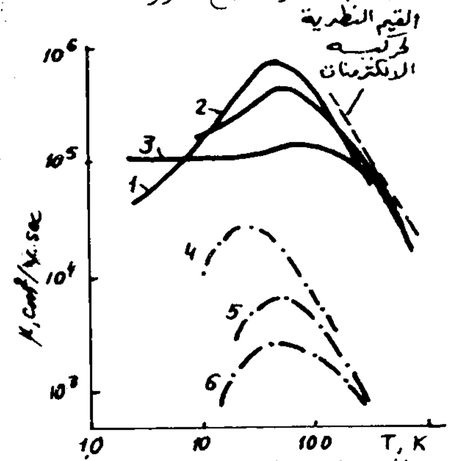
$$\tau^{-1} = \frac{1}{4\pi} \int_{(V_B)} \sum_i W_i(\vec{k},\vec{k}')(1-\cos\theta)\, d\tau_{k'} = \sum_i \tau_i^{-1} \qquad (10.12)$$

أو

$$\tau = \left(\sum_i \tau_i^{-1} \right)^{-1} \qquad (10.13)$$

ومن الطبيعي أن تتعلق مساهمة مختلف آليات التشتت في تحديد قيمة الزمن المجموعي للارتخاء بدرجة حرارة البلـــورة. ويتناقص دور بعض آليات التشتت ويزداد دور الأخرى بمقدار تغير طاقة حوامل الشحنة، وبالتالي فان ميزات حركة حوامل الشحنـــة

تحت تأثير الحقل الخارجي تتعلق بنوع آلية التشتت التي تلعب الدور المهيمن في مجال درجات الحرارة المعطاة .ويمكن أن يؤخذ في الحسبان من العبارة (10.13) في درجات الحرارة المنخفضة جدا ،التشتت على ذرات الشوائب والانزياحات فقط. ويتناقـــص دور النوعين المذكورين للتشتت مع ارتفاع درجة الحرارة بالمقارنة مع التشتت على ايونات الشوائب. ويصبح دور التشتت علـــى



الشكل 9_4 التوابـــع الحرارية لحركية الالكترونات والثقوب في انتموان الانديوم. 1_ $n = 10^{14}\ cm^{-3}$ ، 2_ $n = 10^{15}$ ، 3_ $n = 10^{16}$ ، 4_ $p = 3.10^{14}$ ، 5_ $p = 4.10^{15}$ ، 6_ $p = 3.10^{16}\ cm^{-3}$.

الفونونات مهيمنا في درجات الحرارة المرتفعة. وبالتالي يمكـــن أن نعتبر أن الحركية المركبة تُعَيَّن بالتشتت على ايونات الشوائب والفونونات، ويكون وفقا لـ(10.13) ، $\mu = (\mu_I^{-1} + \mu_l^{-1})^{-1}$ ، وتصبح التابعية الحرارية باستخدام العلاقتين(10.3) و(10.7)من الشكل:

$$\frac{1}{\mu} = a T^{-\frac{3}{2}} + b T^{\frac{3}{2}} \qquad (10.14)$$

حيث أن a و b قيمتان ثابتتان.

ينتج من العلاقة (10.14) أن حركية حوامل الشحنة في أش م الذرية تنمو طردا مع $T^{3/2}$ اذا حصل التشتت على الشوارد المؤينة فقط، ومن ثم تبلغ نهاية عظمى لتتناقص بعد ذلك متناسبة مع $T^{-3/2}$ اذا اعتبرنا أن التشتت يحصل على الفونونات الصوتية فقط.

ويلاحظ في الواقع التجريبي ذلك المسار لقيم الحركية بتابعية درجة الحرارة في أش م. ويعرض الشكل 9_4 على سبيل المثال تابعية حركيات الالكترونات والثقوب لدرجة الحرارة في انتموان الانديوم.

	حركية الالكترونات $cm^2/V\cdot sec$		حركية الثقوب $cm^2/V\cdot sec$		قيمة الأس P في التابعية الحرارية للحركية الشكية		$b=\mu_n/\mu_b$	
	300°K	77°K	300°K	77°K	الكترونات	ثقوب	300°K	77°K
1	3900	37100	1900	43700	1,66	2,33	2	0,8
2	1500	45500	600	11600	2,5	2,7	2,5	3,9
3	78000	1200000	750	10000	1,6	2,1	100	120
4	33000	820000	460	690	1,2	2,3	70	120
5	4600	24000	150	1200	2,0	2,4	30	20
6	4000	6000	1400	3600	2,0	0,9	3	1,7
7	8500	21000	420	4200	1,0	2,1	20	5
8	110	500	75	420	1,5	1,5	1,5	1,2
9	200		420			1,8	0,2	

الجدول 1_4. المعطيات التجريبية لقيم حركيات الالكترونات والثقوب في أشباه الموصلات التالية: 1_ Ge، 2_ Si، 3_ InSb، 4_ InAs، 5_ InP، 6_ GaSb، 7_ GaAs، 8_ GaP، 9_ AlSb.

غير أنه، كما ينتج من معطيات الجدول 1_4 فان التابعية الحرارية للحركية في أغلب أ ش م أين يحصل التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة، لاتوافق القيمة النظرية للأس $\frac{3}{2}$ لدرجة الحرارة. ويفسر عدم التطابق المذكور بوجود آليات أخرى للتشتت في أش م الحقيقية، كالتشتت على الاهتزازات الضوئية، والتشتت ثنائي الفونون، والتشتت على حوامل الشحنة.

ب) تابعية الناقلية النوعية لدرجة الحرارة:

يمكن التعبير عن الناقلية النوعية لشبه الموصل الذاتي بعد الأخذ بعين الاعتبار تابعية حركية وتركيز حوامل الشحنة لدرجة الحرارة بالشكل:

$$\sigma = e n_i \mu_n + e p_i \mu_p = A T^{\frac{3}{2}+P} \cdot e^{-E_g/2kT} \quad (10.15)$$

ويلاحظ أن المضروب $T^{\frac{3}{2}+P}$ يتغير ببطء أثناء تغير درجة الحرارة، في الوقت الذي يتعلق فيه المضروب $\exp(-\frac{E_g}{kT})$ بشدة بدرجة الحرارة وذلك اذا كان $E_g \gg kT$. وبالتالي يمكن أن نكتب من أجل درجات حرارة ليست مرتفعة جدا المساواة:

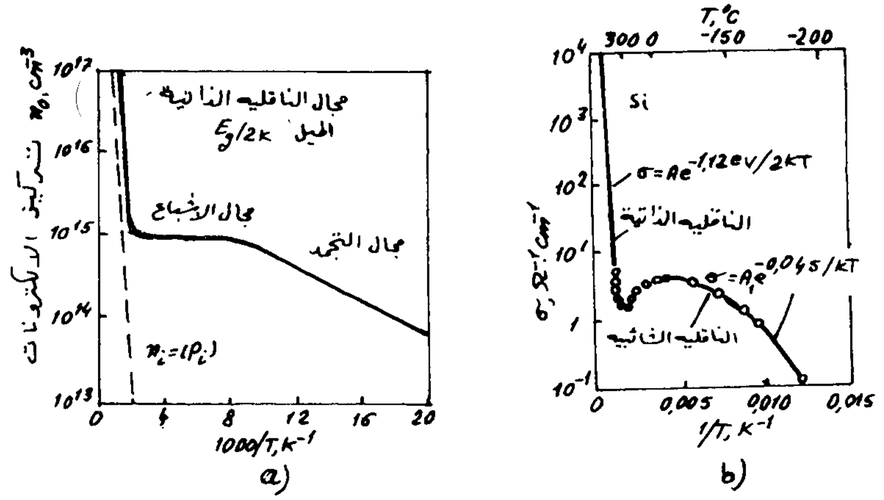
$$A T^{\frac{3}{2}+P} = \sigma_0 = const \quad (10.16)$$

ويمكن أيضا أن نكتب (10.15) بالشكل البسيط:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-E_g/kT} \quad (10.17)$$

ويمكن أن نلاحظ من الشكل b _ 10_4 أن الناقلية الكهربائية لأشباه الموصلات المشوبة تعد ذاتية في درجات الحرارة المرتفعة.

وبما أن تركيز الحوامل الأساسية للشحنة في درجات الحـــــرارة المنخفضة (في مجال انطفاء الشوائب) يبقى ثابتا (الشكل a ـ 10ـ4) فان تغير الناقلية الكهربائية يحدث نتيجة لتغير حركية حوامـل الشحنة بدرجة الحرارة.



الشكل 10ـ4 تابعية تركيز حوامل الشحنة (a) وتابعية الناقلية النوعية (b) لمقلوب درجة الحرارة في عينة من السيليكـــــون الحاوي على شائبة مانحة تركيزها 10^{15} سم$^{-3}$.

ز) تابعيـــة ثابت هول لآليـــات التشـــتت:

يتعلق ثابت هول R بآليات التشتت وذلك لوجود المعامـل r في عبارة R (انظر العلاقة a - 5.5ـف1):

$$R = \frac{r}{e\,n_1} \cdot \frac{1 + \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2}{\left(1+\frac{n_2}{n_1}\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2} \qquad (10.18)$$

وتكون في حالة التشتت المرن (عندما $k = k'$ و $E = E'$) العلاقة التالية صحيحة من أجل أية آلية للتشتت:

(عندما يلعب التشتت على الفونونات الصوتية الدور الأهـــم)

$r = \frac{3\pi}{8}$. وتكون عبارة

، الحالة التي يتواجد فيهـا

التشتتان معا معقدة، ويعـرض

الشكل 11ـ4 تابعية r للنسبة

من المقاومة النوعية ρ_I لشبه

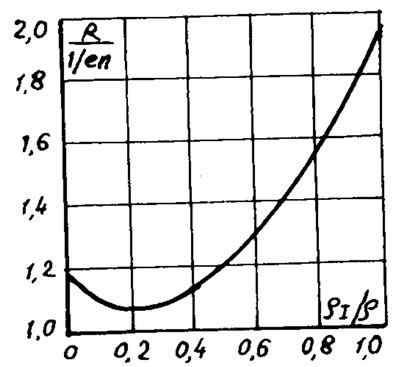
موصل يحدث فيه التشتت علـى

الأيونات الشائبة والمقاومـــة

النوعية الكلية ρ في حالـــة

التشتت على الايونـــات

والفونونات.



الشكل 11ـ4 تابعية $r = \frac{R}{1/en}$ للنسبة $\frac{\rho_I}{\rho}$.

11.4. الناقلية الكهربائية لأشباه الموصلات في حقل كهربائـــي

ـــديـد

لقد فرضنا عند استخراج المعادلة الحركية، أن زمن الارتخاء τ لايتعلق بالحقل الكهربائي. وبيّنا بعدئذ، استنادا الـــى المعادلة الحركية لشبه الموصل الفطري المتمتع بسطوح كرويـــة والطاقة المتساوية، أن كثافة التيار تخضع لقانون أوم، أي أنهـــا تتناسب طردا مع شدة الحقل الكهربائي:

$$\vec{j} = en\mu_0\vec{\mathcal{E}} = \sigma_0\vec{\mathcal{E}} \qquad (11.1)$$

حيث أن μ_0 و σ_0 الحركية والناقلية في الحقول الضعيفة.

وفي الواقع، يكتسب الالكترون الذي يخضع لتأثير حقـــل كهربائي شدته $\vec{\mathcal{E}}$، أثناء قفزته الحرة طاقـــة مساويـــة $e\mathcal{E}l$، ويعطي الالكترون أثناء اصطدامه مع فونون صوتـــي هذه الطاقة للشبكة البلورية، ويدخل معها في حالة التـــوازن

$$\frac{r_{\text{تشتت الكترونات}}}{r_{\text{الكترونات}}} = \frac{r_p}{r_n} = \frac{\langle \tau_h^2 \rangle}{\langle \tau_h \rangle^2} \cdot \frac{\langle \tau_e^2 \rangle}{\langle \tau_e \rangle^2} = 1 \qquad (10.19)$$

أي أن $r = r_p = r_n$. نعين قيمة r من أجل بعض آليات التشتت: عندما يحصل التشتت على الاهتزازات الصوتية للشبكة يكون زمن الارتخاء مساويا :

$$\tau_\ell = \frac{\tau_{o\ell}}{m_n^{* 3/2}} T^{-1} E^{1/2} = \frac{\tau_{o\ell}}{m_n^{* 3/2} K^{1/2} T^{3/2}} \alpha^{1/2} \qquad (10.20)$$

حيث أن

$$\tau_{o\ell} = \frac{9\pi \hbar^4 v^2 M}{4\sqrt{2}\, a^3 K c^3} \quad \text{و} \quad E = KT\alpha \qquad (10.21)$$

ونجد استنادا الى(9.18) والى القيمة الوسطية لمربع زمن الارتخاء:

$$\langle \tau_e^2 \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau_e^2 \, e^{-\alpha} \cdot \alpha^{3/2} \cdot d\alpha \qquad (10.22)$$

أن

$$r = r_n = \frac{\langle \tau_e \rangle^2}{\langle \tau_e^2 \rangle} = \frac{3\pi}{8} \qquad (10.23)$$

ونجد أن قيمة r في حالة التشتت على ايونات الشوائب مساوية :

$$r = 1{,}93 \qquad (10.24)$$

بما أن تشتت حوامل الشحنة يتعلق بدرجة الحرارة، ينبغي علينا أثناء حساب ثابت هول في درجات الحرارة المنخفضة (عندما تكون المساهمة العظمى للتشتت على شوارد الشوائب) ، أن نضع $r = 1{,}93$. ويكون من أجل درجات الحرارة المرتفعة

الحراري. ولكن من الممكن أثناء الاصطدام مع الفونون أن يعطي الالكترون طاقة للفونون أو أن يكتسب منه طاقة . لنفرض أن تغير طاقة الالكترون نتيجة لذلك مساوية لـ ΔE .

اذا أحصينا من العدد الكلي للاصطدامات تلك التي تحدث مرفوقة بمنح الطاقة للفونون، فان عدد الاصطدامات الحاصلة لكي يحدث مثل هذا الاصطدام يكون مساويا، وفقا للعلاقة (7.25)، القيمة $(2N_q + 1)$ اصطداما. وبالتالي فان الفقدان النسبي لطاقة الالكترون أثناء الاصطدام يساوي δ :

$$\delta = \frac{\Delta E}{KT} = \frac{\hbar\omega_q}{KT} \cdot \frac{1}{2N_q + 1} = \frac{\hbar\omega_q}{KT} \, th \, \frac{\hbar\omega_q}{2KT} \qquad (11.2)$$

وهكذا يكون تغير الطاقة للالكترون أثناء الاصطدام مع الفونون مساويا $\Delta E = KT\delta$. ويعد الاصطدام مرنا اذا كانت الطاقة التي يكتسبها الالكترون أثناء قفزته الحرة $e\mathcal{E}\ell$ أصغر بكثير من الطاقة ΔE التي يفقدها وسطيا أثناء الاصطدام مع الشبكة :

$$\frac{e\mathcal{E}\ell}{\Delta E} \ll 1 \qquad (11.3)$$

وهذا يعني أن قانون أوم يمكن أن يتحقق عندما

أو

$$e\mathcal{E}\ell \ll KT\delta \qquad (11.4)$$

$$\mathcal{E} \ll \frac{KT}{e\ell}\delta$$

ويبقى ضمن هذا الشرط توزع السرع لحوامل الشحنة مماثلا تقريبا للتوزع الماكسويلي في درجة حرارة مساوية لحرارة الشبكة، ويضاف الى الحركة العشوائية للحوامل في هذه الحالة الحركة الانسياقية البطيئة الناتجة عن تأثير الحقل الكهربائي الخارجي الضعيف .

وتكون عندئذ السرعة الانسياقية لحامل الشحنة v أصغر بكثير من السرعة الحرارية v_0 ، أي أن:

$$v \ll v_0 \qquad (11.5)$$

يخرق قانون أوم في الحقول الكهربائية الشديدة. ويمكن أن يحدث ذلك لسببين، أولا: تصبح السرعة الانسياقية لحامل الشحنة مساوية تقريبا للسرع الحرارية، وينعكس ذلك على عملية التشتت، ويبدو هذا في تغير زمن الارتخاء، وبالتالي في تغير الحركية μ. ولا بد هنا من ادخال مفهوم "تسخين" الغاز الالكتروني-الثقبي "ومفعول غانا". ثانيا: يمكن للحقول الكهربائية الشديدة أن تغير تركيز حوامل الشحنة، ويرتبط هذا التغير بعدة أسباب نذكر منها "التأين الصدمي"،"ومفعول زينر"، "والتأين الكهرساكني".

ندرس الناقلية الكهربائية لـ ش م في حقل كهربائي شديد. لاتفلح حوامل الشحنة أثناء اصطدامها مع الفونونات الصوتية في الحقول الكهربائية الشديدة (عندما لايتحقق الشرط (11.5) في اتمام عملية منح الطاقة المكتسبة من الحقل لهذه الفونونات. وتكون النتيجة زيادة في الطاقة الوسطية للغاز الالكتروني-الثقبي أو مانسميه "تسخين الغاز". وتؤدي الزيادة في طاقة حوامل الشحنة الى زيادة سرعتها، أي الى نقصان زمن القفزة الحرة، وبالتالي زيادة احتمال تشتت حوامل الشحنة على الاهتزازات الحرارية للشبكة. ويستمر بحكم ذلك نمو طاقة حامل الشحنة مع زيادة شدة الحقل الى تلك الوضعية التي تصبح فيها عملية تبادل التأثير الالكترو فونونية في حالة الاستقرار- أي أن الطاقة التي يكتسبها حامل الشحنة من الحقل خلال واحدة الزمن $e\mathcal{E}v$ مساوية للطاقة التي يخسرها ذلك الحامل خلال واحدة الزمن بنتيجة الاصطدام $\frac{\Delta E}{\tau} = \frac{KT\delta}{\tau}$:

$$e\mathcal{E}v = \delta \frac{KT}{\tau} \qquad (11.6)$$

ولا يتعلق زمن القفزة الحرة l أثناء التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة، وفقا للعلاقة (7.19)، بالطاقة وبالتالي فان زمن القفزة الحرة: $\tau = \frac{l}{v_0}$. غير أن السرعة الانسياقية لحامل الشحنة، وفقا للعلاقة (11.6) تساوي:

$$v = \frac{\delta KT}{e\mathcal{E}\tau} = \frac{\delta KT v_0}{e\mathcal{E}l} \qquad (11.7)$$

وتعطى السرعة الانسياقية في نفس الوقت بالعلاقة:

$$v = \frac{e\tau}{m^*}\mathcal{E} = \frac{el}{m^* v_0}\mathcal{E} \qquad (11.8)$$

وتنتج عن مقارنة العلاقتين(11.7) و (11.8) المساواة:

$$(e\mathcal{E}l)^2 = 2\delta KT \frac{m^* v_0^2}{2} \qquad (11.9)$$

وبما أن $\frac{1}{2} m^* v_0^2 = KT$ ، نحصل من(11.9) على الشدة الحرجة للحقل:

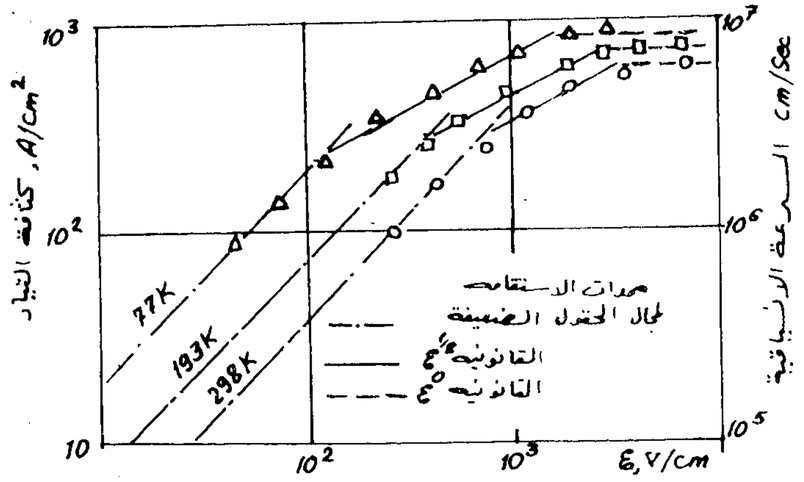
$$\mathcal{E}_{cr} = \frac{KT}{el}(2\delta)^{1/2} \qquad (11.10)$$

أي الشدة التي يبدأ من أجلها تسخين الغاز الالكتروني-الثقبي. ويلاحظ من(11.10) أن القيمة الحدية للحقل تتناقص بانخفاض درجة الحرارة. ويتفق ذلك مع المعطيات التجريبية الواردة في **منحنيات الشكل** 12-4.

اذا تحققت المساواتان (11.7) و(11.10) فاننا نحصل على:

$$v = \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2} \cdot v_0 \qquad (11.11)$$

وهكذا فان عملية تسخين الغاز الالكتروني- الثقبي يمكنهـــا أن تتواجد عندما تصبح السرعة الاضافية التي يكتسبها حامل الشحنـة من الحقل الكهربائي قريبة من سرعته الحرارية .



الشكل 12-4 تابعية كثافة التيار لشدة الحقل الكهربائي في Ge من النوع- n .

يمكن استنادا الى(11.9)، أن نحدد طاقة حامل الشحنـــة بدلالة السرعة الحرارية :

$$\left(\frac{m v_0^2}{2}\right)^2 = \frac{(e\mathcal{E} l)^2}{2\delta} \qquad (11.12)$$

ومنه

$$v_0 = \left[\frac{2e\mathcal{E}l}{m^*(2\delta)^{1/2}}\right]^{1/2} \qquad (11.13)$$

نعوض (11.13) في (11.11) فنحصل على

$$v = \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2}\left[\frac{2e\mathcal{E}l}{m^*(2\delta)^{1/2}}\right]^{1/2} = \left[\frac{el}{m^*}\left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2}\right]^{1/2}\cdot \mathcal{E}^{1/2} \qquad (11.14)$$

وهكذا فان السرعة الانسياقية لحامل الشحنة تتناسب فـــي الحقول الكهربائية الشديدة، أي في الحقول التي تكون شـدتها أكبر من القيمة الحرجة .

$$\mathcal{E} > \mathcal{E}_{cr} \qquad \text{أو} \qquad \mathcal{E} > \frac{kT}{el}(2\delta)^{1/2} \qquad (11.15)$$

تتناسب مع الجذر التربيعي لـ $\mathcal{E}$:

$$v \sim \mathcal{E}^{1/2} \qquad (11.16)$$

بينما تكون تابعية زمن الارتخاء من الشكل :

$$\tau = \frac{l}{v_0 + v} \sim \mathcal{E}^{-\frac{1}{2}} \qquad (11.17)$$

ينتج مما تقدم أن

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} = \mu_0 \mathcal{E}^{-\frac{1}{2}} \qquad (11.18)$$

,

$$\sigma = en\mu_n = \sigma_0 \mathcal{E}^{-\frac{1}{2}} \;,\; j = \sigma\mathcal{E} = \delta_0 \mathcal{E}^{-\frac{1}{2}} \qquad (11.19)$$

تفيد العلاقتان الأخيرتان أن قانون أوم لايتحقق في الحقول التـي تفوق شدتها الشدة الحرجة ($\mathcal{E}_{cr} < \mathcal{E}$). فمثلا يبدأ الانحراف عن الناقلية الأومية لمادة الجرمانيوم في درجة حرارة الغرفة مـــن اجل شدة تساوي تقريبا $700\ V/Cm$ (الشكل 12-4).

تصبح امكانية التشتت على الاهتزازات الضوئية واردة فـــي حالة الحقول الكهربائية **الأقوى** حيث تزداد طاقة حوامل الشحنـة،

وتتغير في هذه الحالة طاقة حامل الشحنة أثناء اصطدامه بالفونون الضوئي بالمقدار $\hbar\omega_0$ ، وينمو فقدان الطاقة بسرعة. وتسود بالنتيجة حالة مستقرة جديدة، وذلك عندما تتساوى الطاقة $e\mathcal{E}v$ التي يكتسبها حامل الشحنة من الحقل في واحدة الزمن مع الطاقة $\frac{\Delta E}{\tau}$ التي يفقدها هذا الحامل خلال واحدة الزمن أيضا :

$$e\mathcal{E}v = \frac{\Delta E}{\tau} \qquad (11.20)$$

غير أن الطاقة التي يفقدها حامل الشحنة من أجل اصطدام واحد تساوي وفقا للعلاقة (11.2) ΔE :

$$\Delta E = \hbar\omega_0 \, th \, \frac{\hbar\omega_0}{2kT} \qquad (11.21)$$

وبالتالي فان

$$e\mathcal{E}v = \frac{v_0}{l} \hbar\omega_0 \, th \, \frac{\hbar\omega_0}{2kT} \qquad (11.22)$$

اذا أخذنا من العلاقة (11.8) شدة الحقل الكهربائي $\mathcal{E}$ وبدلناها في العبارة (11.22)، لوجدنا أن السرعة الانسياقية لحامل الشحنة :

$$v = \left(\frac{\hbar\omega_0}{m^*} \, th \, \frac{\hbar\omega_0}{2kT} \right) \qquad (11.23)$$

وتعطى القيمة الحدية للسرعة الانسياقية بالعلاقة :

$$v_s = \left(\frac{\hbar\omega_0}{m^*} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (11.24)$$

وهكذا تسعى كثافة التيار الذي يجري في العينة الى قيمة اشباع محددة :

$$j_s = (env_s) = en\left(\frac{\hbar\omega_0}{m^*}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (11.25)$$

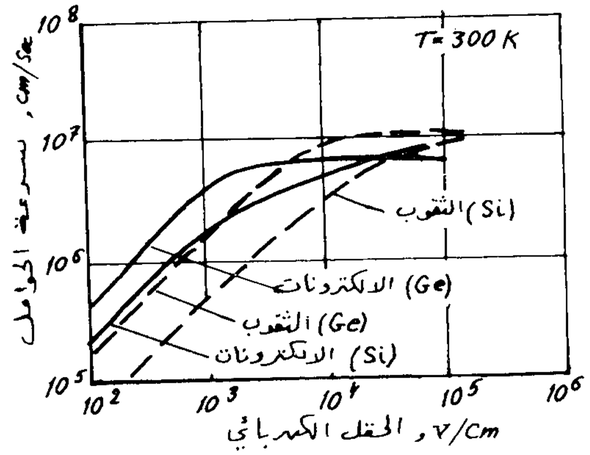
وهذا يعني أن

$$\sigma = \frac{j_s}{\mathcal{E}} = \sigma_0 \mathcal{E}^{-1} \qquad (11.26)$$

ينتج عن العلاقتين(11.22) و(11.23) أن زيادة شدة الحقل الكهربائي الى القيمة $\mathcal{E}'_{cr}$:

$$\mathcal{E}'_{cr} = \frac{v_0}{el}\left(m^*\hbar\omega_0 \, th \, \frac{\hbar\omega_0}{ekT}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (11.27)$$

تؤدي في البلورات التكافؤية الى حلول تيار الاشباع، وبالتالي الى حلول السرعة الانسياقية للاشباع.وتتوقف شدة التيار والسرعة



الشكل 13_4 تابعية سرعة حامل الشحنة لشدة الحقل الكهربائي في الجرمانيوم والسيليكون النقيين.

الانسياقية عن تابعيتهما للحقل من أجل قيم لهذا الأخير $\mathcal{E} > \mathcal{E}'_{cr}$. ويبين الحساب أن حالة اشباع التيار والسرعة الانسياقية تنشأ

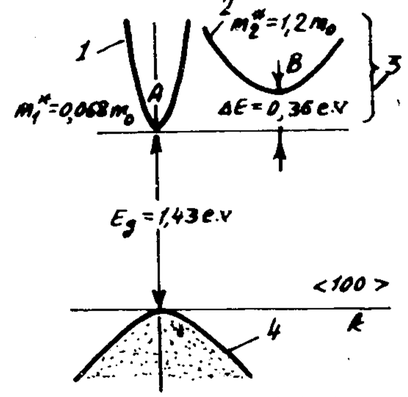
من أجل قيم للحقول من رتبة $6 \cdot 10^4 V/cm$ وتكون $v \approx 10^7 cm/sec$.
ويتفق ذلك مع المعطيات التجريبية الواردة على الشكل 13_4، أين تُعْرَض تابعية سرعة الالكترونات والثقوب لشدة الحقل الكهربائي في الجرمانيوم والسيليكون النقيين. وتفيد هذه المعطيات بأن قانون أوم يمكن تطبيقه في حالة الحقول الضعيفة فقط. وتصبح شدة التيار ابتداء من القيمة الحرجة لشدة الحقل التي تتعلق بدورها بدرجة الحرارة، تصبح متناسبة مع $\varepsilon^{1/2}$. وتتوقف هذه التابعية في حالة الحقول الشديدة جدا.

يسود التشتت على الاهتزازات الضوئية في البلورات القطبية من أجل قيم أقل لطاقة حوامل الشحنة. وتتناقص الحركية بزيادة الحقل كما هو الحال في أشم التكافؤية، عندما تكون طاقة الالكترون $\hbar\omega_0 \gg \varepsilon$. بينما يحدث في حالة الحقول الشديدة جدا أي عندما تكون طاقة الالكترون $\hbar\omega_0 \ll \varepsilon$، نمو سريع للحركية والسرعة الانسياقية بدلا من تناقص الحركية ووصول السرعة الانسياقية الى حالة الاشباع في البلورات التكافؤية، وتزداد قيمة طاقة حامل الشحنة. وتدعى هذه الظاهرة "بتسابق حوامل الشحنة"

12.4 . مفعول غانا

يوجد-كما هو معلوم- العديد من أشباه الموصلات التي تملك منطقة الناقلية فيها أكثر من نهاية صغرى وحيدة. ويمكن،في مثل هذه المواد، للالكترون الذي يملك شعاعا موجيا $\vec{k}$ موافقا لأحدى النهايات الصغرى أن يظهر بعد التشتت بشعاع موجي جديد $\vec{k}'$ ، ينتسب الى نهاية صغرى أخرى. ويحدث نتيجة لهذا التشتت عملية قذف للالكترون من أحدى نهايات منطقة الناقلية الى نهاية

صغرى أخرى. ويدعى مثل هذا التشتت "بالتشتت بين الوديان".
ويمكن لتشتت حوامل الشحنة بين الوديان أن يؤدي في شروط معينة الى نشوء اهتزازات للتيار بتواتر من رتبة 10^{10} هرتز، وذلك عند تسليط حقل كهربائي ثابت وشديد على شبه موصل متجانس. ويدعى هذا المفعول "بمفعول غانا"، وقد لوحظ لأول مرة في GaAs .
يعرض الشكل 14_4 التركيب الطاقي لزرنيخ الغاليوم في اتجاه المحور [100] . والذي يعنينا هنا وجود نهايتين صغيرتين A و B مفصولتين بمسافة طاقية مقدارها $\Delta E = 0,36\ e.V$ ، وتختلف قيمتا الكتلتين الفعالتين للالكترونات في هاتين

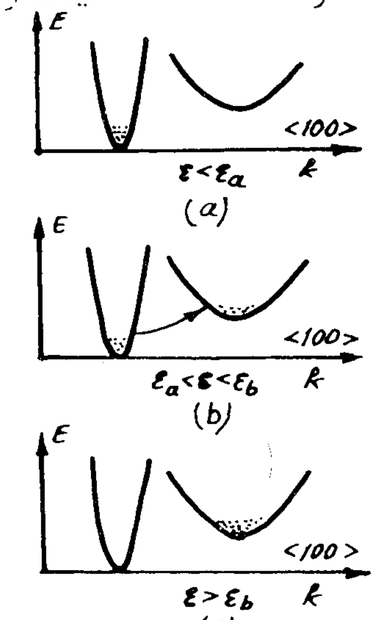


الشكل 14_4 المخطط الطاقي لمنطقتي زرنيخ الغاليوم GaAs من النوع- n في اتجاه المحور [100] . 1_النهاية الصغرى الدنيا A ، 2_النهاية الصغرى العليا B 3_منطقة الناقلية 4_منطقة التكافؤ.

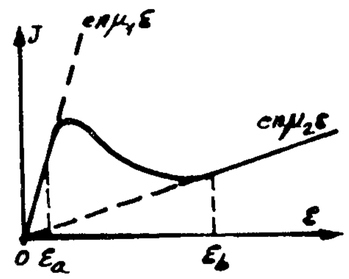
النهايتين. وتتواجد الالكترونات الخفيفة ذات الكتلة الفعالة $m_1^* = 0,068\ m_0$ في مجال النهاية الصغرى الدنيا A ، وتملك حركية مرتفعة $\mu_1 \approx 4000 _ 8000\ cm^2/V.sec$ ، بينما تتواجد الالكترونات الثقيلة $m_2^* = 1,2\ m_0$ في مجال النهاية الصغرى العليا، وتملك حركية منخفضة $\mu_2 \approx 100\ cm^2/V.sec$. وتكون

كثافة الحالات في الوادي العلوي أكبر بـ 70 مرة من الكثافة في الوادي السفلي.

تكون الالكترونات، من أجل الحقول الكهربائية الخارجية الضعيفة، في حالة توازن ترموديناميكي مع الشبكة ذات درجة الحرارة T . وبما أن طاقة الالكترون أصغر بكثير من المسافة الطاقية ΔE ($kT \ll \Delta E$)، فان الالكترونات تشغل بشكل أساسي السويات الطاقية في الوادي السفلي لمنطقة الناقلية (الشكل a ـ 15ـ4)، أين تتمتع هذه الالكترونات بحركية مرتفعة وكتلة فعالة خفيفة وكثافة قليلة للحالات. وتحدد كثافة التيار



الشكل 15ـ4 توزع الالكترونات من أجل قيم مختلفة لشدة الحقل الكهربائي الخارجي.



الشكل 16ـ4 تابعية كثافة التيار لشدة الحقل الكهربائي في أشباه الموصلات ذات النهايتين الصغيرتين.

في هذه الحالة بتركيز الالكترونات في الوادي السفلي $n_1 = n_0$. (يكون التركيز n_2 في الوادي العلوي معدوما)، وبحركيتها μ_1 .

وتنمو هذه الكثافة خطيا مع زيادة شدة الحقل حتى تصل هذه الشدة الى قيمة حرجة $\mathcal{E}_a$ (الشكل 16ـ4):

$$j = e n_0 \mu_1 \mathcal{E} \qquad (12.1)$$

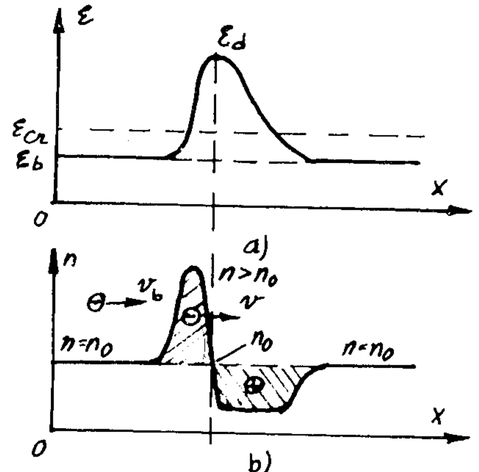
ترتفع طاقة الالكترونات مع ازدياد شدة الحقل الكهربائي، ويحدث بالنتيجة تشتت للالكترونات على الفونونات الضوئية، مما يجعل عبور الالكترونات الى الوادي العلوي B ممكنا (الشكل 15ـ4 b)أين تملك هذه الالكترونات حركية منخفضة وكتلة فعالة ثقيلة وكثافة كبيرة للحالات (نهاية صغرى عريضة)، ويصبح التركيز الكلي للالكترونات n_0 مساويا $n_0 = n_1 + n_2$. وهكذا يتواجد في مجال قيم للحقل تتراوح من $\mathcal{E}_a$ الى $\mathcal{E}_b$ (الشكل 16ـ4) مكان تنخفض فيه حركية الالكترونات، وينتج عنه انخفاض في كثافة التيار، ويتفق ذلك مع ظهور جزء هابط في منحني الخواص الفولتو-أمبيرية.

تقع جميع الالكترونات من أجل قيم للحقل $\mathcal{E}_b < \mathcal{E}$ في الوادي العلوي $n_2 = n_0$ ، ويصبح $n_1 = 0$ (الشكل 15ـ4 c)، وتعطى كثافة التيار بالعلاقة:

$$j = e n_0 \mu_2 \mathcal{E} \qquad (12.2)$$

ندرس بالتفصيل هذه الآلية غير المستقرة. لنفرض أن حقلا كهربائيا مسلطا على عينة طولها L . ان قيمة هذا الحقل تكون ثابتة تقريبا على طول العينة فيما اذا كان شبه الموصل متجانسا. ولكن اذا وجد في العينة عدم تجانس موضعي يتميز بمقاومة مرتفعة فان شدة الحقل الكهربائي في ذلك المكان تزداد بعض الشيء. وبالتالي فان القيمة الحرجة للحقل $\mathcal{E}_{cr} = \mathcal{E}_a$ تنشأ في

البداية عند زيادة شدة الحقل في ذلك المقطع للعينة. وهكذا عندما تبلغ شدة الحقل القيمة الحرجة $\mathcal{E}_a$ في المقطع اللامتجانس للعينة، تبدأ عملية انتقال الالكترونات الى الوادي العلوي B ، وتظهر في المكان المذكور من العينة الالكترونات الثقيلة. وتنخفض حركية الالكترونات في ذلك المقطع وتزداد المقاومة. ويؤدي هذا بدوره الى نمو شدة الحقل في المقطع ذاته، مما يزيد في تدفق عبور الالكترونات الى الوادي العلوي. ولكن بما أن التوتر المطبق على العينة ثابتا، فان شدة الحقل تنخفض الى اليمين والى اليسار من المجال اللامتجانس في العينة. ويصبح بالنتيجة توزع للحقل غير متجانس بشكل شديد، ويتشكل مجال للحقل الكهربائي الشديد يدعى "بالمنطقة الحقلية" (الدومين الحقلي) (الشكل a ـ 17ـ4)



الشكل 17ـ4 توزع الحقل الكهربائي (a) وكثافة الالكترونات (b) على طول العينة وذلك في حالة دومين مستقر لحقل كهربائي شديد يتحرك بالسرعة v_d.

ينتقل مجال الالكترونات الثقيلة تحت تأثير الحقل الكهربائي على طول العينة بسرعة صغيرة نسبيا، وذلك لانخفاض حركية الالكترونات الثقيلة. بينما تتحرك الالكترونات الخفيفة الى اليمين والى اليسار من منطقة الالكترونات الثقيلة بسرعة أكبر. وتتمكن الالكترونات الخفيفة المتحركة الى اليسار من منطقة الالكترونات الثقيلة من بلوغ هذه المنطقة مما يزيد في تركيز الالكترونات و يتشكل مجال

لشحنة حجمية سالبة. ويحدث العكس الى اليمين من منطقة الالكترونات الثقيلة، أين تبتعد الالكترونات الخفيفة نحو الأمام، مما يسبب فقرا في تركيز الالكترونات، ويتشكل بالتالي مجال لشحنة حجمية موجبة. وهكذا يظهر على منحني توزع الالكترونات الى جانبي مجال الحقل الكهربائي الشديد جزء فقير بالالكترونات بتركيز قدره $n_b > n$ يوافق الجبهة الأمامية للدومين، وجزء غني بالالكترونات بتركيز قدره $n_b < n$ يوافق الواجهة الخلفية للدومين (الشكل b ـ 17ـ4).

