منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية بين مراحل بياجيه ومستويات فان هيل

د. طلال سعد الحربي

قسم المناهج وطرق التدريس، كلية المعلمين، المدينة المنورة، المملكة العربية السعودية

الملخص

كان للعديد من العلماء التربويين ونظرياتهم التربوية الأثر الكبير في تطور وربما تغيير أساليب التعليم والتعلم بشكل عام وتدريس الرياضيات بشكل خاص. وتعتبر نظريتا بياجيه وفان هيل من النظريات التي غيرت جذرياً بناء مناهج الهندسة في مراحل التعليم المختلفة. ومن هذا المنطلق، فإن الدراسة الحالية هدفت إلى دراسة منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة بمدارس التعليم العام في المملكة العربية السعودية، والتعرف على مدى ارتباط بناء المنهج بالنظريات المعاصرة في تدريس الهندسة. ومن أجل هذا الغرض، حلل الباحث وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" في كتاب الصف الأول المتوسط: الفصل الدراسي الأول؛ لدراسة مدى ارتباط موضوعاتها بالمبادئ الأساسية لنظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة. وقد خلصت الدراسة إلى ابتعاد منهج الهندسة في هذا المستوى عن أسلوب إقليدس المبني على البدهيات والتعريفات والنظريات والبراهين. وأوضحت الدراسة وجود ارتباط كبير بين الوحدة المدروسة وبين مستويات فان هيل، ولكن الارتباط مركز بشكل مكثف على المستويين الأول والثاني، وإن وافق هذا فان هيل نفسه في أن قليلاً من الطلبة يمكنهم اجتياز المستويين الرابع والخامس؛ إلا أنه يختلف مع ما يراه معظم الباحثين في أن الطالب في هذه المرحلة يجب أن يكون على الأقل ضمن المستوى الثالث من مستويات فان هيل. كما أوضحت الدراسة أن الانتقال عبر المستويات ليس بالتقنين المقترح لفان هيل حيث توجد العديد من التداخلات بين المستويين الأول والثاني في تدريس الموضوعات المختلفة. ومن هذه النتيجة استنتج الباحث أن هناك قصوراً في بناء الوحدة بالاهتمام بالمتفوقين من الطلبة أصحاب القدرات العليا حيث لا يتضح الاهتمام إلا في التمارين فقط. وأوصت الدراسة بضرورة إجراء دراسات تهتم بالتنفيذ الفعلي لتدريس الهندسة، ودراسة تحركات الطلبة وتحركات المعلمين داخل الفصول الدراسية.

The Geometry Curriculum in Saudi Arabia Between The Stages of Piaget and The Levels of Van Hiele

Dr. T.S. AL-HARBI
Department of Curriculum and Teaching Methods,
Teachers' College, Al-Madina Al-Munawwarah, Saudi Arabia

Abstract

Several theories provide bases for learning and teaching in general; and for learning and teaching mathematics in particular. Two of these theories have radically changed the geometry curriculum around the world: Jean Piaget's theory and P. M. Van Hiele's theory. This study is done from the perspective of Van Hiele and Piaget, offering a broad framework in which to view cognitive growth in geometry. This study identifies and briefly discusses the two theories to clarify their notions in the learning and teaching of geometry. The unit "Bases of Plane Geometry" in the geometry curriculum at the seventh grade of the public schools of Saudi Arabia is analyzed to investigate the way of building this unit and its relation to both Piaget theory and Van Hiele theory. Results show that the geometric curriculum in the Saudi schools is not based on the axiomatic geometry approach that was created by Euclid. Moreover, the geometry unit in the seventh grade relates mostly to Van Hiele theory with the consideration that it concentrates on lower levels (the first and second) which contradicts many research results that student at this grade should be at the third level. The study strongly recommends the implication of empirical studies to investigate the implications of the theoretical considerations.

منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية بين مراحل بياجيه ومستويات فان هيل

مقدمة :

الهندسة جزء هام من منهج الرياضيات ولكن خبرات معلمي الرياضيات في المرحلة المتوسطة ما زالت توحي بوجود صعوبات لدى طلبتهم في تعلم الهندسة وخاصة عندما يتطلب الأمر القيام بالإثباتات والبراهين الهندسية لإثبات الحقائق (Burger & Shaughnessy, 1986; Dickson, Brown, & Gibson, 1984). ولكن ما أسباب هذه الصعوبات؟ لعل أحد الأسباب يكمن في قلة الأبحاث العلمية في تدريس الهندسة.

مر أسلوب تدريس الهندسة بمرحلتين رئيستين؛ إحداهما قديمة جداً واستمرت حتى العصر الحديث والأخرى حديثة جداً. الأولى مبنية على أسلوب المسلمات لإقليدس والأخرى حديثة جداً مبنية على أبحاث العالمين بياجيه ومساعديه وفان هيل وزوجته. ولقد كان لأبحاث العالمين بياجيه وفان هيل (Jean Piaget and P.M. Van Hiele) الأثر الكبير في تعديل النظرة حول تدريس الرياضيات بشكل عام وتدريس الهندسة بشكل خاص. فقد أوضح (Wirszup, 1976) الروسي الجنسية أن معظم الأبحاث التي سبقت أفكار بياجيه وفان هيل لم تؤثر إلا بشكل طفيف في بناء تعليم الرياضيات في بلاده، وإنما جاء التأثير الجذري في تدريس الهندسة بشكل خاص في روسيا من أعمال العالمين بياجيه وفان هيل.

وتعتبر وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" أولى الموضوعات التي يدرسها الطالب في منهج الهندسة في المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية. ويبدو للوهلة الأولى أن هذه الوحدة تتبنى طريقة إقليدس في تركيزها على المصطلحات غير المعرفة (النقطة، المستقيم، والمستوى). ومن أجل هذا فإن هذه الدراسة تهدف بشكل أساسي تقويم منهج الهندسة في المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية من حيث ارتباط بنائه بالنظريات الحديثة في تدريس الهندسة.

مشكلة الدراسة:

يجمع الباحثون على أننا نعرف كيف يتعلم الطلبة الرياضيات أكثر مما نعرف كيف نطبق هذه المعرفة في التدريس (Romberg and Carpenter, 2000). ويكمن مفتاح نجاح تدريس الرياضيات في اختيار المحتوى المناسب. فالصعوبات التي يواجهها الطلبة في دراسة الرياضيات بشكل عام ودراسة الهندسة بشكل خاص يؤكد على الأهمية في اختيار المحتوى المناسب الذي يواكب خصائص الطلبة وأساليب تفكيرهم. وتشمل خصائص الطلبة مجالات النمو المعرفي الذي يشكل تأثيراً معنوياً على قدرة الطلبة لتعلم الرياضيات.

وأوضح (Usiskin, 1987) أن أبرز إشكاليات بناء منهج الهندسة يتركز في "عدم وجود منهج محدد للهندسة للمدارس كما هو الحال في المنهج المتوفر للحساب، مما يجعل حتى أفضل المعلمين يفترضون أنه ليس لدى طلبتهم الخلفية الجيدة في الهندسة".

وتعتبر أبحاث ودراسات العالمين بياجيه وفان هيل من أبرز النظريات التي أثرت في العصر الحديث في أساليب تدريس الهندسة للطلبة وطرق تقديمها لهم. لذا فإن مشكلة هذه الدراسة يمكن صياغتها في السؤال التالي:

ما مدى ارتباط منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في مدارس التعليم العام في المملكة العربية السعودية بمراحل بياجيه ومستويات ومراحل فان هيل لتدريس الهندسة؟.

أهداف الدراسة:

يمكن تحديد أهداف الدراسة الحالية فيما يلي:

١ - وصف طبيعة منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية من خلال دراسة وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" في الصف الأول المتوسط.

٢ - عرض مختصر لنظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة.

٣ - دراسة العلاقة بين نظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة وأسلوب بناء وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" في الصف الأول المتوسط.

أهمية الدراسة:

هناك أسباب متعددة تبرز أهمية دراسة الهندسة. ولعل أهم هذه الأسباب أنها تنمي المهارات الفراغية لدى التلاميذ. وهذه المهارات ستنمي بالتالي قدرات أخرى كثيرة مثل القدرة على التعليل والقدرة على التخمين ويمكن اعتبار أن جميع المهارات اليومية الأخرى ضمن المهارات الفراغية (Hatfield et al., 2001). وحدد (Cuoco & Mark, 1998) دور الهندسة في التعليم العام في محورين: الأول أن الهندسة تساعد الطلبة على الارتباط بالرياضيات. والثاني أن الهندسة يمكن أن تعتبر محركة لبناء منظور العادات العقلية.