بما أن شدة الحقل الكهربائي داخل الدومين مرتفعة، فان سرعة حركة الالكترونات داخله تكون كبيرة، ويحدث العكس خارج الدومين للانخفاض الشديد في شدة الحقل. وتسود حالة الاستقرار بعد فترة زمنية معينة، حيث تصبح سرعة حركة الدومين v_d مساوية للسرعة الانسياقية للالكترونات خارج الدومين v_b، أي أن:

$$v_d = v_b \qquad (12.3)$$

أو

$$\mu_2 \mathcal{E}_d = \mu_1 \mathcal{E}_b \qquad (12.4)$$

اي أن الحالة المستقرة توافق القيمة $\mathcal{E}_d$ للحقل داخل الدومين والقيمة $\mathcal{E}_b$ للحقل خارجه. وتكون سرعة حركة الدومين المستقرة v_d أصغر من السرعة العظمى لحركة الالكترونات من أجل $\mathcal{E}_a$. وبالتالي يملك التيار لحظة تطبيق الحقل الخارجي على العينة (خلال زمن $t_1 = t$) قيمة عظمى I_{max} تحددها v_{max}. وتبدأ في الحال عملية تشكل الدومين، وبما أن هذه العملية سريعة جدا كونها مرتبطة بزمن العبور بين الوديان الذي يملك قيمة من رتبة 10^{-12} ثانية، تهبط شدة التيار بسرعة الى القيمة الصغرى I_{min} التي تحددها السرعة المستقرة لحركة الدومين v_d :

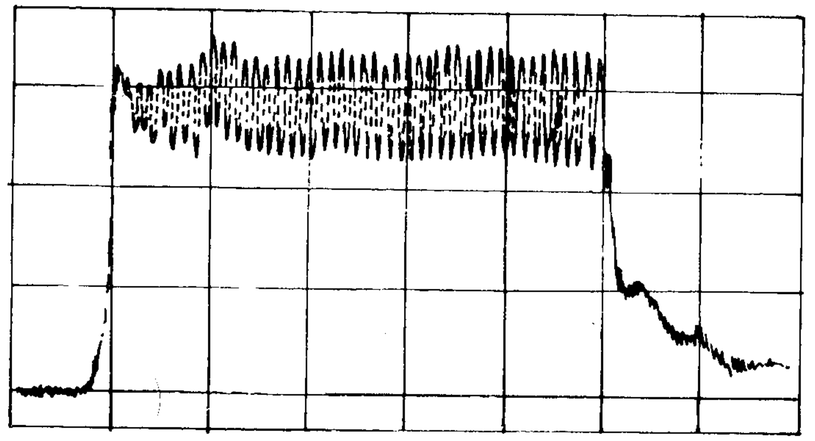
$$I_{min} = S e n_0 v_d \qquad (12.5)$$

حيث أن S المقطع العرضي للعينة .

وتحافظ شدة التيار على قيمتها الصغرى خلال الزمن اللازم لحركة الدومين على طول العينة . ويتعلق هذا الزمن بطول العينة وسرعة حركة الدومين:

$$T = \frac{l}{v_d} \qquad (12.6)$$

ويخرج مجال الحقل الشديد من العينة عند بلوغ المصعد (الأنود)، وتبدأ من جديد عملية نمو التيار . ويحدث تشكل دومين جديد



الشكل 18ـ4 هيئة نبضات التيار عندما تطبق نبضة لتوتر كهربائي سعتها 16 فولت وامتدادها 16 نانو ثانية على عينة من زرنيخ الغاليوم طولها $2,5.10^{-3}$ سم . تواتر التغير 4,5 غيغا هرتز.

بمجرد بلوغ التيار القيمة I_{max}، وتبدأ شدة التيار بالانخفاض الى القيمة I_{min} . ويظهر في الدارة الخارجية نبضة للتيار نتيجة لحركة الدومين في البلورة . ويعين معامل النبض بزمن

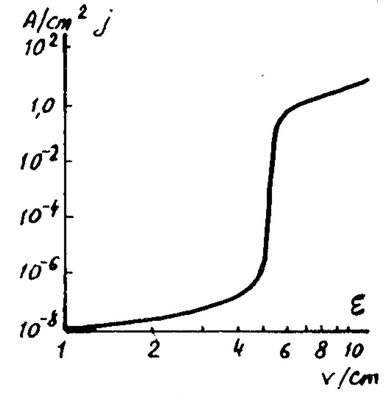
عبور الدومين T . فعلى سبيل المثال، ينبغي أن يكون تواتر اهتزاز التيار حوالي 2 غيغا هرتز في حالة عينة طولها 50 ميكرو متر. ويعرض الشكل 18ـ4 النموذج العام لمثل هذه الاهتزازات.

بما أن مفعول تشكل الدومين يعد نتاجا لعدم استقرار حجمي، فانه لايتعلق بالعناصر الخارجية للدارة. وهذا يعني أن سرعة حركة الدومين لاتتعلق بشدة التوتر الخارجي المطبق، ويتحرك الدومين بسرعة انسياقية $v_d \approx 10^7 cm/sec$.

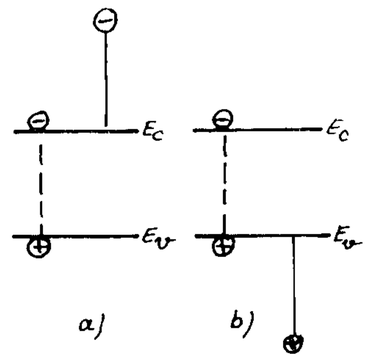
تجدر الاشارة الى أنه بالرغم من امكانية احتواء البلورة على مناطق عديدة لعدم التجانس التي تسمح بتشكل الدومينات عليها، الا أن دومينا واحدا فقط يتواجد في البلورة. وبعبارة أخرى، يتم تشكل الدومين على واحدة فقط من مناطق عدم التجانس. وبعد اختفاء هذا الدومين يتشكل دومين آخر على منطقة أخرى لعدم التجانس. وتحدد المواقع المختلفة لعدم التجانس في البلورة "فترات الطيران" للدومينات، أي الأدوار المختلفة للاهتزاز، وبالتالي ينبغي استعمال عيّنات شديدة النقاوة والتجانس لملاحظة مفعول غانا . وتتولد الدومينات في العيّنات الصفائحية (على شكل صفائح) في مجال الحقل الشديد الى جوار الكاتود، ويرتبط نشوء هذا المجال بانعدام التجانس في توزع تركيز الشوائب عند تصنيع المرابط (الالكترودات). ويكون مُهما لنجاح عملية الملاحظة أن لاتكون المسافة الفاصلة بين النهايتين الصغيرتين A و B في منطقة الناقلية كبيرة جدا، ذلك لأن الحقول الشديدة اللازمة لانتقال الالكترونات الى النهاية الصغرى العلوية يمكنها أن تقوم بزيادة تركيز الالكترونات نتيجة لمفاعيل أخرى كالتشرد الصدمي والمفعول النفقي.

13.4 . التشـــــرد الصـــدمـــــي:

تكتسب الالكترونات (أو الثقوب) في الحقول الكهربائيـــــة الشديدة التي تكون من رتبة 10^5 فولط/سم طاقة كافية لتأييـــن ذرات المادة. وتتشكل نتيجة لذلك الأزواج الالكترونية ـ الثقبيـــة ((الشكل 19ـ4)، وتُسَرَّعُ هذه الأزواج بدورها بالحقل الكهربائـــي وتتسبب في توليد حوامل اضافية للشحنة. وتدعى عملية توليـــد حوامل الشحنة بهذه الطريقة "بالتأين الصدمي". ويمكن ملاحظـــة



الشكل 20ـ4 التأين الصدمي في الجرمانيوم الالكتروني في درجة الحرارة 2, 4كلفن.



الشكل 19ـ4 اسلوبـــان ممكنـــان (a، b) للتأيـــن الصدمي.

هذه الظاهرة في المعبر $p-n$ فقط، وذلك لأن تشكيل حقل شدتـــه 10^5ـ 10^6 فولط/سم في شبه موصل متجانس وذي سماكة مقبولـــة يُعَدّ عملية صعبة جدا. ويتمثل الاستثناء الوحيد لذلك في تحقيـــق التأين الصدمي للذرات الشائبة الذي لايتطلب حقولا شديـــدة، ويمكن ملاحظته في درجات حرارة منخفضة عندما تكون ذرات الشوائب غير متأينة. ويحدث التشرد الصدمي للموانح والآخذات ـ عناصـــر العمودين الخامس والثالث للجدول الدوري ـ في الجرمانيوم مـــن أجل شدات للحقول تساوي تقريبا 5 ـ 10 فولط/سم. وعلى ســـبيـل

المثال، بلاحظ على الشكل 20ـ4 الذي يعرض تابعية كثافة التيار لشدة الحقل في الجرمانيوم الالكتروني وفي درجة الحرارة 2, 4كلفن، يلاحظ نمو وثبيّ وحادّ لكثافة التيار من أجل $\mathcal{E} \approx 5\ V/cm$ ، ويُـــرَدّ ذلك الى التشرد الصدمي لذرات الشائبة.

تعطى سرعة توليد الأزواج الالكترونية ـ الثقبية G المرتبط بالتأين الصدمي بالعلاقة:

$$G = \alpha_n \cdot n\,\mu_n + \alpha_p\, p\,\mu_p \qquad (13.1)$$

حيث أن α_n و α_p معاملا التأين الصدمي للالكترونـــــات والثقوب على الترتيب. ويعرف هذا المعامل بأنه عـــدد الأزواج الالكترونية ـ الثقبية التي يولدها الالكترون (أو الثقب) خلال اجتيازه لواحدة المسافة من مساره. ويتعلق المعاملان α_n و α_p بقيمـــة شدة الحقل الكهربائي. ويعرض الشكل 21ـ4 القيم المقاسة تجريبيا لمعاملات التأين الصدمي في الجرمانيوم والسليكون وزرنيـــــخ الغاليوم وفوسفيد الغاليوم.

يعرف معامل التأين الصدمي $\alpha(E)$ بالعلاقة:

$$\alpha(E) = \frac{1}{v} \int_0^{\infty} W_i(E) \cdot f(E) \cdot N(E)\, dE \qquad (13.2)$$

حيث أن $W_i(E)$ ـ احتمال التأين الذي يحسب بالطرق الكوانتو ميكانيكية، $f(E)$ ـ دالة التوزع اللامتوازن، $N(E)$ ـ كثافـــة الحالات و v السرعة الانسياقية. ويعطى احتمال التأين لأشبـــاه الموصلات ذات ثابـــت العزل الكهربائي المنخفض (كالجرمانيـــوم والسيليكون)، بالعلاقة:

$$W_i(E) \approx A(E - E_i)^2 \qquad (13.3)$$

حيث أن A معامل التناسب و E_i طاقة التأين.

تشترك ثلاثة حوامل للشحنة في عملية التأين الصدمي،وتتقاسم هذه الحوامل طاقة الحامل البدئي للشحنة بالتساوي تقريبا فيما بينها، وتساوي القيمة الحدية لطاقة التأين $E_i = \frac{3}{2} E_g$ ، حيث أن E_g عرض المنطقة المحظورة. وتلعب دالة التوزع $f(E)$ الدور الأساسي في تعيين تابعية معامل التأين الصدمي $\alpha(E)$ للحقل. وتبين الدراسة التفصيلية التي تجرى استنادا الى المعادلة الحركية أن الحصول على العبارة التحليلية لدالة التوزع في المجال الكلي للطاقة $0 < \epsilon < \infty$ غير ممكن، ولكن عبارتي $f(\epsilon)$ اللتين توافقان مجال الطاقة $E_i > \epsilon$ و $E_i < \epsilon$ يمكن استنتاجهما بدقة جيدة.

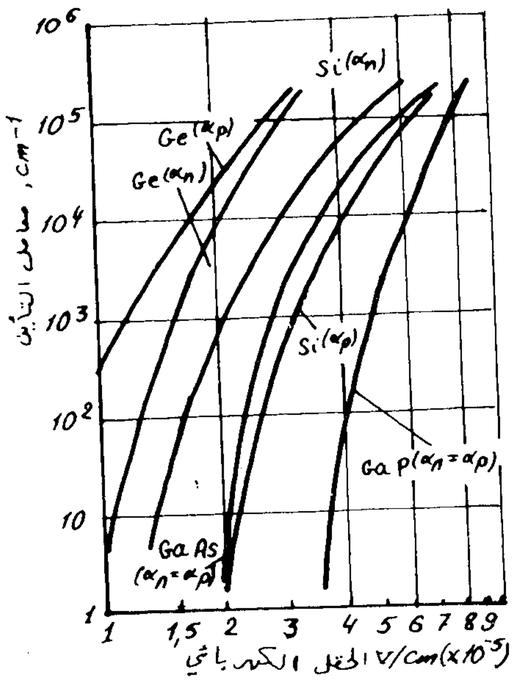
يتعلق تسريع الالكترونات الى **عتبة طاقة التشرد** E_i بقيمة النسبة بين عاملين: التسارع في الحقل الكهربائي الخارجي وتشتت الطاقة أثناء الاصطدام مع الفونونات. وتلعب **الفونونات الضوئية** الدور الأكثر أهمية في عملية استرخاء الطاقة (Relaxation)، حيث أن الطاقة التي يفقدها الالكترون عند الاصطدام مع فونون ضوئي تساوي $\hbar\omega_0 = const$ ، ولا يتعلق طول القفزة الحرة بهذه الطاقة، أي أن $l = const$. ويمكن تمثيل التسريع الى عتبة طاقة التشرد بالمخطط الاصطلاحي المعروض على الشكل 22_4. وقد حُمّلت على المحور الشاقولي الطاقة التي يكتسبها الالكترون في الحقل الكهربائي،وحملت على المحور الأفقي المسافة الوسطية التي يقطعها الالكترون بين اصطدامين تشرديين. وكما يبين الشكل، هناك امكانيتان لتسريع الالكترون للوصول الى عتبة طاقة التشرد.

الامكانية الأولى: عندما تكون الحقول الكهربائية شديدة جدا، أي عندما يتحقق الشرط $\hbar\omega_0 \ll e\mathcal{E}l$ ، حيث تجمع الالكترونات

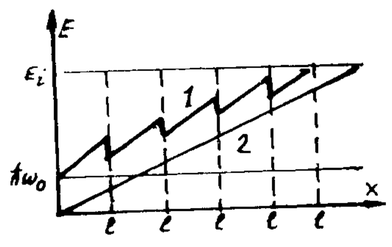
الطاقة اللازمة بعد القيام بعدة اصطدامات مع الفونونات، وذلك لأن الفقدان النسبي للطاقة من أجل كل اصطدام يكون صغيرا (الخط 1). وتبين النظرية أن تابعية α لـ $\mathcal{E}$ في هذه الحالة تكون من الشكل:

$$\alpha(E) \sim e^{-E_i/\mathcal{E}^2} \qquad (13.4)$$

ويمكن هنا أن نجري مقايسة مع الحركة الانتشارية للجسيمات، وبالتالي يدعى التقريب $\alpha(E)$ "بالانتشاري".



الشكل 21_4 تابعية معاملات الصدم التشردي المقاسة تجريبيا للحقل الكهربائي في المواد التالية Si، Ge، GaAs، InP.



الشكل 22_4 المخطط الاصطلاحي للتشرد الصدمي.

الامكانية الثانية: عندما تكون الحقول الكهربائية ضعيفة

الشدة نسبيا ($\hbar\omega \gg e\mathcal{E}\ell$)، تجمع حوامل الشحنة الطاقة اللازمة ضمن مسافة مساوية للعديد من أطوال القفزة الحرة (الخط 2). وتنحصر امكانية جمع الطاقة E_i في هذه الحالة ضمن احتمال وحيد وهو عدم حدوث أي اصطدام بين حوامل الشحنة والفونونات حتى تصل طاقة الحامل الى عتبة طاقة التشرد. وبما أن المسار المقطوع للوصول الى طاقة عتبة التشرد يساوي $\ell_i = E_i/e\mathcal{E}$ ، وطول القفزة الحرة بين اصطدامين مع الفونونات يساوي ℓ ، فان احتمال القفز الى عتبة التشرد دون حدوث اصطدام يعطى بالشكل:

$$e^{-\ell_i/\ell} \approx e^{-E_i/e\mathcal{E}\ell}$$

ووفقا لما تقدم، فان دالة التوزع ومعامل التشرد الصدمي أيضا، يكونان متناسبين مع المقدار

$$\alpha(E) \sim e^{-E_i/e\mathcal{E}\ell} \qquad (13.5)$$

وتصبح دالة التوزع ممطوطة بشدة في اتجاه الحقل الكهربائي، أي في اتجاه انسياق الحوامل، وبالتالي يدعى هذا التقريب "بالانسياقي".

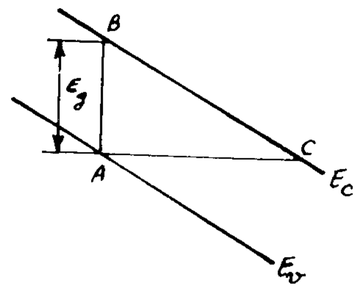
وتبين التجربة أن $\alpha(E)$ يحدد بشكل أساسي في الجرمانيوم والسليكون بقانونية من الشكل(13.5). بينما تلاحظ في المعابر الضيقة $P-n$ (يبدو ذلك بشكل واضح في Si خاصة) تابعية من الشكل(13.4). وتلاحظ هذه الأخيرة من أجل حقول $\mathcal{E} \leq 5.10^5$ فولط/سم.

14.4. المفعول النفقي والتأين الكهرساكن.

يمكن في الحقول الكهربائية الشديدة جدا أن تظهر آلية أخرى لتوليد حوامل الشحنة، وتدعى "بالمفعول النفقي" أو "مفعول زينر". ويرتبط ذلك بظاهرة ميلان المناطق الطاقية في أشباه

الموصلات الخاضعة لتأثير حقل كهربائي خارجي شديد (انظر الفقرة 10.). ويكون هذا الميلان أكبر كلما كانت شدة الحقل الخارجي أكبر. ويعرض الشكل 23_4 التركيب الممنطق لـ ش م ذاتي خاضع لتأثير حقل كهربائي خارجي شديد.

يبدو من الشكل23_4 امكانية عبور الالكترون من منطقة التكافؤ الى منطقة الناقلية بفضل المفعول النفقي. ويتعلق احتمال العبور النفقي بعلو الحاجز الكموني وبعرضه أيضا. ويمثل عرض المنطقة المحظورة E_g في هذه الحالة ارتفاع الحاجز الكموني AB . ويمكن أن يعين العرض الفعال للحاجز $Ac = \Delta x$ فرق الطاقتين الكامنتين للالكترون في النقطة c من منطقة الناقلية وفي النقطة A من منطقة التكافؤ. وبما أن الطاقة الكامنة تعين بدقة ثابت اضافي :



الشكل 23_4 التركيب الممنطق لشبه موصل ذاتي خاضع لتأثير حقل كهربائي خارجي شديد.

$$U(c) - U(A) = -e\mathcal{E}\Delta x = -E_g \qquad (14.1)$$

فان العرض الفعال للحاجز يعطى بالعلاقة :

$$\Delta x = \frac{E_g}{e\mathcal{E}} \qquad (14.2)$$

وهكذا فان عرض الحاجز الكموني يتعلق بشدة الحقل الكهربائي.

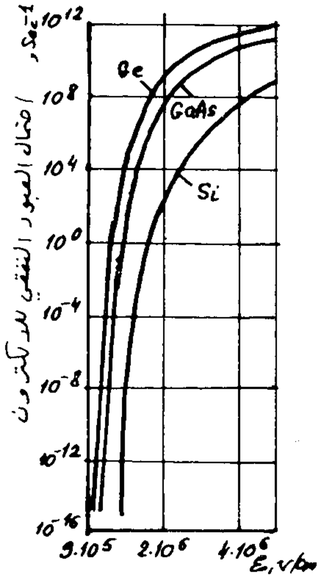
يتعلق عبور الالكترون من النقطة A الى النقطة C بالعبور خلال الحاجز الكموني المثلثي ABC . وكما هو معلوم من الميكانيك الكوانتي، فان احتمال العبور ضمن حاجز كموني مثلثي يعطى بالعلاقة

$$D = D_0 \cdot e^{-2\sqrt{2m^*}\,E_g^{3/2}/e\hbar\mathcal{E}} \qquad (14.3)$$

ينتج من العلاقة السابقة أن احتمال العبور النفقي يزداد في أشباه الموصلات ذات المناطق المحظورة الضيقة والكتل الفعالة الصغيرة (الشكل 24_4).

يتساوى احتمالا العبور النفقي من منطقة التكافؤ الى منطقة الناقلية ومن منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ. ولكن بما أن عدد الالكترونات في منطقة التكافؤ أكبر بكثير من عددها في منطقة الناقلية، فان العبور من منطقة التكافؤ الى الناقلية يكون مسيطرا. وهكذا فان العبور النفقي يمكن أن يؤدي الى زيادة معتبرة في تركيز الحوامل الحرة للشحنة ويلاحظ المفعول النفقي من أجل حقول شدتها 10^6 فولط/سم.

الشكل 25_4 انخفاض الحاجز الكموني تحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي.



الشكل 24_4 احتمال العبور النفقي للالكترونات كتابع لشدة الحقل في المعبر $P-n$.

يمكن أن يرتبط ازدياد تركيز الحوامل الحرة للشحنة بنقصان طاقة التأين لذرات الشائبة المانحة في الحقل الكهربائي الشديد. ويعرض الشكل 25_4 الطاقة الكامنة للالكترون في الذرة المانحة

في حالة غياب الحقل الكهربائي (المنحني المتقطع)، وفي حالة وجود الحقل (المنحني المتصل). ويكون الالكترون في حالة غياب الحقل الخارجي متموضع في الحفرة الكمونية التي تشكلها المانحة المشحونة ايجابيا، وتكون الطاقة الضرورية لنزع الالكترون مساوية E_d.

يعمل الحقل الخارجي على تخفيض ارتفاع الحاجز الكموني في اتجاه معاكس لاتجاه هذا الحقل.

يمكن كتابة الطاقة الكامنة للالكترون، بعد الأخذ بعين الاعتبار تأثير الحقل الكهربائي الخارجي المتجه وفق $\vec{r}$، على الشكل:

$$U(\vec{r}) = -e\mathcal{E}r - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \qquad (14.4)$$

ويعكس الحد الأول من هذه المساواة تغير الطاقة الكامنة في حقل كهربائي شدته $\vec{\mathcal{E}}$. ويعكس الحد الثاني التغير في الحقل الكولوني للمانحة. وينتج من العلاقة (14.4) أن الطاقة $U(\vec{r})$ في نقطة ما $\vec{r}_m$ تأخذ قيمة حديّة، وينخفض الحاجز الكموني في هذه النقطة بالقيمة:

$$\Delta U(\vec{r}_m) = -\sqrt{\frac{e\mathcal{E}}{\pi\varepsilon\varepsilon_0}} \cdot e \qquad (14.5)$$

وبالتالي تنخفض طاقة التأين للشائبة المانحة بنفس المقدار.

يؤدي انخفاض طاقة تشرد المانح، وفقا لاحصاء بولتزمان، الى زيادة احتمال الاثارة الحرارية بالمقدار:

$$e^{-\frac{\Delta U}{kT}} = e^{\frac{(e^3/\pi\varepsilon\varepsilon_0)^{1/2}}{kT}\sqrt{\mathcal{E}}} \qquad (14.6)$$

وتكون شدة الحقل الكهربائي التي تتم من أجلها زيادة ملحوظة في تركيز الالكترونات مساوية تقريبا 10^4 ـ 10^5 فولط/سم. وتتجلى هذه الآلية لتوليد الحوامل الحرة للشحنة فقط في الحالة التي يكون فيها تركيز الشوائب المانحة المعتدلة أكبر بكثير من تركيز الالكترونات الحرة.

الفصل الخامس

تولد واعادة توحد الحوامل اللامتوازنة للشحنة

1.5. الحوامل المتوازنة واللامتوازنة للشحنة.

ندرس شبه موصل الكتروني ضمن شروط التوازن الترمو ديناميكي. تنتقل الالكترونات من الشائبة المانحة الى منطقة الناقلية نتيجة للتولّد الحراري. ويحدث من أجل درجات حرارة مرتفعة بشكل كاف، قذف مباشر للالكترونات من منطقة التكافؤ الى منطقة الناقلية. وتدل الأسهم المبينة على الشكل 1ـ5 الى انتقال الالكترونات في حالة الاثارة الحرارية. وتدعى الحوامل الحرة للشحنة التي تنشأ نتيجة للتولّد الحراري والموجودة في حالة توازن حراري مع الشبكة البلورية "بالحوامل المتوازنة".

ويعرض الشكل 1ـ5 كثافة الحالات الكوانتية $N(\mathcal{E})$ أيضا في منطقتي الناقلية والتكافؤ، ودالة التوزع لفرمي-ديراك، وتركيز الالكترونات المتوازنة n_0 والثقوب المتوازنة p_0 التي تشغل الحالات الطاقية الى جوار حدود المنطقتين الموافقتين (المجالين المخططين).

تجري بالتوازي مع التولّد الحراري للحوامل الحرة وبنفس الوقت عملية اعادة التوحد: وتتمثل في عودة الالكترونات الى الحالات الحرة في منطقة التكافؤ، مما يؤدي الى اختفاء الكترون حر وثقب حر. وتتساوى تماما عمليتا التولد واعادة التوحد في شروط التوازن الترموديناميكي.

لنرمز بـ G_0 لعدد أزواج الالكترونات والثقوب المتولدة، وبـ R_0 لعدد الأزواج المتحدة خلال ثانية واحدة وذلك في واحدة الحجوم

من البلورة . يتناسب احتمال اعادة التوحد مع جداء تركيز الحوامل الحرة للشحنة ، أي أن:

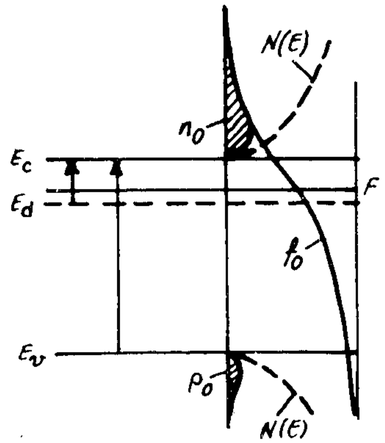
$$R_o = \gamma_r n_o p_o \qquad (1.1)$$

حيث أن γ_r معامل تناسب ويدعى "بمعامل اعادة التوحد". وتصح المساواة التالية عند تحقيق حالة التوازن لشبه الموصل:

$$G_o = R_o \qquad (1.2)$$

وتعبر هذه المساواة عن مبدأ التوازن الدقيق.

وترافق آلية التولد الحراري آليات أخرى تؤدي الى نشوء الحوامل الحرة للشحنة . فعلى سبيل المثال، تنشأ الحوامل الحرة



الشكل1-5 التولّد الحراري للحوامل الحرة للشحنة وتركيزها في حالة التوازن الترموديناميكي.

نتيجة لتعريض شبه الموصل للأشعة الضوئية ، أو نتيجة لانقطاع الروابط التكافؤية في الحقول الكهربائية الشديدة ، أو كنتيجة للحقن في المعابر $P-n$. ويبرز في جميع الحالات المذكورة تركيز ما n للالكترونات و P للثقوب يختلفان عن حالة التوازن

الترموديناميكي. وتدعى الحوامل المتحركة للشحنة التي لاتكون فيها حالة التوازن الترموديناميكي لامن حيث التركيز ولا من حيث التوزع الطاقي "بالحوامل اللامتوازنة للشحنة"، وتدعى تراكيزها n ، P "بالتراكيز اللامتوازنة". وتسمى التراكيز الاضافية للحوامل Δn ، ΔP بالمقارنة مع التراكيز المتوازنة n_o ، P_o "بالتراكيز الاضافية لحوامل الشحنة".

يمكن لحوامل الشحنة التي تتولد نتيجة لامتصاص الضوء مثلا، أن تمتلك طاقة حركية أكبر بكثير من الطاقة الوسطية الحرارية للجسيمات المتوازنة . وتمنح هذه الحوامل طاقتها الاضافية الى الشبكة البلورية بسرعة كبيرة نتيجة للتشتت على عيوب البلورة . لنفرض أن طاقة الالكترونات المتولدة بواسطة الضوء تساوي 1 الكترون فولط في منطقة الناقلية . تمنح هذه الالكترونات الى الشبكة البلورية طاقة مقدارها 6.10^{-4} الكترون فولط تقريبا من أجل كل اصطدام (انظر الفقرة 7.4)، وذلك نتيجة لتشتتها على الفونونات ذات الأمواج الطويلة . وهذا يعني أن الالكترونات الاضافية ينبغي أن تحقق حوالي 1600 اصطداما مع الفونونات الصوتية لكي تشتت طاقتها الاضافية . وبما أن طول القفزة الحرة الوسطية للالكترونات من رتبة 10^{-6} سم، وسرعتها الحرارية في درجة حرارة الغرفة حوالي 10^{7} سم/ثا، فان الزمن الوسطي بين كل اصطدامين يساوي تقريبا $\tau = 10^{-13}$ sec ، وهذا يعني أن الالكترونات الاضافية تملك درجة حرارة الشبكة البلورية خلال زمن قدره 10^{-10} 1,6.10 ثانية، ولا يمكن تمييزها عن الحوامل المتوازنة للشحنة . وبالتالي فان التوزع وفق الطاقة للالكترونات المتوازنة واللامتوازنة يصبح متماثلا. وتتلخص العملية السابقة بأن الالكترونات اللامتوازنة حينما تشتت طاقتها الاضافية تبدو وكأنها

انخفضت الى الحد السفلي لمنطقة الناقلية، في حين ترتفع الثقوب اللامتوازنة الى الحد العلوي لمنطقة التكافؤ حينما تشتت طاقتها الاضافية. واذا اختلف عندئذ تركيز الحوامل اللامتوازنة للشحنة اختلافا ضئيلا عن تركيز المتوازنة، أمكننا اعتبار طاقة البلورة ثابتة عمليا، وهذا يعني أن درجة حرارة البلورة لايطرأ عليها أي تغير، وبالتالي فان تركيز الحوامل المتوازنة للشحنة لايتغير. وتكون في هذه الحالة الكمية الكلية للالكترونات والثقوب مساوية على الترتيب:

$$n = n_0 + \Delta n \qquad (1.3)$$

$$P = P_0 + \Delta P$$

يمكن التعبير عن التركيز المستقر للالكترونات اللامتوازنة بصيغة مماثلة للصيغة (4.1ف3):

$$n = n_0 + \Delta n = \int_{\mathcal{E}_c}^{\infty} P_c(\mathcal{E}) \cdot N(\mathcal{E}) \cdot d\mathcal{E} \qquad (1.4)$$

حيث أن $P_c(\mathcal{E})$ دالة التوزع للالكترونات اللامتوازنة، وتختلف هذه الدالة عن دالة التوزع المتوازن $f_0(\mathcal{E})$، وتسعى اليها عند اقتراب الجملة اللامتوازنة من حالة التوازن الترموديناميكي. ويمكن تقديم العبارة (1.4) بشكل مماثل للعلاقة (4.3ف3)، بعد ادخال شبه سوية فرمي للالكترونات في الحالة اللامتوازنة F_n، بحيث يتحقق الشرط:

$$n = N_c \cdot F_{1/2}(\eta_n) \qquad (1.5)$$

حيث أن

$$\eta_n = \frac{F_n - \mathcal{E}_c}{KT} \qquad (1.6)$$

هي شبه سوية فرمي المختزلة للالكترونات.

يمكن تقديم تركيز الالكترونات اللامتوازنة في ش م فطري بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقات (5.11ف3)، (5.12ف3) و (5.15ف3) على الشكل:

$$n = N_c e^{\eta_n} = n_0 e^{\eta_n - \eta} = n_i \cdot e^{\eta_n - \eta_i} \qquad (1.7)$$

وتقدم عبارة تركيز الثقوب اللامتوازنة بشكل مماثل:

$$P = P_0 + \Delta P = \int_{-\infty}^{\mathcal{E}_v} P_h(\mathcal{E}) \cdot N(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = N_v F_{1/2}(-\eta_p - \mathcal{E}_i) \qquad (1.8)$$

حيث أن

$$\eta_p = \frac{F_p - \mathcal{E}_v}{KT} \qquad (1.9)$$

هي شبه سوية فرمي المختزلة للثقوب. ويمكن في الحالة الفطرية بعد الأخذ في الحسبان (5.13ف3) و (5.15ف3) أن نكتب عبارة P بالشكل:

$$P = N_v e^{-\eta_p - \mathcal{E}_i} = P_0 e^{\eta - \eta_p} = n_i \cdot e^{\eta_i - \eta_p} \qquad (1.10)$$

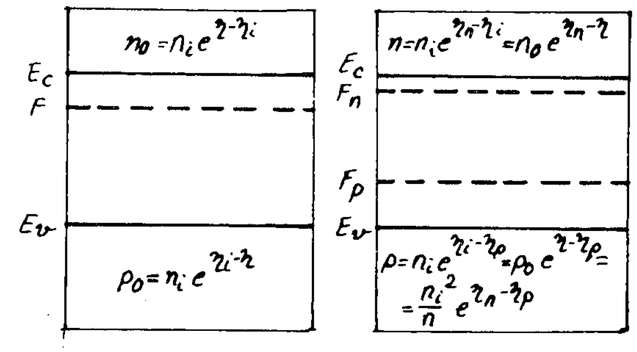
وهكذا يبدو وكأن سوية فرمي تنشطر في الحالة اللامتوازنة الى شبهي سوية فرمي: F_n للالكترونات و F_p للثقوب (الشكل2_5). ويختلف عندئذ جداء تركيزي الالكترونات والثقوب للحالة اللامتوازنة عن قيمته في الحالة المتوازنة:

$$np = n_0 p_0 e^{\zeta_n - \zeta_p} = n_i^2 e^{\zeta_n - \zeta_p} \qquad (1.11)$$

وتعكس المسافة الفاصلة بين شبهي سوية فرمي المختزلتين ($\zeta_n - \zeta_p$) مقدار انحراف الجملة عن حالة التوازن الترمو ديناميكي:

$$\frac{np}{n_0 p_0} = \frac{np}{n_i^2} = e^{\zeta_n - \zeta_p} \qquad (1.12)$$

وتعبر هذه النسبة عن العلاقة بين تركيزي الالكترونات والثقوب في



الشكل 2_5 انفصام سوية فرمي الى شبهي هذه السوية للالكترونات F_n والثقوب F_p . a)الحالة المتوازنة b) الحالة اللامتوازنة .

الحالة اللامتوازنة . ويلاحظ أنه كلما كان الفرق بين شبهي سوية فرمي للالكترونات والثقوب كبيرا، كلما ازداد اختلاف جداءتركيزي الالكترونات والثقوب في الحالة اللامتوازنة عنه في الحالة المتوازنة .

2.5. التولد ثنائي القطب الضوئي لحوامل الشحنة :

ندرس شبه الموصل الذي يتولد فيه تركيز اضافي ماللالكترونات والثقوب نتيجة امتصاص الضوء. وسوف ندعو عملية التولّد التي

ينشأ فيها نتيجة الإثارة أزواج الالكترونات والثقوب "بالتولد ثنائي القطب". ويرافق امتصاص كوانتوم (كمّ) ضوئي في هذه الحالة انقطاع لرابطة تكافؤية، وتكون كمية الالكترونات الاضافية المتولدة مساوية لكمية الثقوب:

$$\Delta n = \Delta p \qquad (2.1)$$

وتجري بالتوازي مع عملية التولّد عملية اعادة التوحّد،ويتساوى في الحالة المستقرة عدد الالكترونات والثقوب المتولدة في واحدة الزمن مع عدد الالكترونات والثقوب المتوحدة في نفس الفترة الزمنية . وبما أن الحوامل اللامتوازنة للشحنة تغدوخلال فترة زمنية قصيرة جدا مطابقة بطاقتها للحوامل المتوازنة، فمن الطبيعي أن نعتبر أنها تملك نفس معامل اعادة التوحد γ_r للحوامل المتوازنة .

يبدأ تركيز االالكترونات والثقوب بالتناقص بعد نزع الضوء المُهَيِّج،وذلك نتيجة لاعادة التوحد. وتحدد عندئذ سرعة اختفاء الالكترونات والثقوب الحرة بالفرق بين سرعتي اعادة التوحد والتولد الحراري :

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = -\left(\frac{dp}{dt}\right)_r = \gamma_r np - G_0 \qquad (2.2)$$

ويمكن اعادة الكتابة للعلاقة (2.2) بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقات (1.1)، (1.2) ، (1..3) و(2.1) لتأخذ الشكل:

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = \gamma_r \left(np - n_0 p_0 \right) = \gamma_r \left(n + p_0 + \Delta n \right) \Delta n \qquad (2.3)$$

اذا كانت شدة التولّد ضعيفة، فاننا نستطيع أن نكتب $n_0 + p_0 \gg \Delta n$ ، وبالتالي فان

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = -\gamma_r \left(n_0 + p_0 \right) \Delta n = -\gamma_r \left(n_0 + p_0 \right) \left(n - n_0 \right) \qquad (2.4)$$

وبادخال الرمز

$$\tau = \frac{1}{\gamma_r (n_o + p_o)} \qquad (2.5)$$

تأخذ المعادلة (2.4) الشكل:

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = -\frac{n - n_o}{\tau} = -\frac{\Delta n}{\tau} \qquad (2.6)$$

ومنه

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (2.7)$$

حيث أن $\Delta n(0)$ التركيز الاضافي للالكترونات لحظة ازاحة الاشارة الضوئية .

وهكذا فان التركيز الاضافي للالكترونات والثقوب في حالة الشدة الضعيفة للتولد ثنائي القطب، يتناقص وفق قانون أسي، وينخفض عددها نتيجة لاعادة التوحّد بـ e مرة خلال فترة زمنية τ . وبالتالي، يعد τ الزمن الوسطي لتواجد التركيز الاضافي للالكترونات والثقوب، ويدعى "بزمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة". وتكون سرعتا اختفاء الالكترونات والثقوب في ش م الذاتي متساويتين، وتُعَيَّن القيمة τ زمن حياة الزوج الالكتروني الثقبي. وتتغير قيمة زمن الحياة الحجمي للحوامل اللامتوازنة للشحنة في مجال واسع جدا 10^{-2} _ 10^{-8} ثانية، وذلك تبعا لمادة شبه الموصل ودرجة نقاوته . وبما أن قيمة τ كبيرة نسبيا، فان الالكترونات والثقوب الحرة التي تنتشر من المجال المجاور للسطح (أين يكون تركيزها كبيرا) الى جوف ش م، تتمكن خلال الزمن τ من قطع مسافة كبيرة . وبالتالي فان مجال تولد حوامل الشحنة في حالة التولد ثنائي القطب لايتطابق فضائيا مع مجال اعادة

توحدها.

نجد في حالة **الوتيرة** المرتفعة للتوا[illegible] أي عندما يكون $n_o + p_o \ll \Delta n$ ، من العلاقة (2.3) نجد

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = \gamma_r (\Delta n)^2 \qquad (2.8)$$

أي أن سرعة اعادة التوحد لحوامل الشحنة تتعلق بمربع Δn .

نعيد كتابة العلاقة (2.8) بالشكل:

$$\frac{dn}{(\Delta n)^2} = -\gamma_r \, dt \qquad (2.9)$$

ومنه

$$\Delta n = \frac{\Delta n(0)}{1 + \gamma_r \Delta n(0) \cdot t} \qquad (2.10)$$

تفيد العلاقة الأخيرة بأن تناقص التركيز الاضافي لحوامل الشحنة في حالة اعادة التوحد التربيعي يتم وفق قانون قطعي زائدي.

اذا أدخلنا مفهوم الزمن اللحظي للحياة τ_{inst} ، فانه وفقا للمعادلة (2.8) نستطيع أن نكتب في حالة اعادة التوحد التربيعي:

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = \frac{\Delta n}{\tau_{inst}} \qquad (2.11)$$

و

$$\tau_{inst} = \frac{1}{\gamma_r \Delta n} \qquad (2.12)$$

أي أن τ_{inst} يتعلق بتركيز الحوامل الاضافية للشحنة، ويُعَد تبعا لذلك مقدارا متحولا. غير أن τ_{inst} يملك في كل لحظة زمنية مفهوما محددا، حيث يُعْتَبَر زمن الحياة اللحظي لحامل الشحنة .

وبحكم ذلك فاننا نتعامل في حالة السوية المرتفعة للحقن مع الزمن اللحظي للحياة الذي يساوي وفقا للمعادلة (2.11):

$$\tau_{inst} = -\frac{\Delta n}{\frac{d(\Delta n)}{dt}} \qquad (2.13)$$

3.5. التولّد الحراري أحادي القطب. الزمن الماكسويلي للارتخاء.

يمكن أن تختلف عمليات تولد الحوامل اللامتوازنة للشحنة في أشباه الموصلات المشوبة بشكل جوهري عن تلك التي تحدث في المواد ذات الناقلية الذاتية الصرفة. نخص بالدراسة شبه موصل مشوب بذرات مانحة غير مؤينة بشكل تام في درجة الحرارة المعطاه. ولنفرض أن تعريض ش م المذكور للضوء يؤدي الى قذف الالكترونات من السوية الشائبية الى منطقة الناقلية. وتدعى عملية الاثارة هذه "بالتولد الضوئي أحادي القطب". وتتميز هذه العملية بتوليد تركيز اضافي للحوامل الأساسية للشحنة (الالكترونات في حالتنا). ولا يخرق عندئذ الاعتدال الكهربائي لـ ش م ، ذلك لأن الشحنة الاضافية للالكترونات الحرة تقابلها شحنة الايونات الموجبة للذرات المانحة.

اذا انحصرت ولادة الالكترونات اللامتوازنة في منطقة معينة من العيّنة، فان تركيز الالكترونات في هذه المنطقة يغدو مرتفعا، أي $n = n_0 + \Delta n$. ويتسبب وجود التركيز الاضافي للالكترونات بمنطقة معينة في انتقالها الى المجالات التي لاتحدث فيها الولادة، مما يؤدي الى نشوء شحنة حجمية. وتنشأ شحنة حجمية سالبة للالكترونات الاضافية خارج منطقة ولادتها، بينما تتمركز في منطقة الولادة شحنة موجبة مرتبطة بالايونات الموجبة للشائبة

المانحة. واذا توقفت عملية التولد في اللحظة $t = 0$ ، فان الحقل الكهربائي $\vec{\mathcal{E}}$ الذي تولده الشحنة الموجبة يتسبب في نشوء تيار ناقلية، يؤدي الى اختفاء الشحنة الحجمية بشكل كامل خلال فترة زمنية قصيرة.

يخضع تغير كثافة الشحنة الحجمية ρ نتيجة لجريان التيار ذي الكثافة $\vec{j}$ ، كما هو معلوم، لمعادلة الاستمرارية للشحنة الكهربائية:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \operatorname{div}(\sigma \vec{\mathcal{E}}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (3.1)$$

ويرتبط الحقل الكهربائي بالشحنة الحجمية وفق معادلة بواسون:

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \qquad (3.2)$$

حيث أن ε هو الثابت الكهربائي النسبي لشبه الموصل، ε_0 هو الثابت الكهربائي في الخلاء.

ينتج من المعادلتين (3.1) و (3.2) أن

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \rho \qquad (3.3)$$

ومنه نجد قانون تغير الشحنة الحجمية بتابعية الزمن

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \qquad (3.4)$$

حيث أن ρ_0 هي كثافة الشحنة الحجمية في اللحظة $t = 0$ و

$$\tau_\mu = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\sigma} \qquad (3.5)$$

"الزمن الماكسويلي للارتخاء" أو الزمن المعزالي للارتخاء. نورد

تقديرا عدديا للزمن الماكسويلي للارتخاء. يكون في حالة Ge
$\sigma = 1\ sz^{-1}.cm^{-1}$ و $\varepsilon = 16$ ، ومنه $\tau_\mu = 10^{-12}$.

تفيد العلاقة (3.4)، بأن الشحنة الحجمية التي تنشأ نتيجة للتولد أحادي القطب تتناقص مع الزمن وفق قانون أسيّ وبثابت زمني τ_μ . وبعبارة أخرى: ان الشحنة الحجمية التي يشكلها التركيز الاضافي للحوامل الأساسية للشحنة تختفي نتيجة لجريان تيار الناقلية خلال زمن وسطي يساوي τ_μ . وبما أن زمن الارتخاء الماكسويلي في أشباه الموصلات صغير بشكل كاف، فان السحابة الالكترونية للحوامل الاضافية للشحنة لايمكنها الابتعاد عن أيونات الشائبة لمسافة معتبرة خلال هذا الزمن القصير، وبالتالي فان التركيز المرتفع لحوامل الشحنة يتواجد في نفس الموضع الذي تحدث فيه الولادة. وهكذا فان التولد أحادي القطب واعادة توحد حوامل الشحنة يحدثان في نفس الموضع من شرم المشوب.

4.5. أشكال أعادة التوحد.

يمكن تبعا لآليات أعادة التوحد للحوامل أن نميز بين ثلاثة أنماط مختلفة :آ) اعادة التوحد المباشر لحوامل الشحنة بين المناطق، ب) واعادة التوحد خلال المراكز الموضعية (المحلية)، ج) واعادة التوحد السطحي.

تتحقق اعادة التوحد المباشر عندما ينتقل الكترون من منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ مباشرة، ويُرافَق هذا الانتقال باختفاء الكترون حر وثقب حر. ويراعى قانونا انحفاظ الطاقة وانحفاظ شبه الاندفاع عند تنفيذ هذه العملية. فاذا كانت ε' طاقة الالكترون و p' شبه اندفاعه في منطقة الناقلية (قبل اعادة التوحد)، وكانتا بعد اعادة التوحد ε و p على الترتيب، فان قانونيّ انحفاظ

الطاقة وشبه الاندفاع يكتبان على الشكل:

$$\varepsilon' = \varepsilon + \Delta\varepsilon \qquad \text{و} \qquad \vec{p}' = \vec{p} + \vec{q} \qquad (4.1)$$

حيث أن $\vec{q}$ ترمز هنا الى شبه الاندفاع الذي يمنحه الالكترون الى الشبكة البلورية، و $\Delta\varepsilon$ الطاقة الناتجة عن عملية اعادة التوحد.

وتصنف عمليات اعادة التوحد المباشر تبعا للشكل الذي تظهر فيه الطاقة $\Delta\varepsilon$، الى ثلاثة أنواع:

- اذا صدرت الطاقة المتحررة نتيجة لاعادة التوحد المباشر على شكل كوانتوم ضوئي، فان اعادة التوحد المباشر تدعى "بالاشعاعية أو الفوتونية".
- اذا منحت الطاقة المتحررة أثناء عملية التوحد المباشر الى الشبكة، أي اذا صرفت لتشكيل فونونات، فان اعادة التوحد المباشر تدعى "بالفونونية أو باللااشعاعية".
- اذا منحت الطاقة الصادرة عن العملية الى حامل حر ثالث للشحنة فان اعادة التوحد المباشر تدعى "بالصدمية أو باعادة التوحد الأوجي":

تحتوي بلورات شرم دائما على عيوب مختلفة، وتقع السويات الطاقية لهذه العيوب في المنطقة المحظورة، وبالتالي تجري بالتوازي مع اعادة التوحد المباشر منطقة- منطقة عملية اعادة التوحد خلال المراكز المحلية. ويدعى عيب الشبكة القادر على اقتناص الكترون من منطقة الناقلية وثقب من منطقة التكافؤ وتحقيق اعادة التوحد فيما بينها "بمصيدة اعادة التوحد". وتُنَفَّذ في هذه الحالة عملية اختفاء الزوج الالكتروني- الثقبي (الكترون منطقة الناقلية وثقب منطقة التكافؤ) بالاسلوب التالي: تقتنص مصيدة اعادة التوحد المعتدلة كهربائيا الكترونا من منطقة

الناقلية ، وبعد فترة قصيرة ينتقل هذا الالكترون الى منطقة التكافؤ. ويمكن لاعادة التوحد خلال المراكز المحلية أن تكون فوتونية أو فونونية ، وذلك تبعا لشكل الطاقة الناتجة ΔE عن عملية انتقال الالكترون الى سويات أخفض.

تدعى عملية اعادة توحد حوامل الشحنة التي تتم على سطح ش م "باعادة التوحد السطحي". وتحدث هذه العملية خلال مصائد اعادة التوحد السطحية ، ويمكن أن تجري مرفوقة باصدار للضوء أو بدون ذلك (فوتونية أو فونونية).

5.5. اعادة التوحد المباشر الاشعاعي منطقة ـ منطقة .

ينتقل الالكترون في عملية اعادة التوحد المباشر الاشعاعي منطقة ـ منطقة من منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ، ويصدر أثناء ذلك كوانتوم ضوئي (فوتون)، تساوي طاقته عرض المنطقة المحظورة :

$$h\nu = E_g \qquad (5.1)$$

تكون كمية حوامل الشحنة التي يعاد توحدها في واحدة الحجم وخلال واحدة الزمن المرفقة باصدار فوتونات، في شروط التوازن الترموديناميكي ـ وفقا لمبدأ التوازن الدقيق ـ مساوية لعدد حوامل الشحنة المتولدة من أجل امتصاص نفس الفوتونات . وبتعبير آخر، تتساوى كثافة الاشعاع المتوازن R^o_{em} مع عدد الفوتونات الممتصة R^o_{abs} في واحدة الحجم وخلال واحدة الزمن. زدّ على ذلك، فان شدة عملية اعادة التوحد المباشر الاشعاعي تتناسب مع جداء تركيزيّ الالكترونات والثقوب المتوازنة :

$$R^o_{abs} = R^o_{em} = \gamma_r n_o p_o = \gamma_r n_i^2 \qquad (5.2)$$

حيث أن γ_r معامل اعادة التوحد المباشر الاشعاعي منطقة ـ منطقة .

يكون تركيز حوامل الشحنة اللامتوازنة أثناء الانحراف عن حالة التوازن مساويا :

$$n = n_o + \Delta n \qquad \text{و} \qquad p = p_o + \Delta p$$

وتميّز هذه الحوامل، كما أشرنا في الفقرة 2.5، بنفس معامل اعادة التوحد المباشر للحالة المتوازنة . واذا بقيت الحالة الفطرية هي السائدة ، فان التناسب بين سرعة اعادة التوحد المباشر R وجداء تركيزيّ الالكترونات والثقوب اللامتوازنة يبقى محفوظا . وبالتالي يمكن بعد تعيين γ_r من (5.2)، أن نكتب :

$$R = \gamma_r \cdot n \cdot p = \frac{np}{n_i^2} R^o_{em} \qquad (5.3)$$

نقوم بتعيين زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة اعادة التوحد الاشعاعي المباشر منطقة ـ منطقة . يكون τ_{nr} من أجل الالكترونات ، وفقا للمساواة (2.6)، مساويا :

$$\tau_{nr} = -\frac{\Delta n}{\frac{dn}{dt}} \qquad (5.4)$$

وعندما ينزع التحريض الخارجي، تعيّن سرعة تغيّر تركيز الالكترونات الحرة بالفرق بين شدة اعادة التوحّد المباشر R والتولّد المتوازن R^o_{em} . وبما أن $R^o_{abs} = R^o_{em}$ ، فان

$$-\frac{dn}{dt} = R - R^o_{em} \qquad (5.5)$$

وبعد أخذ ذلك بعين الاعتبار، نعيد كتابة المساواة (5.4) بالشكل:

$$\tau_{nr} = \frac{\Delta n}{R - R^o_{em}} = \frac{\Delta n}{\Delta R} \qquad (5.6)$$

حيث أن ΔR تغير سرعة اعادة التوحد المباشر أثناء انحراف

الجملة عن حالة التوازن.

يمكن بشكل مماثل أن نكتب علاقة تخص الثقوب:

$$\tau_{Pr} = \frac{\Delta P}{R - R^{o}_{em}} = \frac{\Delta P}{\Delta R} \qquad (5.7)$$

وتعين ΔR من الصيغتين(5.3) و (5.2):

$$\Delta R = R - R^{o}_{em} = R^{o}_{em} \frac{np - n_i^2}{n_i^2} \qquad (5.8)$$

نعوض في العلاقة (5.8) n و P بقيمتها، ونستبدل n_i^2 بـ $n_0 P_0$ فنحصل على:

$$\Delta R = R^{o}_{em} \frac{n_0 \Delta P + P_0 \Delta n + \Delta n \Delta P}{n_0 P_0} \qquad (5.9)$$

وتأخذ العبارة (5.6) عندئذ الشكل:

$$\tau_{nr} = \Delta n \frac{n_0 P_0}{R^{o}_{em}(n_0 \Delta P + P_0 \Delta n + \Delta n \Delta P)} \qquad (5.10)$$

وتبسط العلاقة (5.10) عندما يكون $\Delta n = \Delta P$:

$$\tau_{nr} = \tau_{Pr} = \frac{n_0 P_0}{R^{o}_{em}(n_0 + P_0 + \Delta n)} \qquad (5.11)$$

نقوم بتحليل العبارة الحاصلة: يكون لدينا في حالة **وتيرة** منخفضة للاثارة $n_0 + P_0 \gg \Delta n$. وبالتالي تصبح (5.11)، بعد الأخذ بعين الاعتبار (5.2)، على الشكل:

$$\tau_{nr} = \tau_{Pr} = \frac{n_i^2}{R^{o}_{em}(n_0 + P_0)} = \frac{1}{\gamma_r (n_0 + P_0)} \qquad (5.12)$$

يكون في حالة شبه موصل ذاتي $n_0 = P_0 = n_i$ ، وبالتالي

$$\tau_{ir} = \frac{n_i}{2R^{o}_{em}} = \frac{1}{2\gamma_r n_i} = \frac{e^{E_g/2KT}}{2\gamma_r (N_c N_v)^{1/2}} \qquad (5.13)$$

يكون في حالة المواد من النوع-n ($P_0 \ll n_0$):

$$\tau_r^{n} = \frac{P_0}{R^{o}_{em}} = 2\frac{n_i}{n_0}\tau_{ir} = \frac{1}{\gamma_r n_0} \qquad (5.14)$$

ويكون في حالة المواد من النوع-P ($n_0 \ll P_0$):

$$\tau_r^{P} = \frac{n_0}{R^{o}_{em}} = 2\frac{n_i}{P_0}\tau_{ir} = \frac{1}{\gamma_r P_0} \qquad (5.15)$$

يبين تحليل العبارات (5.13) - (5.15)، أن زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة في ش م ذاتي وفي حالة اعادة التوحد المباشر يكون أصغر كلما كانت درجة الحرارة أكبر وكلما صغر عرض المنطقة المحظورة (انظر الجدول 1-5). ويكون زمن الحياة للحوامل اللامتوازنة للشحنة في ش م المشوب أصغر منه في ش م الذاتي، وتتناقص قيمته كلما ازدادت درجة الاشابة ودرجة الحرارة.

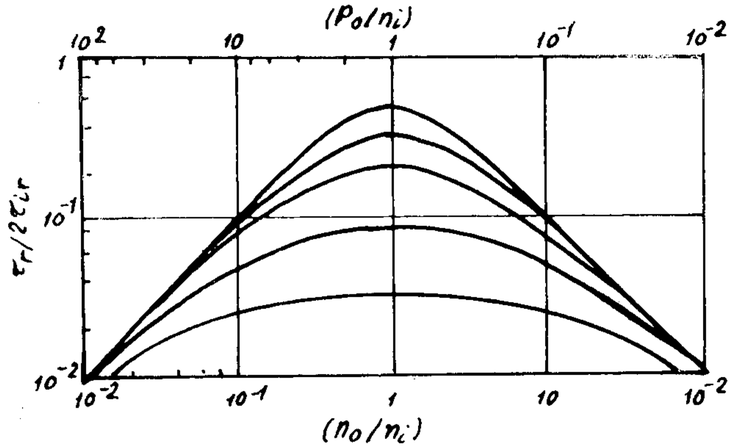
يعرض الشكل 3-5 تابعية زمن الحياة في حالة اعادة التوحد المباشر الاشعاعي لدرجة الاشابة، أي لتركيز حوامل الشحنة في درجة حرارة ثابتة، وذلك من أجل سوية منخفضة للاثارة. ويمكن أن ننظر على هذا الرسم الى المسطرة اللوغاريتمية لتركيز حوامل الشحنة على أنها مسطرة خطية لموضع سوية فرمي، ذلك لأن

$$n = N_c e^{-(E_c - F)/KT}$$

أضف الى ذلك فان نقطتها المتوسطة توافق سوية فرمي لشبه

الموصل الذاتي. ويتبين من التابعيات الواردة على الشكل أن زمن الحياة في ش م الذاتي يتناقص بشكل حاد عند زيادة سوية الاثارة، بينما يتناقص في ش م المشوب بشكل ضعيف.

نحسب المقدار R^o_{em} ، مستخدمين لهذه الغاية نظرية انشتين للاشعاع المتوازن. ان عدد الحالات الكوانتية للفوتونات المحصورة



الشكل 3-5 تابعية زمن الحياة في حالة اعادة التوحد المباشر الاشعاعي منطقة - منطقة لتركيز حوامل الشحنة في درجة حرارة ثابتة ومن أجل سوية اثارة منخفضة. تكون النسبة $\Delta n/n_i = 0$ في النهايات العظمى للمنحنى العلوي، وتساوي النسبة المذكورة من أجل المنحنيات اللاحقة 1، 3، 10، 30.

في مجال شبه الاندفاع $\vec{P}$ و $\vec{P}+d\vec{P}$ يساوي:

$$\frac{P^2 dP}{h^3} \qquad (5.16)$$

ولكي نعين كمية الخلايا المشغولة بالفوتونات، ينبغي أن نضرب (5.16) بدالة التوزع لبوز - انشتين:

$$f_{ph} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (5.17)$$

ويكون العدد الكلي للفوتونات ذات الاندفاع $\vec{P}$ الصادرة ضمن الزاوية المجسمة $d\Omega$ مساويا:

$$dn_{ph} = \frac{2}{h^3} f_{ph} P^2 dP^2 d\Omega \qquad (5.18)$$

حيث أن ادخال الثابت 2 يعني الأخذ في الحسبان الاستقطاب المختلف للضوء.

يرتبط اندفاع الفوتون بالطاقة ($E = h\nu$) وفق العلاقة:

$$P = \frac{E}{v_{ph}} = \frac{h\nu}{v_{ph}} = \frac{\bar{n} h\nu}{c} \qquad (5.19)$$

وترمز $v_{ph} = \frac{c}{\bar{n}}$ هنا الى سرعة الفوتون في الوسط المعطى، و c الى سرعة الضوء في الخلاء، و $\bar{n}$ الى قرينة انكسار الوسط. ونحصل من الصيغة (5.19) على:

$$dP = \frac{\bar{n} h}{c} d\nu \qquad (5.20)$$

نضع هذه القيمة في (5.18) ونكامل في مجال الزوايا من 0 الى 4π ، فنجد:

$$dN = \int_0^{4\pi} \frac{2}{h^3} f_{ph} P^2 dP d\Omega = \frac{8\pi}{h^3} f_{ph} P^2 dP = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\bar{n}^3 \nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (5.21)$$

اذا رمزنا لاحتمال امتصاص الفوتون ذي التواتر ν بـ $g(\nu)$، فاننا نحصل من أجل شدة الامتصاص التي تساوي في شروط التوازن الترموديناميكي شدة الاشعاع، على العبارة التالية:

$$R^o_{abs} = R^o_{em} = \int_0^{\infty} g(\nu)\, dN = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\bar{n}^3 g(\nu) \nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (5.22)$$

ان زمن حياة الفوتون τ_{ph} يساوي الى مقلوب احتمال امتصاصه.

ويمكن تعيين المقدار τ_{ph} اذا عُلم طول القفزة الحرة ℓ_{ph} وسرعة الفوتون v_{ph}. وبنفس الوقت يلاحظ أن طول القفزة الحرة للفوتون تتناسب عكسا مع معامل الامتصاص $\alpha(\nu)$ ، أي أن $\ell_{ph} = \frac{1}{\alpha(\nu)}$. ونحصل في النتيجة على :

$$\tau_{ph} = \frac{1}{g(\nu)} = \frac{\ell_{ph}}{v_{ph}} = \frac{\bar{n}}{c\,\alpha(\nu)} \qquad (5.23)$$

نعوض قيمة $g(\nu)$ من (5.23) في (5.22) فنجد أن:

$$R^{o}_{em} = \gamma_r n_i^2 = \frac{8\pi}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\bar{n}^2 \alpha(\nu) \nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (5.24)$$

يتضمن الجدول 1_5 قيم n_i و R^{o}_{em} و τ_{ir} للانتقالات المرفقة

شبه الموصل	عرض المنطقة المحظورة, eV	n_i , cm^{-3}	R^{o}_{em} , $cm^{-3}.sec^{-1}$	τ_{ir}	τ_{ext}, μsec
Si	1,08	$1,5.10^{10}$	$4,5.10^{5}$	4,6 hour	2500
Ge	0,66	$2,4.10^{13}$	$2,0.10^{13}$	0,61 sec	150
GaAs	0,71	$4,3.10^{12}$	$2,4.10^{14}$	0,009 sec	0,37
IaAs	0,31	$1,6.10^{15}$	$5,4.10^{19}$	15 μsec	0,24
InSb	0,18	$2,0.10^{15}$	$1,6.10^{22}$	0,62 μsec	0,12
PbS	0,41	$7,1.10^{14}$	$2,4.10^{19}$	15 μsec	0,21
PbTe	0,32	$4,0.10^{15}$	$8,3.10^{20}$	2,4 μsec	0,19
PbSe	0,29	$6,2.10^{15}$	$1,5.10^{21}$	2 μsec	0,25

الجدول 1_5. اعادة التوحد المباشر الاشعاعي في درجة الحرارة 300 كلفن لبعض أشباه الموصلات.

بالاشعاع من منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ من أجل بعض

أشباه الموصلات.

ينتج عن معطيات الجدول 1_5، أن زمن الحياة للحوامل اللامتوازنة في حالة اعادة التوحد المباشر الاشعاعي ينخفض بتناقص عرض المنطقة المحظورة. ويلاحظ أن القيم المحسوبة τ_{ir} تكون قريبة من القيم التجريبية فقط من أجل أشباه الموصلات ذات المناطق المحظورة الضيقة. بينما يوجد فرق واضح بين القيم المحسوبة والقيم المقاسة في حالة أشباه الموصلات ذات المناطق المحظورة العريضة، ويرتبط ذلك بالاحتمال الكبير للانتقالات الغير مرفقة بالاشعاع من أجل أشباه الموصلات الأخيرة.

ينخفض زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة بزيادة درجة الاشابة، وذلك وفقا للعلاقتين(5.14) و (5.15). فعلى سبيل المثال، يكون زمن الحياة من أجل الجرمانيوم المشوب بشدة ($n_0 = 10^{19}\ cm^{-3}$) مساويا :

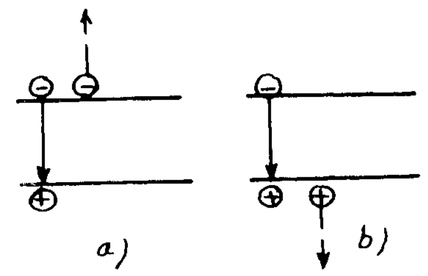
$$\tau_r^{n} = 2\,\frac{n_i}{n_0}\,\tau_{ir} \approx 2\,\frac{2,4.10^{13}}{10^{19}}\,0,61 \approx 3.10^{-6}\,sec = 3\,\mu sec$$

يتهيأ لنا أن زيادة درجة الاشابة للمادة ينبغي أن تزيد من احتمال اعادة التوحد المباشر الاشعاعي منطقة ـ منطقة. غير أن زيادة تركيز الشوائب ترافق بظهور عدد كبير من العيوب، ويؤدي ذلك الى سيطرة عملية اعادة التوحد خلال المصائد. وبالتالي تتطلب دراسة عملية اعادة التوحد المباشر الاشعاعي استخدام أشباه نقية نسبيا.

6.5. اعادة التوحد المباشر الصدمي منطقة ـ منطقة.

اذا حدث في نفس اللحظة اصطدام الكترونين حرّين مع ثقب

واحد أو حدث اصطدام ثقبين مع الكترون حر واحد، فمن الممكن أن يعاد توحد اثنين منها وتمنح الطاقة الناتجة الى الحامل الثالث الذي ينتقل الى سوية أعلى للطاقة في المنطقة الطاقية الموافقة، ويصبح هذا الحامل"ساخنا". ويمنح الحامل الساخن طاقته الى الفونونات ويصبح في حالة توازن مع الشبكة البلورية. وتعد هذه العملية لاعادة التوحد عملية عكسية للتأين الصدمي أين ينشأ زوج ثقبي-الكتروني على حساب الطاقة التي يمنحها الحامل الحر للشحنة عند انتقاله في المنطقة الى سويات طاقية أخفض. ويعرض الشكل 4-5 مخططا لعملية اعادة التوحد المباشر الصدمي، حيث يقوم الالكترون (a) أو الثقب (b)



الشكل 4-5 مخطط اعادة التوحد الصدمي المباشر.

بدور الحامل الثالث للشحنة.

يكون احتمال اصطدام الأزواج الالكترو-ثقبية بالالكترون الحر متناسبا مع n^2p وبالثقب p^2n. وهكذا فان تناقص تركيز الالكترونات الحرة أو الثقوب نتيجة لاعادة التوحد المباشر الصدمي، يعين بالعلاقة:

$$-\frac{dn}{dt} = -\frac{dp}{dt} = \gamma_n^{(n)} n^2 p + \gamma_p^{(p)} p^2 n - \gamma_n^{(n)} n_0^2 p_0 - \gamma_p^{(p)} p_0^2 n_0 \quad (6.1)$$

حيث أن $\gamma_n^{(n)}$ و $\gamma_p^{(p)}$ معاملا اعادة التوحد المباشر الصدمي باشتراك الكترون كحامل ثالث للشحنة أو ثقب على الترتيب. ويعكس الحدان الأخيران في العبارة (6.1) شدة التولّد في حالة التوازن

الترموديناميكي. وتجدر الاشارة الى أن أبعاد معامل اعادة التوحد الصدمي تختلف عن أبعاد المعاملات المرافقة في الأنواع الأخرى لاعادة التوحد.

نعوض في العبارة (6.1) قيمتي n و p ونحصل $\Delta p = \Delta n$، وننشر الحدود للمعادلة وفق قوى Δn، فنحصل على:

$$-\frac{d}{dt}\Delta n = -\frac{d}{dt}\Delta p = \Delta n\left(\gamma_n^{(n)} n_0^2 + 2\gamma_n^{(n)} n_0 p_0 + 2\gamma_p^{(p)} n_0 p_0 + \right.$$

$$+ \gamma_p^{(p)} p_0^2 + \Delta n^2 \left(\gamma_n^{(n)} p_0 + 2\gamma_n^{(n)} n_0 + 2\gamma_p^{(p)} p_0 + \gamma_p^{(p)} n_0\right) +$$

$$\left. + \Delta n^3 \left(\gamma_n^{(n)} + \gamma_p^{(p)}\right)\right. \quad (6.2)$$

نوجد عبارة زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة اعادة التوحد المباشر الصدمي وفقا لـ (6.2) بتقريب سوية منخفضة للحقن ($n_0 + p_0 \gg \Delta n$). نقوم من أجل ذلك بحذف الحدود الحاوية على الأس الثاني والثالث لـ Δn في العبارة (6.2)، فنحصل على:

$$\tau_{nA} = \tau_{pA} = -\frac{\Delta n}{d\Delta n/dt} =$$

$$= \frac{1}{\gamma_n^{(n)} n_0^2 + 2\gamma_n^{(n)} n_i^2 + 2\gamma_p^{(p)} n_i^2 + \gamma_p^{(p)} p_0^2} \quad (6.3)$$

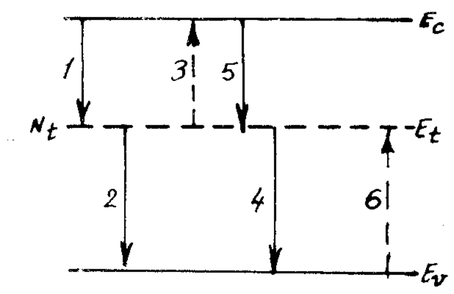
ندرس الحالات الخاصة التالية:

1) شبه موصل ذاتي ($n_0 = p_0 = n_i$)

$$\tau_{iR} = \frac{1}{3(\gamma_n^{(n)} + \gamma_p^{(p)}) n_i^2} = \frac{1}{3(\gamma_n^{(n)} + \gamma_p^{(p)}) N_c N_v} e^{E_g/kT} \quad (6.4)$$

المعتدلة الكترونا من منطقة الناقلية، وتكتسب شحنة سالبة (المسلك 1)، وينتقل بعدئذ الالكترون من سوية المصيدة الى منطقة التكافؤ (المسلك 2)، مما يكافئ اقتناص المصيدة السالبة ثقبا من منطقة التكافؤ. وعند انخفاض تركيز الثقوب الحرة يصبح احتمال العملية الثانية ضعيفا، وتغدو ممكنة عودة الالكترونات من المصيدة الى منطقة الناقلية (المسلك 3).

اذا حوت المادة على كمية كبيرة من الثقوب الحرة، فان اقتناصهم من قبل المصائد يتم بوتيرة مرتفعة، أي عبور الالكترونات من المصائد الى منطقة التكافؤ (المسلك 4)، وبعد ئذ يتم اقتناص الكترونا من منطقة الناقلية (المسلك 5). واذا كان تركيز الكترونات الناقلية صغيرا، فمن الممكن تحرير ثقب، أي عودة الثقب الى منطقة التكافؤ (المسلك 6).



الشكل 6-5 مسالك الالكترونات المرتبطة باعادة التوحد خلال المراكز المحلية.

ننتقل الآن الى الحسابات الكمية للعملية السابقة. اذا رمزنا بـ $f_t = f(E_t)$ الى احتمال امتلاء المصيدة بالالكترون فان $1 - f_t$ يرمز الى احتمال عدم وجود الالكترون في المصيدة، أي احتمال كون المصيدة شاغرة. وتكون عندئذ وتيرة اقتناص الالكترونات من قبل المصائد $R^n_{capture}$ متناسبة مع تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية n ومع عدد الأمكنة الشاغرة على سوية المصيدة $N_t(1-f_t)$:

$$R^n_{cap} = \gamma_n n N_t (1 - f_t) \qquad (7.1)$$

حيث أن γ_n معامل أسر الالكترونات اللامتوازنة من قبل المصائد.

وتكون كمية الالكترونات R^n_{ret} العائدة من المصائد الى منطقة الناقلية نتيجة للاصدار، متناسبة مع تركيز الالكترونات في المصائد

$$R^n_{ret} = \beta_n f_t N_t \qquad (7.2)$$

حيث أن β_n معامل تحرر الالكترونات من المصائد.
ويعين تغير تركيز الالكترونات اللامتوازنة في منطقة الناقلية بالفرق بين وتيرتي الأسر والتحرر:

$$-\frac{dn}{dt} = R^n_{cap} - R^n_{ret} = \gamma_n n N_t (1 - f_t) - \beta_n N_t f_t \qquad (7.3)$$

لكي نعين العلاقة بين المعاملين γ_n و β_n، ينبغي دراسة حالة التوازن الترموديناميكي. يكون احتمال امتلاء سوية المصيدة بالاكترون في حالة التوازن الترموديناميكي مساويا:

$$f_{ot} = f(E_t) = \frac{1}{e^{(E_t - F)/kT} + 1}$$

اذا بقي ش م فطريا في الحالة اللامتوازنة، فان الجزء الأكبر من زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة لايختلف فيزيائيا عن الحالة المتوازنة. وبالتالي يمكن أن تتميز الحوامل المتوازنة للشحنة أيضا بمعاملي الأسر γ_n والتحرر β_n. ونجد اعتمادا على المساواة (7.3)، أين يكون $\frac{dn_0}{dt} = 0$ في حالة التوازن الترموديناميكي، أن:

$$\beta_n = \gamma_n n_0 \left(\frac{1}{f_{ot}} - 1\right) = \gamma_n N_c e^{-(E_c - F)/kT} \cdot e^{(E_t - F)/kT} =$$

$$= \gamma_n N_c \cdot e^{-(E_c - E_t)/kT} = \gamma_n n_1 \qquad (7.4)$$

حيث أن

$$n_1 = N_c\, e^{-(E_c - E_t)/kT} \qquad (7.5)$$

يمثل التركيز المتوازن للالكترونات في منطقة الناقلية، وذلك عندما تنطبق سوية فرمي على سوية المصيدة.

نعيد كتابة المعادلة (7.3) باستخدام المساواة (7.4) على الشكل:

$$-\frac{dn}{dt} = \gamma_n N_t \cdot \left[n\,(1 - f_t) - n_1 f_t \right] \qquad (7.6)$$

وتعين هذه العبارة سرعة تغير تركيز الالكترونات اللامتوازنة في منطقة الناقلية نتيجة لعمليتيّ أسر الالكترونات من قبل المصائد وتحرير الالكترونات من المصائد وعودتها الى منطقة الناقلية.

تصاغ عبارة سرعة تغير تركيز الثقوب اللامتوازنة في منطقة التكافؤ بالشكل:

$$-\frac{dP}{dt} = \gamma_p P N_t f_t - \beta_p N_t (1 - f_t) \qquad (7.7)$$

ويدل الحد الأول من الطرف الأيمن لهذه العلاقة على كمية الثقوب الأسرى من قبل المصائد، ويدل الحد الثاني على عدد الثقوب العائدة من المصائد الى منطقة التكافؤ. ويمثل المقداران γ_p و β_p معاملييّ الأسر والتحرر للثقوب على الترتيب.

نجد من شرط التوازن الترموديناميكي ($\frac{dP_0}{dt} = 0$)، أن:

$$\beta_p = \gamma_p P_0 \frac{f_{ot}}{1 - f_{ot}} = \gamma_p N_v \cdot e^{(E_v - F)/kT} \cdot e^{-(E_t - F)/kT} =$$

$$= \gamma_p N_v \cdot e^{(E_v - E_t)/kT} = \gamma_p P_1 \qquad (7.8)$$

حيث أن

$$P_1 = N_v\, e^{(E_v - E_t)/kT} \qquad (7.9)$$

يمثل التركيز المتوازن للثقوب في منطقة التكافؤ، عندما تنطبق سوية فرمي على سوية المصيدة.

نعوض العبارة (7.8) في (7.7)، فنجد:

$$-\frac{dP}{dt} = \gamma_p N_t \left[P f_t - P_1 (1 - f_t) \right] \qquad (7.10)$$

وتعين هذه العبارة سرعة تغير تركيز الثقوب اللامتوازنة في منطقة التكافؤ نتيجة لأسر الثقوب من قبل المصائد ولتحررها من المصائد وعودتها الى منطقة التكافؤ.

ونجد باستخدام المعادلتين (7.6) و(7.10) تغير كمية الالكترونات الموجودة في المصائد. ويتعين هذا التغير بتغير تركيز الالكترونات اللامتوازنة في منطقة الناقلية والثقوب في منطقة التكافؤ:

$$N_t \frac{df_t}{dt} = \frac{dn}{dt} - \frac{dP}{dt} =$$

$$= \gamma_p N_t \left[P f_t - P_1 (1 - f_t) \right] - \gamma_n N_t \left[n\,(1 - f_t) - n_1 f_t \right] \qquad (7.11)$$

نكتب شرط الاعتدال الكهربائي الموضعي لشبه موصل متجانس يحوي كمية ما من أيونات شائبة مانحة N_d^+. يكون هذا الشرط في حالة التوازن من الشكل:

$$n_o + N_t f_{ot} = P_o + N_d^+ \qquad (7.12)$$

سوف نعتبر أن عدد أيونات الشائبة المانحة لايتغير في الحالة اللامتوازنة . يكون عندئذ:

$$n + N_t f_t = P + N_d^+ \qquad (7.13)$$

ونحصل بطرح (7.12) من (7.13) على علاقة للتركيز الاضافي لحوامل الشحنة:

$$n - n_0 + N_t (f_t - f_{ot}) = P - P_0 \qquad (7.14)$$

أو

$$\Delta n + N_t \Delta f_t = \Delta P$$

اذا كان تركيز المصائد في ش م صغيرا بالمقارنة مع كثافة الحوامل الاضافية للشحنة، أي أن $\Delta n \gg N_t$ ، فان كمية الالكترونات $N_t \Delta f_t$ المستوطنة على المصائد يمكن اهمالها. ويكون ضمن هذا الشرط التركيز الاضافي للالكترونات مساويا للتركيز الاضافي للثقوب، أي أن

$$\Delta P = \Delta n \qquad (7.15)$$

وبالتالي $\frac{dn}{dt} = \frac{dP}{dt}$ ، ونستخرج من المعادلة (7.11) التي تصبح مساوية للصفر دالة التوزع للالكترونات الواقعة في المصائد:

$$f_t = \frac{\gamma_n n + \gamma_p P_1}{\gamma_n (n + n_1) + \gamma_p (P + P_1)} \qquad (7.16)$$

نعوض القيمة الناتجة لـ f_t في العبارة (7.6) ، فنحصل على:

$$-\frac{dn}{dt} = \frac{\gamma_n \gamma_p N_t (nP + n_1 P_1)}{\gamma_n (n + n_1) + \gamma_p (P + P_1)} \qquad (7.17)$$

يمكن استنادا الى العلاقة السابقة تعيين زمن الحياة للحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة اعادة التوحد خلال المصائد. ونجد بعد الأخذ بعين الاعتبار المساويات:

$$n_1 P_1 = n_i^2 = n_0 P_0 \qquad (7.18)$$

أن زمن الحياة:

$$\tau = -\frac{\Delta n}{\frac{dn}{dt}} = \frac{\gamma_n (n_0 + n_1 + \Delta n) + \gamma_p (P_0 + P_1 + \Delta P)}{\gamma_n \gamma_p N_t (n_0 + P_0 + \Delta n)} =$$

$$= \frac{1}{\gamma_p N_t} \frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + P_0 + \Delta n} + \frac{1}{\gamma_n N_t} \frac{P_0 + P_1 + \Delta n}{n_0 + P_0 + \Delta n} \qquad (7.19)$$

ندخل الرمزين:

$$\tau_{P0} = \frac{1}{\gamma_p N_t} \quad \text{و} \quad \tau_{n0} = \frac{1}{\gamma_n N_t} \qquad (7.20)$$

ونعيد كتابة العبارة (7.19) بالشكل التالي:

$$\tau = \tau_{P0} \frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + P_0 + \Delta n} + \tau_{n0} \frac{P_0 + P_1 + \Delta P}{n_0 + P_0 + \Delta P} \qquad (7.21)$$

عندما تكون وتيرة الاثارة منخفضة، أي عندما $n_0 + P_0 \gg \Delta n$ فان تابعية زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة لموقع سوية فرمي في درجة حرارة ثابتة، أي تابعيته لدرجة اشابة شبه الموصل، تكون من الشكل:

$$\tau = \tau_{P0} \frac{n_0 + n_1}{n_0 + P_0} + \tau_{n0} \frac{P_0 + P_1}{n_0 + P_0} \qquad (7.22)$$

وهكذا فان زمن حياة الأزواج الالكتروثقبية لايتعلق في حالة الوتيرة المنخفضة للاثارة بتركيز الحوامل الاضافية للشحنة، وإنما

يُعيّن بقيمتي التركيزين المتوازنين للالكترونات والثقوب وبموضع السوية الطاقية لمصائد اعادة التوحد، هذه السوية التي تحـــدد n_1 و p_1 .

يمكن استنادا الى العلاقة (7.22)، أن ننشأ تابعيـــة $\ln \tau$ لموقع سوية فرمي، ونميز أربعة مجالات أساسية (الشكل 7_5) :

- المجال الأول ، ويخص ش م الالكتروني المشوب بشدة . تكون سوية فرمي متموضعة بين أرضية منطقة الناقلية والسوية الطاقية لمصائد اعادة التوحد، أي أن $E_c > F > E_t$. وتصح في هذه الحالـــــة المتراجحات التالية لتراكيز حوامل الشحنة :

$$n_0 \gg p_0 \quad , \quad n_0 \gg n_1 \quad , \quad n_0 \gg p_1$$

ونحصل بعد الأخذ بعين الاعتبار هذه المتراجحات على:

$$\tau = \tau_{p0} = \frac{1}{\gamma_p N_t} \qquad (7.23)$$

وهكذا فان زمن حياة الأزواج الالكتروثقبية اللامتوازنة في ش م المانح المشوب بشدة، يأخذ قيمة ثابتة $\tau = \tau_{p0}$ ، ويســـاوي زمن حياة الحوامل الثانوية المتوازنة للشحنة (الثقوب). وتعيـــن في هذه الحالة سرعة عملية اعادة التوحد بعدد حوادث اقتنـــاص الثقوب من قبل المصائد المشغولة بالالكترونات. وتؤيد المعطيات التجريبية ذلك ، حيث يتضح على الشكل 8_5 أن زمن حياة الثقوب في الجرمانيوم المشوب بشدة بشائبة مانحة يأخذ قيمة ثابتة .