وتعاني معظم دول العالم من ضعف في أداء طلبتها في الهندسة؛ فقد أكد (Beaton et al., 1996) ضمن تحليله لنتائج الدراسة الدولية الثالثة للرياضيات والعلوم (TIMSS)، أن ضعف الطلبة الأمريكيين في الصفين الرابع والثامن يعكس افتقار المنهج المطبق إلى المحتوى المطلوب. واستخلص أيضاً (Forgione, 1997) من نتائج الدراسة الدولية الثالثة للرياضيات والعلوم (TIMSS) أن المناهج تركز بشكل أساسي على الموضوعات الإجرائية (٦١٪)؛ حيث لم يكن الطلبة ناشطين في التفكير والتعليل في الرياضيات. وهو ما أكده من قبل (Carpenter et al., 1983) بقولهم إن معلومات الطلبة في الهندسة عند نهاية المرحلة

الابتدائية في أدنى مستوى لها حيث استطاع ١٠٪ فقط من الطلبة ذوي العمر ١٣ إيجاد قياس الزاوية الثالثة للمثلث عند معرفة الزاويتين الأخريين وذلك في التقويم الوطني (NAEP) لعام ١٩٨٢ في الولايات المتحدة الأمريكية. وأكد (Usiskin, 1987) أن استمرار ضعف الطلبة في الهندسة مرجعه للمشكلات الموجودة أساساً في المنهج.

وأورد (Chappell, 2001) أن معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية من السابق وحتى الوقت الحاضر أعطت تعليمات واضحة بضرورة تقديم أفضل تعليم ذي قيمة في تدريس الهندسة لطلبة المرحلة المتوسطة. وأوصى المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) في توصياته الأخيرة لعام ٢٠٠٠ أن نتائج الأبحاث ينبغي أن تساعد "في تحديد ما الممكن للطلبة تعلمه حول مناطق محددة للمحتوى في مستويات محددة تحت ظروف تدريسية محددة (NCTM, 2000)".

وقد أدركت وزارة المعارف في المملكة العربية السعودية أهمية البحث في تعليم وتعلم الهندسة في مدارس التعليم العام، وأدركت ندرة هذه الدراسات على المستوى المحلي والعالمي، فأهابت بالباحثين السعوديين بضرورة جعل هذا الموضوع ضمن أولويات اهتماماتهم (وزير المعارف، ١٤٢٢).

وتكمن أهمية هذه الدراسة في محاولتها دراسة العلاقة بين منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية والنظريات الحديثة في مجال تدريس الهندسة.

خلفية الدراسة:

الهندسة من أقدم الموضوعات التي اهتم الإنسان بدراساتها لارتباطها بالكون والبيئة التي يعيش فيها. ولأفكار إقليدس الأثر الكبير في تطور الهندسة ونظامها حتى العصر الحديث؛ حيث ورث تعليم الهندسة جذوره من إقليدس ولكن منذ الستينات تعرض هذا الأسلوب لانتقادات حادة لأسباب رئيسة؛ من أهمها أنها لا

تشمل على أنشطة مرتبطة بالبحث عن أنماط. . . . بينما لعبت نظرية بياجيه للنمو العقلي في عام ١٩٦٠ دوراً كبيراً في البحث في تدريس الهندسة. وفي نفس الوقت تقريباً عرض فان هيل في عام ١٩٥٧ أنموذجاً لنمو التفكير في الهندسة يحتوي على خمس مستويات متسلسلة هرميا. ويعرف أسلوب إقليدس بأسلوب البدهيات أو المسلمات، والذي بني على مسلماته الخمسة الشهيرة؛ والذي يبدأ بمصطلحات غير معرفة مثل النقطة والمستقيم والمستوى، ويسعى إلى بناء التعليل الاستنتاجي من خلال دراسة الهندسة. ولكن الدراسات الحديثة أوجدت بدائل لأسلوبه أكثر نجاحاً في تنمية القدرة لدى الطلبة على تبرير مقترحاتهم (Bell, 1976)، حيث أخذت العديد من دول العالم في الثمانينيات ببناء مناهج الهندسة في مدارسها على أسس نظرية فان هيل (Clements and Battista, 1995)

مراحل بياجيه لتدريس الهندسة

أمضى العالم جين بياجيه أكثر من ستين سنة مع مساعديه في البحث حول تطور قدرات الأطفال المعرفية. ووجد بياجيه أن نمو تعلم الرياضيات يجب أن يمر خلال مراحل حسب ترتيبها. واشتهر بياجيه بمراحله الأربعة للنمو الذهني عند الأطفال؛ حيث قسّم بياجيه النمو المعرفي في أربع مراحل رئيسية (تدعى فترات أحيانا)؛ وكل مرحلة يمكن أن تقسّم في مراحل جزئية وهذه المراحل هي: مرحلة الإحساس والحركة (من الولادة حتى سن سنتين)؛ مرحلة ما قبل التفكير بالعمليات (من سنتين حتى سبع سنوات)؛ مرحلة العمليات الملموسة (من سبع سنوات حتى أحد عشر سنة)؛ مرحلة العمليات المجردة (من أحد عشر سنة حتى خمس عشرة سنة) واعتماداً على الدراسات المتوافرة لدى الباحث تمكن من تلخيص المراحل في التالي:

المرحلة الأولى: مرحلة الإحساس والحركة: مرحلة ما قبل التعبير بالكلام وما قبل استعمال الرموز. يتعرف على العالم الخارجي عن طريق حواسه وتحركاته المختلفة. أفعال تلقائية لا يوجد بينها تنسيق. حركات تلقائية وأفعال منعكسة.

المرحلة الثانية: مرحلة ما قبل التفكير بالعمليات: مرحلة التصور أو الرمزية (استخدام الكلمات والرموز لتصور الأشياء).

لا يفكر في مفهومين معا ولا يقوم بالعمليات العكسية.

المرحلة الثالثة: مرحلة العمليات الملموسة (غير مجردة): يبدأ التفكير المنطقي في أشياء ملموسة محسوسة ومن أمثلة العمليات الملموسة في هذه المرحلة (عمليات التصنيف، عمليات الترتيب، عمليات منطق المجموعات، عمليات خاصة بالفراغ والأعداد).

المرحلة الرابعة: مرحلة العمليات المجردة: التفكير على أساس تركيبي منطقي قائم على وضع الفروض والاستنتاج والاستدلال.

واستخدم بياجيه النظام العددي الرّوماني في أغلب فترته المتوسطة والمتأخّرة (Campbell, 2000). فالمستويان IIA وIIB هما تجزيء للمرحلة الثانية من مراحل بياجيه، أما المستويان IIIA وIIIB فَهُما تجزيء للمرحلة الثالثة من مراحل بياجيه.

ولبياجيه (Piaget, 1964; 1970; 1974) هناك فرق واضح بين التعلم والنمو حيث يعتبر التعلم عملية تلقائية لنمو النظام البشري. حيث يقول بياجيه "أعتقد أن النمو يفسر التعلم، وهذا الرأي يتعارض مع الرأي السائد أن النمو هو حصيلة خبرات تعليمية متفرقة" (Piaget, 1964, p. 176)، ويقول أيضاً "لا يحدث أي تعلم عندما يكون الشخص صغيراً جداً؛ لأن ذلك يعني احتمال اتساع منطقة الاستيعاب (assimilation). ويمكن أن يحصل تأثير إيجابي بأن يحتوي التدريب على وسائل للاستيعاب، ولكن ذلك يعتمد أيضاً على مستوى النمو للطفل (Piaget, 1974) هذا وقد عرّف (Piaget, 1964) الاستيعاب (assimilation)، بتكامل أي نوع من أنواع الحقائق في بِنية، وهذه البِنية هي أساس التعلم، وهي العلاقة الأساسية من وجهة نظر التطبيقات التدريسية.

وتعتبر الدراستان التي نشرها كلا من بياجيه ومساعديه في مجال الهندسة (Piaget, Inhelder, Szemiska, 1960; Piaget & Inhelder, 1967) أولى البذور التي

وضعت لتدريس الهندسة بشكل خاص؛ حيث أوضحوا أنه لا يمكن للطلبة التعلم بالأساليب التي تجعلهم سلبيين في عملية التعلم، ولكن يجب أن تكون لهم مشاركات في العالم من حولهم.