نوضح ماتعنيه الصيغة (7.23) . تعبر هذه المساواة عن أن كل ثقب متحرك في منطقة التكافؤ لمادة من النوع - n يتمتـــع باحتمال محدد لاختطافه من قبل المصيدة المشحونة سلبيا. ولكـــي نعبر عن هذا الاحتمال كميا، نستخدم مفهوم المقطع العرضي الفعال لاقتناص الثقب σ_p . يكون وفقا للعبارة (3.16 ف4) احتمال اقتناص

حامل الشحنة متناسبا مع المقطع العرضي للاقتناص، ومع السرعـــة الحرارية للحامل v_0 :

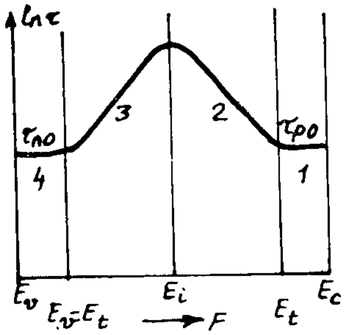
$$\gamma_p = \sigma_p v_0 \qquad (7.24)$$

وبالتالي فان زمن حياة الثقب في ش م الالكتروني، يساوي:

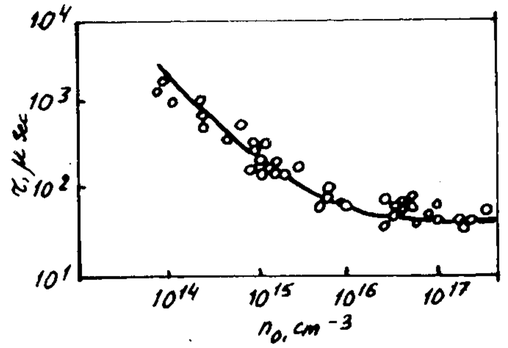
$$\tau = \tau_{p0} = \frac{1}{\gamma_p N_t} = \frac{1}{\sigma_p N_t v_0} \qquad (7.25)$$

ويلاحظ أن قيمته تتناقص مع زيادة تركيز مصائد اعادة التوحـــد ومع ارتفاع درجة الحرارة التي تؤدي الى زيادة v_0 .

- المجال الثاني ، ويخص ش م الالكتروني ذا الاشابة الضعيفـــة، بحيث أن سوية فرمي تقع في النصف العلوي للمنطقة المحظـــورة



الشكل 7_5 تغير زمـــن الحياة كتابع لموضع سويـــة فرمي.



الشكل 8_5 تابعية زمن حياة الثقوب في الجرمانيـــوم - n لتركيز الالكترونات المتوازن

وتحت السوية الطاقية للمصائد، أي أن $E_t > F > E_i$. وتتحقق في هذه الحالة العلاقات التالية بين التراكيز :

$$n_0 \gg p_0 \quad , \quad n_0 \gg p_1 \quad , \quad n_0 < n_i$$

وتكتسب العبارة الموافقة لـ τ الشكل التالي:

$$\tau \approx \tau_{p0}\frac{n_1}{n_0} = \tau_{p0}\cdot e^{(E_t-F)/kT} \qquad (7.26)$$

ينتج عن العلاقة (7.26) أن زمن الحياة τ يتناسب أسيا مع مقدار انخفاض سوية فرمي عن سوية المصائد. حيث أنه كلما انخفضت سوية فرمي كلما قلت درجة امتلاء المصائد بالالكترونات وكلما انخفض احتمال اقتناص الثقوب من قبل المصائد، مما يؤدي الى زيادة زمن حياة الثقوب. وتؤيد ذلك المعطيات التجريبية الواردة على الشكل 7ـ5 .

ـ المجال الثالث، ويخص شرم الآخذ من النوع-P ذا الاشابة الضعيفة، أين يعين موقع سوية فرمي بالمتراجحة $E_v - E_t < F < E_i$ مما يؤدي الى العلاقات التالية بين تراكيز حوامل الشحنة :

$$P_0 \gg n_0 \quad , \quad P_0 \gg P_1 \quad , \quad n_1 > P_0$$

ونحصل من الصيغة (7.22)، بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقات السابقة، على عبارة لزمن الحياة :

$$\tau \approx \tau_{p0}\frac{n_1}{P_0} = \tau_{p0}\frac{N_c}{N_v}e^{-\frac{E_c+E_v-E_t-F}{kT}} \qquad (7.27)$$

ويتضح من هذه العلاقة أن زمن الحياة في أشرم الآخذة يتناقص بقانونية أسية مع مقدار انخفاض سوية فرمي عن منتصف المنطقة المحظورة، هذا الانخفاض المرتبط بالاشابة. ويحدث ذلك لأن جميع المصائد تقريبا تكون شاغرة في شرم الآخذ ذي الاشابة الضعيفة، وتتوق هذه المصائد لاقتناص الالكترونات من منطقة الناقلية. ويحدث عند زيادة كمية الثقوب نمو احتمال اعادة توحدها مع الالكترونات التي تقع في المصائد، وتنخفض وتيرة عملية تحرر

الالكترونات من المصائد ويتناقص زمن الحياة (الشكل 7ـ5).

ـ المجال الرابع، ويخص أشرم الآخذة المشوبة بشدة. يعين موقع سوية فرمي في هذه المواد بالمتراجحة $E_v - E_t > F > E_v$.

ويكون في هذه الحالة :

$$P_0 \gg n_0 \quad , \quad P_0 \gg P_1 \quad , \quad P_0 \gg n_i$$

وينتج عن العلاقة (7.22) ، أن

$$\tau = \tau_{n0} = \frac{1}{\gamma_n N_t} = \frac{1}{\sigma_n N_t v_0} \qquad (7.28)$$

حيث أن σ_n المقطع العرضي الفعّال لاقتناص الالكترونات.

وهكذا يكون في أشرم الآخذة المشوبة بشدة زمن حياة الأزواج الالكتروثقبية ثابتا، ويساوي $\tau = \tau_{n0}$ زمن حياة الالكترونات المتوازنة، أي الحوامل الثانوية للشحنة، ولا يتعلق بموقع سوية فرمي. وتكون جميع المصائد في مثل هذه المواد شاغرة من الالكترونات، ذلك لأن كل الكترون مقتنص يعاد توحده آنيا مع ثقب من منطقة التكافؤ، أين يكون تركيز هذه الثقوب مرتفعا جدا. وتختفي بشكل تام تقريبا عملية عودة الالكترون من المصيدة الى منطقة الناقلية، مما يزيل مساهمة هذه العملية الأخيرة في تعيين زمن الحياة .

ندرس أخيرا حالة الوتيرة المرتفعة للاثارة، أي عندما يكون تركيز الحوامل الاضافية للشحنة مرتفعا: $n_0 \ll \Delta n$ و $P_0 \ll \Delta P$ وهذا يعني أن $n_1 \ll \Delta n$ و $P_1 \ll \Delta P$. نحصل من المساواة (7.21) على:

$$\tau_\infty \approx \tau_{p0} + \tau_{n0} = \frac{\gamma_n + \gamma_p}{\gamma_n \gamma_p N_t} \qquad (7.29)$$

ويتبين من هذه العلاقة أن زمن حياة الالكترونات والثقـــوب اللامتوازنة في حالة الوتيرة العالية لِلاثارة وفي حالة اعـــادة التوحد خلال المصائد لايتعلق بتركيزيّ الالكترونات والثقوب، وانما يعيّن فقط بكمية وخواص المصائد.

8.5. تابعيـــة عمـر حوامـــل الشحنـــة لدرجـــة الحرارة في حالة اعـــادة التوحـــد خـــلال المصائـــد:

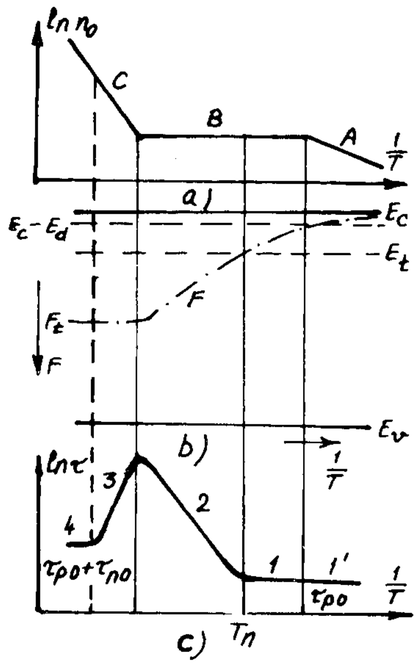
ندرس في هذه الفقرة تابعية عمر حوامل الشحنة لدرجـــة الحرارة أثناء اعادة التوحد خلال المصائد في ش م ذي تكوين معلوم، ونقوم بذلك من أجل ش م الكتروني. نفرض أن مجال درجات الحرارة الذي نتعامل معه يُمَكّن من ملاحظة المجالات الثلاث لتغير تركيـز حوامل الشحنة في ش م المذكور (الشكل 9_5): أي مجال الناقليـة الشائبية (الجزء A من المنحني)، ومجال الاشباع الذي تكون فيـه جميع الشوائب المانحة متأينة، ويتميز هذا الجزء بتركيز ثابـت لحوامل الشحنة (الجزء B)، ومجال الناقلية الذاتية (الجزء C).

تكون سوية فرمي التي يبين الشكل b ـ 9_5 مسارها الحـراري واقعة من أجل المجال A بين سوية الشائبة المانحة وأرضيـــة منطقة الناقلية، وتهبط هذه السوية برفع درجة الحرارة الى سوية الشائبة المانحة. وبما أن سوية فرمي في المجال A تبقى من أجل جميع درجات حرارة هـــذا المجال واقعة فوق سوية مصائـــد اعادة التوحد، فان تركيز الالكترونات يخضع للمتراجحات $n_1 \ll n_0$، $p_1 \ll n_0$ و $p_0 \ll n_0$. وبالتالي يبقى عمر الحوامل وفقا للعبارة (7.23) ثابتا في هذا المجال ويساوي τ_{p0}. ويتفق ذلك مع الجزء 1 من الرسم c ـ 9_5 أين مُثّلت التابعية الحرارية للعمر.

ويساير ارتفاع درجة الحرارة أثناء الانتقال الى مجال التأين

الكامل للذرات المانحة انخفاض في موقع سوية فرمي لتبلغ السوية الطاقية للمصائد. ويبقى تركيز الالكترونات ثابتا، بينما ينمـــو التركيز $n_1 = N_c . e^{-(E_c - E_t)/kT}$. بشكل أسيّ، الاّ أنه يبقى (أي n_1) أصغر بكثير من التركيز المتوازن n_0. اضافة الى أن n_0 يبقـى أكبر بكثير من تركيز الثقوب p_0 و p_1. وهكذا فان العمر وفقـــا للعبارة (7.22) يبقى ثابتـــا أيضا، ويساوي τ_{p0} (الجـــزء 1 من الرسم c-9-5).

تستمر سوية فرمي بالانخفاض مع الزيادة اللاحقة في درجة الحرارة لتقع تحت السوية الطاقيـــة للمصائد (الجزء 2 على الرســـم b - 9_5). ويبقى $n_0 = Const$، بينما ينمو n_1 بشدة، ونحصل مـــن العبارة (7.27) على:



الشكل 9_5 تابعية التركيـــز المتوازن (a) وسوية فرمي (b) وعمر الحوامل (c) لدرجـــة الحرارة في ش م الكتروني.

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_1}{n_0} = \tau_{p0} \frac{N_c}{n_0} e^{-(E_c - E_t)/kT} =$$

$$= \frac{\tau_{p0}}{n_0} . 2 . \left(\frac{2\pi m_n^* k}{h^2} \right)^{3/2} . T^{3/2} . e^{-(E_c - E_t)/kT} \qquad (8.1)$$

أي أن العمر يطول برفع درجة الحرارة، ويزداد باطراد الـــى أن تبلغ درجة الحرارة الحد الذي تبدأ معه الناقلية الذاتيـــة

(الجزء 2 على الشكل c-9_5). وتحصل هذه الزيادة في قيمة τ ، لأن رفع درجة الحرارة يؤدي الى زيادة وتيرة اصدار الالكترونات من سوية المصائد. وهكذا تتناقص درجة امتلاء المصائد بالالكترونات و بالتالي يطول عمر الحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) التي تحدد الزمن المقاس τ .

يزداد في مجال الناقلية الذاتية تركيز حوامل الشحنة في منطقتي الناقلية والتكافؤ بشدةعند ارتفاع درجة الحرارة، بالرغم من أن موقع سوية فرمي يبقى عمليا ثابتا (الشكل b -9_5)،وبالتالي يزداد امتلاء مصائد اعادة التوحد بحوامل الشحنة ،ويتناقص زمن حياتها: ويكون في هذا المجال

$$n_0 \approx p_0 \approx n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-E_g/2KT} \qquad (8.2)$$

ويمكن وفقا لذلك اعادة كتابة (7.22) بالشكل:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_i + n_1}{2n_i} + \tau_{n0} \frac{n_i + p_1}{2n_i} =$$

$$= \frac{\tau_{p0}}{2}\left[1+\left(\frac{N_c}{N_v}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{\frac{E_g}{2}+E_t-E_c}{KT}}\right] + \frac{\tau_{n0}}{2}\left[1+\left(\frac{N_v}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{\frac{E_g}{2}-E_t+E_v}{KT}}\right] =$$

$$= \frac{\tau_{p0}}{2}\left[1+\left(\frac{N_c}{N_v}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{\frac{E_c+E_v}{2}-E_t}{KT}}\right] + \frac{\tau_{n0}}{2}\left[1+\left(\frac{N_v}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{\frac{E_c+E_v}{2}-E_t}{KT}}\right] \qquad (8.3)$$

اذا كانت سوية مصائد اعادة التوحد متموضعة على بعد كاف من منتصف المنطقة المحظورة، فاننا نستطيع مع بداية الناقلية الذاتيةاقتطاع جزء تتحقق من أجله المتراجحة $\left(\frac{E_c+E_v}{2} - E_t\right) \gg KT$ وتكتب العلاقة (8.3) عندئذ بالشكل التقريبي التالي:

$$\tau \approx \frac{\tau_{n0}}{2}\left(\frac{N_v}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{\frac{E_c+E_v}{2}-E_t}{KT}} \qquad (8.4)$$

ويميز الجزء الموافق على المنحني $\ln \tau\left(\frac{1}{T}\right)$ تناقص زمن الحياة (الجزء 3 على الشكل c - 9_5).

تتحقق مع الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة في مجال الناقلية الذاتية المتراجحة $\left(\frac{E_c+E_v}{2} - E_t\right) \gg KT$ ، ويمكن عندئذ كتابة المعادلة (8.3) بالشكل التقريبي التالي:

$$\tau = \frac{\tau_{p0}}{2}\left(1+\sqrt{\frac{N_c}{N_v}}\right) + \frac{\tau_{n0}}{2}\left(1+\sqrt{\frac{N_c}{N_v}}\right) \qquad (8.5)$$

ويسعى زمن الحياة في هذه الحالة الى قيمة ثابتة. وتأخذ العبارة السابقة اذا قبلنا أن $N_c = N_v$ الشكل البسيط التالي

$$\tau = \tau_{p0} + \tau_{n0} = \frac{\gamma_n + \gamma_p}{\gamma_n \gamma_p N_t} \qquad (8.6)$$

وهكذا فان زمن الحياة في مجال الناقلية الذاتية وفي درجات الحرارة المرتفعة حيث يكون تركيز الحوامل الحرة للشحنة مرتفعا، يعين فقط ببارامترات (وسائط) مصائد اعادة التوحد ولا يتعلق بدرجة الحرارة (الجزء 4 على الشكل c - 9_5).

تُمكّن معرفة تركيز الالكترونات في حالة الاشباع،من تقدير قيمة E_t بواسطة درجة حرارة العبور $T_{passage}$ من المجال 1 الى المجال 2 (الشكل c - 9_5)، أين نجد من الشرط $T = T_{pass}$ و $F = E_t$:

$$n_0 = N_c \cdot e^{-\frac{(E_c - E_t)}{K T_{pass}}} \qquad (8.7)$$

ومنه

$$E_c - E_t = kT_{pass} \ln \frac{N_c}{n_o} \qquad (8.8)$$

تحدد قيمة ($\ln \tau_{po} N_c / n_o$) من تقاطع ممدد مستقيم المجال 2 مع محور العينات، وذلك وفقا للمساواة (8.1)، وبمعرفة τ_{po} من الجزء 1 نجد ($\ln \frac{N_c}{n_o}$) ، ونعوض بعدئذ في المعادلة (8.8). وهكذا يمكن حساب عمق تموضع سوية مصائد اعادة التوحد E_t بعد أخذ التابعية ($\ln \tau$ ($\frac{1}{T}$) تجريبيا ، كما هو مبين على الشكل c_ 9_5.

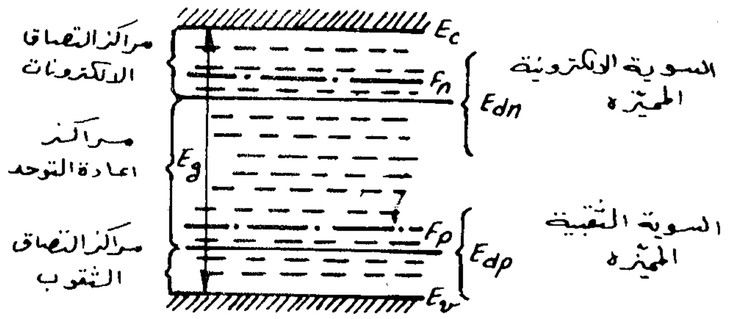
9.5. مصائد الأسر (الاقتناص) ومصائد اعادة التوحد

لقد أخذنا بعين الاعتبار أثناء دراسة عمليات اعادة توحد حوامل الشحنة خلال مصائد اعادة التوحد حادثة اقتناص الثقوب والالكترونات من قبل المصائد وحادثة القذف الحراري للالكترونات والثقوب المأسورة من المصائد الى المنطقة الموافقة. وتؤدي عملية القذف الحراري للحوامل المختطفة من سوية المصائد الى زيادة زمن الحياة، وبالتالي الى نقصان سرعة اعادة التوحد. ومن الواضح أن النسبة بين وتيرتي هاتين العمليتين(الأسر والقذف) تتعلق بموضع السوية الطاقية للمصيدة.

يعرض الشكل 10_5 مخططا طاقيا لشبه موصل حاو على مراكز محلية مميزة بسويات طاقية مختلفة في المنطقة المحظورة. ومن المعلوم أن قيم تراكيز الحوامل الحرة للشحنة في الحالات اللامتوازنة ترموديناميكيا، تعين بموضعيّ شبهيّ سوية فرمي للالكترونات F_n والثقوب F_p . واذا كانت السوية الطاقية للمصيدة واقعة بالقرب من أرضية منطقة الناقلية، فان احتمال

التأين الحراري يكون كبيرا. وتبقى هذه المراكز في حالة تبادل مستمر للالكترونات مع منطقة الناقلية، ولا تساهم مساهمة محسوسة في عملية اعادة التوحد. وتدعى هذه المصائد "بمصائد اقتناص الالكترونات". ويوجد على غرار ماتقدم مصائد لاقتناص الثقوب تقع الى الجوار المباشر لسقف منطقة التكافؤ.

أما المصائد التي تقتنص الالكترونات والثقوب ويحدث من خلالها اعادة التوحد للزوج الالكترونثقبي، فان احتمال القذف



الشكل 10_5 المخطط الطاقي لشبه موصل يحوي مصائد اقتناص ومصائد اعادة التوحد.

الحراري لحوامل الشحنة من هذه المصائد الى المنطقة الموافقة يكون ضعيفا. وبالتالي فان السويات الطاقية لهذه المصائد التي تدعى "بمصائد اعادة التوحد"،ينبغي أن تكون بعيدة بشكل كاف عن أرضية منطقة الناقلية.

ويمكن أن نصف كميّا النسبة بين عمليات الاقتناص وعمليات اعادة التوحد بادخال المعامل k الذي يعبر عن احتمال اقتناص حاملي شحنة باشارتين مختلفتين. ويساوي نسبة احتمال الاقتناص الى احتمال القذف الحراري. لنخص الكترونات منطقة الناقلية بالرمز k_n الذي يساوي النسبة بين احتمال اقتناص ثقب من قبل مصيدة

مشحونة سلبيا واحتمال القذف الحراري لالكترون من المصيدة الى منطقة الناقلية. وتفيد العبارة (7.7) بأن سرعة اقتناص المصيدة لثقب، يعين بالمقدار $\gamma_p N_t f_t P$. وينتج عن(7.6) أن شدة عملية القذف الحراري للالكترونات من المصائد يساوي $\gamma_n N_t f_t n_1$. وتدل هنا γ_n و γ_p الى احتماليّ اقتناص الكترون وثقب على الترتيب، و f_t الى دالة التوزيع اللامتوازن للالكترونات الموجودة على المصائد، و P الى تركيز الثقوب اللامتوازنة في منطقة التكافؤ، و n_1 الى التركيز المتوازن للالكترونات في منطقة الناقلية عندما تنطبق سوية فرمي على سوية المصيدة.

نحصل، بعد أخذ ماتقدم بعين الاعتبار، على عبارة k_n :

$$k_n = \frac{\gamma_p P}{\gamma_n n_1} = \frac{\gamma_p P}{\gamma_n N_c e^{-(E_c - E_t)/kT}} \qquad (9.1)$$

تعد المصائد التي يكون من أجلها احتمال اعادة التوحد أكبر من احتمال القذف الحراري ،أي أن $k_n > 1$، تعد مصائد اعادة التوحد، بينما تكون المصائد التي من أجلها $k_n < 1$ مصائد أسر. وتدعى السوية الطاقية للمصائد التي من أجلها $k = 1$ ، أي عندما يتساوى احتمال اعادة التوحد مع احتمال القذف الحراري "بالسوية الالكترونية المميّزة" E_{dn}، ويمكن ايجاد موضعها من الشرط:

$$\gamma_p N_v e^{(E_v - E_p)/kT} = \gamma_n N_c e^{-(E_c - E_{dn})/kT} \qquad (9.2)$$

ومنه نجد

$$E_{dn} = E_c + E_v - F_p - kT \ln \frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_v} \qquad (9.3)$$

تفيد العلاقة الأخيرة بأن موضع السوية المميّزة للالكترونات E_{dn} يتعلق بعرض المنطقة المحظورة وبموضع شبه سوية فرمي للثقوب والكتلتين الفعالتين للالكترونات والثقوب، وبدرجة الحرارة وبوسيطيّ المصائد (γ_n و γ_p). وتتناقص القيمة ($E_p - E_v$) مع زيادة وتيرة الاثارة التي تؤدى الى زيادة تركيز الثقوب، وتقترب السوية الالكترونية المميّزة من قاع منطقة الناقلية، ويبدأ في هذه الحالة تحول مصائد الأسر الى مصائد اعادة التوحد. وتتحرك السوية الالكترونية المميّزة مع ارتفاع درجة الحرارة نحو منتصف المنطقة المحظورة، ويبدأ تحول مصائد اعادة التوحد الى مصائد أسر.

يمكن ادخال المعامل k_p من أجل مصائد اعادة التوحد ومصائد الأسر التي تتوضع سوياتها الطاقية الى جوار سقف منطقة التكافؤ:

$$k_p = \frac{\gamma_n n}{\gamma_p p_1} \qquad (9.4)$$

ونحصل من الشرط $k_p = 1$ على موضع السوية الثقبية المميّزة:

$$\gamma_n N_c e^{-(E_c - F_n)/kT} = \gamma_p N_v e^{(E_v - E_{dp})/kT} \qquad (9.5)$$

أو

$$E_{dp} = E_c + E_v - F_n - kT \ln \frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_v} \qquad (9.6)$$

وهكذا اذا وقعت السوية الطاقية للمصيدة فوق السوية الالكترونية المميّزة، فان المصيدة تعد مصيدة أسر للالكترونات. وتعد المصائد التي تقع سوياتها الطاقية تحت السوية الثقبية

المميّزة تعد مصائد أسر للثقوب. وتقع بين هاتين السويتين السويات الطاقية لمصائد اعادة التوحّد (الشكل 10ـ5). وتجدر الاشارة هنا الى أن مثل هذا التصنيف للسويات الطاقية يعدّ شرطيا وتخطيطيا فقط، حيث اعتبر أثناء اجرائه أن النسبة بين معاملي الأسر γ_n و γ_p على وجه الخصوص تتغير بشكل ضعيف نسبيا حين ازاحة سويات المصائد. ويمكن لمصائد الأسر أن تساهم أيضا في عملية اعادة التوحد بشكل ملحوظ، وخاصة في أشباه الموصلات التي لاتحوي عيوبا قادرة على تشكيل سويات طاقية في الجزء المتوسط للمنطقة المحظورة.

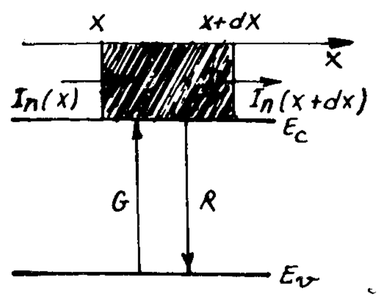
الفصل السادس

انتشار وانسياق الحوامل الغير متوازنة للشحنة

1.6. معادلة الاستمرارية

ندرس شبه موصل تولدت فيه حوامل لامتوازنة للشحنة نتيجة خضوعه لتأثير عامل محرّض ما خارجي. ينبغي أن يكون في هذه الحالة تركيزا الالكترونات والثقوب اللامتوازنة تابعين للاحداثيات المكانية والزمن، أي أن $n(x,y,z,t)$ و $p(x,y,z,t)$ ، ويمكن أن يعبر عن سرعة تغيرهما باستخدام معادلة الاستمرارية.

نقوم باستخراج معادلة الاستمرارية من أجل عينة متجانسة وحيدة البعد، يتغير فيها تركيز الالكترونات في اتجاه المحور x فقط، كما هو مبين على الشكل 1ـ6. نأخذ شريحة من ش.م سمكها dx ومقطعها يساوي 1 سم^2. يكون ضمن هذه المعطيات حجم الشريحة مساويا عدديا dx. نفرض أن تركيز الالكترونات في اللحظة t مساو $n(x,t)$ ، يكون عندئذ عدد الالكترونات في الحجم المختار $n(x,t)dx$. ويصبح ذلك العدد في اللحظة $t+dt$ مساويا $n(x,t+dt)$ ، ومنه فان تغير عدد الالكترونات في الحجم dx خلال الزمن dt ، يساوي:



الشكل 1ـ6. حول استنتاج معادلة الاستمرارية.

$$\left[n(x,t+dt)-n(x,t)\right]dx=\frac{\partial n}{\partial t}\,dx\,dt \qquad (1.1)$$

يمكن أن يحدث هذا التغير في عدد الالكترونات كنتيجة لعمليتي التولد واعادة التوحّد، ولوجود انتشار وانسياق حوامل الشحنة أيضا. وندرس الآن هذه العمليات:

1. يفهم من عمليات التولّد جميع تلك الآليات التي يمكن أن يحدث بواسطتها اثارة ثم انتقال للالكترونات الواقعة في منطقة التكافؤ أو على السويات الموضعية للشوائب، أو على سويات الالتصاق الى منطقة الناقلية. وينبغي في جميع هذه الحالات الأخذ بعين الاعتبار تولد الحوامل الحرة للشحنة كنتيجة للعمليات الحرارية أو للتأثيرات الخارجية. وينتسب الى التأثيرات الخارجية تأثير الضوء، الجسيمات النووية، الاشعاع اللامتوازن الذي يصدره شبه الموصل بحد ذاته في داخله، وعمليات مشابهة. نرمز الى سرعة التولد الحراري بـ G_o ولسرعة التولد من الأنواع الأخرى بـ G. تكون عندئذ السرعة الكلية لتولد حوامل الشحنة مساوية $G_o + G$.

سوف نعتبر في حالتنا هذه، أن اثارة الالكترونات تتم نتيجة لامتصاص الضوء من قبل ش م، ونفرض أن عدد الأزواج الالكترو ثقبية التي يولدها الضوء خلال 1 سم في 1 سم^3 يساوي G. تكون عندئذ كمية الالكترونات التي تنشأ نتيجة التولد الضوئي في الحجم dx خلال الزمن dt مساوية:

$$G\,dx\,dt \qquad (1.2)$$

2. يحدث أيضا تغير في عدد حوامل الشحنة في الحجم dx نتيجة لاعادة التوحد. ويمكن أن نقدم السرعة الكلية لاعادة التوحد بالشكل $R_o + R$، حيث أن R_o سرعة اعادة التوحد في حالة التوازن الحراري، و R سرعة اعادة التوحد بوجود مؤثر خارجي. ويكون في حالة اعادة التوحد الخطية، أي عندما لايتعلق عمر الالكترونات اللامتوازنة τ_n بتركيز الالكترونات، يكون تغير عدد

الالكترونات نتيجة لاعادة التوحد R في الحجم dx خلال الزمن dt، وفقا للعبارة (2.6 ف5)، مساويا:

$$R\,dx\,dt = -\left(\frac{dn}{dt}_r\right)dx\,dt = \frac{n-n_o}{\tau_n}\,dx\,dt \qquad (1.3)$$

3. يمكن اضافة لما سبق، أن يكون تغير كمية حوامل الشحنة في الحجم dx مرهونا بعمليتي الانتشار والانسياق. اذا رمزنا بـ $I_n(x,t)$ لعدد الالكترونات التي تعبر سطحا مساويا 1 سم^2 خلال 1 ثانية، فان كمية الالكترونات التي تدخل المقطع x للشريحة المدروسة خلال الزمن dt، مساوية $I_n(x,t)\,dt$، وكمية الالكترونات الخارجة من المقطع $x + dx$ مساوية $I_n(x+dx,t)dt$. وبالتالي فان تغير عدد الالكترونات في الحجم dx نتيجة لوجود هذين التدفقين يعطى بالعلاقة التالية:

$$I_n(x,t)\,dt - I_n(x+dx,t)dt = -\frac{\partial I_n}{\partial x}\,dx\,dt \qquad (1.4)$$

ويعطى التغير الكلي لعدد الالكترونات في الحجم dx خلال الزمن dt بالعلاقة:

$$\frac{\partial n}{\partial t}\,dx\,dt = G\,dx\,dt - \frac{\partial I_n}{\partial x}\,dx\,dt - \frac{n-n_o}{\tau_n}\,dx\,dt \qquad (1.5)$$

ومنه نجد:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G - \frac{\partial I_n}{\partial x} - \frac{n-n_o}{\tau_n} \qquad (1.6)$$

وتدعى المعادلة (1.6) "بمعادلة الاستمرارية للالكترونات".

وتكتب معادلة الاستمرارية للثقوب بشكل مماثل:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = G - \frac{\partial I_P}{\partial x} - \frac{P - P_0}{\tau_P} \qquad (1.7)$$

يمكن التعبير عن تدفقي الالكترونات I_n والثقوب I_P بدلالة كثافة التيار وتكتبان بعد الأخذ بعين الاعتبار اشارة حامل الشحنة على الشكل:

$$\begin{aligned} j_n &= -e I_n \\ j_P &= e I_P \end{aligned} \qquad (1.8)$$

وتكتب معادلتا الاستمرارية، عندما تكون تراكيز حوامل الشحنة دوالا للاحداثيات $(x، y، z)$، بدلالة كثافتي التيار الموافقتين على الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G + \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_n - \frac{n - n_0}{\tau_n} \qquad (1.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = G - \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_P - \frac{P - P_0}{\tau_P} \qquad (1.10)$$

حيث أن

$$\operatorname{div} \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}$$

نفرض وجود منبع للحوامل اللامتوازنة للشحنة في النقطة $x = 0$ ، ولندرس الحالة المستقرة. ان تركيزي الالكترونات n والثقوب P لايتغيران مع الزمن، أي أن $\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} = 0$

وتأخذ معادلتا الاستمرارية عند توفر شرط الاستقرار في الحالة الأحادية البعد الشكل:

$$-\frac{1}{e} \frac{\partial j_n}{\partial x} = G - \frac{n - n_0}{\tau_n} \qquad (1.11)$$

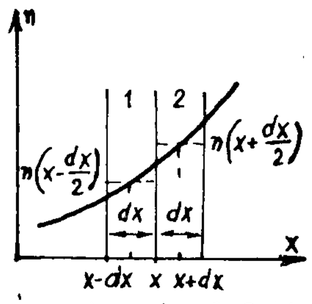
$$\frac{1}{e} \frac{\partial j_P}{\partial x} = G - \frac{P - P_0}{\tau_P} \qquad (1.12)$$

تعبر المعادلتان(1.11) و(1.12) عن شرط انحفاظ عدد حوامل الشحنة، أي أن تدفق الحوامل الخارجة من الحجم في الحالة المستقرة يساوي كمية حوامل الشحنة المشكلة بالتحريض الخارجي مطروحا منها الحوامل التي حققت اعادة التوحد في ذلك الحجم.

2.6. التياران الانتشاري والانسياقي

ندرس الآن ش م لامتجانس، يتغير فيه تركيزا الالكترونات $n(\vec{r})$ والثقوب $p(\vec{r})$ عند الانتقال من نقطة الى أخرى. ينبغي أن ينشأ في ش م اللامتجانس نتيجة للسبب المذكور أعلاه تيار انتشاري للالكترونات والثقوب، ويحدد هذا التيار انتشار حوامل الشحنة من المجالات التي تكون فيها كثافتها كبيرة الى المجالات ذات الكثافة الأصغر.

نفرض أن تركيز حوامل الشحنة في ش م يزداد في اتجاه المحور x ، كما هو مبين على الشكل2_6. نمرر من النقطة x سطحا عموديا على المحور x ، وندرس حركة حوامل الشحنة في شريحتين متوضعتين الى جانبي السطح المذكور، سماكة كل منها dx. ان حوامل الشحنة تخرج من الشريحة dx نتيجة للحركة العشوائية، وبما أن احتمال انتقال أي الكترون الى اليمين يساوي احتمال انتقاله الى اليسار



الشكل2_6حول حساب تدرج تركيز حوامل الشحنة.

فان نصف عدد الالكترونات تخرج من الشريحة 1 الى الشريحة 2. ولكن خلال نفس الفترة الزمنية التي تتم فيها عملية الانتقال المذكورة، يدخل الى الشريحة 1 حوامل من الشريحة 2 . وبما أن عدد الالكترونات في الشريحة 2 أكبر منه في 1 ، فان التدفق العكسي للالكترونات (من 2 الى 1) يكون أكبر من التدفق الأمامي (من 1 الى 2). فاذا كان $n(x - \frac{dx}{2})$ التركيز الوسطي للالكترونات في الشريحة 1 و $n(x + \frac{dx}{2})$ في الشريحة 2، فان فضل تركيزي الالكترونات في الشريحتين يصبح مساويا :

$$n(x - \frac{dx}{2}) - n(x + \frac{dx}{2}) = -\frac{dn}{dx} dx \qquad (2.1)$$

ويكون وفقا للعلاقة (2.1) فضل تركيزي الالكترونات متناسبا مع تدرج تركيزها. وبالتالي فان تدفق الالكترونات I_n الناتج عن عملية انتشارها في الاتجاه x ، يكون متناسبا مع تدرج تركيز الالكترونات في ذلك الاتجاه . ويمكن أن نَصِفَه بالمعادلة :

$$I_n = - D_n \frac{dn}{dx} \qquad (2.2)$$

حيث أن D_n معامل انتشار الالكترونات.

يعبر عن التدفق الانتشاري للثقوب بعلاقة مماثلة :

$$I_p = - D_p \frac{dp}{dx} \qquad (2.3)$$

حيث أن D_p معامل انتشار الثقوب.

تبين المعادلتان(2.2) و(2.3) أن تدفقي الالكترونات والثقوب يجريان في اتجاه التركيز الأصغر لحوامل الشحنة .

يوافق التدفقان الانتشاريان لحوامل الشحنة تياران انتشاريان للالكترونات $j_{n\,diff}$ وللثقوب $j_{p\,diff}$.

$$j_{n\,diff} = e D_n \frac{dn}{dx} \qquad (2.4)$$

$$j_{p\,diff} = -e D_p \frac{dp}{dx} \qquad (2.5)$$

واذا كان n تابعا للاحداثيات $(x، y، z)$ فان التيار الانتشاري للالكترونات، يكتب في الصياغة الشعاعية على الشكل:

$$j_{n\,diff} = e D_n \overrightarrow{grad}\, n(\vec{r}) \qquad (2.6)$$

ويكون من أجل الثقوب على الشكل:

$$j_{p\,diff} = -e D_p \overrightarrow{grad}\, p(\vec{r}) \qquad (2.7)$$

يقود التيار الانتشاري الناشىء عن وجود تدرج لتركيز حوامل الشحنة الى انفصال مكاني للشحن. ويولد هذا الانفصال حقلا كهربائيا ساكنا، ويؤدي هذا الحقل بدوره الى نشوء تيارين انسياقيين للالكترونات والثقوب. ويتساوى في حالة التوازن الترموديناميكي التيار الانسياقي مع التيار الانتشاري في كل نقطة من ش م ، وبالتالي يكون مجموعهما معدوما .

نسلط على ش م اللامتجانس حقلا كهربائيا ساكنا $\vec{\mathcal{E}}$. تكتسب الالكترونات والثقوب تحت تأثير هذا الحقل الخارجي حركة موجهة، ويظهر نتيجة لذلك تيارا توصيل: الكتروني وثقبي. اذا كان الحقل الخارجي ضعيفا بحيث لايغير مميزات حركة حوامل الشحنة، فان المركبتين الانسياقيتين لكثافة التيار تكتبان استنادا الى قانون أوم بالشكل:

$$j_{n\,drift} = e n \mu_n \mathcal{E}$$
$$j_{p\,drift} = e p \mu_p \mathcal{E} \qquad (2.8)$$

ويتشكل التيار الكلي من جمع تياريّ الانتشار والانسياق. ويكتب من أجل الالكترونات على الشكل:

$$j_n = j_{n\,drif} + j_{n\,diff} = e n \mu_n \mathcal{E} + e D_n \frac{dn}{dx} \qquad (2.9)$$

ومن أجل الثقوب:

$$j_p = j_{p\,drif} + j_{p\,diff} = e p \mu_p \mathcal{E} - e D_p \frac{dp}{dx} \qquad (2.10)$$

وهكذا فان كثافة التيار الكلي في أية نقطة من ش م لامتجانس وفي أية لحظة زمنية، تعين بالمعادلة:

$$j = j_n + j_p = e(n\mu_n + p\mu_p)\mathcal{E} + e\left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx}\right) \qquad (2.11)$$

تجدر الاشارة هنا الى أن تيار الانتشار يتواجد فقط في أ ش م ويحدث ذلك بفضل امكانية تغيير تركيز الالكترونات والثقوب في أ ش م في مجالات كبيرة، بينما يكون تركيز الالكترونات في المعادن ثابتا عمليا.

3.6 . علاقة انشتين.