ومن أجل التطبيق في هذه الدراسة، فإنه ينبغي أن نتطرق إلى وصف الفروق التي يضعها بياجيه بين نوعين من التعلم؛ حيث يفرق بياجيه بين Figurative Learning (التعلم الرمزي: الذاكرة والإدراك) والتي تكون متوافرة عند سن مبكرة بينما التعلم Operative Learning (الفعال: العمليات المنطقية) تستمر تنميته خلال الطفولة والمراهقة. كما يفرق بياجيه بين المعرفة المنطقية الرياضية التي تتولد من عمليات عقلية داخلية والمعرفة المادية التي يتم التوصل إليها بالاتصال مع البيئة الخارجية بأحد الحواس الخمسة (Piaget, 1970). ولذا فمن خلال الدراسات يلاحظ أن بياجيه قد ركز على نوعين من المستويات لتدريس الهندسة؛ الأول يعتني بدراسة الأشكال الإقليدية والآخر بمستويات التفكير. وحدد (Piaget et al., 1960) ثلاث مستويات للتحصيل في دراسة الفراغ الإقليدي:

المستوى الأول يتمثل في العمليات الكمية، ويحتوي على أنواع متعددة من حفظ الخواص. مثل المسافة والطول، والذي يقع معظمه في المرحلة IIIA.

المستوى الثاني يمكن تسميته استيعاب العمليات القياسية البسيطة مثل: قياس المسافة في بعد واحد أو بعدين أو ثلاثة أبعاد، إنشاء نظام للإحداثيات والخطوة الأولى في قياس الزوايا والمساحات؛ ويقع في المستوى IIIB.

ويتم الوصول **للمستوى الثالث** عندما يتم حساب المساحات والحجم، ويؤخر حتى المرحلة IV.

ووزّع (Laurendeau & Pinard, 1970) أفراد عينة تجربتهما حسب العمر والمرحلة في اختبار الإحلال لاختبار الهندسة اللاكمية (Topology)، وخلصا إلى النتيجة التالية: "لاحظنا أن المرحلة الأولى قد مر بها ذوو الثلاث سنوات من

العمر. المرحلة A يتم الوصول إليها عند السن من ٣:٧ سنوات، والمرحلة 2B يتم الوصول إليها عند السن من ٥:٤ سنوات، والمرحلة 3A عند ٧:٢ سنوات، والمرحلة 3B لا يمكن الوصول إليها قبل سن ٩:٨ سنوات، وأن الفروق بين الأولاد والبنات غير دال عند مستوى ٠,٠١".

وطبقاً لبياجيه فإن تدريس الإثبات في الهندسة يمر في ثلاث مراحل (Clements and Battista, 1995):

١ - في **المرحلة الأولى** يكون تفكير الطفل غير تأملي وغير منطقي حيث يتعامل مع أجزاء البيانات بدون أي علاقات، والاستمرار في إجراء الخطوات يكون عشوائياً وبدون خطة، والاستنتاجات ربما تكون متعارضة.

٢ - في **المرحلة الثانية** فإن الطلبة لا يستخدمون فقط النتائج التجريبية لإجراء بعض التنبؤات ولكن يحاولون تبرير تنبؤاتهم. إنهم يتوقعون نتائج خلال بحثهم عن المعلومات، ويفكرون بمنطقية فقط حول المقدمات المنطقية (premises) التي يعتقدونها.

٣ - وفي **المرحلة الثالثة** فقط فإن الطالب يتعدى مرحلة اعتقاد أن شيئاً ما دائماً صحيح إلى إجراء استنتاج منطقي بأنه يجب أن يكون بالضرورة صحيحاً. وفي هذه المرحلة يكون لدى الطالب القدرة على التفكير الاستنتاجي مبنياً على افتراضات، والقدرة على العمل بوضوح في النظام الرياضي.

مستويات فان هيل في تدريس الهندسة

يعتبر نموذج Dina وPierre van Hiele في الخمسينيات لتدريس الهندسة وكيفية اكتساب الطلبة للمفاهيم الهندسية وتنمية التفكير الهندسي من النماذج الرائدة في العصر الحديث التي غيرت مجرى طرق تدريس الهندسة في كثير من دول العالم. حيث وضعت Dina خمس مستويات لتدريس الهندسة ثم بعد وفاتها قام Pierre Van Hiele بتطويرها وكتابتها. ولقد قام فان هيل بتعديلين أساسيين

في المستويات؛ الأول كان في ترقيم المستويات والثاني كان جوهرياً حيث قدم مجموعة بديلة من المستويات يقول أنها مناسبة لتركيبة الرياضيات ومناسبة للتعامل مع الرياضيين (Pegg & Davey, 1998).

وفي المصادر المتوافرة لدى الباحث تم ترقيم مستويات فان هيل باختلافات بسيطة في الترقيم والصياغة؛ جمعها الباحث من المصادر المتوافرة لديه في النظام التالي:

المستوى الأول: البصري؛ وفيه يتعرف الطلبة على الأشكال حسب شكلها العام، ويعرفون مصطلحات مثل مثلث ومربع، ولكنهم لا يدركون خصائص هذه الأشكال؛ فمثلاً يمكن أن يدرك أن شكلاً ما هو مستطيل فقط لأنه يشبه شكل الباب.

المستوى الثاني: الوصفي/التحليلي؛ وفيه يحلل الطلبة الأجزاء الأساسية في الشكل، ولكنهم لا يبادلون بين الأشكال والخصائص؛ فمثلاً يمكن أن يعرف أن جميع أضلاع المربع متساوية وأن كلاً من قطري المعين هو المنصّف العمودي للآخر. ولكنهم في نفس الوقت يصعب عليهم إدراك أن كل مربع هو معيّن.

المستوى الثالث: المجرد/المقارن؛ وفيه يربط الطلبة الأشكال وخصائصها مع بعضها، ولكن يصعب عليهم تنظيم جمل متسلسلة لتبرير ملاحظاتهم؛ فمثلاً يمكن أن يدركوا أن كل مربع هو معين، ولكن يصعب عليهم تبرير ذلك بصورة منظمة.

المستوى الرابع: الاستنتاج المنظم؛ يستطيع الطلبة في هذه المرحلة أن يعللوا ما استنتجوه ضمن النظام الرياضي لتبرير ملاحظاتهم. فهم يستطيعون بناء براهين عن طريق جمل متسلسلة تبرر بمنطقية الاستنتاج كنتيجة للمعطيات.

المستوى الخامس: الدقة البالغة؛ في هذه المرحلة، يستطيع الطلبة مقارنة أنظمة مختلفة بدرجة عالية من الدقة دون الحاجة إلى نماذج يدوية.

ويعتبر المستويان الأول والثاني ملائمين للمراحل الأولية في المرحلة الابتدائية، والمستوى الثالث ملائم للمراحل المتقدمة من المرحلة الابتدائية والأولية في المرحلة المتوسطة، أما المستوى الرابع فهو ملائم للمرحلة الثانوية، والمستوى الأخير ملائم لطلبة المراحل الجامعية. وقد كتب فان هيل قليلاً عن المستويين الرابع والخامس؛ لأنه يعتقد أن قليلاً من الطلبة يمكنهم اجتياز هذين المستويين أو يحتاجون اجتيازهما (Pegg & Davey, 1998, p.113).

وفي الإجابة عن السؤال: "كم مستوى يمكن أن تقدم في الوحدة الواحدة؟" فإن فان هيل يرى أنه لا يشترط أن تدرس وحدات الهندسة تحت جميع المستويات (Hiele, 1986). ويمكن أن تكون المهارات للطلبة ذوي القدرات المميزة أعلى من المستوى الحقيقي له (Crowley, 1987, p. 5).

ويرى فان هيل أن الانتقال من مستوى إلى الذي يليه يعتمد بشكل كبير على التدريس فضلاً عن العمر أو النضج (Hatfield et al., 2001).

وطبقاً لرأي Pierre Van Hiele فإن الانتقال من مستوى معين للذي يليه يتضمن خمس مراحل هي: المعلومات، التوجيه المباشر، الوضوح (explicitation)، التوجيه الحر، والتكامل (Hiele, 1999) ويمكن توضيح هذه المراحل كالتالي:

١ - **المعلومات**: يدخل المعلمون والطلبة في محادثة حول الموضوع الذي ستتم دراسته. واستخدام اللغة مهم جداً في هذه المرحلة.

٢ - **التوجيه المباشر**: يسلسل المعلمون أنشطة يقوم الطلبة باكتشافها بطريقة تجعل البنية المتعلمة مألوفة لدى الطلبة.

٣ - **الوضوح**: بقليل من المساعدة يبني الطلبة خبرات وينقحوا مصطلحاتهم لمناقشة العلاقات بين البنى الرياضية.

٤ - **التوجيه الحر**: يتعامل الطلبة مع مطالب متعددة المراحل ويكملونها بطرق مختلفة، ويكتسبون خبرات في إعادة حل المتطلبات بمفردهم ويوجدون علاقات واضحة بين تراكيب الأشياء المدروسة.

٥ - **التكامل**: يكون الطلبة قادرين على إدخال ودمج العلاقات في جسد جديد من الأفكار. وتكون مساعدة المعلمين بإعطاء مسح شامل لما يعرفه الطلبة.

النمو خلال المستويات:

على الرغم من أنه يمكن ربط المستويات بفترات عمرية محددة (بمعنى أن معظم الطلبة يمرون خلال نفس الخبرات التعليمية في نفس الفترة العمرية)، إلا أن فان هيل لم يذكر أي جدول لتطور النمو خلال المستويات. وبالأخص فإنه استفسر عن ارتباط مفاهيم النمو بالنضج الحيوي، ويرى أن النمو ليس كافياً لاكتساب المفاهيم وخلص فان هيل إلى أن الطلبة يمرون خلال مستويات التفكير في الهندسة بشكل مقارب جداً لانتقال الطلبة في مراحل النمو العقلي لبياجيه (Hatfield et al., 2001).

وعلى الرغم من أن فان هيل (Hiele, 1986) يرى أن النمو خلال المستويات ليس متداخلًا وإنما فجائي، إلا أن بعض الباحثين عارض ذلك وأيده آخرون. فقد أوجد (Pegg & Davey, 1998) تبريراً للفصل بين المستويات واعتبراه منطقياً إذا أُخذ بالنظرة العريضة والمثالية للنظرية؛ أما (Burger & Shaughnessy, 1986) و(Fuys et al., 1988) فوجدوا أن الطلبة يمكن أن يتحركوا داخل المستويات ذهاباً وإياباً.

وأوضحت (Senk, 1989) أن البرهان في الهندسة يتطلب التفكير على الأقل في المستوى الثالث لفان هيل؛ حيث وجدت أن ٢٢٪ من الطلبة دون المستوى الثالث و٥٧٪ عند المستوى الثالث و٨٥٪ عند المستوى الرابع و١٠٠٪ عند المستوى الخامس يتقنون كتابة البرهان.

المستويات والمنهج:

على الرغم من أن مستويات فان هيل تظهر للوهلة الأولى أنها خاصة بالمحتوى التدريسي، إلا أنها في الحقيقة مراحل للنمو المعرفي أيضاً؛ حيث أفاد (Hiele, 1986) أن "حالة المستويات ليست في المادة المتعلمة ولكن في التفكير الإنساني".

ويعتمد التفكير لدى فان هيل بشكل أساسي على عامل اللغة، وإن لم تكن في تفكير فان هيل عندما وصف انتقال الطفل خلال مراحل التعلم، فالإدراك مستحيل بدون عامل اللغة. وبالتالي فإن التدريس أمر ذو حساسية بالغة في نظرية فان هيل وربما هذا هو الأمر الذي جعلها أكثر متعة ونجاحاً لدى التربويين (Pandiscio & Orton,1998). ولكن (Hiele, 1999) تراجع بعض الشيء عن عامل اللغة بقوله "عندما أثرت أن التفكير بدون كلمات ليس تفكيراً ولم يسعد هذا علماء النفس الأمريكيين، فإنهم على حق. فالتفكير غير اللفظي ذو أهمية خاصة فكل تفكير منطقي له جذور في التفكير غير اللفظي". وبين أيضاً أن اللغة تعتبر عاملاً مهماً ابتداء من المستوى الوصفي.

الاستنتاج:

مما سبق نلحظ أن الاختلافات بين نظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة بسيط بجانب التشابه الكبير بينهما. ويلاحظ أن نظرية فان هيل في الهندسة واسعة في انتشارها ويعود ذلك لتخصصها في موضوع واحد فقط هو الهندسة بينما عمومية نظرية بياجيه وارتباطها بمراحل النمو الذهني للإنسان جعلها أقل استخداماً عند الحديث عن تدريس الهندسة. ويتفق كل من بياجيه وفان هيل أن الطلبة يجب أن يمروا خلال مستويات من التفكير الهندسي قبل الوصول إلى المستويات الأعلى وأن هذا يتطلب بعضاً من الوقت (Battista & Clements, 1995) ويلاحظ كذلك عودة الباحثين إلى تحليل أفكار بياجيه التي مضى على تجربته مع هندلر ما يزيد على نصف قرن. وتتميز نظرية فان هيل بأنها مبنية على أسس منهجية مدرسية تفتقده كثيراً نظرية بياجيه؛ حيث يصعب بناء المنهج والممارسات التدريسية على أساسها. ويرى ويفر (Weaver, 1972) أن نظرية بياجيه نظرية في النمو العقلي وليست نظرية في التعلم أو التعليم أو التدريس أو في المناهج، وذلك بشكل عام أو في الرياضيات بشكل خاص. ولكن الكثير من الكتابات والتحليلات تم توجيهها نحو الافتراضات التي تتضمنها نظرية بياجيه لتعلم الرياضيات ولطبيعة وتسلسل المحتوى في المنهج الرياضي ولتنظيم وإدارة الصف.

ويمكن تلخيص القول في هذا المجال بتعميم ما ذكره (Pegg and Davey, 1998) بأنه وإن كانت هناك فروق بين النظريتين في الطبيعة والشكل والأهداف إلا أنهما يشتملا على جوانب تشابه كثيرة. وأن نظرية van Hiele يمكن أن تفسر ضمن تركيبة نظام (SOLO)*. وبقول فان هيل "لقد أخذت أنا وبياجيه في الخمسينيات موقفاً ضد المفاهيم الخاطئة وأتفق مع بياجيه في أن عدم تدريس الشيء أفضل من إعطائه بالطريقة الخاطئة" (Hiele, 1999).

الدراسات السابقة

في المصادر المتوفرة لدى الباحث يسعى الباحث لعرض بعض الدراسات التي كان لها الجانب الأكبر في توضيح المقارنة بين نظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة.

دراسة John Pegg and Geoff Davey (1998)

قارن الباحثان بين نظرية Van Hiele وتصنيف SOLO وخلصا إلا أن نظرية Van Hicle أعطت مجالاً أوسع للنظرة للنمو المعرفي في تدريس الهندسة عن النظريات والأبحاث التي سبقته، ولكن SOLO لها أفضلية واضحة عن نظرية Van Hiele في تصوير فهم الطلبة، وأنه وإن كانت هناك فروقات بين النظريتين في الطبيعة والشكل والأهداف إلا أنهما يشتملا على جوانب تشابه كثيرة، وأن نظرية Van Hiele يمكن أن تفسر ضمن تركيبة نظام SOLO.

دراسة Eric Pandiscio & Robert Orton (1998)

درس الباحثان الإدراك عند تعلم الهندسة في نظريتي فان هيل وبياجيه، وخلصا إلى أن التفكير لدى فان هيل يعتمد بشكل أساسي على عامل اللغة؛ وإن لم تكن في تفكير فان هيل عندما وصف انتقال الطفل خلال مراحل التعلم،

(*) Structure of the Observed Learning Outcome (SOLO) وتفرض هذه النظرية أن كل التعلم يقع في خمس مراحل تتشابه مع مراحل بياجيه للنمو المعرفي (Pegg, & Davey, 1998, p116).

فالإدراك مستحيل بدون عامل اللغة، وبالتالي فإن التدريس أمر ذو حساسية بالغة في نظرية فان هيل وربما هذا هو الأمر الذي جعلها أكثر متعة ونجاحاً لدى التربويين الأمريكيين. أما بياجيه فلا يعطي نفس الأهمية للغة في تعلم التفكير، فالأداء (action) بدلاً عن اللغة هو العامل الأكثر دلالة في نمو تراكيب المستويات العليا للتفكير.

دراسة William Carroll (1998)

درس الباحث أثر تطبيق أحد مشاريع المناهج المعدلة التي تجعل موضوع الهندسة أساسياً في التعليم منذ الحضانة وتؤكد على مبدأ الممارسة وحل المشكلات على مستويات فان هيل في تدريس الهندسة، ووجد أن الطلبة في المجموعة التجريبية يكتسبون المستويات العليا لفان هيل عن طلبة المجموعة الضابطة.