تكون كثافة شدة التيار في ش م اللامتجانس وفي شرط التوازن الترموديناميكي معدومة، أي أن $j = j_n + j_p = 0$. وتتساوى في هذه الحالة تيارات الناقلية مع تيارات الانتشار، ويمكننا أن نكتب استنادا الى (2.8) العلاقة التالية من أجل الالكترونات:

$$n\mu_n \mathcal{E}_{static} = - D_n \frac{dn}{dx} \qquad (3.1)$$

وبما أن حقلا كهربائيا ساكنا $\mathcal{E}_{st}$ يتواجد في ش م فان الالكترونات الواقعة في هذا الحقل تملك طاقة كامنة $U = -e\varphi$. وبالتالي فان تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية تحقق في حالة غياب اللافطرية علاقة بولتزمان:

$$n = N_c \cdot e^{-(E_c + U - F)/kT} = n_0 \cdot e^{e\varphi/kT} \qquad (3.2)$$

حيث أن $n_0 = N_c\, e^{-(E_c - F)/kT}$ تمثل التركيز المتوازن للالكترونات، و φ الكمون الكهربائي الساكن. ونحصل بوضع قيم n و $\frac{dn}{dx}$ في العلاقة (3.1)، بعد الأخذ بعين الاعتبار المساواة $\mathcal{E}_{st} = -\frac{d\varphi}{dx}$ ، على:

$$-\mu_n n_0 e^{e\varphi/kT} \frac{d\varphi}{dx} = - D_n \frac{e n_0}{kT} e^{e\varphi/kT} \frac{d\varphi}{dx} \qquad (3.3)$$

ومنه نحصل على العلاقة التالية من أجل الالكترونات:

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT} \qquad (3.4)$$

ونكتب علاقة مشابهة من أجل الثقوب:

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT} \qquad (3.5)$$

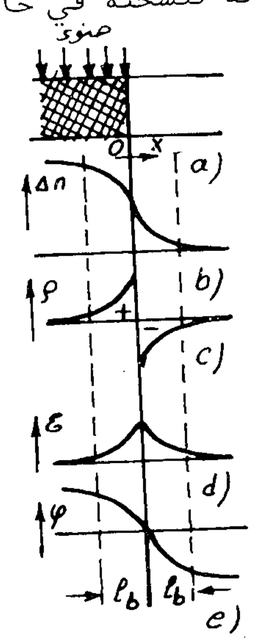
وتدعى العلاقة الرابطة بين معامل الانتشار لحوامل الشحنة الخاضعة لاحصاء ماكسويل وحركيتها في شروط التوازن الترموديناميكي "بعلاقة انشتين".

وكما تظهر التجربة فان علاقة انشتين تستخدم أيضا في حالة الحوامل اللامتوازنة للشحنة. ويُعَدّ هذا الأمر قانونيا تماما،

ذلك لأن الحوامل اللامتوازنة للشحنة تتبادل الطاقة مع الشبكة خلال فترة زمنية أصغر بكثير من أعمارها، وبالتالي فان توزعها وفق الطاقات في حالة غياب اللافطرية لايختلف عن توزع الحوامل المتوازنة للشحنة.

4.6. انتشار وانسياق الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب.

ندرس انتشار وانسياق الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب، وذلك عندما تنشأ الحوامل الحرة نتيجة لتولدها من السويات الشائبية فقط. نفرض أن جزءا من بلورة طويلة بشكل كاف لشم متجانس من النوع - n مثلا قد تعرض لأشعة ضوئية تنحصر في المجال الضعيف للامتصاص. ينشأ في الجزء المضاء من شم، أي من أجل $x > 0$ (الشكل a - 3-6)، تولد للالكترونات فقط، وذلك نتيجة لانتقالها تحت تأثير الضوء من السويات الشائبة المانحة الى منطقة الناقلية. ويعين تركيز الالكترونات اللامتوازنة n في هذه الحالة من تركيز الالكترونات المتوازنة n_0، والالكترونات الاضافية Δn المتولدة عن السويات الشائبية المانحة. واذا اعتبرنا أن شم خاليا من



الشكل 3-6 توزع التركيز (b)، توزع الشحنة الحجمية (c)، الحقل الكهربائي (d)، والكمون (e) وذلك عند اضاءة جزء من شم مانح (a).

المصائد، فان عدد الالكترونات الاضافية Δn يساوي كمية الايونات الموجبة للشوائب المانحة ΔN_d^+ التي أثارها الضوء، أي أن:

$$\Delta n = \Delta N_d^+ \qquad (4.1)$$

وتعبر هذه المساواة عن شرط الاعتدال الكهربائي في حالة الناقلية أحادية القطب (النوع).

بما أن تركيز الالكترونات في الجزء المعرّض للضوء من شم أعلى منه في الجزء المظلم (الغير مضاء)، فان الالكترونات الاضافية تبدأ بالانتشار من الجزء المضاء الى الجزء المظلم (الشكل b - 3-6). ويخرق نتيجة لذلك الاعتدال الكهربائي في بعض مناطق شم، وتنشأ شحنة حجمية وحقل كهربائي. وتكون الشحنة الحجمية ρ في الجزء المظلم أين وصلت الالكترونات الاضافية المنتشرة، سالبة، بينما تكون هذه الشحنة موجبة في الجزء المضاء وذلك لوجود الشوارد الموجبة (الشكل c - 3-6). وتولد هذه الشحن حقلا كهربائيا شدته $\vec{\mathcal{E}}_{St}$، ويتجه هذا الحقل بحيث يعيق انتشار الالكترونات اللامتوازنة (الشكل d - 3-6). وهكذا فان نشوء التيار الانتشاري $j_{diff} = e D_n \frac{dn}{dx}$، يقود الى ظهور حقل كهرساكن شدته $\mathcal{E}_{St}$؛ وبالتالي الى نشوء تيار ناقلية (انسياقي): $j_{drif} = en\mu_n \mathcal{E}_{St}$ متجه باتجاه معاكس لتيار الانتشار. وتكون شدة التيار الكلي في الحالة المستقرة معدومة:

$$j = j_{drif} + j_{diff} = en\mu_n \mathcal{E}_{St} + e D_n \frac{dn}{dx} = 0 \qquad (4.2)$$

يمكن أن نعين شدة الحقل الكهرساكن من العلاقة (4.2)، وسوف نقوم بذلك في حالة اثارة ضوئية ضعيفة، أي عندما يكون تركيز الالكترونات الاضافية صغيرا بالمقارنة مع التركيز المتوازن (أي أن

($\Delta n \ll n_0$). نستخدم علاقة انشتين، فنحصل على:

$$\mathcal{E}_{st} = -\frac{D_n}{\mu_n n}\frac{d\Delta n}{dx} = -\frac{kT}{e(n_0+\Delta n)}\frac{d\Delta n}{dx} \approx -\frac{kT}{en_0}\frac{d\Delta n}{dx} \quad (4.3)$$

نقوم بمفاضلة (4.3):

$$\frac{d\mathcal{E}_{st}}{dx} = -\frac{kT}{en_0}\frac{d^2\Delta n}{dx^2} \quad (4.4)$$

ونوجد $\frac{d\mathcal{E}_{st}}{dx}$، باستخدام معادلة بواسون:

$$\frac{d\mathcal{E}_{st}}{dx} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\rho = -\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0}\Delta n \quad (4.5)$$

حيث أن $\rho = -e\Delta n$ تمثل الشحنة الحجمية في الجزء المظلم من العينة.

ينتج عن المعادلتين(4.4) و(4.5):

$$\frac{d^2\Delta n}{dx^2} - \frac{e^2 n_0}{\varepsilon\varepsilon_0 kT}\Delta n = 0 \quad (4.6)$$

واذا أدخلنا الرمز

$$\ell_b = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 kT}{e^2 n_0}} \quad (4.7)$$

فان المعادلة (4.6) تكتب بالشكل:

$$\frac{d^2\Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{\ell_b} = 0 \quad (4.8)$$

ويعطى الحل العام لهذه المعادلة بالشكل:

$$\Delta n = C_1 e^{\alpha_1 x} + C_2 e^{\alpha_2 x} \quad (4.9)$$

حيث أن C_1 و C_2 هما ثابتان يعينان من الشروط الحدودية و α_2، α_1

جذرا المعادلة المميزة، ويساويان:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\ell_b} \quad , \quad \alpha_2 = -\frac{1}{\ell_b} \quad (4.10)$$

ويكون في الجزء المظلم من ش م، أين يتناقص تركيز الالكترونات الاضافية بمقدار درجة الابتعاد عن الجزء المضاء، يكون اتخاذ جزء الحل الحاوي على الاشارة السالبة في الأس ممكنا فقط، وبالتالي

$$\Delta n = \Delta n(0)\cdot e^{-\frac{x}{\ell_b}} \quad (4.11)$$

وهكذا فان تركيز الحوامل الاضافية للشحنة في حالة الناقلية أحادية النوع يتناقص في الجزء المظلم من ش م كلما ابتعدنا عن الجزء المضاء وفق قانون أسيّ، ثابت تناقصه ℓ_b، ويدعى هذا الثابت "بنصف قطر (عمق) التغطية" أو "نصف قطر ديباي". ويتعلق عمق التغطية كما يبدو من العلاقة (4.7) بتركيز الحوامل الأساسية للشحنة، وبالتالي فان قيمته يمكن أن تتغير في مجال واسع وذلك تبعا للناقلية النوعية لش م. فعلى سبيل المثال يكون عمق التغطية في أ ش م كالجرمانيوم والسيليكون من رتبة 10^{-4} - 10^{-6} سم. وبالتالي فان الحوامل اللامتوازنة للشحنة في مثل هذه الأشباه للموصلات وفي حالة الناقلية أحادية النوع الى عمق صغير جدا، وذلك بفضل القوى الكهرساكنة الجاذبة التي تطبقها الايونات الساكنة المالكة لشحنة معاكسة.

يمكن باستخدام العلاقة (4.1)، أن نحصل على الزمن الوسطي τ_μ اللازم لتشكل الشحنة الحجمية نتيجة لفعل تيار الناقلية:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \quad (4.12)$$

اذا قسمنا كثافة الشحنة الحجمية على واحدة قياس الشحنة، فاننا نحصل على تغير تركيز الحوامل اللامتوازنة للشحنة بدلالة الزمن:

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \qquad (4.13)$$

ينتج عن مقارنة العلاقتين(4.10) و(4.13) أن انتشار حوامل الشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب الى مسافة تساوي عمق التغطية L_b ، يتم خلال زمن مساو الى زمن الارتخاء الماكسويلي τ_μ الذي يعد في حالتنا الزمن الفعّال اللازم لارساء التوازن الانتشاري-الانسياقي.

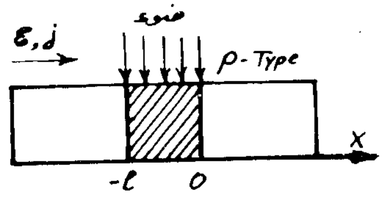
5.6. انتشار وانسياق الحوامل الثانوية (الغير أساسية) الاضافية في شبه موصل مشوب.

ندرس انتشار وانسياق الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة في ش م مشوب، عندما يسلط عليه حقل كهربائي خارجي متجانس .

نفرض أن ش م من النوع- n ($P_0 \ll n_0$)، وأن مقطعه العرضي أصغر بكثير من طوله . نعرض جزءا ضيقا جدا من ش م للضوء($0 \leq x \leq -L$) بحيث يكون تولد الالكترونات والثقوب في الحجم الكلي للجزء المضاء من العينة منتظما (الشكل4-6) .ونفرض أن تركيز الحوامل الأساسية للشحنة n_0 عظيما بالمقارنة مع تركيز الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة ΔP، التي يساوي زمن حياتها τ_P .

يصبح تركيز الثقوب اللامتوازنة P في الجزء المضاء من ش م الالكتروني أين تتولد الالكترونات والثقوب الاضافية بنفس الكمية $\Delta n = \Delta P$ ، $P = P_0 + \Delta P$ وهو أكبر بكثير من تركيزها P_0

في الجزء المظلم . وتنشأ بفضل تدرج كثافة الثقوب عملية انتشارها. وتظهر نتيجة لانتشار الثقوب الى الجزء المظلم من العينة شحنة حجمية موجبة، ويخرق بالتالي الاعتدال الكهربائي للعينة . وتولد الشحنة الحجمية حقلا كهربائياساكنا، ويعمل هذا الحقل على اعادة توزع حوامل الشحنة، حيث تنجذب الالكترونات من الجزء المضاء الى الأجزاءالمظلمة خلال زمن الارتخاء الماكسويلي، وتعدل شحنة الثقوب الاضافية . ويتحقق التعديل الكامل للشحنة الحجمية اذا أصبح عدد الالكترونات الاضافية في أية نقطة من العينة مساويا لعدد الثقوب الاضافية . وهكذا فان الحوامل الاضافية الثانوية (الثقوب) تجر أثناء انتشارها في عمق العينة كمية مساوية لها من الحوامل الأساسية للشحنة (الالكترونات) وبالتالي لاتتشكل شحنة حجمية، ويحدث انتشار الحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) وكأنه انتشار لجسيمات معتدلة (غير مشحونة). وتجري مع استمرار الحركة في عمق ش م اعادة توحد الثقوب والالكترونات الاضافية، ويتناقص بالتالي تركيزاهما كتابعين للمسافة .



الشكل4-6 النموذج أحادي البعد لعينة من ش م .

اذا سُلّط حقل كهربائي متجانس $\vec{\mathcal{E}}$ على ش م من النوع الموصوف آنفا، فان الحوامل الاضافية للشحنة تنساق بهذا الحقل ويتم انسياقها بسرعة تساوي سرعة انسياق الحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب)، بحيث يبقى شرط الاعتدال الكهربائي متوفرا. وتقوم الثقوب في حالة الحقل المسرّع بجذب الالكترونات معها، واذا كان الحقل معيقا لحركة الثقوب لحصل في هذه الحالة اعادة

توزيع للحوامل الأساسية للشحنة بشكل موافق. وبالتالي فـــــان الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة تنساق أيضا في حالة تطبيـــق حقل كهربائي خارجي كالجسيمات المعتدلة، ولاتتشكل بالنتيجـــة شحنة حجمية.

يمكن أن نعين تركيز الثقوب الاضافية ΔP بحل معادلـــــة الاستمرارية:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = G - \frac{1}{e}\frac{\partial j_P}{\partial x} - \frac{P-P_0}{\tau_P} \qquad (5.1)$$

نحل هذه المعادلة في حالة التوزع المستقر للحوامل الاضافية للشحنة ($\frac{\partial P}{\partial t}=0$) وفي الجزء المظلم من ش م ($G=0$). نقـــوم من أجل ذلك بمفاضلة عبارة كثافة التيار الثقبي(2.10) ونعـــوض الناتج في(5.1)، فنحصل على:

$$D_P \frac{d^2\Delta P}{dx^2} - \mu_P \mathcal{E} \frac{d\Delta P}{dx} - \frac{\Delta P}{\tau_P} = 0 \qquad (5.2)$$

وتصح المعادلة الأخيرة في حالة الحقول الخارجية التي تبقي على المقادير D_P ، μ_P و τ_P مستقلة عنها.

نقسم طرفي المعادلة (5.2) على D_P، وندخل الرمزين

$$L_P = \sqrt{D_P \tau_P} \qquad (5.3)$$

و

$$L_{\mathcal{E}} = \tau_P \mu_P \mathcal{E} \qquad (5.4)$$

فتتحول المعادلة (5.2) الى الشكل:

$$\frac{d^2\Delta P}{dx^2} - \frac{L_{\mathcal{E}}}{L_P^2}\frac{d\Delta P}{dx} - \frac{\Delta P}{L_P^2} = 0 \qquad (5.5)$$

ويعطى الحل العام لهذه المعادلة على الشكل التالي:

$$\Delta P = C_1 \cdot e^{\alpha_1 x} + C_2\, e^{\alpha_2 x} \qquad (5.6)$$

حيث أن C_1 و C_2 ثابتان يعينان من الشروط الحدودية:

$$\Delta P\Big|_{x=o} = \Delta P\Big|_{x=-\ell} = \Delta P(0)$$

و $P \longrightarrow 0$ من أجل $x \longrightarrow \pm \infty$ ، و α_1، α_2 هما جذرا المعادلة المميزة:

$$\alpha^2 - \frac{L_{\mathcal{E}}}{L_P^2}\alpha - \frac{1}{L_P^2} = 0 \qquad (5.7)$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{L_{\mathcal{E}} \pm \sqrt{L_{\mathcal{E}}^2 + 4L_P^2}}{2L_P^2} \qquad (5.8)$$

وبالأخذ بعين الاعتبار تناقص تركيز الحوامل الثانوية اللامتوازنة للشحنة بمقدار الابتعاد عن الجزء المضاء من العينة، فاننا نحصل في النهاية من أجل $x \geq 0$ على:

$$\Delta P = C_1 \cdot e^{-\frac{x}{L_1}} \qquad (5.9)$$

حيث أن

$$L_1 = \frac{2L_P^2}{\sqrt{L_{\mathcal{E}}^2 + 4L_P^2} - L_{\mathcal{E}}} \qquad (5.10)$$

ومن أجل $x \leq -\ell$ على:

$$\Delta P = C_2 \cdot e^{x/L_2} \qquad (5.11)$$

حيث أن

$$L_2 = \frac{2L_P^2}{\sqrt{L_{\mathcal{E}}^2 + 4L_P^2} + L_{\mathcal{E}}} \qquad (5.12)$$

وهكذا فان تركيز الحوامل الاضافية الثانوية للشحنة تتناقص الى جانبي الجزء المضاء وفق قانون أسي بثابتيّ تناقص L_1 و L_2 ويدعى هذان الثابتان "بطوليّ الحجب".

نقوم الآن بتحليل العبارات التي حصلنا عليها. لنفرض أن الحقل الكهربائي الخارجي معدوم ($\mathcal{E} = 0$). ان الحوامل التي تنتشر في حالة انعدام الحقل تقتصر على الثقوب الاضافية فقط. وبما أن $\mathcal{E} = 0$ $L_\mathcal{E} = \tau_p \mu_p \mathcal{E}$ ، فان التركيز الاضافي للحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) سوف يتغير مع المسافة نتيجة لاعادة التوحد وفق القانون:

$$\Delta p = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}} \qquad (5.13)$$

وينتج عن هذه العبارة أن التناقص الأسي لتركيز الحوامل الثانوية للشحنة المرهون باعادة التوحد، يكون متناظرا في كلا الجزأين المجاورين للجزء المضاء للعينة (الشكل a-5-6)، ويُعَرَّف بالقيمة L_p التي تدعى "بالطول الانتشاري" للحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) في الحالة المدروسة. وتُعَدّ L_p تلك المسافة الوسطية التي تنزاح بها الثقوب اللامتوازنة أثناء الانتشار خلال زمن الحياة. وبالتالي فان التركيز الاضافي للثقوب يتناقص في حالة انعدام الحقل بتابعية المسافة وفق قانون أسيّ (5.13). ويعد هذا التوزع صحيحا من أجل الالكترونات اللامتوازنة أيضا، وذلك لافتراض شرط الاعتدال الكهربائي $\Delta n = \Delta p$ أثناء حل المسألة.

بما أن الانتشار مقتصر على الحوامل الاضافية للشحنة، فان التيار يعد تيار انتشاري، ونملك من أجل هذا التيار المعادلة

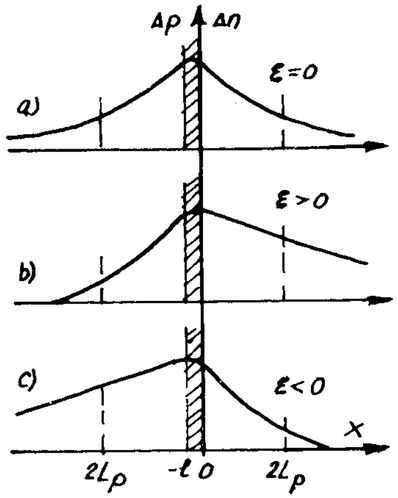
$$j_{p\,diff} = -eD_p \frac{dp}{dx} = \frac{eD_p}{L_p}\Delta p = \frac{eL_p}{\tau_p}\Delta p = \qquad (5.14)$$
$$= j_{p\,diff}(0) \cdot e^{-x/L_p}$$

أي أن التيار الانتشاري للحوامل الاضافية للشحنة يتغير مع الاحداثيات وفق نفس القانون الأسي الذي يعين تغير التركيز الاضافي للثقوب.

ويدعى المقدار v_D :

$$v_D = \frac{L_p}{\tau_p} = \frac{D_p}{L_p} \qquad (5.15)$$

"بالسرعة الانتشارية". وتساوي عدديا تلك السرعة التي تقطع بها الحوامل اللامتوازنة للشحنة خلال زمن حياتها مسافة تساوي الطول الانتشاري.



الشكل 5-6 توزع تركيز الحوامل الاضافية للشحنة على طول العينة.

ندرس الآن الحالة التي تكون فيها $\mathcal{E} \neq 0$. اذا كان $L_\mathcal{E} \ll 2L_p$، فان $L_1 = L_2 = L_p$. وبالتالي فان توزع التركيز الاضافي للحوامل الثانوية للشحنة، يكون مرهونا في حالة الحقل الكهربائي الضعيف بالانتشار، ويوصف بالمعادلة (5.13).

عندما يكون الحقل الكهربائي الخارجي شديدا، أي عندما $|L_\mathcal{E}| > 2L_p$، فان ثابتي التناقص (الانحدار) L_1 و L_2 يختلفان عن الطول الانتشاري L_p. ويكونا أكبر أو أصغر من L_p ، وذلك تبعا لاتجاه الحقل الكهربائي ($\mathcal{E} > 0$ أو $\mathcal{E} < 0$)، فعلى سبيل المثال يكون من أجل $\mathcal{E} > 0$ في الجزء المظلم وفي المجال $x < -\ell$ و $x > 0$:

$$L_2 = \frac{2L_p^2}{\sqrt{L_\mathcal{E}^2 + 4L_p^2} + L_\mathcal{E}} < L_p < \frac{2L_p^2}{\sqrt{L_\mathcal{E}^2 + 4L_p^2} - L_\mathcal{E}} = L_1 \qquad (5.16)$$

وينتج عن ذلك أن الحقل الكهربائي يؤدي الى اختلال التناظر في توزع التركيز الاضافي لحوامل الشحنة .

ندرس بعدئذ حالة الحقول الشديدة التي تتحقق من أجلها المتراجحة $L_\varepsilon^2 \gg 4\ L_p^2$. يمكن أن نكتب هذا الشرط وفقا للمعادلتين(5.4) و(5.15) بالشكل:

$$\frac{L_\varepsilon^2}{4L_p^2} = \frac{(\tau_p \mu_p \varepsilon)^2}{4L_p^2} = \frac{\tau_p^2 v^2}{4L_p^2} = \frac{v^2}{4v_D^2} \gg 1 \qquad (5.17)$$

حيث أن $v = \mu_p \cdot \varepsilon$ سرعة الانسياق . ويساوي المقدار L_ε عدديا المسار الذي تقطعه الحوامل اللامتوازنة للشحنة خلال زمن الحياة بسرعة تساوي سرعة الانسياق ، ويدعى "بالطول الانسياقي".وبالتالي تكون شدة الحقل ε أكبر كلما كان طول الانسياق أكبر بكثير من الطول الانتشاري.

نعين طولي الحجب L_1 وL_2 في حالة حقل موجب $\varepsilon > 0$.يمكن انطلاقا من العبارة (5.10)، أن نكتب من أجل المجال $x > 0$:

$$L_1 = \frac{2L_p^2}{L_\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{1+4\frac{L_p^2}{L_\varepsilon^2}} - 1} \approx \frac{2L_p^2}{L_\varepsilon} \frac{1}{\frac{2L_p^2}{L_\varepsilon^2}} = L_\varepsilon \qquad (5.18)$$

أي أن طول الحجب يساوي طول الانسياق:

$$L_1 = L_\varepsilon = \tau_p \mu_p \varepsilon = \tau_p v \qquad (5.19)$$

ويعطى توزع التركيز الاضافي للثقوب بالعلاقة :

$$\Delta p_1 = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_1}} = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{\tau_p \mu_p \varepsilon}} \qquad (5.20)$$

أي أن هذه الحالة تماثل حالة الانتشار فقط، فالتركيز الاضافي

للثقوب يهبط أسيا بازدياد x ، ولكن بثابت تناقص يساوي $L_1 = L_\varepsilon$. وبما أن ثابت التناقص $L_p < L_1$ ، فان L_1 تدعى أيضا "بالطول الانتشاري وفق الحقل".

ينتج من مقارنة (5.20) و (5.13)، أنه من أجل $4L_p^2 \ll L_\varepsilon^2$ يكون التركيز الاضافي لحوامل الشحنة في المجال $x > 0$ من ش م أكبر منه في حالة انعدام الحقل الخارجي(الجزء الأيمن من الشكل 6-5). وبالتالي يتم أثناء عبور التيار الذي يسببه الحقل الكهربائي الشديد، أي عندما تفوق سرعة الانسياق السرعة الانتشارية بمقدار كبير ($v \gg v_D$)، و في حالة الحقل الكهربائي الموجب($\varepsilon > 0$)انجذاب الثقوب الاضافية بواسطة الحقل في ش م الالكتروني في المجال $x > 0$ من ش م ، ويغدو ش م مغتنيا بالحوامل الثانوية للشحنة بمقدار أكبر بكثير من حالة تواجد الانتشار فقط، أي في حالة انعدام الحقل الخارجي($\varepsilon = 0$).

وتدعى هذه الظاهرة "بحقن الحوامل اللامتوازنة للشحنة".

وتلاحظ ظاهرة حقن الالكترونات في ش م الثقبي عندما $\varepsilon < 0$.

ندرس الآن توزع الثقوب الاضافية في المجال $x < -\ell$ ، عندما يكون $\varepsilon > 0$. يكون في هذه الحالة طول الحجب:

$$L_2 = \frac{2L_p^2}{L_\varepsilon} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(4L_p^2/L_\varepsilon^2)} + 1} \approx$$

$$\approx \frac{L_p^2}{L_\varepsilon} \cdot \frac{1}{2+2(L_p/L_\varepsilon)^2} \approx \frac{L_p^2}{L_\varepsilon} \qquad (5.21)$$

ونحصل استنادا الى(5.11) على:

$$\Delta p_2 = \Delta p(0) \cdot e^{-x/L_2} = \Delta p(0) \cdot e^{-L_\varepsilon / L_p^2} \qquad (5.22)$$

ويلاحظ بسهولة أن زيادة شدة الحقل تؤدي الى زيادة $L_\mathcal{E}$ ، وتناقص L_2 . وبما أن $L_p > L_2$ فان L_2 تدعى "بالطول الانتشاري عكس الحقل"، ويكون في المجال $x < -\ell$ وفي جميع نقاط ش م الواقعة على مسافة L_p ، $\Delta p > \Delta p_2$. ويعني هذا أنه في حالة الحقل الموجب $\mathcal{E} > 0$ يُفَقَّر حجم ش م الالكتروني في المجال $x < -\ell$ بالحوامل الثانوية للشحنة عندما تزداد شدة الحقل الكهربائي (الجزء الأيسر من الشكل b - 5-6). وتدعى هذه الظاهرة "بصّد حوامل الشحنة".

وتتحقق عملية صّد الالكترونات في ش م الثقبي عندما $\mathcal{E} < 0$.

يحدث عند تغيير اتجاه الحقل الخارجي $\mathcal{E} < 0$ في المجال $x > 0$ من ش م تناقص تركيز الحوامل الاضافية للشحنة، وزيادة لها في المجال $x < -\ell$ (الشكل c - 5-6). وتدعى هاتان الظاهرتان على الترتيب بـ "انتزاع وتراكم الحوامل اللامتوازنة للشحنة". وتتحقق هاتان الظاهرتان في ش م الثقبي من أجل $\mathcal{E} > 0$.

6.6. انتشار وانسياق الحوامل اللامتوازنة للشحنة في شبه موصل ذي ناقلية قريبة من الذاتية.

ندرس في هذه الفقرة انتشار وانسياق الحوامل اللامتوازنة للشحنة في ش م يحوي على كمية متساوية تقريبا من الالكترونات والثقوب المتوازنة، أي في ش م ناقليته قريبة من الناقلية الذاتية. وسوف نعتبر أن الحوامل الاضافية للشحنة تنشأ نتيجة لتشرد المادة الأساسية، وبالتالي $\Delta n = \Delta p$:

نفرض، في شبه موصل متجانس كالموصوف آنفا، وجود توزع غير متجانس للحوامل اللامتوازنة للشحنة وفق المحور x : $n(x) = n_0 + \Delta n(x)$ و $p(x) = p_0 + \Delta p(x)$ ، يسببه،

على سبيل المثال، اضاءة موضعية للعينة. ونعتبر أيضا أن سوية الاثارة منخفضة، بحيث أن $\Delta n = \Delta p \ll (n_0 + p_0)$.

ينشأ بفضل وجود الحقل الكهربائي الخارجي وتدرج تركيز حوامل الشحنة، تيارات انتشار وانسياق للالكترونات والثقوب، وتوصف هذه التيارات بالمعادلتين (2.9) و (2.10)، ويعطى التيار الكلي بالعلاقة :

$$j = j_n + j_p = e(n\mu_n + p\mu_p)\mathcal{E} + e\left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx}\right) \quad (6.1)$$

وتكون شدة التيار الكلي في ش م المعزول في الحالة المستقرة معدومة ($j = 0$). ويتساوى عندئذ في كل نقطة من العينة تيارا الانتشار مع تياريّ الانسياق المرهونين بوجود الحقل الكهربائي الساكن $\mathcal{E}_{st}$. ويمكن ايجاد قيمة $\mathcal{E}_{st}$ من المعادلة (6.1) اذا وضعنا $j = 0$:

$$\mathcal{E}_{st} = \frac{D_p \frac{dp}{dx} - D_n \frac{dn}{dx}}{n\mu_n + p\mu_p} = \frac{D_p \frac{dp}{dx} - D_n \frac{dn}{dx}}{(n_0+\Delta n)\mu_n + (p_0 + \Delta p)\mu_p} \quad (6.2)$$

يظهر من العبارة (6.2)، أنه في حالة انعدام التيار الكهربائي ($j = 0$)، تكون قيمة الحقل الكهربائي الساكن $\mathcal{E}_{st}$ الذي ينشأ نتيجة لانتشار حوامل الشحنة أصغر كلما كان تركيز الالكترونات n_0 والثقوب p_0 المتوازنة أكبر. واذا كانت الناقلية الكهربائية لـ ش م المدروس كبيرة بشكل كاف، وتركيز الحوامل الاضافية للشحنة Δn و Δp أصغر بكثير من تركيز الحوامل المتوازنة للشحنة، أي أن $n_0 \gg \Delta n$ و $p_0 \gg \Delta p$ ، فاننا نستطيع ضمن تقريب أولي اعتبار الحقل الكهربائي الساكن معدوما، وأن

الاعتدال الكهربائي الذي تضمنه المساواة $\Delta p = \Delta n$ في كل نقطة من العينة قائما. وهذا يعني أن الحوامل المنتشرة للشحنة تسحب معها أثناء عملية الانتشار حواملا للشحنة معاكسة لها بالاشارة، ومساوية لها بالكمية. وتجري في هذه الحالة عملية انتشار الالكترونات والثقوب الاضافية بشكل حر، كما هو الحال في انتشار الأزواج الالكتروثقبية المعتدلة المميّزه بنفس زمن الحياة τ.

لنفرض أن العينة التي شكّلت فيها أزواج غير متوازنة للالكترونات والثقوب، أخضعت لتأثير حقل كهربائي خارجي متجانس $\mathcal{E}$ أكبر بكثير من الحقل الداخلي الساكن، أي $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_{st}$. ونقتصر على الحالة أحادية البعد لتبسيط المسألة، ونعتبر أن اتجاهي الحقل الخارجي وتدرج التركيز منطبقان على المحور x. ينبغي عندئذ أن نكتب معادلة الاستمرارية ومعادلة كثافة التيار من أجل الالكترونات ومن أجل الثقوب بنفس الشكل:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \Delta n}{\partial t} &= \frac{1}{e}\frac{\partial j_n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \\ \frac{\partial \Delta p}{\partial t} &= -\frac{1}{e}\frac{\partial j_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} \end{aligned}\right\} \quad (6.3)$$

$$\left.\begin{aligned} j_n &= \sigma_n \mathcal{E} + e D_n \frac{d\Delta n}{dx} \\ j_p &= \sigma_p \mathcal{E} - e D_p \frac{d\Delta p}{dx} \end{aligned}\right. \quad (6.4)$$

حيث أن $\sigma_n = en\mu_n$ و $\sigma_p = en\mu_p$ مركبتا الناقلية النوعية للالكترونات والثقوب.

تبدأ الأزواج الالكتروثقبية بالانسياق بسرعة ثابتة تحت تأثير الحقل الخارجي. ويوصف عندئذ الانتشار والانسياق المشترك

للالكترونات والثقوب، ضمن شروط الاعتدال الكهربائي بالحركية الانسياقية الفعّالة $\mu_\mathcal{E}$ ومعامل الانتشار الفعّال D، ويأخذ هذان المقداران نفس القيمة للالكترونات والثقوب. ويدعيان بالحركية الانسياقية ثنائية القطب ومعامل الانتشار ثنائي القطب.

لكي نعين $\mu_\mathcal{E}$ و D، نكتب معادلتي الاستمرارية (6.3) ونعوض فيهما قيمتي التيارين j_n و j_p من (6.4):

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \mu_n \mathcal{E} \frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} + \mu_p \mathcal{E} \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau}$$

نضرب المعادلتين (6.5) بـ σ_p و σ_n على الترتيب ونجمعهما، فنحصل بعد الأخذ بعين الاعتبار أن $\Delta p = \Delta n$ على:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{D_n\sigma_p + D_p\sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p}\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \frac{\mu_n\sigma_p - \mu_p\sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p}\cdot\mathcal{E}\cdot\frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (6.6)$$

وتكتب المعادلة (6.6) في الحالة المستقرة، أي عندما $\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0$ بالشكل:

$$\frac{D_n\sigma_p + D_p\sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p}\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \frac{\mu_n\sigma_p - \mu_p\sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p}\mathcal{E}\frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} = 0 \quad (6.7)$$

وتماثل (6.7) بهيئتها العبارة (5.2) التي تخص انتشار وانسياق الحوامل الثانوية للشحنة. ويقتصر الاختلاف بينهما على مضروبي المشتق الثاني والأول، حيث يوجد في (6.7) مضروبان أكثر

تعقيدا، ويمكن أن نرمز لهما بـ D و μ_ε على الترتيب.

نحصل على معامل الانتشار ثنائي القطب D ، بالأخذ بعين الاعتبار أن $n_0 \approx n$ و $p_0 \approx p$ (يكون هذا صحيحا عندما $n_0 \gg \Delta n$ ، $p_0 \gg \Delta p$) وباستعمال علاقة انشتين للالكترونات والثقوب ($\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT}$):

$$D = \frac{D_n \sigma_p + D_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{n_0 + p_0}{\frac{n_0}{D_p} + \frac{p_0}{D_n}} = \frac{kT}{e} \frac{n_0 + p_0}{\frac{n_0}{\mu_n} + \frac{p_0}{\mu_p}} \qquad (6.8)$$

وتكتب علاقة الحركية الانسياقية ثنائية القطب على الشكل:

$$\mu_\varepsilon = \frac{\mu_n \sigma_p - \mu_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{p_0 - n_0}{\frac{n_0}{\mu_p} + \frac{p_0}{\mu_n}} \qquad (6.9)$$

اذا استعملنا علاقة انشتين ، فان معامل الانتشار ثنائي القطب يمكن تقديمه بالصيغة التالية :

$$D = \frac{kT}{e} \mu_D \qquad (6.10)$$

نلاحظ من مقارنة (6.10) مع (6.8) أن دور الحركية في (6.8) يلعبه المقدار:

$$\mu_D = \frac{p_0 + n_0}{\frac{n_0}{\mu_p} + \frac{p_0}{\mu_n}} \qquad (6.11)$$

الذي يدعى بالحركية الانسياقية ثنائية القطب.

يتضح من المعادلة (6.9) أن المقدار μ_ε يمكن أن يغير اشارته تبعا لنسبة n_0 و p_0 . وينعدم عندما $n_0 = p_0$.

لدينا من أجل ش م الذاتي الذي يكون فيه $p_0 = n_0$:

$$D = 2 \frac{D_n D_p}{D_n + D_p} = 2 \frac{kT}{e} \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \qquad (6.12)$$

$$\mu_D = 2 \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \qquad (6.13)$$

$$\mu_\varepsilon = 0 \qquad (6.14)$$

ينتج عن العلاقتين (6.12) و (6.14) أن انتشار الحوامل الاضافية للشحنة يعينها في ش م الذاتي معامل متعلق بمعاملي الانتشار (أو الحركية) للالكترونات والثقوب. ويشهد انعدام الحركية الانسياقية ثنائية القطب على أن الحقل الكهربائي الخارجي لايؤثر في أش م الذاتية على التوزع الفضائي لحوامل الشحنة.

يكون في أ ش م المشوبة التي يفوق فيها تركيز الحوامل الأساسية للشحنة بشكل كبير تركيز الحوامل الثانوية ($p_0 \gg n_0$ أو $p_0 \ll n_0$)، يكون معامل الانتشار ثنائي القطب D والحركية الانتشارية ثنائية القطب μ_D والحركية الانسياقية ثنائية القطب μ_ε مساوية على الترتيب لمعامل انتشار وحركية الحوامل الثانوية للشحنة. فعلى سبيل المثال، يكون في ش م من النوع - n ($p_0 \ll n_0$)

$$D = D_p$$

و

$$\mu_D = |\mu_\varepsilon| = \mu_p \qquad (6.15)$$

وبالتالي يعين في ش م المشوب انتشار وانسياق الحوامل الاضافية للشحنة بمعامل انتشار وحركية الحوامل الثانوية للشحنة.

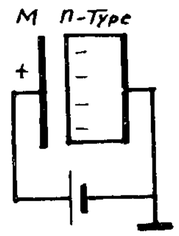
الفصل السابع

ظواهر الالتحام في أشباه الموصلات

1.7. دراسة شبه موصل خاضع الى تأثير حقل كهربائي خارجي.

تكمن في آليات ظواهر الالتحام بعض الحوادث الفيزيائية التي تجري في ش م نتيجة لتأثير الحقل الكهربائي الذي ينشأ في منطقة الالتحام. ولكي نفهم هذه الحوادث لابد من معرفة خواص ش م الواقع في حقل كهربائي خارجي. ولهذا السبب نقوم بدراسة ش م الكتروني موضوع في حقل كهربائي متجانس لمكثفة مستوية (الشكل 1-7).

تكون الشحنة الحجمية في ش م معدومة في حالة غياب الحقل الكهربائي. ويحدث في ش م عند تسليط الحقل اعادة توزيع لحوامل الشحنة، وتنشأ نتيجة لذلك شحنة حجمية كثافتها $\rho(\vec{r})$ وحقل كهربائي $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})$. ويتمركز تغير تركيز حوامل الشحنة الذي أدى الى ظهور الشحنة الحجمية في المجال الملاصق لسطح ش م. وتعمل الشحنة الحجمية على تغطية (حجب blinder) الحقل الكهربائي الخارجي، وبالتالي يخترق هذا الحقل فقط الطبقة المجاورة لسطح ش م (الطبقة القشرية).



الشكل 1-7 شبه موصل خاضع لحقل كهربائي خارجي.

عندما يغلق منبع التغذية، كما هو مبين على الشكل (1-7) يتزايد تركيز الالكترونات في الطبقة القشرية (الشكل a - 2 - 7)، وتنشأ بالتالي شحنة حجمية سالبة (الشكل b - 2-7). ويتناقص التركيز الاضافي للالكترونات، وبالتالي الشحنة الحجمية كلما

ابتعدنا عن السطح باتجاه عمق ش م. وتولّد الشحنة الحجمية السالبة حقلا كهربائيا شدته $\mathcal{E}_s$، وتكون هذه الشدة عظمى على سطح ش م (الشكل c - 2-7). ويقوم الحقل المذكور بتغيير الطاقة الكامنة للالكترون (الشكل d - 2-7) بالقيمة $U(\vec{r}) = -e \cdot \varphi(\vec{r})$ حيث أن $\varphi(\vec{r})$ هو الكمون الكهرساكن لحقل الالتحام (الشكل e-2-7). وبالتالي يسبب الحقل الكهربائي التواء في المناطق الطاقية لـ ش م، بشكل يكون معه:

$$E_c(\vec{r}) = E_c - U(\vec{r})$$

$$E_v(\vec{r}) = E_v - U(\vec{r}) \qquad (1.1)$$

وتنفذ عندئذ جميع السويات الطاقية بما فيها السويات الشائبية الموجودة في المنطقة المحظورة هذا الالتواء.

بما أن ش م يوجد في حالة توازن ترموديناميكي، فان موضع سوية فرمي يبقى ثابتا، وبالتالي تتغير المسافات بين سوية فرمي ومناطق الطاقة المسموحة. فاذا كانت هذه السويات مساوية في حالة غياب الحقل:

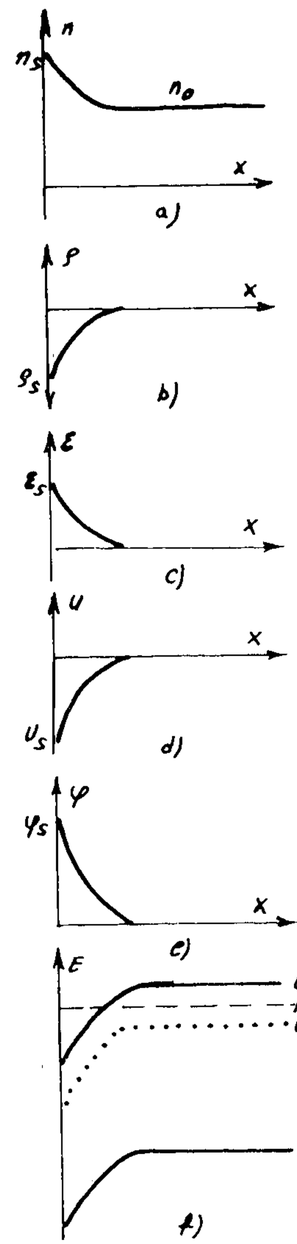
$$E_c - F \quad \text{و} \quad F - E_v \qquad (1.2)$$

فانها تصبح في حالة وجوده مساوية:

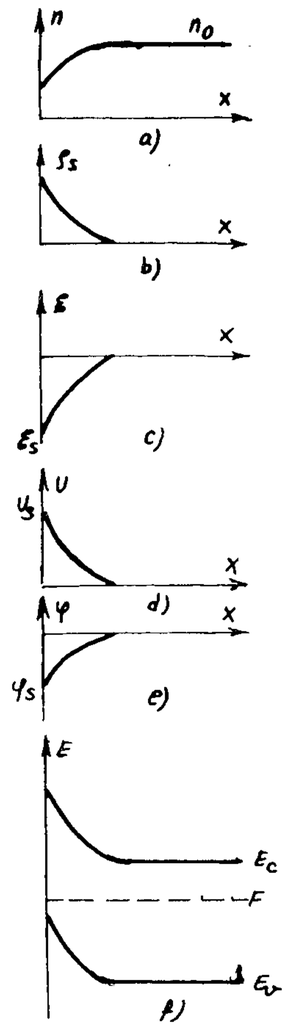
$$E_c - U(\vec{r}) - F \quad \text{و} \quad F - [E_v - U(\vec{r})] \qquad (1.3)$$

على الترتيب.

ينتج عن مقارنة العلاقتين (1.2) و(1.3) أن المسافة بين F و E_v تزداد بنفس المقدار الذي تتناقص فيه المسافة بين E_c و F، أي بالمقدار $U(\vec{r})$. ويؤدي تغير المسافات بين سوية فرمي والمناطق الطاقية الى تغير توزع الالكترونات وفق



الشكل 2_7 (**



الشكل 3_7 (*

السويات الطاقية . ففي حالتنا المعروضة للدراسة مثلا (الشكل 7_2_ف)، يملك ش م في المجال البعيد عن السطح ناقلية كهربائية الكترونية، ويكون فطريا. وتتواجد الالكترونات على سويات الشائبة المانحة (ذلك لأن سوية فرمي تقع فوق هذه السويات)، ويبقى ش م في المنطقة القشرية الكترونيا غير أنه يصبح لافطريا، ذلك لأن سوية فرمي هنا تقع في منطقة الناقلية .

عندما يتغير اتجاه الحقل المسلط على ش م الالكتروني، يصبح تركيز الالكترونات في الطبقة القشرية أقل منه في جوف شبه م وتركيز الالكترونات أعلى (الشكل a_7_3)، وتصبح اشارتا الشحنة الحجمية (الشكل b_7_3) وتغير الطاقة الكامنة (الشكل c_7_3) موجبتين. وفي حالتنا المعروضة على الشكل ف_7_3 يحدث في الطبقة القشرية تغير في نوع الحوامل الأساسية للشحنة حيث يتحول ش م من الكتروني الى ثقبي، أي تنشأ طبقة متحولة انقلابية، وتظهر في ش م كهذا على مسافة ما من السطح طبقة تتمتع بناقلية كهربائية ذاتية، سندعوها "بالطبقة_ذ"، وتكون فيها سوية فرمي متموضعة في منتصف المنطقة المحظورة. ويدعى المجال من ش م الواقع الى جوار الطبقة ذ والذي يتغير فيه نوع الناقلية الكهربائية "بالمعبر الفيزيائي p_n". ويختفي هذا المعبر

*) الشكل 2_7 تغير تركيز الالكترونات الحرة (a)، الشحنة الحجمية (b)، شدة الحقل (c)، الطاقة الكامنة للالكترونات (d)، كمون الحقل (e)، وتقوس المناطق الطاقية لشبه موصل مانح (ف) في حقل كهربائي خارجي. (الصفحة 376).

**) الشكل 3_7 تركيز الالكترونات الحرة (a)، كثافة الشحنة الحجمية (b)، شدة الحقل الكهربائي (c)، الطاقة الكامنة للالكترونات (d)، كمون الحقل (e)، ومواضع المناطق لشبه موصل مانح (ف) أثناء تغير اتجاه الحقل الكهربائي الخارجي. (الصفحة 376).

عندما ينعدم الحقل الكهربائي الخارجي.

نقوم الآن بدراسة تأثير الحقل الكهربائي الخارجي على ش م منتظم وفطري من النوع- n ، وقد عرض مخططه الطاقي على الشكل 4-3-7. ان شدة الحقل الكهربائي $\mathcal{E}$ ، كما هو معلوم، مرتبطة مع الشحنة الحجمية ρ بمعادلة بواسون:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\rho} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \rho(x) \qquad (1.4)$$

واذا عبرنا عن شدة الحقل بدلالة تدرج الكمون $\mathcal{E} = -\frac{d\varphi}{dx}$ فان (1.4) تكتب على الشكل:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \rho(x) \qquad (1.5)$$

نفرض أن تركيز الالكترونات في جوف ش م ($x \longrightarrow \infty$) يساوي n_0 ، وفي الطبقة القشرية n . وبما أن ش م فطري، فان

$$n = N_c\, e^{-\frac{E_c + U - F}{kT}} = n_0 \cdot e^{-\frac{U}{kT}} \qquad (1.6)$$

تُعَيِّن الشحنة الحجمية في الطبقة القشرية بالايونات الموجبة للشوائب المانحة وبالالكترونات الحرة . وسوف نعتبر أن الشوائب المانحة متشردة بالكامل، أي أن $N_d^+ = n_0$. تصبح عندئذ الشحنة الحجمية في الطبقة القشرية لـ ش م كهذا مساوية :

$$\rho = e(N_d^+ - n) = e(n - n_0) = e n_0 (1 - e^{-\frac{U}{kT}}) \qquad (1.7)$$

نقتصر على حالة الالتواء القليل للمناطق تحت تأثير الحقل الكهربائي، أي عندما يكون $|U| \ll kT$. ونقوم بنشر العبارة $e^{-U/kT}$

في سلسلة قوى ، مكتفين بالحد الأول من السلسلة ، فنحصل من (1.7) على:

$$\rho = \frac{e n_0 U}{kT} = -\frac{e n_0^2}{kT} \varphi \qquad (1.8)$$

نرمز بـ $l_b^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 kT}{e^2 n_0}$ ، فتأخذ (1.5) عندئذ الشكل:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} - \frac{1}{l_b^2}\varphi = 0 \qquad (1.9)$$

ويعطى حل هذه المعادلة بالشكل:

$$\varphi = A_1 e^{-x/l_b} + A_2 \cdot e^{x/l_b} \qquad (1.10)$$

بما أن $\varphi \longrightarrow 0$ عندما $x \longrightarrow \infty$ ، فان $A_2 = 0$ ، ويكون في النقطة $x = 0$: $\varphi = -\varphi_s$ و $A_1 = -\varphi_s$ ، وبالتالي يعطى الكمون والحقل والطاقة الكامنة للالكترونات في مجال الطبقة القشرية بالعلاقات التالية على الترتيب:

$$\varphi(x) = -\varphi_s \cdot e^{-x/l_b} \qquad (1.11)$$

و

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{\varphi_s}{l_b} e^{-x/l_b} = -\mathcal{E}_s \cdot e^{-x/l_b} \qquad (1.12)$$

$$U(x) = -e \cdot \varphi(x) = e\varphi_s e^{-x/l_b} = U_s \cdot e^{-x/l_b} \qquad (1.13)$$

وتصبح كثافة الشحنة الحجمية على السطح مساوية :

$$\rho_s = \frac{e n_0}{kT} U_s \qquad (1.14)$$

وهكذا فان تسليط حقل كهربائي على ش م يؤدي الى التواء

المناطق الطاقية، والى تغير في تركيز الالكترونات والثقوب في مجال الطبقة القشرية منه. وعندما يكون $U_s > 0$ فان التواء المناطق يتجه نحو الأعلى، وتحدث زيادة في تركيز الثقوب (الشكل 7_3_ب) وتُغنى في هذه الحالة الطبقة القشرية لـ ش م من النوع-n بالحوامل الثانوية للشحنة، ولـ ش م من النوع-P بالحوامل الأساسية للشحنة. وعندما يكون $U_s < 0$، فان الالتواء يتجه نحو الأسفل (الشكل 7_2_ب) ويزداد تركيز الالكترونات، أي يحدث اغتناء بالحوامل الأساسية للشحنة في ش م من النوع-n، واغتناء بالحوامل الثانوية في ش م من النوع-P.

وترمز l_b في الصيغ (1.10) - (1.13) الى طول ديباي للتغطية. وبالتالي فان l_b تمثل المسافة التي من أجلها تنخفض قيمة الحقل الكهربائي في المادة بـ $e = 2,70$ مرة. وتكون قيمة l_b في المعدن الذي يتصف بالمعطيات التالية: $n = 10^{22} cm^{-3}$ و $\varepsilon = 1$ من رتبة 10^{-8} سم في درجة حرارة الغرفة. ويتغلغل الحقل الكهربائي في الجرمانيوم النقي ($\varepsilon = 16$، $n_0 = 10^{14} cm^{-3}$) الى مسافة تقارب 4 ميكرون.

2.7. جهد الخروج

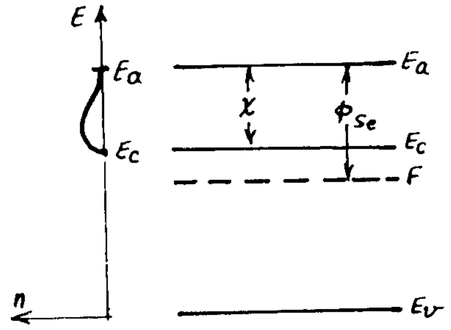
ان نزع الكترون من المادة الصلبة يتطلب-كما هو معروف- صرف طاقة ما على هذه العملية. وبالتالي ينبغي الاقرار بوجود حاجز طاقي على حدود المادة الصلبة يَحُول دون خروج الالكترونات من البلورة. وتتمكن فقط الالكترونات التي تملك طاقة كافية من اجتياز ذلك الحاجز. ومن الواضح أن رفع درجة الحرارة يزيد من عدد الالكترونات القادرة على اجتياز الحاجز. وتدعى عملية خروج الالكترونات من المادة بفضل الطاقة الحرارية "بالاصدار الترمو

الكتروني.

نوجد كثافة تيار الاصدار الترموالكتروني للالكترونات من ش م فطري. ينبغي من أجل ذلك أن نحسب عدد الالكترونات القادرة على اجتياز الحاجز الكموني والخروج من ش م. لنرمز بـ $\varepsilon_a = \varepsilon_{vacuum}$ لطاقة الالكترون الذي يخرج من ش م الى الخلاء ويبقى ساكنا الى جوار العينة. تكون عندئذ الطاقة اللازمة لنقل الالكترون من قاع منطقة الناقلية أين تكون سرعته معدومة، الى الخلاء دون اكسابه أية سرعة مساوية χ (الشكل 7_4_ب).

$$\chi = \varepsilon_a - \varepsilon_c \qquad (2.1)$$

وتدعى الطاقة χ الفاصلة بين حد منطقة الناقلية وسوية الخلاء ($\varepsilon_{vac} = \varepsilon_a$) "بالالفة الالكترونية". وتدعى أحيانا "بجهد الخروج الطبيعي أو الخارجي". وتساوي عدديا العمل اللازم لنقل الالكترون الساكن الموجود في المادة الصلبة الى الخلاء دون اكسابه أية طاقة حركية.



الشكل 7_4_ب جهد خروج الالكترونات من شبه موصل.

لكي يجتاز الالكترون ذو السرعة v_x الحاجز الكموني المستطيل، ينبغي أن تكون طاقته الحركية مساوية على الأقل ارتفاع الحاجز الكموني أي أن:

$$\frac{m^* v_x^2}{2} \geq \chi \qquad (2.2)$$

يعين عدد الحالات الكوانتية في واحدة الحجوم من البلورة

وفي حدود السرعة من v الى $v+dv$ بالعلاقة (انظر الفقرة 1.3):

$$dz = 2\left(\frac{m^*}{h}\right)^3 . dv_x\, dv_y\, dv_z \qquad (2.3)$$

بما أن $E-F \gg KT$ من أجل الالكترونات القادرة على مغـــادرة ش م ، فان عددها يعطى بالعلاقة :

$$dn = f_o \cdot dz = 2\left(\frac{m^*}{h}\right)^3 . e^{-(E-F)/KT} . dv_x dv_y dv_z \qquad (2.4)$$

سوف نعتبر أن جميع الالكترونات التي تجتاز الحاجـــز الكموني لاترجع الى ش م . واذا كان تدفق الالكترونات المتحركـة نحو سطح البلورة بالسرعة v مساويا $dn \cdot v_x$ ، فان كثافة التيـار الذي يجري من الخلاء الى ش م تكون مساوية :

$$j = e\int_{v_{x\min}}^{\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} dn . v_x = 2e\left(\frac{m^*}{h}\right)^3 . e^{F/KT} \cdot \int_{v_{x\min}}^{\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} . e^{-E/KT} . v_x\, dv_x\, dv_y\, dv_z \qquad (2.5)$$

واذ أخذنا في الحسبان أن طاقة الالكترون تساوي :

$$E = E_c + \frac{m^*}{2}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)$$

يمكننا كتابة المعادلة (2.5) بالشكل:

$$j = \frac{2em^{*3}}{h^3} . e^{-(E_c-F)/KT} \int_{v_{x\min}}^{\infty} e^{-m^* v_x^2/2KT} . v_x dv_x . \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m^* v_y^2/2KT} . dv_y . \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m^* v_z^2/2KT} . dv_z \qquad (2.6)$$

لكي نحسب j ، نستعمل العلاقة التالية :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha y^2} . dy = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \qquad (2.7)$$

ونستعمل أيضا التكامل بـ v_x ، آخذين الحسبان العبارة (2.2):

$$\int_{v_{x\min}}^{\infty} e^{-m^* v_x^2/2KT} \cdot v_x dv_x = \frac{KT}{m^*} e^{-m^* v_{x\min}^2/2KT} = \frac{KT}{m^*} e^{-\chi/KT} \qquad (2.8)$$

نحصل استنادا على المساويات (2.6) ـ (2.8) على عبـارة لكثافة تيار الاصدار الترموالكتروني:

$$j = \frac{4\pi e m^* K^2}{h^3} T^2 . e^{-(E_a-F)/KT} = A . e^{-\Phi/KT} \qquad (2.9)$$

حيث أن

$$A = \frac{4\pi e m^* K^2}{h^3}$$

و

$$\Phi = \chi + E_c - F = E_a - F \qquad (2.10)$$

يدعى المقدار Φ "بجهد الخروج الترموديناميكي للالكترون"! ويصح استعمال العلاقة (2.9) في حالة المعادن أيضا، ولكن بعـد ادراك الحقيقة التالية : وهي أن الالكترونات في المعادن تقـــع على سوية فرمي، بينما لاتوجد الالكترونات على هذه السوية فـــي أش م الفطرية . وتأخذ Φ قيما مساوية لعدة الكترونات فولط فـي المعادن أو في أ ش م .

بما أن موضع سوية فرمي في أ ش م يتعلق بدرجة الحـــرارة ،

وبطبيعة وتركيز الشوائب، فان قيمة جهد الخروج الترموديناميكي يتعلق أيضا بهذه الوسطاء(البارامترات).

نوزد فيما يلي عبارات جهد الخروج لمختلف أش الموصلات، مستخدمين في ذلك الصيغة (2.10) والعلاقات الموافقة لسويات فرمي التي حصلنا عليها في الفقرتين 6.3 و 7.3.

يعطى جهد الخروج في ش م الذاتي بالعلاقة :

$$\Phi_i = \chi + \frac{1}{2} E_g + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{m_n^*}{m_p^*}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (2.11)$$

ويتضح من هذه العبارة أن جهد خروج الالكترون من ش م الذاتي يتعلق بعرض المنطقة المحظورة وبنسبة الكتلتين الفعّالتين للالكترونات والثقوب.

ويكون Φ في ش م المانح المتمتع بتشرد ضعيف للشائبة مساويا :

$$\Phi_n = \chi + \frac{E_c - E_d}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{g N_c}{N_d} \qquad (2.12)$$

والمتمتع بتشرد شديد للشائبة :

$$\Phi_n = \chi + kT \ln \frac{N_c}{N_d} \qquad (2.13)$$

ويلاحظ أن جهد الخروج في حالة التشرد الشديد للشائبة المانحة يتعلق فقط بتركيز الشائبة وبدرجة حرارة ش م، بينما يتعلق في حالة التشرد الضعيف للشائبة، أيضا بعمق تموضع سوية الشائبة في المنطقة المحظورة وبدرجة لافطريتها.

يعطى جهد الخروج في ش م الآخذ من أجل التشردين الضعيف والشديد للشائبة الآخذة بالعلاقتين التاليتين على الترتيب:

$$\Phi_p = \chi + E_g + \frac{E_v - E_a}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{g N_v}{N_a} \qquad (2.14)$$

$$\Phi_p = \chi + E_g - kT \ln \frac{N_v}{N_a} \qquad (2.15)$$

ينتج من مقارنة العلاقات(2.12) ـ (2.15) أن جهد الخروج للالكترونات من ش م الآخذ أكبر منه في حالة ش م المانح.

3.7.. التحام معدن ـ معدن. فرق الكمون الالتحامي

نأخذ معدنين مختلفين معزولين M_1 و M_2 ، ولنفرض أن جهد الخروج Φ_1 وطاقة فرمي F_1 للمعدن M_1 أكبر من Φ_2 و F_2 للمعدن M_2 .

نجعل هذين المعدنين ملتحمين(متلامسين) في طرفين من أطرافها، ونبقي على فجوة خلائية بين الطرفين الآخرين(الشكل 5ـ7).

نقوم في البداية بدراسة الحوادث الجارية في اللحمة C . يبدأ المعدنان المتماسان بتبادل الالكترونات لحظة التماس. وبما أن $F_2 < F_1$ ، فان الأفضلية تكون لانتقال الالكترونات من المعدن M_1 الى المعدن M_2 ، وبالتالي تظهر على المعدن M_1 شحنة موجبة وعلى المعدن M_2 شحنة سالبة. وهكذا ينشأ بين المعدنين حقل كهربائي عمودي على مستوي اللحمة C ،ويكون هذا الحقل محصور ضمن شريحة رقيقة



الشكل 5ـ7 التحام معدنين مختلفين.

سمكها من رتبة 10^{-8} سم . ويتوقف تدفق الالكترونات من M_1 الى M_2 في اللحظة التي تصبح فيها سوية فرمي واحدة للجملة ككل. ويدعى فرق الكمون الحاصل على اللحمة المتينة بين معدنين في حالة التوازن "بفرق الكمون الالتحامي الداخلي φ_i ".

لكي نعين قيمة φ_i لابد من حساب عدد الالكترونات المنتقلة على طول المحور x من M_1 الى M_2 وبالعكس. ويكون وفقا للعبارة (2.4)، عدد الالكترونات المالكة للسرعة v_{x1} والمنتقلة من M_1 الى M_2 مساويا :

$$dN_1 = 2\,\frac{1}{m_1^* h^3}\,P_{x1}\,dP_{x1}\iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{dP_{y1}\cdot dP_{z1}}{e^{(E_1-F_1)/kT}+1} \qquad (3.1)$$

ويكون عدد الالكترونات المنتقلة بالاتجاه المعاكس مساويا :

$$dN_2 = 2\,\frac{1}{m_2^* h^3}\,P_{x2}\,dP_{x2}\iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{dP_{y2}\,dP_{z2}}{e^{(E_2-F_2)/kT}+1} \qquad (3.2)$$

بما أن المعدن M_1 مشحون ايجابيا على الحد الفاصل c ، فان الكتروناته تملك طاقة سالبة اضافية مساوية $e\varphi_i$ (الشكل a-6-7). غير ان الطاقة الكلية للالكترونات في حالة التوازن الترموديناميكي تكون في جميع الجملة متساوية، وبالتالي فان:

$$E_1 - e\varphi_i = E_2 \qquad (3.3)$$

وبما أن

$$\frac{\partial E_1}{\partial P_{x1}}\,dP_{x1} = \frac{\partial E_2}{\partial P_{x2}}\,dP_{x2} \qquad (3.4)$$

فان

$$\frac{1}{m_1^*}\,P_{x1}\cdot dP_{x1} = \frac{1}{m_2^*}\,P_{x2}\,dP_{x2} \qquad (3.5)$$

يكون في شروط التوازن الترموديناميكي عدد الالكترونات العابرة نحو الأمام يساوي عدد الالكترونات العابرة نحو الخلف، أي أن

$$dN_1 = dN_2 \qquad (3.6)$$

وبالتالي عندما يتساوى التكاملان المضاعفان(3.1) و(3.2)، وهذا ممكن فقط عندما تتحقق المساواة :

$$E_1 - F_1 = E_2 - F_2 = E_1 - e\varphi_i - F_2 \qquad (3.7)$$

ومنه ينتج أن

$$e\varphi_i = F_1 - F_2 \qquad (3.8)$$

وهكذا فان فرق الكمون الالتحامي الداخلي يعرّف بفرق طاقتيّ فرمي للمعدنين المنفصلين(قبل الالتحام).

بما أن سوية فرمي في المعادن تتعلق بتركيز الالكترونات :

$$F_0 = \frac{h^2}{2m^*}\left(\frac{3n_0}{8\pi}\right)^{2/3} \qquad (3.9)$$

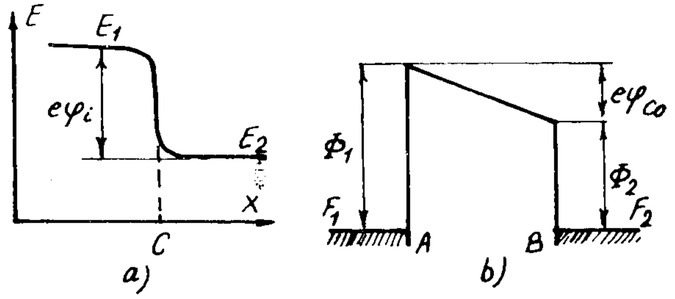
فان

$$e\varphi_i = \frac{h^2}{2}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{2/3}\left(\frac{n_1^{2/3}}{m_1^*} - \frac{n_2^{2/3}}{m_2^*}\right) \qquad (3.10)$$

وهكذا يحدد فرق الكمون الالتحامي بتركيز الالكترونات في المعدنين المختلفين، وبكتلتيهما الفعالتين. وتكون قيمة φ_i في المعادن صغيرة وتتراوح بين 10^{-2} - 10^{-3} فولط.

ندرس الآن العمليات التي تجري بين المعدنيين في الفجوة

الخلائية (على الجزء AB ، الشكل 5-7). بما أن جهد الخروج من المعدن M_1 أكبر منه للمعدن M_2 ، فان التيار الترموالكتروني المنبعث عن المعدن M_2 يكون في بداية الزمن أكبر من التيار المنبعث عن M_1 ، أي أن $j_1 < j_2$. وهذا يؤدي الى ظهور شحنة موجبة في المعدن M_2 (على السطح B)، وشحنة سالبة في المعدن M_1 (على السطح A)، وبالتالي ينشأ حقل كهربائي يعيق انبعاث الالكترونات من M_2 . ويستمر التدفق الموجه للالكترونات حتى يسود التوازن الديناميكي في الجملة ،والذي يميزه ثبات سوية فرمي (الشكل b - 6-7). ويدعى فرق الكمون الالتحامي φ_{co} الناشىء بين المعدنين في الفجوة الخلائية "بفرق الكمون الالتحامي الخارجي".



الشكل 6-7 فرق الكمون الالتحامي الداخلي (a) والخارجي (b) .

بما أن تياريّ الاصدار متساويان في حالة التوازن الترمو ديناميكي :

$$j_{10} = j_{20} \qquad (3.11)$$

أو

$$AT^2 . e^{-\Phi_1/kT} = AT^2 . e^{-(\Phi_2 + e\varphi_{co})/kT} \qquad (3.12)$$

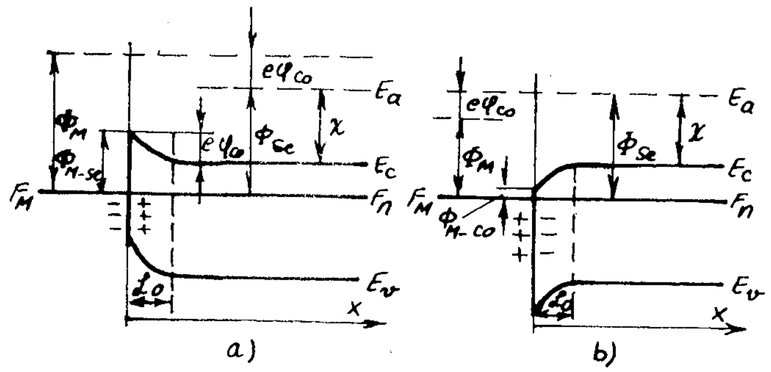
فان

$$e\varphi_{co} = \Phi_1 - \Phi_2 \qquad (3.13)$$

وهكذا يعين فرق الكمون الالتحامي الخارجي الناشىء بين المعدنين في الفجوة الخلائية بفرق جهديّ خروج الالكترونات من هذين المعدنين.

4.7. التحام معدن - شبه موصل.

نفرض أن لحمة متينة قد تمت بين معدن و ش م الكتروني. اذا كان موقع سوية فرمي F_M في المعدن المعزول أخفض من موقع سوية فرمي F_{Sc} في ش م، أي أن $\Phi_{Se} < \Phi_M$ ، فان تدفق الالكترونات من ش م الى المعدن يكون في لحظة تلامسهما أكبر من تدفقها في الاتجاه المعاكس. وبالتالي يشحن المعدن بشحنة سالبة و ش م بشحنة موجبة ، وينشأ حقل كهربائي $\vec{\varepsilon}_{St}$ بين العينتين الملتحمتين يعيق دخول الالكترونات من ش م الى المعدن. ويستمر التدفق الموجّه للالكترونات الى أن تتساوى سوية فرمي في الجملة ككل (الشكل a - 7-7)، ويسود التوازن الديناميكي الذي تميزه المساواة



الشكل 7-7 لحمة معدن-ش م الكتروني، a) يمثل حالة $\Phi_{se} < \Phi_M$ b) يمثل حالة $\Phi_{se} > \Phi_M$.

بين تياريّ الاصدار الترموالكتروني:

$$j_{MO} = j_{seO} \qquad (4.1)$$

ومنه نجد فرق الكمون الالتحامي الناشيء على لحمة معدن-ش م .

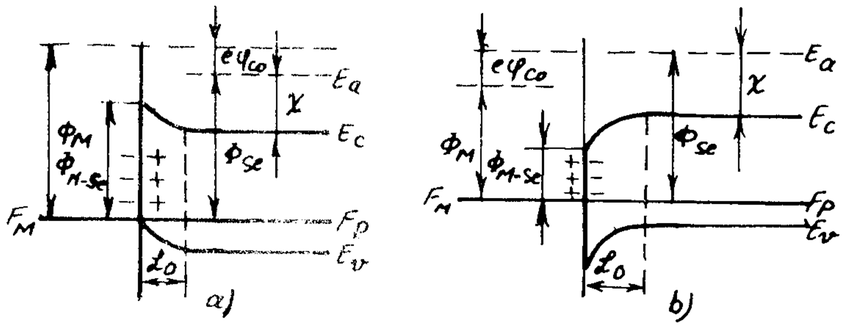
$$e\varphi_{co} = \Phi_M - \Phi_{Se} \qquad (4.2)$$

بما أن شدة الحقل الكهربائي في طبقة الشحنة الحجمية $\mathcal{E} = \int \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \rho \cdot dx = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}$ ، فان فرق الكمون بين المادتين المتماستين، عندما تتساوى الشحنتان الحجميتان ($Q = const$)، يتناسب مع سماكة طبقة الشحنة الحجمية ($V = -\int_0^{\ell} \mathcal{E}_{st} \cdot dx = -\frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}\ell$). غير أن سمك طبقة الشحنة الحجمية لايتجاوز في المعدن القيمة $10^{-7} - 10^{-8}$ سم، وهكذا فان تغير الكمون الحاصل على طبقة الشحنة الحجمية في المعدن يكون مهملا أمام التغير الحاصل في ش م . وبالتالي يمكننا أن نعتبر أن فرق الكمون الالتحامي φ_{co} يحدث عمليا بشكل كامل في المنطقة من ش م المجاورة لمستوي اللحمة . ولا تتجاوز شدة الحقل الكهربائي الذي يشكله فرق الكمون الالتحامي في الشريحة المجاورة لمستوي اللحمة القيمة 10^6 فولط/سم، بينما تساوي شدة الحقل الناتج عن شوارد الشبكة البلورية القيمة 10^8 فولط/سم تقريبا . وبالتالي فان الزيادة الصغيرة التي يحدثها الحقل الالتحامي لاتؤثر عمليا على عرض المنطقة المحظورة لـش م ، وانما تؤدي الى انحناء مناطقه الطاقية بالنسبة لسوية فرمي، وهذا بدوره يغير تركيز الالكترونات والثقوب في الشريحة المجاورة لمستوي اللحمة .

وتنشأ عندئذ، فيما اذا كان جهد خروج الالكترونات من ش م أصغر منه لالكترونات المعدن، شحنة موجبة على ش م ،وتتقوس المنطقة الطاقية في الشريحة المجاورة لمستوي اللحمة نحو

الأعلى. وبالتالي ينخفض تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية الى جوار اللحمة ، ويرتفع تركيز الثقوب في منطقة التكافؤ، وذلك بالمقارنة مع تركيزهما في جوف ش م . وهكذا فان تركيز الثقوب في ش م الالكتروني الى جوار اللحمة ، عندما تكون $\Phi_{Se} < \Phi_M$، يصبح أكبر منه في جوف ش م (الشكل a-7-7)، ويعني هذا نشوء شريحة بناقلية نوعية منخفضة . وتدعى الشريحة التي تتمتع بناقلية نوعية منخفضة (أي التي تكون مغتنية بالحوامل الثانوية للشحنة) "بالغالقة أو الموصدة". ويكون تركيز الثقوب الى جوار اللحمة في ش م الثقبيّ أكبر منه في جوف العينة (الشكل a - 8-7)، وهذا يعني نشوء شريحة بناقلية نوعية مرتفعة (أي مغتنية بالحوامل الأساسية للشحنة)، وتدعى هذه الشريحة "بالفاتحة".

اذا كان جهد الخروج من ش م أكبر منه في المعدن، أي أن $\Phi_M < \Phi_{Se}$، فان ش م يشحن سلبيا، وتنحني المنطقة الطاقية الى



الشكل 8-7 لحمة معدن-ش م ثقبي a) $\Phi_M < \Phi_{Se}$ ، b) $\Phi_{Se} > \Phi_M$.

جوار اللحمة نحو الأسفل، وبالتالي يزداد عدد الالكترونات الى جوار اللحمة في منطقة الناقلية ، وينخفض عدد الثقوب في منطقة التكافؤ. وهذا يعني نشوء شريحة فاتحة في ش م الالكتروني (الشكل ب - 7-7)، وشريحة غالقة في ش م الثقبي (الشكل ب - 8-7).

يتشكل فيزيائيا في حالة الاغتناء الشديد للشريحة المجاورة للحمة بالحوامل الثانوية للشحنة، هذا الاغتناء الذي يؤدي الى تحول انقلابي للناقلية الكهربائية، يتشكل المعبر $P-n$. ويمكن أن يؤدي الاغتناء الشديد للشريحة المجاورة للحمة بالحوامل الأساسية للشحنة الى لافطرية ش م.

يترافق انحناء المناطق الطاقية في ش م الذاتي، فيما اذا كان $\Phi_{Se} < \Phi_M$ أو $\Phi_{Se} > \Phi_M$، مع زيادة للناقلية النوعية في الشريحة المجاورة للحمة (الشكل 9_7).

نعيد كتابة العبارة (4.2) بالشكل التالي:

$$e\varphi_{co} = (\Phi_M - \chi) - (\Phi_{Se} - \chi) = \Phi_{M-Se} - \Phi_{Se-M} \qquad (4.3)$$

وتمثل هنا $\Phi_{M-Se} = \Phi_M - \chi$ العمل اللازم بذله لنقل الالكترون من سوية فرمي للمعدن الى أرضية منطقة الناقلية ل ش م في اللحمة (الشكلان 7_7و 9_7)، و $\Phi_{Se-M} = \Phi_{Se} - \chi$ الطاقة التي ينبغي انفاقها لنقل الالكترون الواقع على أرضية منطقة الناقلية في جوف ش م الى المعدن مباشرة.

نفرض أن الحقل الكهربائي يتوغل في ش م الكتروني الى عمق يساوي $\mathcal{L}_0$ (الشكل a_ 7_7)، ونقوم بحساب هذا العمق في حالة ش م تأينت جميع شوائبه المانحة، أي أن $n_0 = N_d^+$. وبما أن طاقة الالكترونات على أرضية منطقة الناقلية في الشريحة المجاورة للحمة تساوي $E_c + e\varphi(x)$، فان الشحنة الحجمية في هذه الشريحة تتعين وفقا لـ(7.7) بالعلاقة:

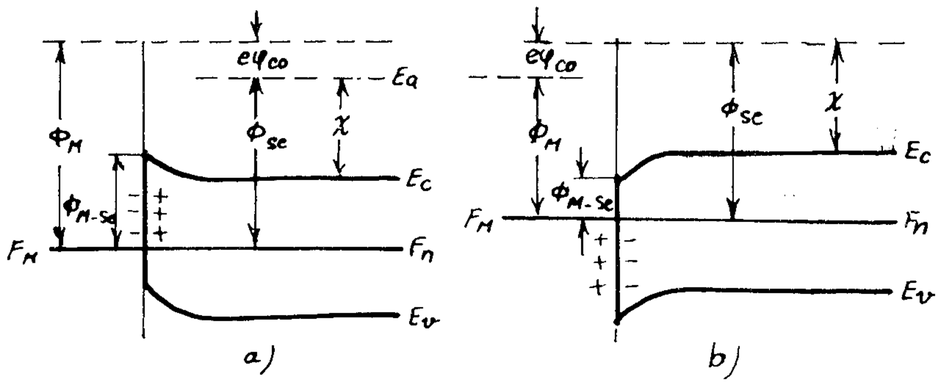
$$\rho = en_0\left[1 - e^{-e\varphi(x)/kT}\right] \qquad (4.4)$$

وبما أن فرق الكمون الالتحامي يتم بالكامل ضمن الشريحة

من ش م المجاورة للحمة، يمكن اعتبار $|e\varphi(x)| \gg kT$. وتكون الشحنة الحجمية في هذه الحالة:

$$\rho = en_0 \qquad (4.5)$$

وهذ يعني، أن الحقل الكهربائي يزيح الالكترونات الحرة الموجودة ضمن مجال امتداده $\mathcal{L}_0$ من ش م، وتتمركز بالتالي في الشريحة



الشكل 9_7 لحمة معدن_ش م ذاتي a) $\Phi_{Se} < \Phi_M$، $\Phi_{Se} > \Phi_M$).

المجاورة للحمة شحنة موجبة ناتجة عن شوارد الشائبة المانحة.

تكتب معادلة بواسون في مجال الشحنة الحجمية، بعد الأخذ في الحسبان المساواة (4.5)، بالشكل:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} n_0 = 0 \qquad (4.6)$$

ويعد الحل العام لهذه المعادلة تابعا من الشكل:

$$\varphi(x) = -\frac{en_0}{2\varepsilon\varepsilon_0}(\mathcal{L}_0 - x)^2 + A(\mathcal{L}_0 - x) + B \qquad (4.7)$$

بما أن الحقل يتوغل في ش م الى العمق $\mathcal{L}_0$ فقط، فان المعادلة (4.7) ينبغي أن تحقق الشروط الحدودية:

$$\varphi(\mathcal{L}_0) = 0$$
$$\mathcal{E}(\mathcal{L}_0) = -\frac{d\varphi}{dx}\Big|_{x=\mathcal{L}_0} = 0 \qquad (4.8)$$

نعوض الشروط الحدودية في المعادلة (4.7)، فنحصل على

$$\varphi(\mathcal{L}_o) = B = 0 \qquad (4.9)$$

$$\left.\frac{d\varphi}{dx}\right|_{x=\mathcal{L}_o} = -A = 0$$

وبالتالي فان الكمون الكهربائي الساكن يتغير بتابعية الاحداثي x في المجال المجاور للحمة لـ ش م الكتروني (الشكل a-7-7) بالشكل:

$$\varphi(x) = -\frac{e n_o}{2\varepsilon\varepsilon_o}(\mathcal{L}_o - x)^2 \qquad (4.10)$$

لكي نعين قيمة $\mathcal{L}_o$ نستعمل الشرط الحدوديّ في النقطة $x = 0$، يكون في هذه الحالة:

$$\varphi(0) = -\varphi_{co} = -\frac{1}{e}(\Phi_M - \Phi_{Se}) \qquad (4.11)$$

يسمح هذا الشرط استنادا الى (4.10) بتعيين عمق توغل الحقل في ش م:

$$\mathcal{L}_o = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_o \varphi_{co}}{e n_o}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_o (\Phi_M - \Phi_{Se})}{e^2 n_o}} \qquad (4.12)$$

وينتج عن هذه المعادلة، أن عمق توغل الحقل الكهربائي الذي يولده فرق الكمون الالتحامي في ش م يكون أكبر كلما كانت درجة الاشابة أصغر، وكلما كان فرق جهد خروج الالكترونات من المعدن و ش م أكبر. ويكون عمق توغل الحقل في ش م من أجل فرق جهد للخروج حوالي 1 الكترون فولط أكبر بعشر مرات تقريبا من طول التغطية في حالة لحمة معدن - خلاء - ش م.

وهكذا فان الشريحة المجاورة للحمة في ش م عندما يُعَدّ غالقا (الشكلان a-7-7 و b-8-7) تكون فقيرة بالحوامل الأساسية للشحنة، وبالتالي تتمتع بمقاومة مرتفعة (مزيّدة) بالمقارنة مع ش م أكثر سمكا. وتعدّ في الواقع جملة المعدن - الشريحة الغالقة المتمتعة بمقاومة مرتفعة والمحصورة بين معدن وش م ذي ناقلية مرتفعة نسبيا، مكثفة مستوية. وهكذا فان لحمة المعدن مع ش م تملك سعة لواحدة المساحة، تساوي C:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_o}{\mathcal{L}} = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_o e n_o}{2\varphi_{co}}} \qquad (4.13)$$

5.7. التقويم بواسطة لحمة معدن - شبه موصل.