دراسة Robert Orton (1995)

هدفت الدراسة إلى الإجابة عن السؤال "هل تنتمي كلاً من نظرية بياجيه ونظرية فان هيل في تدريس الهندسة إلى نفس برنامج البحث العلمي؟". وقام الباحث بتحليل ثلاثة فروق بين النظريتين. وخلص إلى أن هذه الفروق تتمثل في التركيز على التفكير البصري والإدراك، دور اللغة، وأهمية المنطق. وبعض هذه الفروق تعزى لصالح نظرية فان هيل، وإن كان تأكيد فان هيل على التركيب البصري يصعب توفيقه مع تركيز بياجيه على الأنشطة الحس-حركية. وأن نظرية فان هيل يمكن فهمها أفضل كتراث لنظرية الجشطلت.

دراسة Michael Battista and Douglas Clements (1995)

درس الباحثان الإثبات في الهندسة في المرحلة الثانوية وتعرضا إلى مراحل بياجيه الثلاثة ومستويات فان هيل الخمسة، وخلصا إلى أن بياجيه يصف عملية نمو القدرة على الإثبات دون اعتبار للمنهج بينما فان هيل يضعه خلال المنهج.

دراسة Douglas Clements and Michael Battista (1992)

درس الباحثان الهندسة والتعليل الفراغي وتوصّلا في هذه الدراسة إلى أن نظرية بياجيه تصف كيف ينمو التفكير من كونه غير منعكس وغير منظم إلى تطبيقي ثم في النهاية إلى الاستنتاج المنطقي، بينما في الناحية الأخرى فإن نظرية فان هيل تتعامل مع التفكير الهندسي خلال نموه في مستويات مختلفة منتظمة تحت تأثير المنهج المدرسي. وأوضحا أن المعرفة الإدراكية هي جزء ضمني دائم في نموذج فان هيل عند التركيز على المعنى أو الفهم.

دراسة David Fuys; Dorothy Geddes &Rosmond Tischler (1988)

درس الباحثون نموذج فان هيل للتفكير في الهندسة، وتعرضوا خلال دراستهم إلى أن هناك علاقة بين نظرية فان هيل والادراكيين في مفاهيم الاستبصار(p.185).

العلاقة بين الدراسات السابقة والدراسة الحالية

في ضوء الدراسات السابقة يتضح ما يلي:

١ - اتفاق الدراسات السابقة التي بحثت في نظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة في أن النظريتين كان لهما الأثر الكبير في تعديل النظرة نحو تدريس الهندسة.

٢ - اتفاق الدراسات السابقة في التقارب بين النظريتين في تقديم الهندسة والبراهين الهندسية للطلبة.

٣ - أن الدراسة الحالية تتفق مع الدراسات السابقة في أهمية تطبيق النظريتين في الواقع المدرسي وتختلف عنها في أنها تسعى لتحليل الجانب التطبيقي للمنهج الحالي بالمرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية.

إجراءات الدراسة

تحليل مختصر لوحدة مبادئ الهندسة المستوية في الصف الأول متوسط:

تقع وحدة مبادئ الهندسة المستوية في كتاب الصف الأول متوسط الفصل الدراسي الأول في الفصل الرابع (الأخير) من الكتاب في ٣١ صفحة مدعمة بالرسومات والأنشطة والتدريبات والتمارين. تشتمل الوحدة على خمس موضوعات رئيسة هي: التعاريف؛ الزاوية؛ قياس الزوايا وأنواعها؛ المستقيمات المتعامدة؛ وإنشاءات هندسية. ولتحليل محتويات الوحدة وربطها بنظريتي بياجيه وفان هيل لتحقيق أهداف الدراسة الحالية، اتبع الباحث الخطوات التالية:

١ - درس الباحث محتويات الوحدة دراسة متأنية بإجراء التدريبات وحل التمارين؛ لتحديد دور كل منها في تنمية مراحل ومستويات بياجيه وفان هيل.

٢ - توزيع الموضوعات على مراحل بياجيه ومراحل فان هيل في جداول مختلفة في آن واحد وصنف النشاط أو التدريب أو التمرين في المرحلة أو المستوى إذا احتوى ولو نسبة بسيطة تربطه بذلك المستوى أو تلك المرحلة.

٣ - عرض نموذج لتوزيع أجزاء من فقرات وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" موزعة على مستويات فان هيل ومراحل بياجيه مع نسخة من وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" على أحد أعضاء هيئة التدريس المتخصصين في تدريس الرياضيات وله خبرة ميدانية في الإشراف على طلبة التدريب الميداني في المرحلة المتوسطة وله خبرات سابقة في أبحاث تدريس الهندسة في المرحلة المتوسطة، وعلى اثنين من موجهي قسم الرياضيات بالمديرية العامة للتعليم في المدينة المنورة. وتم إجراء المقترحات المقدمة.

٤ - وزع الباحث محتويات الوحدة على الجداول في فترتين زمنيتين منفصلتين بفاصل زمني عشرة أيام، ومستقلتين عن بعضهما، وقد تطابق التوزيعان إلى حد كبير.

حدود الدراسة:

للدراسة الحالية حدود يجب مراعاتها قبل تعميم نتائجها وهي:

١ - اقتصرت الدراسة الحالية على تحليل ودراسة وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" في الصف الأول المتوسط، الفصل الدراسي الأول، وربما لو تم اختيار وحدة أخرى لاختلفت النتائج.

٢ - اقتصرت الدراسة الحالية على نموذجي بياجيه وفان هيل لتدريس الهندسة، ولاشك أن هناك علماء آخرون أثروا في أساليب تدريس الرياضيات منهم على سبيل المثال العالم Bruner وغيره. والتكامل بين الدراسة الحالية والدراسات الأخرى سيعطي نظرة أشمل لتحليل المنهج.

منهج الدراسة:

المنهج الذي اتبعه الباحث في هذه الدراسة هو المنهج الوصفي التحليلي؛ أو ما يسميه خبراء مناهج البحث "تحليل المحتوى" (جابر وكاظم، ١٩٧٨). حين يتم جمع المعلومات في هذا الأسلوب دون الاتصال المباشر بمصادر بشرية. حيث قام الباحث بتحليل نظريتي بياجيه وفان هيل في تدريس الهندسة، وتحليل وحدة "مبادئ الهندسة المستوية"، ووصف العلاقة بين وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" في الصف الأول المتوسط ونظريتي بياجيه وفان هيل.

نتائج الدراسة

للإجابة عن سؤال الدراسة الحالية الذي ينص على "ما مدى ارتباط بناء منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية بنظريتي بياجيه وفان هيل؟"، قام الباحث بتحليل وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" في الصف الأول المتوسط وربط محتوياتها بمستويات فان هيل وبمراحل بياجيه لتدريس الهندسة. ويوضح الجدول رقم (١) والجدول رقم (٢) والجدول رقم (٣) نتائج هذا التحليل.

جدول رقم (١)

مستويات فان هيل والمفاهيم الهندسية المرتبطة بها في وحدة مبادئ الهندسة المستوية بالصف الأول متوسط

مستويات فان هيل	عدد الأنشطة والتدريبات والتمارين	المفاهيم الرياضية داخل الوحدة					
		تعاريف	الزاوية	قياس الزوايا وأنواعها	المستقيمات المتعامدة	إنشاءات هندسية	تمارين عامة
المستوى الأول يتعرف الطلبة على الأشكال حسب شكلها العام ويعرفون مصطلحات	المرتبطة الكلي ٪	١٣ ١٥ ٪٨٧	٣ ١٠ ٪٣٠	٧ ١٣ ٪٥٤	٤ ٨ ٪٥٠	٨ ١٦ ٪٥٠	٦ ١٥ ٪٤٠
المستوى الثاني يحلل الطلبة الأجزاء الأساسية في الشكل ولكنهم لا يبادلون بين الأشكال والخصائص	المرتبطة الكلي ٪	١ ١٥ ٪٧	٥ ١٠ ٪٥٠	٥ ١٣ ٪٣٨	٤ ٨ ٪٥٠	٧ ١٦ ٪٤٤	٨ ١٥ ٪٥٣
المستوى الثالث يربط الطلبة الأشكال وخصائصها مع بعضها ولكن يصعب عليهم تنظيم جمل متسلسلة لتبرير ملاحظاتهم	المرتبطة الكلي ٪	١ ١٥ ٪٧	٠ ١٠ ٪٠	١ ١٣ ٪٨	١ ٨ ٪١٣	١ ١٦ ٪٦	١ ١٥ ٪٧

تابع/ جدول رقم (١)

مستويات فان هيل	عدد الأنشطة والتدريبات والتمارين	المفاهيم الرياضية داخل الوحدة					
		تعاريف	الزاوية	قياس الزوايا وأنواعها	المستقيمات المتعامدة	إنشاءات هندسية	تمارين عامة
المستوى الرابع يستطيع الطلبة في هذه المرحلة أن يعللوا ما استنتجوه ضمن النظام الرياضي لتبرير ملاحظاتهم	المرتبطة الكلي ٪	٠ ١٥ ٪٠	٢ ١٠ ٪٢٠	٠ ١٣ ٪٠	٠ ٨ ٪٠	٠ ١٦ ٪٠	٠ ١٥ ٪٠
المستوى الخامس يستطيع الطلبة مقارنة أنظمة مختلفة بدرجة عالية من الدقة	المرتبطة الكلي ٪	٠ ١٥ ٪٠	٠ ١٠ ٪٠	٠ ١٣ ٪٠	٠ ٨ ٪٠	٠ ١٦ ٪٠	٠ ١٥ ٪٠

النسب المئوية مقربة لأقرب عدد صحيح

ومن الجدول رقم (١) يتضح جليا ارتباط محتويات وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" بمستويي فان هيل الأول والثاني وعدد بسيط من التمارين مرتبطة بالمستوى الثالث. وإن بدا هذا الأمر مستغرباً للوهلة الأولى إلا أنه في الحقيقة ضمن أراء فان هيل نفسه في أن قليلاً من الطلبة يمكنهم اجتياز المستويين الرابع والخامس، إلا أنه يختلف مع ما يراه معظم الباحثين في أن الطالب في هذه المرحلة يجب أن يكون على الأقل ضمن المستوى الثالث من مستويات فان هيل. ومن هذه النتيجة نستنتج أن هناك قصوراً في بناء هذه الوحدة بتنمية المستوى الثالث. ومن هذه النتيجة يستنتج الباحث قصور محتوى وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" بالاهتمام بالمتفوقين من الطلبة أصحاب القدرات العليا وقصور ذلك على التمارين فقط.

كما يتضح من الجدول رقم (١) أن الانتقال عبر المستويات ليس بالتقنين المقترح لفان هيل؛ حيث توجد العديد من التداخلات للمستويين الأول والثاني في تدريس الموضوعات المختلفة للوحدة، في حين يرى هيل أن الانتقال بين المستويات فجائي.

أما على مستوى مراحل هيل للانتقال بين المستويات فإن هناك ارتباطاً وثيقاً بين مراحل تدريس أي موضوع من مواضيع وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" وذلك على النحو التالي:

بالنسبة **للمعلومات**، فإن موضوع الدرس يساعد المعلمين في الدخول مع الطلبة في محادثة حول الموضوع الذي ستتم دراسته. ومناقشة الموضوع تتطلب استخدام اللغة.

و**التوجيه المباشر** يُنمى عن طريق الأنشطة داخل الكتاب المدرسي فهي مسلسلة بطريقة تتطلب من الطلبة القيام بعملها واكتشافها بطريقة تجعل البنية المتعلمة مألوفة لدى الطلبة، فعبارات الأنشطة جميعها واضحة وموجهه في خطابها للطالب.

و**الوضوح** مرتبط بالعبارات المحددة داخل الإطارات في الكتاب المدرسي، وبقليل من المساعدة من المعلمين يبني الطلبة خبرات وينقحوا مصطلحاتهم لمناقشة العلاقات بين البنى.

و**التوجيه الحر** يتمثل في التدريبات المتكررة التي تدعو الطلبة إلى التعامل مع مطالب متعددة المراحل لإكمالها بطرق مختلفة؛ يكتسبون خلالها خبرات في إعادة حل المتطلبات بمفردهم ويوجدون علاقات واضحة بين تراكيب الأشياء المدروسة.

أما **التكامل** فيتم عن طريق التمارين بعد كل موضوع؛ حيث يسعى الطلبة على إدخال ودمج العلاقات في جسد جديد من الأفكار. وتكون مساعدة المعلمين بإعطاء مسح شامل لما يعرفه الطلبة.

ويظهر هذا تأكيداً لتبني مراحل هيل في بناء وحدة "مبادئ الهندسة المستوية". والسؤال الذي يطرح نفسه في هذا المجال هو "هل هناك توافق حقيقي بين بناء المنهج والواقع التنفيذي في المدارس؟"

واستكمالاً للإجابة عن سؤال الدراسة الحالية، فإن جدول رقم (٢) يوضح توزيع محتويات الوحدة على مراحل بياجيه.

جدول رقم (٢)

مراحل بياجيه والمفاهيم الهندسية المرتبطة بها في وحدة مبادئ الهندسة المستوية بالصف الأول متوسط

المراحل الأساسية لبياجيه	عدد الأنشطة والتدريبات والتمارين	المفاهيم الرياضية داخل الوحدة					
		تعاريف	الزاوية	قياس الزوايا وأنواعها	المستقيمات المتعامدة	إنشاءات هندسية	تمارين عامة
المرحلة الثانية	المرتبطة	٢	٠	٠	٠	٠	٠
استخدام الكلمات والرموز	الكلي	١٥	١٠	١٣	٨	١٦	١٥
لتصور الأشياء	٪	٪١٣	٪٠	٪٠	٪٠	٪٠	٪٠
المستوى الأول المرحلة IIIA	المرتبطة	١٠	٤	٤	٤	٦	١٤
العمليات الكمية: حفظ الخواص	الكلي	١٥	١٠	١٣	٨	١٦	١٥
مثل المسافة والطول	٪	٪٦٧	٪٤٠	٪٣١	٪٥٠	٪٣٨	٪٩٣
المستوى الثاني: المرحلة IIIB							
استيعاب العمليات القياسية* البسيطة مثل:	المرتبطة	٢	٤	٦	٤	٨	٠
قياس المسافة في بعد واحد أو بعدين أو	الكلي	١٥	١٠	١٣	٨	١٦	١٥
ثلاثة أبعاد، إنشاء نظام للإحداثيات'	٪	٪١٣	٪٤٠	٪٤٦	٪٥٠	٪٥٠	٪٠
والخطوة الأولى في قياس الزوايا والمساحات							

تابع/ جدول رقم (٢)

المراحل الأساسية لبياجيه	عدد الأنشطة والتدريبات والتمارين	المفاهيم الرياضية داخل الوحدة					
		تعاريف	الزاوية	قياس الزوايا وأنواعها	المستقيمات المتعامدة	إنشاءات هندسية	تمارين عامة
المستوى الثالث: المرحلة IV حساب المساحات والحجم	المرتبطة	١	٢	١	٠	١	١
	الكلي	١٥	١٠	١٣	٨	١٦	١٥
	٪	٪٧	٪٢٠	٪٨	٪٠	٪٦	٪٧
المرحلة الرابعة مرحلة العمليات المجردة	المرتبطة	٠	٠	٢	٠	٠	٠
	الكلي	١٥	١٠	١٣	٨	١٦	١٥
	٪	٪٠	٪٠	٪١٦	٪٠	٪٠	٪٠

النسب المئوية مقربة لأقرب عدد صحيح

* أعتبر التجاور والتقابل بالرأس والتتميم والتكامل من العمليات البسيطة

جدول رقم (٣)

مراحل التفكير في الهندسة لبياجيه والمفاهيم الهندسية المرتبطة بها في وحدة مبادئ الهندسة المستوية بالصف الأول متوسط

مراحل التفكير الأساسية لبياجيه	عدد الأنشطة والتدريبات والتمارين	المفاهيم الرياضية داخل الوحدة					
		تعاريف	الزاوية	قياس الزوايا وأنواعها	المستقيمات المتعامدة	إنشاءات هندسية	تمارين عامة
المرحلة الأولى تفكير الطفل غير تأمليّ وغير منطقي حيث يتعامل مع أجزاء البيانات بدون أي علاقات. وإجراء الخطوات عشوائياً وبدون خطة، الاستنتاجات ربما تكون متعارضة.	المرتبطة الكلي ٪	١ ١٥ ٪٧	٥ ١٠ ٪٥٠	٣ ١٣ ٪٣٩	٠ ٨ ٪٠	٠ ١٦ ٪٠	٠ ١٥ ٪٠
المرحلة الثانية الطلبة لا يستخدمون فقط النتائج التجريبية لإجراء بعض التنبؤات ولكن يحاولون تبرير تنبؤاتهم. إنهم يتوقعون نتائج خلال بحثهم عن المعلومات ويفكرون بمنطقية فقط حول المقدمات المنطقية التي يعتقدونها.	المرتبطة الكلي ٪	١ ١٥ ٪٧	١ ١٠ ٪١٠	١ ١٣ ٪٨	١ ٨ ٪١٣	١ ١٦ ٪٦	٠ ١٥ ٪٠

تابع/ جدول رقم (٣)

مراحل التفكير الأساسية لبياجيه	عدد الأنشطة والتدريبات والتمارين	المفاهيم الرياضية داخل الوحدة					
		تعاريف	الزاوية	قياس الزوايا وأنواعها	المستقيمات المتعامدة	إنشاءات هندسية	تمارين عامة
المرحلة الثالثة يتعدى الطالب مرحلة اعتقاد أن شيئاً ما دائماً صحيح غلى إجراء استنتاج منطقي بأنه يجب أن يكون بالضرورة صحيح. وفي هذه المرحلة يكون لدى الطالب القدرة على التفكير الاستنتاجي مبنياً على افتراضات وقادر على العمل بوضوح في النظام الرياضي.	المرتبطة الكلي ٪	٠ ١٥ ٪٠	٠ ١٠ ٪٠	٤ ١٣ ٪٣١	٠ ٨ ٪٠	٠ ١٦ ٪٠	٠ ١٥ ٪٠

النسب المئوية مقربة لأقرب عدد صحيح وهي لا تشمل جميع محتويات الوحدة.