نعود الى دراسة اللحمة بين معدن و ش م مانح، وذلك عندما يتحقق الشرط: $\Phi_M > \Phi_{Se}$. يحدث في حالة التوازن التواء للمناطق الطاقية في المجال المجاور للحمة، وتنشأ شريحة غالقة فقيرة بالالكترونات (الشكل a-7-7). ويكون تركيز الحوامل الحرة في جوف ش م ($x > \mathcal{L}_o$) مساويا:

$$n_o = N_c e^{-(E_c - F)/kT} = N_c e^{\xi_o/kT} \qquad (5.1)$$

حيث أن E_c موضع أرضية منطقة الناقلية في ش م، و $\xi_o = F - E_c$ موضع سوية فرمي في جوف ش م محسوبة من قاع منطقة الناقلية. تكون سوية فرمي في حالة التوازن الترموديناميكي واحدة لجميع التركيب المذكور:

$$F = E_c + \xi_o = E_c + e\varphi(x) + \xi(x) = const \qquad (5.2)$$

حيث أن $e\varphi(x)$ ترمز هنا الى طاقة الالكترونات في المنطقة

الواقعة قرب اللحمة ، و $\xi_1(x)$ موضع سوية فرمي في المجال الواقع قرب اللحمة والمقاس من أرضية منطقة الناقلية .

عندما يطبق توتر على لحمة معدن-ش م ، يبدأ التيار الكهربائي بالجريان. وبما أن حالة ش م تصبح غير متوازنة ، فان تركيز الكترونات الناقلية يعين بشبه سوية فرمي(انظر الفقرة 1.5) التي تعين بالعلاقة :

$$F_n = \mathcal{E}_c + e\varphi(x) + \xi_1(x) \qquad (5.3)$$

حيث أن $\xi_1(x)$ موضع شبه سوية فرمي في المنطقة القريبة من اللحمة والمقاس من قاع منطقة الناقلية . وبالتالي فان تركيز الالكترونات الحرة في مجال ش م المجاور للحمة ، أي في المجال $\mathcal{L} > x > 0$ ، يمكن كتابته قياسا على(5.1) بالشكل:

$$n(x) = N_c\, e^{\xi_1(x)/kT} \qquad (5.4)$$

بما أن تركيز الالكترونات في المجال المجاور للحمة يتعلق بـ x ، فان شبه سوية فرمي غير ثابتة في جميع مجال ش م . ولكي نعين تغيره ، نقوم بحساب التيار الجاري في ش م . يمكن التعبير عن كثافة التيار j :

$$j = e n \mu_n \mathcal{E} + e D_n \frac{dn}{dx} \qquad (5.5)$$

بدلالة الكمون وتركيز الالكترونات، وذلك باستعمال الصيغة (5.4). نحصل بالنتيجة على:

$$j = n\mu_n \frac{d(e\varphi)}{dx} + \frac{eD_n}{kT}\frac{d\xi_1}{dx} \qquad (5.6)$$

وتأخذ العلاقة السابقة باستخدام علاقة انشتين الشكل التالي:

$$j = n\mu_n \frac{d(e\varphi+\xi_1)}{dx} \qquad (5.7)$$

ونحصل بمقارنة العلاقتين(5.7و(5.3) على:

$$j = n\mu_n \frac{dF_n}{dx} \qquad (5.8)$$

نوجد الاسلوب الذي تتغير وفقه شبه سوية فرمي بين نقطتين 1 و2 من ش م تكون فيهما كثافة التيار واحدة :

$$\int_{(1)}^{(2)} dF_n = \int_{(1)}^{(2)} \frac{j\,dx}{n\mu_n} = ej\,s \int_{(1)}^{(2)} \frac{dx}{en\mu_n s} = eI\int_{(1)}^{(2)} dR \qquad (5.9)$$

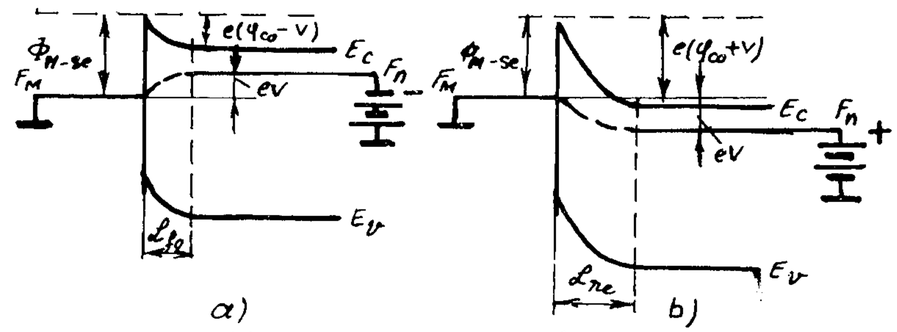
وترمز $dR = \frac{dx}{\sigma S}$ الى مقاومة جزء من ش م ، طوله dx ومقطعه العرضي S وناقليته النوعية $\sigma = en\mu_n$. نكامل المعادلة (5.9)، فنحصل على:

$$\Delta F_n = F_{n2} - F_{n1} = eI(R_2 - R_1) = e(V_2 - V_1) \qquad (5.10)$$

وهكذا فان تغير شبه سوية فرمي عند تطبيق منبع خارجي للتوتر، يعين بفرق الكمون المطبق.

نقوم الآن بتعيين كثافة التيار الجاري عبر اللحمة بين معدن وش م ، من أجل تطبيقين متعاكسين لقطبي منبع التغذية . نفرض أن القطب السالب للمدخرة (البطارية) متصل بشبه الموصل والقطب الموجب متصل بالمعدن(الربط الأمامي للمدخرة). وسوف نفترض أن هبوط الكمون الخارجي يتم بأكمله على شريحة ش م المتاخمة للحمة والمالكة لمقاومة مرتفعة . يكون في هذه الحالة

موضع سوية فرمي في جوف ش م ثابتا بالنسبة للسوية E_c ، غير أنه يصبح مزاحا بالنسبة لموضع سوية فرمي في المعدن بالمقدار eV . وبالتالي فان فرق الكمون الالتحامي بين المعدن و ش م يتناقص بالمقدار V ، ويصبح مساويا ($\varphi_{co} - V$)، ويتغير موضع شبه سوية فرمي في المجال المتاخم للحمة من القيمة F_n الى F_m (الشكل a ـ 10ـ7). ويخرق التوازن في الجملة نتيجة لانخفاض الحاجز الكموني من جهة ش م، ويجري تيار مساو لفرق تياريّ الاصدار الترموالكتروني، أحدهما متجه من المعدن الى ش م



الشكل 10ـ7 الوصل الأمامي (a) والعكسي (b) المدخرة الى لحمة معدن-شبه موصل.

والآخر في الاتجاه المعاكس:

$$j = j_1 - j_2 \qquad (5.11)$$

ويحفز انخفاض الحاجز الكموني من جهة ش م نشاط الالكترونات للعبور من ش م الى المعدن بالمقارنة مع حالة التوازن. ويسبب هذا العبور للالكترونات تيار الاصدار الترموالكتروني المتجه من المعدن الى ش م، الذي يعطى بالعلاقة :

$$j_1 = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_{se} - e\varphi_{co} - eV)/kT} = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_M - eV)/kT} \qquad (5.12)$$

ولا يتغير ارتفاع الحاجز الكموني من جهة المعدن عند تطبيق ازاحة أمامية على اللحمة، وبالتالي فان تدفق الالكترونات من المعدن نحو ش م لايتغير في الحالة اللامتوازنة عنه في الحالة المتوازنة. ويشكل هذا التدفق تيار الاصدار الترموالكتروني المتجه من ش م الى المعدن، وتساوي قيمته j_2 :

$$j_2 = AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/kT} \qquad (5.13)$$

وتعطى محصلة كثافة التيار الذي يجري عبر اللحمة بالعلاقة :

$$j = j_1 - j_2 =$$

$$= AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/kT} \cdot (e^{eV/kT} - 1) = j_s (e^{eV/kT} - 1) \qquad (5.14)$$

ويدعى المقدار

$$j_s = AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/kT} \qquad (5.15)$$

"تيار الاشباع".

يزداد في حالة الوصل العكسي للمدخرة (الشكل b ـ 10ـ 7) الحاجز الكموني من جهة ش م بمقدار فرق الكمون المطبق، وتعطى عبارة كثافة التيار الذي يجري في اللحمة بالعلاقة :

$$j = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_{se} + e\varphi_{co} + eV)/kT} - AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/kT} = j_s (e^{-eV/kT} - 1) \qquad (5.16)$$

اذا اعتبرنا أن قيمة V موجبة في حالة الربط الأمامي للمدخرة وسالبة في حالة الربط العكسي، فان المساواتين (5.14) و (5.16) يمكن كتابتهما بالشكل:

$$j = j_s \left(e^{eV/kT} - 1\right) \qquad (5.17)$$

نستخلص من العلاقة (5.17) أن التيار في حالة الازاحة الأمامية ($V > 0$) ينمو بقانونية أسية كتابع للتوتر، بينما يسعى الى قيمة حدية j_s في حالة الازاحة العكسية ($V < 0$). وهكذا فان لحمة معدن-ش م تتمتع "بخواص تقويمية".

يعدّ مجال ش م المجاور للحمة شريحةً لشحنة حجمية، يعطى سمكها في حالة غياب التوتر الخارجي بالعبارة (4.12). ويصبح هذا السمك عند تطبيق التوتر الخارجي مساويا :

$$\mathcal{L} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\varphi_{co} - V)}{e n_0}} \qquad (5,18)$$

حيث أن تحديد اشارة V تتعلق كما ورد في العلاقة (5.17) بقطبية التوتر المطبق. وهكذا يكون سمك الطبقة $\mathcal{L}_{أمامي}$ في حالة الازاحة الأمامية ($V > 0$) أصغر من سمك الطبقة الغالقة $\mathcal{L}_0$ المعينة في حالة التوازن الترموديناميكي، ويكون في حالة الازاحة العكسية ($V < 0$) أكبر منه : $\mathcal{L}_{عكسي} > \mathcal{L}_0$.

6.7. النظرية الديودية للتقويم.

يستخدم في حساب الخواص الفلتوأمبيرية للحمة معدن -ش م نظريتان: النظرية الديودية والنظرية الانتشارية.

اذا كان طول القفزة الحرة للالكترونات ℓ أصغر بكثير من سمك الطبقة الغالقة $\mathcal{L}_0$ ، فان العديد من حوامل الشحنة يتعرض للتشتت قبل عبور هذه الطبقة. وينبغي في هذه الحالة أن ندرس المركبتين الانتشارية والانسياقية للتيار.

يصح قانون أوم لحساب المركبة الانسياقية للتيار فقط في

الحالة التي يكون فيها الحقل الكهربائي ضعيفا، ويعبر عن ذلك الشرط:

$$\mathcal{E}_s \ll \frac{kT}{e\ell} \qquad (6.1)$$

وتأخذ شدة الحقل $\mathcal{E}_s$ قيمتها العظمى على الحد الفاصل بين المعدن و ش م ($x = 0$). وتعطى وفقا للعلاقتين (4.10) و(4.12) بالشكل:

$$\mathcal{E}_s = \mathcal{E}_{max} = -\left.\frac{d\varphi}{dx}\right|_{x=0} = -\frac{e n_0 \mathcal{L}_0}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{2\varphi_{co}}{\mathcal{L}_0} \qquad (6.2)$$

نعوض قيمة $\mathcal{E}_s$ التي حصلنا عليها في المتراجحة (6.1) فنحصل على شرط استخدام النظرية الانتشارية للتقويم :

$$\mathcal{L}_0 \gg \frac{2e\varphi_{co}}{kT}\,\ell \qquad (6.3)$$

اذا كانت العلاقة بين طول القفزة الحرة للالكترونات ℓ وسمك الطبقة الغالقة $\mathcal{L}_0$ محققة لمتراجحة معاكسة للمتراجحة (6.3)، أي أن:

$$\ell \gg \frac{kT}{2e\varphi_{co}}\,\mathcal{L}_0 \qquad (6.4)$$

كان بامكاننا أن نعتبر أن الالكترونات تطير خلال الطبقة الغالقة دون أن تقوم بأي اصطدام تقريبا. وتكون الطبقة الغالقة في هذه الحالة مماثلة للفجوة الخلائية بين الكترودي المصباح الالكتروني. وبالتالي تدعى النظرية التي تُستَخدَم في هذه الحالة لدراسة الخواص الفولتوأمبيرية للحمة معدن -ش م بالنظرية الديودية.

وهكذا يكون وفقا للمتراجحة (6.4)، استخدام النظرية الديودية مرهونا بتحقيق الشرط التالي:

$$\frac{kT\mathcal{L}_0}{2e\varphi_{co}\ell} \ll 1 \qquad (6.5)$$

وتزداد امكانية تحقيقه كلما كانت ℓ كبيرة و $\mathcal{L}_0$ صغيرة. غير أن سمك الطبقة الغالقة يكون أصغر كلما كان التركيز المتوازن للالكترونات الحرة n_0 أكبر (العلاقة 4.12)، ويكون طول القفزة الحرة للالكترونات أكبر كلما كانت حركيتها أكبر (العلاقة 3.9ف4)، وبالتالي فان النظرية الديودية للتقويم تطبق في حالة أش م الحاوية على تراكيز مرتفعة لحوامل الشحنة، بالاضافة الى تمتع هذه الحوامل بحركية مرتفعة.

يكون مثلا، في حالة الجرمانيوم من النوع - n : $\varepsilon = 16,5$ ، $\mu_n = 3900\ cm^2/v.sec$ ، $m_n^* = 0,3\ m_0$. ويكون من أجل $n_0 = 10^{14}\ cm^{-3}$ و $e\varphi_{co} = 0,3\ ev$: $\mathcal{L}_0 = 2,3.10^{-4}\ cm$ و $\ell = 1,5.10^{-5}\ cm$. وهكذا فان قيمة النسبة:

$$\frac{kT\mathcal{L}_0}{2e\varphi_{co}\ell} = 0,6 < 1$$

واذ رفعنا تركيز الالكترونات الى القيمة $n_0 = 10^{16}\ cm^{-3}$، فان النسبة السابقة تصبح مساوية 0,06، ويغدو استخدام النظرية الديودية صحيحا تماما.

تتغير المسألة في حالة أشم ذات القيم المنخفضة لتراكيز وحركيات حوامل الشحنة. مثلا، في أكسيد النحاس من النوع - P ، يكون: $\mu_p = 60\ cm^2/V\cdot sec$ و $\varepsilon = 8.76$. ويكون من أجل $n_0 = 10^{14}\ cm^{-3}$ و $e\varphi_{co} = 0,5\ ev$: $\mathcal{L}_0 = 2,2.10^{-4}\ cm$ و $\ell = 4.10^{-7}\ cm$ ، وتأخذ النسبة السابقة القيمة

$$\frac{kT\mathcal{L}_0}{2e\varphi_{co}\ell} = 15 \gg 1$$

وبالتالي فان حساب الخواص الفولتوأمبيرية للحمة معدن- ش م يتطلب استخدام نظرية التقويم الانتشارية.

اعتبرنا عند دراسة لحمة معدن -شم (الفقرة 4.7) ، أن الالكترونات القادرة على الخروج من المعدن بحرية، هي تلك الالكترونات المالكة لطاقة تفوق القيمة Φ_M. الا أن عدد الالكترونات المالكة لمثل هذه الطاقة الكبيرة في درجة الحرارة العادية صغير جدا. ولكن يمكن للالكترونات أن تتغلب على الحاجز الكموني الموجود بين العينات الملتحمة عندما يكون ذلك الحاجز رقيقا جدا، وذلك بفضل "المفعول النفقي".

ينتج من معطيات الميكانيك الكوانتي أن السماحية D للحاجز الكموني ذي الارتفاع Φ_0 والسمك δ يعبر عنها بالعلاقة:

$$D = e^{-\frac{2\delta}{\hbar}\left[2m^*(\Phi_0 - E_x)\right]^{1/2}} \qquad (6.6)$$

وهنا $E_x = \frac{m^* v_x^2}{2}$ ، وترمز v_x الى سرعة الالكترونات نحو سطح العينة. واذا قبلنا أن $\Phi_0 \approx 1\ ev$ و $\delta = 10^{-8} cm$ ، فان $D = \frac{1}{3}$ من أجل $E_x \ll \Phi_0$. وهذا يعني أن الحواجز الكمونية تكون أكثر سماحية بالنسبة للالكترونات كلما كانت أكثر رقة. وبالتالي نفرض فيما يأتي لاحقا أن جميع الالكترونات التي تملك طاقة تفوق القيمة Φ_{M-Se} قادرة على العبور الى ش م.

وينبغي على الالكترونات التي تنتقل من ش م الى المعدن أن تملك سرعة كافية في الاتجاه x لكي تستطيع التغلب على الحاجز الكموني ذي العلو $e(\varphi_{co} - V)$. ويعبر عن التيار المتولد عن مثل هذه الالكترونات، وفقا للمعادلة (2.9)، بالشكل:

$$j_1 = e\int_{v_{x\,min}}^{\infty}\iint_{-\infty}^{+\infty} v_x\,dn = \frac{4\pi e m^*(kT)^2}{h^3} e^{(F-E_c)/kT} \cdot e^{-e(\varphi_{co}-V)/kT} \qquad (6.7)$$

ندخل في العبارة السابقة التركيز المتوازن للالكترونات في ش م

$$n_o = 2\left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \cdot e^{(F-E_c)/kT} \qquad (6.8)$$

والسرعة الحرارية الوسطية لها

$$v_o = \left(\frac{8kT}{\pi m^*}\right)^{1/2} \qquad (6.9)$$

فنحصل على:

$$j_1 = \frac{1}{4} e n_o v_o \cdot e^{-e(\varphi_{co}-V)/kT} = \frac{1}{4} e n_s v_o e^{eV/kT} \qquad (6.10)$$

وهنا

$$n_s = n_o e^{-e\varphi_{co}/kT} \qquad (6.11)$$

ترمز الى تركيز الالكترونات على سطح ش م من أجل $V = 0$.

يحافظ الحاجز الكموني من جهة المعدن على قيمته (انظر الشكل 10_7)، وبالتالي فان تدفق الالكترونات من المعدن الى ش م لايتعلق بقيمة الازاحة الخارجية، ويبقى مساويا لتدفق الالكترونات من ش م في حالة التوازن الترموديناميكي:

$$j_2 = j_1\Big|_{V=0} = \frac{1}{4} e n_s v_o \qquad (6.12)$$

وهكذا يعين التيار الحاصل العابر للحمة بالعلاقة :

$$j = j_1 - j_2 = \frac{1}{4} e n_s v_o \left(e^{eV/kT} - 1\right) = j_s \left(e^{eV/kT} - 1\right) \qquad (6.13)$$

حيث أن

$$j_s = \frac{1}{4} e n_s v_o \qquad (6.14)$$

تيار الازاحة للنظرية الديودية للتقويم، وكما يتضح من (6.14)

فان قيمته تُعيّن بالسرعة الحرارية وتركيز الالكترونات على سطح شبه الموصل.

7.7. النظرية الانتشارية للتقويم :

ينبغي عند تحديد التيار العابر للحمة معدن-ش م، استنادا الى النظرية الانتشارية للتقويم، أن نأخذ بعين الاعتبار المركبتين الانسياقية والانتشارية للتيار. ولكي نحسب الخواص الفولت-أمبيرية، نتبع الاسلوب التالي: نضرب طرفي المعادلة (5.5) بالمقدار $e^{e\varphi_x/kT}$ ونستخدم علاقة انشتين، ونعبر عن شدة الحقل بدلالة الكمون ، فنحصل على:

$$j e^{e\varphi(x)/kT} = n\mu_n e^{e\varphi(x)/kT} \frac{d(e\varphi)}{dx} + \mu_n kT \cdot e^{e\varphi(x)/kT} \frac{dn}{dx} =$$

$$= \mu_n kT \cdot \frac{d}{dx}\left[n \cdot e^{e\varphi(x)/kT}\right] \qquad (7.1)$$

نكامل طرفي المساواة (7.1) بدلالة x بين القيمتين $x = 0$ و $x = \mathcal{L}$

$$j\int_0^{\mathcal{L}} e^{e\varphi(x)/kT} \cdot dx = \mu_n kT \int_0^{\mathcal{L}} \frac{d}{dx}\left[n e^{e\varphi(x)/kT}\right] \qquad (7.2)$$

ونستنتج من هذه العلاقة كثافة التيار التي لاتتعلق بـ x :

$$j = \frac{\mu_n kT\left[n(\mathcal{L}) e^{e\varphi(\mathcal{L})/kT} - n(0) e^{e\varphi(0)/kT}\right]}{\int_0^{\mathcal{L}} e^{e\varphi(x)/kT} \cdot dx} \qquad (7.3)$$

لكي نحسب قيمة صورة العلاقة (7.3)، نستخدم الشروط الحدودية : يكون الحقل في عمق(جوف) ش م معدوما ، وبالتالي

$$\varphi(\mathcal{L}) = 0 \quad , \quad n(\mathcal{L}) = n_0 \tag{7.4}$$

وتكون قيمة الكمون على حد الفصل مع المعدن ($x = 0$) مساوية :

$$\varphi(0) = \varphi_{\omega} - V \tag{7.5}$$

نقوم الآن بدراسة الحالة التي تكون فيها قيمة الازاحة الخارجية صغيرة نسبيا، وتتواجد دوما طبقة غالقة في المجال المجاور للحمة :

$$\varphi_{\omega} - V >> \frac{kT}{e} \tag{7.6}$$

يمكن ضمن هذه الشروط أن نقرر أن تركيز الالكترونات على سطح ش م لايتعلق عمليا بقيمة الازاحة، وبالتالي نستطيع أن نفرض دون ارتكاب خطىء كبير أن

$$n(0) = n_s = n_0 \cdot e^{-e\varphi_{\omega}/kT} \tag{7.7}$$

وتصبح العلاقة (7.3) بعد الأخذ في الحسبان الشروط الحدودية (7.4)، (7.5) و (7.7) على الشكل:

$$j = \frac{n_0 \mu_n kT (1 - e^{-eV/kT})}{\int_0^{\mathcal{L}} e^{e\varphi(x)/kT} \cdot dx} \tag{7.8}$$

لكي نحسب قيمة مخرج الكسر (7.8) نستخدم التكامل التبادلي:

$$\int_0^{\mathcal{L}} e^{e\varphi(x)/kT} dx = \int_{\varphi_{\omega}-V}^{0} e^{e\varphi(x)/kT} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1} \cdot d\varphi \tag{7.9}$$

ويساهم ذلك المجال التي تكون فيه قيمة $\varphi(x)$ عظمى، أي المجال المجاور لـ $x = 0$ ، بالمقدار الأكبر من قيمة التكامل (7.9). وتؤدي زيادة قيمة x الى تناقص $\varphi(x)$. وبالتالي تتناقص قيمة الدالة الموجودة داخل اشارة التكامل بحدة، ويمكن

اهمال مساهمتها في قيمته . وهكذا يمكننا في الحساب التقريبي للتكامل أن نخرج $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1}$ من داخل اشارة التكامل في النقطة $x = 0$:

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1} = -\mathcal{E}_s^{-1} \tag{7.10}$$

يمكن استنادا الى (7.10) أن نكتب:

$$\int_{\varphi_{\omega}-V}^{0} e^{e\varphi(x)/kT} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1} \cdot d\varphi = -\mathcal{E}_s^{-1} \frac{kT}{e}\left[1 - e^{e(\varphi_{\omega}-V)/kT}\right] =$$

$$= \mathcal{E}_s^{-1} \frac{kT}{e} \cdot e^{e(\varphi_{\omega}-V)/kT}$$

وقد أهملنا هنا الواحد الموجود ضمن القوسين المتوسطين، وذلك وفقا للشرط (7.6):

$$e^{e(\varphi_{\omega}-V)/kT} \gg 1 \tag{7.12}$$

نعوض (7.11) في (7.8) فنجد:

$$j = e n_0 \mu_n \mathcal{E}_s \cdot e^{-e\varphi_{\omega}/kT} \cdot \left(e^{eV/kT} - 1\right) \tag{7.13}$$

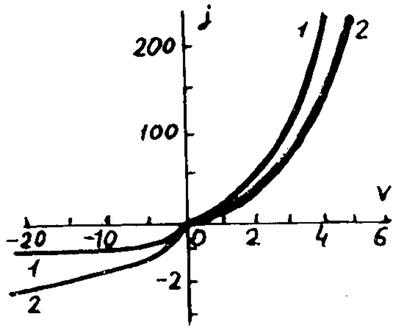
نحصل على عبارة الخواص الفولتو-أمبيرية للحمة معدن-ش م ضمن النظرية الانتشارية للتقويم باستخدام العلاقة (7.7):

$$j = e n_s \mu_s \mathcal{E}_s \cdot \left(e^{eV/kT} - 1\right) = j_s \left(e^{eV/kT} - 1\right) \tag{7.14}$$

ويلاحظ أن المقدار $j_s = e n_s \mu_s \mathcal{E}_s = e n_s v_{s\,drift}$ الذي يعين قيمة التيار من أجل الازاحات العكسية الكبيرة، يختلف عن تيار الاشباع في النظرية الانسياقية، فهو يتعلق بالكمون المطبق ويعبر

عنه بدلالة السرعة الانسياقية للالكترون على سطح ش م .

يعرض الشكل 11_7 الخواص الفولتو أمبيرية للحمة معدن ش م في النظريتين الديودية (المنحني 1) والانتشارية (المنحني 2).



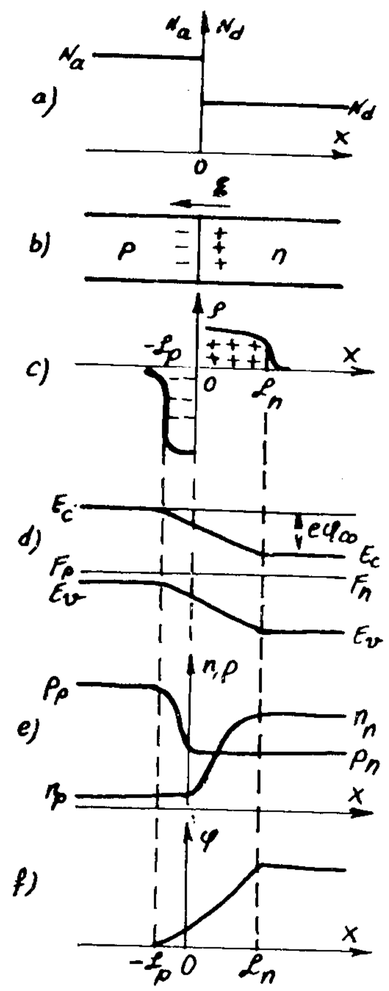
الشكل 11_7. الخواص الفولتو ـ أمبيرية للحمة معدن ـ ش م .
1_ النظرية الديودية
2 ـ النظرية الانتشارية (مأخوذة بواحدات قياس نسبية).

8.7. لحمة شبهيّ موصل الكتروني وثقبي.

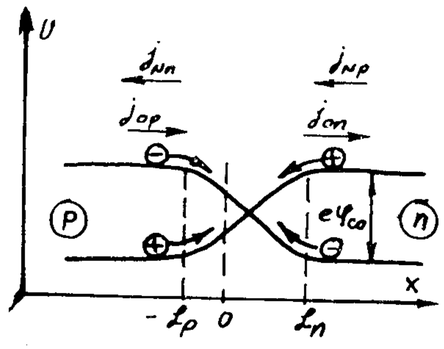
نورد في هذه الفقرة الظواهر الناشئة على اللحمة بين شبه موصل الكتروني وآخر ثقبي. يمكن الحصول على مثل هذه اللحمة في ش م بادخال شوائب مانحة وأخرى آخذة، بحيث يحوي أحد جزأي ش م الشوائب المانحة ويتمتع بناقلية كهربائية الكترونية ويحوي الجزء الآخر الشوائب الآخذة ويتمتع بناقلية ثقبية، وبالتالي يحدث في مجال محدد من البلورة تغير في الناقلية الكهربائية من الكترونية الى ثقبية . ويدعى مثل هذا المعبّر بين مادتين تتمتعان بناقليتين كهربائيتين مختلفتين بالمعبّر من النوع $p - n$.

ندرس في البداية المعبر $p - n$ الحاد، ونفرض أن الجزء الثقبي من ش م مشوبا بدرجة أكبر من الجزء الالكتروني، أي أن $N_d < N_a$ (الشكل a ـ 7.12). وسوف نرمز لتركيز الحوامل الأساسية للشحنة في المجال ـ P (الثقوب) بـ p_p ، ولتركيز

الحوامل الثانوية (الالكترونات) بـ n_p ، ونرمز في المجال ـ n لتركيز الالكترونات n_n ولتركيز الثقوب بـ p_n . ونفرض أيضا أ ن



الشكل 12_7 توزع الشوائب (a)، فرز الشحن ونشوء الحقل الكهربائي (b)، توزع الشحنة الحجمية (c)، البناء الممنطق (d)، توزع الالكترونات والثقوب (e)، تغير الكمون (f) في لحمة شبهي موصل الكتروني وثقبي.



الشكل 13_7 الحاجزان الكمونيان للثقوب والالكترونات في المعبر $P - n$.

السويات الطاقية للموانح والآخذات متوضعة الى الجوار المباشر من أرضية منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ على الترتيب،

بحيث أنها متأينة بشكل تام. يكون عندئذ $p_b = N_a$ و $n_n = N_d$ ، وتكون أيضا المساواة التالية محققة في حالة التوازن الترمو ديناميكي وفي حالة غياب اللافطرية :

$$p_p n_p = n_n p_n = n_i^2 \qquad (8.1)$$

ينشأ عند تشكيل اللحمة بين شبهيّ موصل مختلفين بناقليتيهما في مجال المعبر $P-n$ تدرج كبير لتركيز الالكترونات والثقوب. ويبدأ بالتالي انتشار للالكترونات من المجال-n الى المجال-P ، والثقوب من المجال-P الى المجال-n. ويؤدي نشوء التدفقات الانتشارية الى فرز للشحن الكهربائية، ويؤدي هذا بدوره الى ظهور شحنة حجمية موجبة ملاصقة للمعبر في المجال-n ، وشحنة سالبة في المجال-P ملاصقة أيضا للمعبر (الشكلان b،c - 12-7). وتُولِد هذه الشحن الحجمية في مجال اللحمة حقلا كهربائيا شديدا متجها من المجال-n الى المجال-P ، ويمنع هذا الحقل الالكترونات و الثقوب من الحركة .وتسود نتيجة لذلك حالة التوازن التي تميز بثبات سوية فرمي في ش م ككل، ويحدث في منطقة المعبر أيضا يتواجد الحقل الكهربائي التواء للمناطق الطاقية (الشكل d-12-7). ويسبب هذا الالتواء في المناطق الطاقية اعادة توزيع تركيز الالكترونات والثقوب (الشكل e - 12-7)، وتغييراً في مسلك الكمون الكهرساكن في مجال المعبر $P-n$ (الشكل f - 12-7).

يلاحظ من الرسم 13-7 ، أن الحوامل الأساسية للشحنة لايمكنها أن تعبر اللّحمة الا اذا تغلبت على الحاجز الكموني ذي الارتفاع $e\varphi_{co}$. بينما يتم عبور الحوامل اللاأساسية للشحنة تحت تأثير الحقل الكهربائي للمعبر $P-n$. ويتساوى في حالة التوازن الترموديناميكي التيار الانتشاري للحوامل الأساسية للشحنة j_{on} و

j_{op} مع التيار الانسياقي للحوامل اللاأساسية j_{Nn} و j_{Np}، ويكون التيار الاجمالي الذي يمر خلال المعبر $P-n$ معدوما. نفرض أن Φ_n و Φ_p جهدا الخروج للالكترونات من ش م الالكتروني و من ش م الثقبي. تحدد عندئذ قيمة الحاجز الكموني على المعبر $P-n$ في حالة التوازن الترموديناميكي بالمعادلة :

$$e\varphi_{co} = \Phi_p - \Phi_n = (\chi - E_c + E_p) - (\chi - E_c + E_n) = F_p - F_n \qquad (8.2)$$

وبما أن جميع الشوائب المانحة والآخذة مؤينة تماما، فاننا نحصل باستعمال العلاقتين (2.13) و (2.15) على:

$$e\varphi_{co} = E_g - kT \ln \frac{N_v}{N_a} - kT \ln \frac{N_c}{N_d} \qquad (8.3)$$

واذا أخذنا بالحسبان المساواة :

$$n_i^2 = N_c N_v \cdot e^{-E_g/kT} \qquad (8.4)$$

حصلنا من (8.3) على

$$e\varphi_{co} = kT \ln \frac{n_n p_p}{n_i^2} \qquad (8.5)$$

أو

$$\frac{p_n}{p_p} = \frac{n_p}{n_n} = e^{-e\varphi_{co}/kT} \qquad (8.6)$$

يلاحظ من(8.5) أن فرق الكمون الالتحامي للمعبر $P-n$ يكون أكبر كلما كانت إشابَة المجالين n و P من ش م أعلى، وتعطى القيمة العظمى لهذا الفرق في ش م الفطري بالعلاقة :

$$\varphi_{co.max} = \frac{1}{e} E_g \qquad (8.7)$$

يمكن الحصول اعتمادا على العلاقة (8.6) على العلاقتين التاليتين لتركيز الحوامل الأساسية والثانوية للشحنة الكهربائية :

$$p_n = p_p \cdot e^{-e\varphi_{co}/kT} \quad , \quad n_p = n_n \cdot e^{-e\varphi_{co}/kT} \qquad (8.8)$$

يعد جهد الخروج للالكترونات من ش م كبيرا نسبيا (عدة الكترونات فولط)، ولا يمكن عملياً للالكترونات من مغادرة البلورة في درجة حرارة الغرفة لعدم امتلاكها طاقة كافية . غير أن الالكترونات تستطيع الانتقال مباشرة من المجال ـ n الى المجال ـ p متغلبة بذلك على الحاجز الكموني المتولد عن الالتحام . مثلا، تكون في حالة السيليكون الحاوي على القيم التالية للتراكيز $N_d = n_n = 10^{16}\ cm^{-3}$ ، $p_p = 10^{14}\ cm^{-3}$ و $n_p = 10^{10}\ cm^{-3}$ = N_a و $p_n = 10^{12}\ cm^{-3}$ في درجة الحرارة 300 كلفن، قيمة الحاجز الكموني مساوية :

$$e\varphi_{co} = kT \ln \frac{p_p}{p_n} = 0{,}25\ e.V$$

بما أن المجال ـ p أكثر اشابة من المجال ـ n ، فان $n_n \ll p_p$ ، وبالتالي فان سمك الطبقة الحجمية للمنطقة الثقبية ذات المقاومة الأومية الأصغر ℓ_p يكون أصغر من سمك الطبقة للمنطقة الالكترونية ℓ_n، أي أن $\ell_n > |\ell_p|$ (الشكل c ـ 12 ـ 7)، ويكون السمك الاجمالي للشحنة الحجمية :

$$\ell_o = \ell_n + \ell_p \qquad (8.9)$$

تكون الشحنة الحجمية في المجال $-\ell_p \leq x < 0$ سالبة، ويحدد قيمتها تركيز الشوارد الشائبية الآخذة :

$$\rho = -e N_a^{--} = -e p_p \qquad (8.10)$$

وتأخذ معادلة بواسون في هذا المجال الصيغة التالية :

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e p_p}{\varepsilon \varepsilon_o} \qquad (8.11)$$

وتكون الشحنة الحجمية في المجال $\ell_n \geq x > 0$ موجبة، وتعين قيمتها بتركيز الشوائب المانحة المتأينة :

$$\rho = e N_d^{+} = e n_n \qquad (8.12)$$

وتأخذ معادلة بواسون الشكل:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{e n_n}{\varepsilon \varepsilon_o} \qquad (8.13)$$

وتعطى الشروط الحدودية في هذه الحالة بالشكل:

$$\varphi(-\ell_p) = 0 \quad , \quad \left.\frac{d\varphi}{dx}\right|_{x=-\ell_p} = 0 \qquad (8.14)$$

$$\varphi(\ell_n) = \varphi_{co} \quad , \quad \left.\frac{d\varphi}{dx}\right|_{x=\ell_n} = 0 \qquad (8.15)$$

وتنسجم هذه الشروط مع عبارات φ التالية التي تعد وفقا لـ(4.10) حلولا للمعادلتين(8.11) و (8.13)، فمن أجل $-\ell_p \leq x < 0$:

$$\varphi_p = \frac{e p_p}{2\varepsilon \varepsilon_o} (\ell_p + x)^2 \qquad (8.16)$$

ومن أجل $\ell_n \geq x > 0$:

$$\varphi_n = \varphi_{co} - \frac{e n_n}{2\varepsilon \varepsilon_o} (\ell_n - x)^2 \qquad (8.17)$$

ويكون الكمون ومشتقه من أجل $x = 0$ (الشكل 4 ـ 12 ـ 7)

مستمرين ، وبالتالي

$$\varphi_p(0) = \varphi_n(0) \qquad (8.18)$$

$$\left.\frac{d\varphi_p}{dx}\right|_{x=o} = \left.\frac{d\varphi_n}{dx}\right|_{x=o} \qquad (8.19)$$

ونحصل بتطبيق الشرط(8.19) على العبارتين(8.16) و (8.17) على المساواة :

$$n_{\mathcal{L}} \mathcal{L}_n = p_p \mathcal{L}_p \qquad (8.20)$$

وهكذا فان الشحنتين الحجميتين الموجودتين في المجالين المتاخمين للمعبر $p-n$ متساويتان. ويعد ذلك شرط الاعتدال الكهربائي.

يمكن الحصول من المعادلة (8.20) على العلاقتين:

$$\frac{\mathcal{L}_n}{\mathcal{L}_o} = \frac{p_p}{n_n+p_p} \quad , \quad \frac{\mathcal{L}_p}{\mathcal{L}_o} = \frac{n_n}{n_n+p_p} \qquad (8.21)$$

ونحصل باستعمال الشرطين السابقين واستخدام المساواة (8.18) على:

$$\varphi_{co} = \frac{e}{2\varepsilon\varepsilon_o}\left(n_n \mathcal{L}_n^2 + p_p \mathcal{L}_p^2\right) = \frac{e}{2\varepsilon\varepsilon_o}\mathcal{L}_o \frac{n_n p_p}{n_n+p_p} \qquad (8.22)$$

وينتج عما تقدم عبارة السمك الكلي لطبقة الشحنة الحجمية للمعبر $p-n$:

$$\mathcal{L}_o = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_o}{e}\varphi_{co}\frac{n_n+p_p}{n_n p_p}} \qquad (8.23)$$

ويتضح من العلاقة السابقة أن سمك طبقة الشحنة الحجمية $\mathcal{L}_o$

يكون أصغر كلما كانت درجة أشابة ش م أكبر. واذا كان أحد المجالين مشوبا بدرجة أكبر بكثير من الآخر، فان الجزء الأعظم من الهبوط الكموني الكهرساكن يحدث في المجال ذي المقاومة الأومية العالية (الشكل ٤ - 12 -7).

وكما يلاحظ من الرسم (e -12-7)، فان مجال المعبر $p-n$ يحتوي على تركيز قليل لحوامل الشحنة ، وينتج عن ذلك أن مقاومة المعبر كبيرة بالمقارنة مع مقاومة طبقة من أحد جزأي ش م n أو p لها نفس سماكة وسطح طبقة الشحنة الحجمية. وهكذا فان المعبر $p-n$ يعد طبقة ذات ناقلية نوعية كهربائية منخفضة محصورة بين مجالين يملكان ناقلية نوعية مرتفعة ، وبالتالي فانه (أي المعبر) يتمتع بخواص المكثفة ، وتدعى سعة واحدة المساحات "بالسعة المانعة أو المعيقة"، ويمكن أن تعين بالصيغة :

$$c = \frac{\varepsilon\varepsilon_o}{\mathcal{L}_o} = \sqrt{\frac{e\varepsilon\varepsilon_o}{2\varphi_{co}}\frac{n_n p_p}{n_n+n_p}} \qquad (8.24)$$

9.7. التقويم في المعبر $p-n$.