ومن الجدول رقم (٢) يتضح أن نسبة كبيرة من محتوى الوحدة يركز على المستوى الأول للمرحلة IIIA وهو مستوى دون المرحلة العمرية لطلاب الصف الأول متوسط (ثلاث عشرة سنة أو أكثر). وإن كان هذا يساعد بطيئي التعلم على استرجاع معارف سابقة إلا أنه قد يبطئ نمو التفكير لدى فئات عديدة من الطلاب.

ومن الجدول رقم (٣) يتضح ندرة الموضوعات التي تنمي مستويات التفكير بشكل عام لدى الطلبة. وأجزاء الوحدة التي تنمي مستويات التفكير تقع أغلبها في التمارين والتي ربما تجاوزها كثير من المعلمين بذريعة ضيق الوقت أو صعوبة استيعاب معظم الطلبة لها. وإن كان العديد من الباحثين ينادون بتأخير دراسة الإثبات في الهندسة إلى سن متأخرة قد تصل إلى خمس عشرة سنة، ولكن هذا لا يدعو إلى إهمال المراحل الأولى والابتدائية منها. ولابد أن يكون هناك دراسة واعية لأهمية بناء مراحل التفكير مع بداية المرحلة المتوسطة؛ حيث يبدأ طلبة الصف الأول المتوسط دخول المرحلة الرابعة من مراحل بياجيه.

الخاتمة والتوصيات

تلعب الهندسة دوراً أساسياً في تنمية قدرات الطلبة بشكل عام، وتنمية الذكاء الفراغي بشكل خاص. ولكن لا تزال هناك العديد من القضايا غير محددة حول منهج الهندسة في مراحل التعليم. فبينما لا تجد اختلافاً كبيرا في المناهج العالمية حول مراحل تدريس الحساب فإن مناهج الهندسة لا تزال تشهد تبايناً كبيراً. والملابسات التي تواجه منهج الهندسة ليست مقصورة على المملكة العربية السعودية فقد أكد (Hatfield et al., 2001). أن هناك العديد من المعلمين الذين ينظرون إلى الرياضيات على أساس "الحساب"، وربما تخطوا وحدة في تدريس الهندسة، ولكنهم لا يتخطون أبداً وحدة تدريس القسمة ولو كانت بأرقام كبيرة؛ وغالباً ما توضع وحدات الهندسة في نهاية معظم الكتب المدرسية.

ولقد أوضحت نتائج هذه الدراسة أن هناك ارتباطاً بين محتوى وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" بالمستويين الأول والثاني لمستويات فان هيل وهذا

يدعو للاطمئنان على بناء منهج الرياضيات في المملكة العربية السعودية بشكل عام، ولكن ما يدعو للقلق الإهمال الكبير للمستوى الثالث من مستويات فان هيل مما يظهر قصوراً في مراعاة الفروق الفردية بين الطلبة. فالمستوى الثالث وإن كان يحتوي على معايير متقدمة إلا أنه يمكن لبعض الطلبة ذوي القدرات العليا في هذه المرحلة إتقانه. كما أوضحت الدراسة أن الانتقال عبر المستويات ليس بالتقنين المقترح لفان هيل حيث توجد العديد من التداخلات بين المستويين الأول والثاني في تدريس الموضوعات المختلفة من الوحدة. ومن أجل هذا فإن الدراسة الحالية توصي:

١ - بإجراء دراسات تطبيقية للممارسات الفعلية داخل الفصول الدراسية لمعرفة الارتباط بين الجانب النظري في بناء المناهج والجوانب التطبيقية الفعلية داخل حجرة الدراسة.

٢ - ضرورة اطلاع المعلمين على الأسس النظرية التي تبنى عليها المناهج المدرسية على أن يعتبر هذا أدنى مستويات مشاركة المعلمين في بناء المناهج.

٣ - إجراء دراسات مقارنة مع مناهج عالمية في الهندسة في مدارس التعليم العام من حيث أساليب بنائها وطرق تقديمها ونسبة تقديمها مقارنة بالموضوعات الرياضية الأخرى.

٤ - يستنتج الباحث من تقويم وحدة "مبادئ الهندسة المستوية" أن المشكلة الأساسية في بناء منهج الرياضيات تقع في الإجابة على السؤالين التاليين "هل يتم بناء المناهج على أعلى مستوى للمهارة بحيث تراعى الفروق الفردية حسب إتقان المهارات؟" و"ما المهارات الأساسية التي يجب أن يتقنها كل طالب؟"؛ لذا فإن الدراسة الحالية توصي بضرورة توعية المعلمين وباني المناهج بالعلاقة بين أجزاء المنهج عند بناء وحداته؛ خاصة العلاقة بين المحتوى والتقويم.

المراجع

أولاً: المراجع العربية

١ - جابر، عبد الحميد جابر وكاظم، أحمد خيري (١٩٧٨). **مناهج البحث في التربية وعلم النفس**، ط٢. القاهرة: دار النهضة العربية.

٢ - وزارة المعارف (التطوير التربوي) (٢٠٠١). **كتاب الرياضيات الصف الأول المتوسط**، الفصل الدراسي الأول. الرياض.

٣ - وزير المعارف (١٤٢٢هـ). قرار وزاري رقم ٤٢/ ٥/ ٥/ ٢٦/ ٦١١.

ثانياً: المراجع الأجنبية

4 - Battista, Michael T. (1999). Geometry results from the third international mathematics and science study. **Teaching Children Mathematics**, 5, 367-373.

5 - Battista, Michael T. & Clements, Douglas H. (1995). Geometry and proof. **The Mathematics Teacher**, 88, 48-53.

6 - Beaton, Albert E.; Smith, Ian V.; Martin, Michael O. Gonzales, Eugenio J.; Kelly, Dana L. & Smith, Teresa A. (1996). Mathematics achievement in the middle school years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Chestnut Hill, MATIMSS International Study Center, Boston College.

7 - Bell, A. W. (1976). A study of pupils proof-explanations in mathematical situation, **Educational Studies in Mathematics**, 23-40.

8 - Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. **Journal of Research in Mathematics Education**, 17, 31-48.

9 - Campbell, Robert L. (2000). Jean Piaget's Genetic Epistemology: Appreciation and Critique Department of Psychology Brackett Hall 410A Clemson University Clemson SC 29634-1511 **(http://hubcap.clemson.edu/~campber/index.html)**.

10 - Carpenter, Thomas P.; Lindquist, Mary M.; Matthews, Westina & Silver, Edward A. (1983). Results of the third NAEP mathematics assessment: Secondary schools. **Mathematics Teacher**, 76, 652-659.

11 - Carroll, William M. (1998). Geometric knowledge of middle school students in a reform-based mathematics curriculum. **School Science and Mathematics**, 98, 188-195.

12 - Chappell, Michaele F. (2001). Spot light on the standards geometry in the middle grades: From its past to the present. **Mathematics Teaching in the Middle School**, 6, 516-519.

13 - Clements, Douglas H. & Battista, Michael T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In Douglas A. Grouws (ed.), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.,** 420-464. New York: Macmillan and Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

14 - Crowley, Mary L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. **1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1-16.

15 - Cuco, Albert A. & Mark, June (1998). A role for geometry in general education. In Richard Leher and Daniel Chazan (eds.), **"Designing Learning Environment For Developing Understanding Of Geometry And Space"**. pp.109-135. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

16 - Dickson, L.; Brown, M. & Gibson, O. (1984). **Children learning mathematics**: A teacher's guide to research. East Sussex, UK: Holt, Rinehart and Winston.