ندرس في البداية الحالة التي يطبق فيها على المعبر $p-n$ توتر خارجي V ، بحيث يتصل القطب السالب ب ش م الالكتروني والقطب الموجب بالثقبي، أي أن تطبيق التوتر يتم بالاتجاه الأمامي (الشكل b - 14-7). وبما أن مقاومة طبقة الشحنة الحجمية للمعبر مرتفعة ، فان الجزء الأكبر من الهبوط الكموني يتم في هذا المجال. وينخفض نتيجة لذلك علو الحاجز الكموني بالمقدار eV عما كان عليه في الحالة المتوازنة (الشكل a - 14-7)، ويتغير بالتالي سمك الطبقة الغالقة. ويتطلب حساب هذا السمك استعمال الصيغة التالية بدلا من (8.23):

$$\mathcal{L}_{np} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\,(\varphi_{co} - V)}{e}\,\frac{n_n + p_p}{n_n p_p}} \qquad (9.1)$$

ويؤدي انخفاض الحاجز الكموني الى زيادة تدفق الحوامل الأساسية للشحنة، حيث أن عددا كبيرا من الالكترونات يعبر من المجال- n الى المجال- p ، وعددا كبيرا من الثقوب يعبر من المجال- P الى المجال- n ، بينما يبقى تدفق الحوامل الثانوية للشحنة خلال المعبر ثابتا عمليا. ويجري في الدارة الخارجية نتيجة لذلك تيار مساو لفرق تياريّ الحوامل الأساسية والثانوية للشحنة، ويتجه من المجال- P الى المجال- n (الشكل b - 14-7)، أي أن:

$$j = j_{ON} - j_{NN} \qquad (9.2)$$

وتشكل الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة (الثقوب) Δp الموجودة في المجال- n في اللحظة الأولى شحنة حجمية موجبة مجاورة للمعبر. غير أن هذه الشحنة الموجبة تُعَدَّل خلال زمن قصير يحدده زمن الارتخاء الماكسويلي (انظر الفقرة 3.5) بالشحنة الحجمية للحوامل الأساسية (الالكترونات)، وتنجذب الكمية اللازمة للتعديل Δn من عمق المجال- n تحت تأثير الحقل الكهربائي الذي تولده الثقوب الثانوية، ويتم تعويض هذه الالكترونات من الدارة الخارجية. وهكذا يسود الاعتدال الكهربائي في جميع أجزاء ش م الالكتروني ماعدا المجال المتاخم للحمة، أين يزداد تركيز الالكترونات والثقوب بالمقدار $\Delta p = \Delta n$ مقارنة مع الحالة المتوازنة. وتدعى عملية ادخال حوامل الشحنة في ش م بمساعدة المعبر $p-n$ عندما تطبق عليه ازاحة أمامية (توتر أمامي)، حيث تكون هذه الحوامل ثانوية "بعملية الحقن". وهكذا يعطى تركيز

الثقوب في المجال- n الى جوار اللحمة بالعلاقة:

$$P = P_n + \Delta P \qquad (9.3)$$

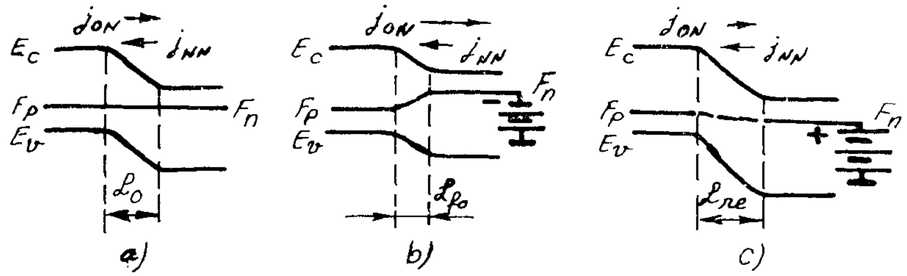
ويتطلب ايجاد هذا التركيز من أجل $x = \mathcal{L}_n$ في الحالة المتوازنة وفي الحالة اللافطرية، استبدال $e\varphi_{co}$ في العلاقة (8.8) بالقيمة $e(\varphi_{co} - V)$:

$$P(\mathcal{L}_n) = P_p \cdot e^{-(\varphi_{co} - V)/kT} \cdot e^{eV/kT} = P_n e^{eV/kT} \qquad (9.4)$$

وتنتج عن ذلك عبارة تركيز الثقوب الاضافية في المجال- n ، من أجل $x = \mathcal{L}_n$:

$$\Delta P(\mathcal{L}_n) = P - P_n = P_n\,(e^{eV/kT} - 1) \qquad (9.5)$$

وتحدث عملية مماثلة في المجال- P ، حيث تحقن الالكترونات



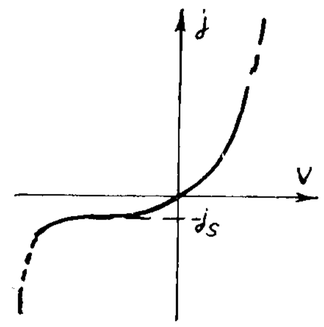
الشكل 14-7 المخطط الطاقي للمعبر $p-n$ ، a) حالة التوازن الترموديناميكي، b) تطبيق ازاحة أمامية على المعبر c) تطبيق ازاحة عكسية.

من المجال- n في المجال- P . ويعطى تركيز الالكترونات الثانوية من أجل $x = -\mathcal{L}_p$ بالعلاقة:

$$\Delta n(-\mathcal{L}_p) = n_p\,(e^{eV/kT} - 1) \qquad (9.6)$$

ينتج عن العلاقتين(9.5) و (9.6) أن زيادة الازاحة الأمامية على المعبر $P-n$ تؤدي الى نمو حاد في تركيز الحوامل الثانوية المحقونة، مما يؤدي بدوره الى زيادة حادة في قيمة التيار الذي يعبر اللحمة في الاتجاه الأمامي.

اذا كان التوتر الخارجي مطبقا في الاتجاه العكسي(الشكل c ـ 14ـ7)، أي أن القطب الموجب متصل بـش م الالكتروني ، فان الحاجز الكموني يرتفع، ويزدادسمك الطبقة الغالقة . ولكي نوجد قيمة ذلك السمك ينبغي أن نضع في الصيغة (9.4) قيمة التوتر V باشارة سالبة . ويلاحظ أنه كلما ازداد التوتر المطبق على المعبر $P-n$ في الاتجاه المعاكس، كلما صغرت كمية الحوامل الأساسية للشحنة القادرة على اجتياز الحاجز الكموني المرتفع . وتصبح وفقا لذلك كمية الحوامل الأساسية في المجال المجاور للحمة أصغر منها في حالة التوازن، وتقل أيضا كمية الحوامل الثانوية للشحنة كنتيجة للمحافظة على الاعتدال الكهربائي. وتدعى هذه الظاهرة "ببزل(اقتلاع) حوامل الشحنة". ويعين تركيز الالكترونات الاضافية في المجال ـ P ،كما هو الحال سابقا، بالعلاقة (9.6) غير أن V تقرن في هذه الحالة باشارة سالبة .



الشكل 15ـ7 الخواص الفولتو ـ أمبيرية للمعبر $P-n$.

وهكذا فان ربط المدخرة بطريقة عكسية الى المعبر $P-n$ يؤدي الى تناقص قيمة تيار الحوامل الأساسية للشحنة عما هي عليه في حالة التوازن، والى بقاء تيار الحوامل الثانوية على حاله تقريبا . وبالتالي فان التيار الحاصل الذي يجري في المعبر $P-n$

يتجه من المجال ـ n الى المجال ـ P ، وتزداد قيمته بنسبة ضئيلة بزيادة التوتر العكسي المطبق وتسعى الى قيمة محدودة تدعى "تيار الاشباع". نستخلص مما تقدم أن المعبر $P-n$ يتمتع بخواص فولتوأمبيرية غير خطية(الشكل 15ـ7).

10.7. نظرية المعبر $P-n$ الرقيق.

نعرض في هذه الفقرة الخواص الفولتو أمبيرية للمعبر $P-n$ مستندين على عدد من الفروض المُبَسّطة للمسألة .

1. ندرس حالة المعبر الرقيق، ونعني هنا ذلك المعبر الذي تتمكن فيه حوامل الشحنة من الطيران خلال الطبقة الحجمية للشحنة دون حدوث اعادة توحد. وهذا يعني بدوره أن سمك الطبقة الغالقة أصغر بكثير من الطول الانتشاري:

$$\mathcal{L}_0 \ll L_D \qquad (10.1)$$

2. نفرض أن كلا جزأي ش م مشوبان بشدة، أي أن $n_i \ll P_p$ و $n_i \ll n_n$. ويمكن بفضل ذلك اهمال الهبوط الكموني على العينة باستثناء المعبر.

3. نفترض أن لحمتي ش م مع المعدن الذي يستخدم لتطبيق التوتر الخارجي غير غالقتين ، وأنهما بعيدتان عن المعبر بحيث أن الحوامل الثانوية للشحنة يعاد توحدهما بالكامل قبل الوصول الى اللحمتين المذكورتين. ونهمل أيضا الهبوط الكموني عليهما، بحيث يمكن اعتبار التوتر الخارجي مطبقا بأكملة على المعبر $P-n$.

4. نهمل تأثير المصائد(أفخاخ الاقتناص)، وتأثير اعادة التوحد السطحي. ونفرض أن تناقص التركيز الاضافي لحوامل الشحنة يتم فقط نتيجة لاعادة توحدها في حجم (جوف) ش م الذي سنعتبره خطيا .

ولكي نحسب الخواص الفولتو أمبيرية للمعبر $p-n$ ، لابد من ايجاد قانون التغير لتركيز الحوامل الحرة للشحنة وذلك بحل معادلتي الاستمرارية للثقوب والالكترونات:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial j_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau_p} \qquad (10.2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e}\frac{\partial j_n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_n} \qquad (10.3)$$

ندرس تيار الثقوب في المجالين p و n ، معتبرين أن قيمتي معامل الانتشار وحركية الثقوب تبقيان على حالهما في كلا مجالي ش م (تجدر الاشارة هنا الى أن هذا الاعتبار غير موثوق). يُعَيَّن التيار الكلي للثقوب بجمع المركبتين الانسياقية والانتشارية:

$$j_p = e p \mu_p \mathcal{E} - e D_p \frac{dp}{dx} \qquad (10.4)$$

حيث أن $\mathcal{E}$ ترمز الى شدة الحقل الكهربائي الخارجي.

يكون تركيز الثقوب اللامتوازنة في المجال- p من ش م في حالة الازاحة الأمامية (أي تطبيق التوتر الأمامي) للمعبر $p-n$ مساويا $P = P_p + \Delta P$. وتدل هنا $\Delta n = \Delta P$ على كمية الثقوب المنجذبة من عمق المجال- p نحو اللحمة لكي تعدل الالكترونات المحقونة من قبل الجزء الالكتروني لـ ش م. وبما أن المجال- p مشوبا بشدة، فان $\Delta P \ll P_p$ و $P \approx P_p$ ، وبالتالي فان المركبة الانسياقية للتيار $j^{(P)}_{P\,drif}$ تكون أكبر بكثير من المركبة الانتشارية $j^{(P)}_{P\,diff}$ ، أي أن $j^{(P)}_{P\,drif} \gg j^{(P)}_{P\,diff}$. وهكذا يكون تيار الثقوب في المجال- p مساويا تقريبا للمركبة الانسياقية لتيار الثقوب:

$$j_P^{(P)} \approx j_{P\,drif}^{(P)} = e p \mu_p \mathcal{E} \qquad (10.5)$$

تتحقق في المجال- n المتراجحتان $p_n \ll n_n$ و $p_n \ll \Delta P$ ويكون تركيز الثقوب اللامتوازنة الى جوار المعبر $p-n$ مساويا $\Delta P + p_n = P$ ، ويعينه بشكل أساسي كمية الثقوب الاضافية ΔP المحقونة من المجال- p . وبالتالي فان المركبة الانتشارية لتيار الثقوب تفوق المركبة الانسياقية، أي أن $j^{(n)}_{P\,drif} \ll j^{(n)}_{P\,diff}$ و

$$j_P^{(n)} \approx j_{P\,diff}^{(n)} = -e D_P \frac{dP}{dx} \qquad (10.6)$$

وتكتب معادلة الاستمرارية للثقوب في المجال- n وفي الحالة المستقرة ($\frac{\partial P}{\partial t} = 0$) ، بعد الأخذ بعين الاعتبار (10.6)، بالشكل:

$$D_P \frac{d^2P}{dx^2} - \frac{P - P_n}{\tau_P} = 0 \qquad (10.7)$$

ونحصل باستعمال العلاقة $L_P^2 = D_P \tau_P$ على:

$$\frac{d^2 \Delta P}{dx^2} - \frac{\Delta P}{L_P^2} = 0 \qquad (10.8)$$

ويملك الحل الكلي لهذه المعادلة الشكل:

$$\Delta P = A.e^{-x/L_P} + B.e^{x/L_P} \qquad (10.9)$$

وبما أن تركيز الثقوب الاضافية يسعى الى الصفر نتيجة حركتها في جوف ش م ($x \longrightarrow \infty$)، ينبغي أن يأخذ الثابت B

قيمة معدومة . يكون عندئذ :

$$P = P_n + \Delta P = P_n + A\, e^{-x/L_p} \qquad (10.10)$$

ويعطى تركيز الثقوب اللامتوازنة على حدود الطبقة الغالقة ($X = \mathcal{L}_n$)، وفقا للعلاقة (9.4)، بالمعادلة :

$$p(\mathcal{L}_n) = p_n\, e^{eV/kT} \qquad (10.11)$$

ونحصل من (10.10)، آخذين في الحسبان (10.11) ، من أجل $x = \mathcal{L}_n$ على:

$$A = p_n \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \cdot e^{\mathcal{L}_n/L_p} \qquad (10.12)$$

وتأخذ الصيغة النهائية لقانون تغير تركيز الثقوب اللامتوازنة في المجال n ، من أجل $x > \mathcal{L}_n$ الشكل التالي:

$$p(x) = p_n + p_n \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \cdot e^{-(x-\mathcal{L}_n)/L_p} \qquad (10.13)$$

ونحصل استنادا الى (10.6) على علاقة تيار الثقوب:

$$j_p^{(n)} = \frac{e D_p p_n}{L_p} \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \cdot e^{-(x-\mathcal{L}_n)/L_p} \qquad (10.14)$$

ويعطي اجراء حساب مماثل لما سبق العلاقة التالية لتغير تركيز الالكترونات اللامتوازنة في المجال p من أجل $x < -\mathcal{L}_p$:

$$n(x) = n_p + n_p \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \cdot e^{(x+\mathcal{L}_p)/L_n} \qquad (10.15)$$

وبالتالي تعطى المركبة الالكترونية للتيار بالعلاقة :

$$j_n^{(p)} = \frac{e D_n n_p}{L_n} \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \cdot e^{(x+\mathcal{L}_p)/L_n} \qquad (10.16)$$

يكون مجموع تياريّ الالكترونات والثقوب في أي مقطع من ش م ثابتا :

$$j = j_p^{(p)} + j_n^{(p)} = j_n^{(n)} + j_p^{(n)} = const. \qquad (10.17)$$

وبما أن سمك الطبقة الحجمية رقيقة جدا ولا يحدث داخلها اعادة توحد للشحنة ، فان تياريّ الثقوب في المحالين n و p على حدود الطبقة الغالقة متساويان:

$$j_p^{(p)}\Big|_{x=-\mathcal{L}_p} = j_p^{(n)}\Big|_{x=\mathcal{L}_n} \qquad (10.18)$$

واذا أخذنا هذا في الحسبان، فاننا نستطيع استعمال العلاقة التالية من أجل التيار الكلي الذي يجري في المعبر $p-n$:

$$j = j_p^{(p)}\Big|_{x=-\mathcal{L}_p} + j_n^{(p)}\Big|_{x=-\mathcal{L}_p} = j_p^{(n)}\Big|_{x=\mathcal{L}_n} + j_n^{(p)}\Big|_{x=-\mathcal{L}_p} \qquad (10.19)$$

وبعطى هذان التياران استنادا الى (10.14) و (10.16) بـــ العلاقتين:

$$j_p^{(n)}\Big|_{x=\mathcal{L}_n} = \frac{e D_p p_n}{L_p} \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \qquad (10.20)$$

$$j_n^{(p)}\Big|_{x=-\mathcal{L}_p} = \frac{e D_n n_p}{L_n} \left(e^{eV/kT} - 1 \right) \qquad (10.21)$$

وبالتالي فان الخواص الفولتو أمبيرية للمعبر $p-n$ الرقيق

توصف بمعادلة من الشكل:

$$j = e\left(\frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p}\right)\left(e^{eV/kT} - 1\right) = j_s\left(e^{eV/kT} - 1\right) \quad (10.22)$$

حيث أن j_s تيار الاشباع:

$$j_s = j_{sn} + j_{sp} = \frac{eD_n n_p}{L_n} + \frac{eD_p p_n}{L_p} =$$

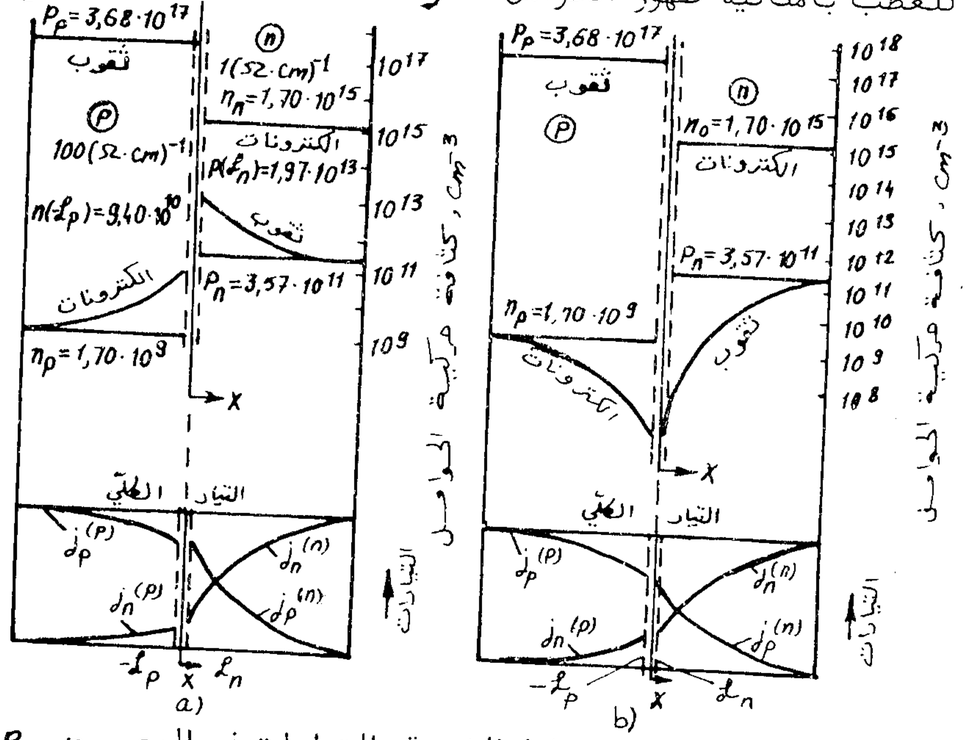
$$= e n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n p_p} + \frac{D_p}{L_p n_n}\right) = e\left(\frac{n_p L_n}{\tau_n} + \frac{p_n L_p}{\tau_p}\right) \quad (10.23)$$

تعرض الأشكال16ـ7 المنحنيات البيانية لتوزع تركيز الحوامل المتوازنة والاضافية للشحنة والتيارات في المعبر $p-n$ ، وذلك في حالتي الازاحة الأمامية والعكسية، وقد أنشأت هذه المنحنيات وفقا للصيغ (10.13) ـ (10.21).

تبين العلاقة (10.22) أن التيار الذي يعبر المعبر $p-n$ في حالة زيادة الازاحة الأماميةينمو بقانونية أسية، بينما يسعى هذا التيار الى القيمة j_s في حالة زيادة الازاحة العكسية. وتكون الخواص التقويمية للمعبر $p-n$ أفضل كلما كان تيار الاشباع أصغر، ويتناقص تيار الاشباع وفقا للعلاقة (10.23)بزيادة تركيز الحوامل الأساسية للشحنة n_n و p_p (أي بزيادة درجة الاشابة)، وبزيادة فترة حياة الحوامل الثانوية للشحنة τ_n و τ_p. ويؤدي ارتفاع درجة الحرارة الى زيادة التركيز الذاتي n_i، وبالتالي الى زيادة تيار الاشباع j_s.

اذا استمرت زيادة التوتر العكسي فاننا نصل الى قيمة محددة يحدث من أجلها تخريب(عطب) للمعبر $p-n$ ، وتزداد قيمة

التيار بحدة (الشكل 15ـ7). ويمكن أن نفسر تخرّب المعبر $p-n$ بأن الحقل الكهربائي الشديد يسبب ميلا للمناطق الطاقية، ويزداد في حالة حدوث هذا الميل تركيز الحوامل الحرة للشحنة نتيجة للعبور النفقيّ، وتنمو بالتالي شدة التيار الذي يعبر المعبر $p-n$ بحدّة (الانفراغ الزينيروفي). وترتبط الآلية الأخرى للعطب بامكانية ظهور الحوامل الحرة للشحنة نتيجة لانقطاع



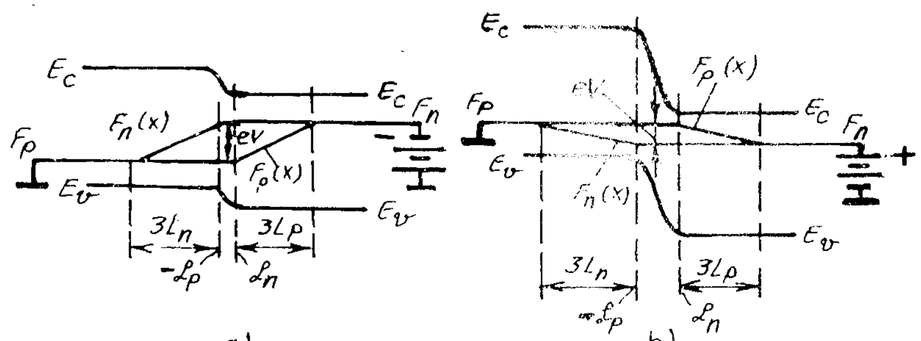
الشكل 16ـ7 تركيز حوامل الشحنة والتيارات في المعبر $p-n$ وذلك من أجل الازاحة الأمامية (a)والازاحة العكسية (b).

الروابط التكافؤية على حساب الطاقة الحركية التي تكتسبها حوامل الشحنة من الحقل الكهربائي عند عبورها للطبقة الغالقة. ويمكن أيضا للحوامل الحرة التي تسرع من قبل الحقل الكهربائي أن تساهم في تولّد الأزواج الالكترونية ـ الثقبية. وتحدث زيادة

مفاجئة (تيهورية avalanche) للتيار العكسي، ولهذا السبب يدعى هذا النوع من العطب "بالتيهوريّ".

عندما يطبق على المعبر $p-n$ منبع للتيار، تغدو حالة شم غير متوازنة، وتميز هذه الحالة بشبهي سوية فرمي F_n و F_p . فاذا كان التوتر الخارجي المطبق V صغيرا نسبيا، فان تركيزيّ الحوامل الاضافية للشحنة يتواجدان الى اليمين والى اليسار من المعبر على مسافة لاتتجاوز بضعة أطوال انتشارية L_n و L_p ، ويصبح شبها سويتي فرمي تابعين للاحداثيّ x (الشكل17_7).

لكي نوجد تغير موضع شبهيّ سوية فرمي، ينبغي تحديد التركيز اللامتوازن للالكترونات في النقطة $x = -\mathcal{L}_p$. ويعطى هذا



الشكل 17_7 أشباه سوية فرمي في المعبر $p-n$ من أجل الازاحة الأمامية (a). والازاحة العكسية (b).

التركيز بالعلاقة :

$$n(-\mathcal{L}_p) = n_p \cdot e^{eV/kT} = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - F_n(-\mathcal{L}_p)}{kT}} \qquad (10.24)$$

حيث أن $F_n(-\mathcal{L}_p)$ شبه سوية فرمي للالكترونات من أجل $x = -\mathcal{L}_p$ ويعطى التركيز المتوازن للالكترونات n_p على مسافة تساوي

ثلاثة أمثال الطول الانتشاري ($3\mathcal{L}_n$) من المعبر، بالعلاقة :

$$n(3\mathcal{L}_n) = n_p = N_c\, e^{-(E_c - E_p)/kT} \qquad (10.25)$$

نعوض قيمة n_p (10.25) في العبارة (10.24) فنجد:

$$F_p = F_n(-\mathcal{L}_p) - eV \qquad (10.26)$$

وهكذا يحدث في حالة الازاحة الأمامية للمعبر $p-n$ في المجال_p وعلى مسافة $\mathcal{L}_n$(3_2) من المعبر، انخفاض لشبه سوية فرمي للالكترونات $F_n(x)$ بالمقدار eV ، بينما يرتفع شبه سوية فرمي للثقوب $F_p(x)$ في المجال_n وعلى مسافة من المعبر L_p(3_2) بالمقدار eV (الشكل a_17_7).

وبالتالي فان شبه سوية فرمي الثقبي $F_p(x)$ في حالة الازاحة الأمامية للمعبر $p-n$ يقترب في المجال_n من سقف منطقة التكافؤ، بينما يرتفع شبه سوية فرمي للالكترونات في المجال_p نحو أرضية منطقة الناقلية. ويحدد هذا التغير في موضعي شبهيّ سوية فرمي نمو التركيز للحوامل الثانوية للشحنة الى جوار المعبر.

ويختلف الأمر في حالة الازاحة العكسية المطبقة على المعبر $p-n$ ، حيث يحدث انخفاض لكمية الحوامل الثانوية للشحنة الى جوار المعبر، ويبتعد شبها سوية فرمي $F_n(x)$ و $F_p(x)$ في المجالين المجاورين للمعبر عن المنطقتين الطاقيتين الموافقتين(الشكل b_17_7).

ندرس الآن النسبة بين التيارات العابرة للمعبر $p-n$. تكون النسبة بين المركبة الالكترونية والثقبية للتيار وفقا للعلاقتين(10.20) و (10.21) من الشكل:

$$\frac{j_n}{j_p} = \frac{j_{sn}}{j_{sp}} = \frac{D_n n_p L_p}{D_p p_n L_n} = \frac{\mu_n n_n L_p}{\mu_p p_p L_n} = \frac{\sigma_n L_p}{\sigma_p L_n} \qquad (10.27)$$

ويتضح من المساويات السابقة أن النسبة بين تياريّ الالكترونات والثقوب تحدد بشكل أساسي بالنسبة بين تركيزيّ الحوامل الأساسية للشحنة في المجالين- n و- p . فاذا كانت درجة اشابة كلا الجزأين متساوية تقريبا ($\sigma_n \approx \sigma_p$)، فان مثل هذا المعبر يقوم بحقن الالكترونات والثقوب بنفس النسبة، ويعين التيار الكلي بالعلاقة :

$$j = (j_{sn} + j_{sp})(e^{eV/kT} - 1) \qquad (10.82)$$

واذا كان المجال- p مشوبا بدرجة أكبر من المجال- n ($\sigma_n \ll \sigma_p$)، فان $j_{sn} \ll j_{sp}$ ،ويجري خلال المعبر بشكل أساسي التيار الثقبي. وعلى العكس، اذا كانت $\sigma_p \ll \sigma_n$ فان المساهمة الأساسية في التيار الكلي تعود الى المركبة الالكترونية .

فهرس المصطلحات العلمية المستخدمة

A

acceptor	آخذ
accmulation	تراكم (تكدّس)
activation energy	طاقة الفعالية (التنشيط)
avalanche, breakdown voltage	تيهور (انهيار) توتر التعطيل (التدمير) التيهوريّ
average	معدل، متوسط

B

band theory	نظرية التمنطّق
band to band recombination	اعادة التوحد المباشر منطقة-منطقة
barrier	حاجز، عائق
bipolar	ثنائي القطب
Boltizmann distribution, statistics	توزيع بولتزمان احصاء بولتزمان
boundary, layer	تخم، حد الطبقة الحدودية
breakdown	تعطل، عطب

C

capacitance	سعة
capture	أسر، انتزاع
carrier	حامل
centers,	مراكز
recombination	مراكز اعادة التوحد
generation	مراكز التولّد
channel	قنال
characteristic	ميّزة، صفة مميزة
charge	شحنة
chemical potantial	الكمون الكيميائي
collision, time interval between collision	تصادم، صدم الفترة الزمنية بين اصطدامين
complete ionization	التأين التام (الكامل)
concentration, gradient	التركيز تدرج التركيز
condition	شرط، حالة

conduction ,	توصيل، نقل
band	منطقة الناقلية
band edge	حد منطقة الناقلية
conductivity,	الناقلية
type	نوع الناقلية
continuum	تواصل
critical	حرج
crystal structure	التركيب (البناء) البلوري
current	تيار
current - voltage characteristics	الخواص الفولتو- أمبيرية

D

decay	تناقص
degenerat semiconductor	شبه موصل (ش م) غير فطري (متحلل)
density ,	كثافة
of states	كثافة الحالات
dielectricconstant	ثابت العزل الكهربائي
diffused junction	المعبر الانتشاري
diffusion,	انتشار
current	تيار الانتشار
length	طول الانتشار
diffusivity	انتشارية
distribution,	توزع ، توزيع
function	دالة التوزيع
drift,	سوق، جرف
velocity	السرعة الانسياقية
donor	مانح

E

effective,	فعّال
densities	الكثافات الفعالة
mass	الكتلة الفعالة
electric field	الحقل الكهربائي
electrostatic potential	الكمون الكهرساكن
emission probability,	احتمال اصدار الالكترونات ، الثقوب
of electrons, of holes	
energy gap	الفجوة الطاقية
equilibrium	توازن

extern	خارجي
extraction,	اقتلاع ، انتزاع
of carriers	اقتلاع الحوامل

F

Fermi -Dirac distribution,	توزيع فرمي - ديراك
distribution function	تابع التوزيع
statistics	احصاء
Fermi level,	سوية فرمي
potential	كمون سوية فرمي
finite	محدود
flux	تدفق
forbidden gap	الفجوة المحظورة (المنطقة المحظورة)
formaulas	صيغ
forward,	أمامي
current	التيار الأمامي
frequency	تواتر

G

generation,	تولّد
rate	معدل سرعة التولّد
grade	مرحلة ، درجة
gradient	تدرج

H

hole	ثقب
horizontal	أفقي

I

illumination	اضاءة ، استنارة
impurity	اشابة
injection	حقن، ادخال
insulation, insulator	عزل، عازل
intrinsic carrier concentration	تركيز الحوامل الذاتية
inversion	عكس، قلب
ionization energy	طاقة التأين

J

junction	اتصال، وصل، معبر

K

kinetics	علم الحركة

L

lattice,	شبكة
constant	ثابت الشبكة
layer	طبقة
lifetime,	زمن الحياة ، العمر
band to band recombination	عمر اعادة التوحد المباشر طبقة ـ طبقة
linear,	خطي
coefficient	معامل خطي
linear region	منطقة خطية

M

majority carriers	حوامل أساسية
masking	حجب
thicknees of masking layer	سمك طبقة الحجب
minority carriers	الحوامل الثانوية
mobility	الحركية
multiplication	تضاعف

N

narrow	ضيق
non-equilibrium conditions	غير متوازن(اللامتوازن) شروط اللاتوازن
n-type conductivity	الناقلية من النوع - n_n

P

p-n junction	المعبر p-n
Poisson's equation	معادلة بواسون
polarization	استقطاب
potential energy	الطاقة الكامنة
property	خاصة ، صفة
p-type conductivity	الناقلية من النوع - p

Q

quasi-equilibrium	شبه التوازن
quasi-Fermi levels	شبها سوية فرمي

R

radiation	الاشعاع
rate	معدل
recombination	اعادة التوحد
rectification	تقويم

resistivity	المقاومة
reverse,	عكسي معكوس
current	التيار العكسي
diffusion	الانتشار العكسي
temperature dependence	التابعية العكسية لدرجة الحرارة

S

saturation current	تيار الاشباع
scattering	تشتت
segregation	عزل، فصل
semiconductor,	شبه موصل
degenerate	غير فطري
space-charge,	الشحنة الحجمية
region "	منطقة الشحنة الحجمية
specific	مميز
step by step	تدريجي
surface,	سطح، سطحي
potential	الكمون السطحي

T

temperature dependence	التابعية لدرجة الحرارة
thermal conductivity,	الناقلية الحرارية
velocity of carriers	السرعة الحرارية للحوامل
transit	عبور
trap	فخ، مصيدة
tunnel	نفق

U

uniform,	منتظم
distribation	توزع منتظم

V

valence band,	منطقة التكافؤ(عصبة التكافؤ)
edge	حد منطقة التكافؤ
velocity	السرعة

W

work	العمل الجهد
work function difference	فرق دالة الجهد

المـــراجـــــــع

1. فيزياء أشباه الموصلات، كيرييف ب.س. (اللغة الروسية)
2. فيزياء أشباه الموصلات ، شاليموفا ك.ف. (اللغة الروسية)
3. فيزياء أشباه الموصلات، بونش- برويفتش ف. ل. ، كلاشينكوف س.ج (اللغة الروسية)
4. مدخل الى فيزياء أشباه الموصلات أدلير ، سميث (اللغة الانكليزية)
5. مقدمة في فيزياء الجسم الصلب ، كيتل (الغة الانكليزية)
6. احصاء الالكترونات في أشباه الموصلات، بليكمور (اللغة الروسية)
7. مقدمة في نظرية أشباه الموصلات، انسيلم (اللغة الروسية)
8. المفاعيل الحركية في أشباه الموصلات، اسكيروف (اللغة الروسية)

الـفـهـــــرس

1 ـ تقديم

2 ـ دلالات

الفصل الأول: بعض خواص أشباه الموصلات

8 1.1. تصنيف المواد وفق قيم الناقلية الكهربائية

15 2.1. الظواهر الحركية في أشباه الموصلات

أ)الناقلية الكهربائية 16، ب)مفعول هول 18، ج)تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي 22،د) القوة المحركة الكهربائية الحرارية 24، هـ) مفعول تومسون 26، و)مفعول بيلته 28، ز) مفعول نيرنست ـ ايتنغهاوزن 30، ح)مفعول ريغا ـ ليديوك 31، ط)المفاعيل الحراطيسية الطولية 32

34 3.1. زمن الارتخاء

37 4.1. النظرية الأساسية للظواهر الغلفانومغناطيسية

أ) موتر (تينسور) الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي 37، ب) زاوية هول وثابت هول 42، ج)المقاومة المغناطيسية 45.

37 5.1. الناقلية المختلطة

أ) مفعول هول 49، ب) المقاومة المغناطيسية 54.

54 6.1. بعض النتائج التجريبية

أ) الناقلية الالكترونية والثقبية 54، ب) الناقلية الذاتية والشائبية 56، ج) منطقة الطاقة المحظورة 61، د) الناقلية الكهربائية النوعية 65، هـ) الحركية 67، و)التركيز الذاتي للالكترونات 71، ز) المقاومة المغناطيسية 74.

الفصل الثاني: أسس نظرية التمنطق في أشباه الموصلات

77 1.2. معادلة شريدينغر للبلورة

2.2 .التقريب الكظوم والتقريب التكافؤي 79
3.2 .التقريب أحادي الالكترون(تقريب الالكترون المُمَثّل) 81
4.2 .تقريب الالكترونات شديدة الارتباط 88
5.2 .عدد حالات الالكترونات في المنطقة الطاقية 99
6.2 .شبه الاندفاع 103
7.2 .منطقة بريليون 105
8.2 .الامتلاء الممكن للحالات الالكترونية في منطقة التكافؤ 109
9.2 .تابعية طاقة الالكترون للشعاع الموجي الى جوار 112
أرضية وسقف المنطقة الطاقية
10.2 .حركة الالكترونات في البلورة عند تسليط حقل 118
كهربائي خارجي
11.2 . الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة 128
12.2 . التجاوب الدوراني المغناطيسي(السيكلتروني) 139
13.2 التركيب المُمَنْطق لبعض أشباه الموصلات 141
14.2 . طريقة الكتلة الفعالة 150
15.2 .النظرية الأساسية للحالات الشائبية 153
الفصل الثالث: احصاء الالكترونات والثقوب في أشباه الموصلات
1.3 . كثافة الحالات الكوانتية 160
2.3 . دالة التوزيع لفرمي- ديراك 165
3.3 . درجة امتلاء السويات الشائبية 168
4.3 . تركيز الالكترونات والثقوب 171
5.3 . شبه الموصل المشوب 176
6.3 . شبه الموصل الذاتي 187
7.3 . تابعية موضع سوية فرمي لتركيز الشوائب ولدرجة
الحرارة في شبه الموصل الفطري 193

1) شبه الموصل المانح 195، 2)شبه الموصل الآخذ 202
8.3 . تابعية موضع سوية فرمي لدرجة الحرارة في شبه
الموصل الفطري ذي الشوائب المتعادلة جزئيا 205
9.3 . المناطق الشائبة 211
الفصل الرابع: آليات تشتت حوامل الشحنة في أشباه
الموصلات ، وبعض الظواهر الحركية
1.4 . المعادلة الحركية لبولتزمان 218
2.4 . الحالة المتوازنة 227
3.4 . زمن الارتخاء 228
4.4 . المقطع الفعال للتشتت، أشكال مراكز التشتت 234
5.4 .. التشتت على الشوائب المتشردة 238
6.4 . التشتت على ذرات الشوائب والانزياحات 245
7.4 . التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة 247
8.4 . دوال التوزيع اللامتوازنة 259
9.4 . الناقلية النوعية لأشباه الموصلات 263
10.4 تابعية حركية حوامل الشحنة لدرجة الحرارة 268
آ)التشتت الشبكي 268، ب)التشتت على الشوائب
المتأينة 269، ج) التشتت على الشوائب المتعادلة 271،
د) التشتت على الانزياحات 272، هـ) آلية المقدة
للتشتت 272، و) تابعية الناقلية النوعية لدرجة
الحرارة 275
11.4 . الناقلية الكهربائية لأشباه الموصلات في حقل
كهربائي شديد 278
12.4 . مفعول غانا 286
13.4 . التشرد الصدمي 294

14.4. المفعول النفقي والتأين الكهرساكن 298

الفصل الخامس: تولّد واعادة توحّد الحوامل اللامتوازنة للشحنة

1.5. الحوامل المتوازنة واللامتوازنة للشحنة 303
2.5. التولّد ثنائي القطب الخوشي لحوامل الشحنة 308
3.5. التولد الحراري أحادي القطب ، الزمن الماكسويلي للارتخاء 312
4.5. أشكال اعادة التوحد 314
5.5. اعادة التوحد المباشر الاشعاعي منطقة ـ منطقة 316
6.5. اعادة التوحد المباشر اللاشعاعي منطقة ـ منطقة 323
7.5. اعادة توحد حوامل الشحنة خلال مصائد اعادة التوحد 327
8.5. تابعية عمر حوامل الشحنة لدرجة الحرارة في حالة اعادة التوحد خلال المصائد 338
9.5. مصائد الأسر (الاقتناص) ومصائد أعادة التوحد 342

الفصل السادس: انتشار وانسياق الحوامل الغير متوازنة للشحنة

1.6. معادلة الاستمرارية 347
2.6. التياران الانتشاري والانسياقي 351
3.6. علاقة انشتين 354
4.6. انتشار وانسياق الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب 356
5.6. انتشار وانسياق الحوامل الثانوية الاضافية في شبه موصل مشوب 360
6.6. انتشار وانسياق الحوامل اللامتوازنة للشحنة في شبه موصل ذي ناقلية قريبة من الذاتية 368

الفصل السابع: ظواهر الالتحام في أشباه الموصلات

1.7. دراسة شبه موصل خاضع لتأثير حقل كهربائي خارجي 374
2.7. جهد الخروج 380
3.7. التحام معدن-معدن، فرق الكمون الالتحامي 385
4.7. التحام معدن ـ شبه موصل 389
5.7. التقويم بوسطة لحمة معدن ـشبه موصل 395
6.7. النظرية اليودية للتقويم 400
7.7. النظرية الانتشارية للتقويم 405
8.7. لحمة شبهيّ موصل الكتروني وثقبي 408
9.7. التقويم في المعبر $P-n$ 415
10.7. نظرية المعبر $P-n$ الرقيق 419

ـ فهرس المصطلحات العلمية 429
ـ المراجع 434
ـ فهرس الكتاب 435