17 - Forgione, Pascal D., Jr. (ed.) (1997). **Introduction to TIMSS: The Third International Mathematics and Science Study**. Washington, DC: U.S. Department of Education.

18 - Fuys, D.; Geddes, D. & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. **Journal for Research in Mathematics Education**, Monograph 3.

19 - Gutierrez, A.; Jaime, A. & Fortuny, J. (1991). An alternative paradigm

to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. **Journal for Research in Mathematics Education**, 22, 237-251.

20 - Hatfield, Mary M.; Edwards, Nancy T.; Bitter, Gary G. & Morrow, Jean (2001). **Mathematics Methods for Elementary and Middle School Teachers. (4th Edition)**. New York: John Wiley & Sons, Inc.

21 - Hiele, Pierre M. (1999). Developing geometric thinking with activities that begin with play. **Teaching Children Mathematics**, 5, 310-316

22 - Hiele, Pierre M. (1986). **Structure and Insight**. Orlando, Florida: Academic Press.

23 - Laurendeau, Monique & Pinard, Adrien (1970). **The development of the concept of space in the child**. New York: International Universities Press, Inc.

24 - National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: **(http:// www.nctm.org. /standards2000/)**.

25 - Orton, Robert E. (1995). Do van Hiele and Piaget belong to the same "research program"?. **International Reviews on Mathematical Education**. 27, 134-137.

26 - Pandiscio, Eric & Orton, Robert E. (1998). Geometry and metacognition: An analysis of Piaget's and van Hiele's perspectives. **Focus on Learning Problems in Mathematics**. 20, 78-87.

27 - Pegg, John & Davey, Geoff (1998). Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models. In Richard Leher and Daniel Chazan (eds.), **"Designing Learning Environment For Developing Understanding Of Geometry And Space"**. pp.109-135. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

28 - Piaget, J. (1960). **The Psychology of Intelligence**. Totowa, NJ: Littlefield, Adams & Co.

29 - Piaget, J. (1964). Development and learning. **Journal for Research in Science Teaching**, 2, 176-186.

30 - Piaget, J. (1970). Piaget theory. In P. Mussen (Ed.), **Carmichael's Manual of Child Psychology** (Vol. I). New York: Wiley.

31 - Piaget, J. (1974).Forward. In B. Inhelder, H. Sinclair, & M. Bovet (eds.), **Learning and The Development of Cognition**. London: Routledge & Kegan Paul.

32 - Piaget, J. & Inhelder, Barbel (1967). **The Child's Conception of Space**. New York: Harper Collins.

33 - Piaget, J.; Inhelder, Barbel and Szmiska, Alina (1960). **The Child's Conception of Geometry**. Translated from French by E. A.Lunzer. New York: Basic Books, Inc.

34 - Romberg, T. A. and Carpenter, T. P. (2000). Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. In M. C. Wittrock (ed.). **Third Handbook of Research on Teaching**. NY: Basic Books.

35 - Senk, Sharon L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs?. **Journal for Research in Mathematics Education**, 20, 309-321.

36 - Usiskin, Zalman (1987). Resolving the continuing dilemmas in school geometry. In Learning and Teaching Geometry, K-12, 1987 **Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 17-31.

37 - Weaver, J. F. (1972). Some concern about the application of Piaget's theory and research to mathematical learning and instruction. **Arithmetic Teacher**, 19, 263-270.

38 - Wirszup, I. (1976). Breakthrough in the psychology of learning and teaching geometry. In J. L. Martin (ed.), Space and Geometry: Papers from a Research Workshop. Columbus, Ohio: **ERIC/SMEAC**, 75-97.

ملحق الدراسة

جدول رقم (١)
مستويات فان هيل والمفاهيم الهندسة المرتبطة بها
في وحدة مبادئ الهندسة المستوية بالصف الأول متوسط

مستويات فان هيل	المفاهيم المرتبطة	
المستوى الأول يتعرف الطلبة على الأشكال حسب شكلها العام ويعرفون مصطلحات	- نشاط (١) صفحة ١٠٣	- تدريب (٢) صفحة ١١٧
	- نشاط (٢) صفحة ١٠٣	- تمرين (١) وتمرين (٤)
	- تدريب (١) صفحة ١٠٤	وتمرين (٥)
	- نشاط (٣) صفحة ١٠٥	- نشاط (١) صفحة ١٢٠
	- تدريب (٢) صفحة ١٠٥	- تدريب (١) صفحة ١٢١
	- نشاط (٤) صفحة ١٠٦	- تمرين (١) وتمرين (٢)
	- مثال (٢) صفحة ١٠٦	صفحة ١٢٣
	- تدريب (٣) صفحة ١٠٧	- نشاط (١) صفحة ١٢٤
	- نشاط (٥) صفحة ١٠٧	- تدريب (١) صفحة ١٢٥
	- نشاط (٦) صفحة ١٠٨	- نشاط (٢) صفحة ١٢٤
	- تدريب (٤) صفحة ١٠٨	- تدريب (٢) صفحة ١٢٥
	- تمرين (١) وتمرين (٣)	- نشاط (٣) صفحة ١٢٦
	وتمرين (٤) صفحة ١٠٩	- تدريب (٣) صفحة ١٢٦
	- نشاط (١) صفحة ١١٠	- تمرين (١) صفحة ١٢٩
	- تدريب (١) صفحة ١١٠	- تمرين (١) وتمرين (٢)
	- تمرين (٢) صفحة ١١٤	صفحة ١٣٠
	- قياس الزوايا صفحة ١١٥	- تمرين (٧) صفحة ١٣٠
	- تدريب (١) صفحة ١١٥	- تمرين (١٠) وتمرين (١١)
	- نشاط (١) صفحة ١١٦	وتمرين (١٤) صفحة ١٣١

تابع/ جدول رقم (١)

مستويات فان هيل	المفاهيم المرتبطة	
المستوى الثاني يحلل الطلبة الأجزاء الأساسية في الشكل ولكنهم لا يبادلون بين الأشكال والخصائص	- تمرين (٢) صفحة ١٠٩ - نشاط (٢) صفحة ١١١ - تدريب (٢٩) صفحة ١١٢ - نشاط (٣) صفحة ١١٢ - تدريب (٣) صفحة ١١٣ - تمرين (١) صفحة ١١٤ - نشاط (٢) صفحة ١١٧ - نشاط (٣) صفحة ١١٨ - تدريب (٣) صفحة ١١٨ - تمرين (٣) وتمرين (٦) - نشاط (٢) صفحة ١٢١ - تدريب (٢) صفحة ١٢٢ - تمرين (٣) وتمرين (٤) صفحة ١٢٣	- نشاط (٤) صفحة ١٢٧ - تدريب (٤) صفحة ١٢٧ - نشاط (٥) صفحة ١٢٨ - تدريب (٥) صفحة ١٢٨ - تمرين (٢) وتمرين (٤) وتمرين (٥) صفحة ١٢٩ - تمرين (٣) وتمرين (٥) وتمرين (٦) وتمرين (٨) وتمرين (٩) صفحة ١٣٠ - تمرين (١٢) وتمرين (١٣) وتمرين (١٥) صفحة ١٣١
المستوى الثالث يربط الطلبة الأشكال وخصائصها مع بعضها ولكن يصعب عليهم تنظيم جمل متسلسلة لتبرير ملاحظاتهم	- تمرين (٥) صفحة ١٠٩ - تمرين (٧) صفحة ١١٩ - تمرين (٦) صفحة ١٢٩ - تمرين (٤) صفحة ١٣٠	

تابع/ جدول رقم (١)

مستويات فان هيل	المفاهيم المرتبطة
المستوى الرابع يستطيع الطلبة في هذه المرحلة أن يعللوا ما استنتجوه ضمن النظام الرياضي لتبرير ملاحظاتهم	- تمرين (٣) وتمرين (٤) صفحة ١١٤
المستوى الخامس يستطيع الطلبة مقارنة أنظمة مختلفة بدرجة عالية من الدقة	لا توجد موضوعات مرتبطة

جدول رقم (٢)

مراحل بياجيه والمفاهيم الهندسة المرتبطة بها

في وحدة مبادئ الهندسة المستوية بالصف الأول متوسط

المراحل الأساسية لبياجيه	المفاهيم المرتبطة	
المرحلة الثانية استخدام الكلمات والرموز لتصور الأشياء	- نشاط (١) صفحة ١٠٣ - نشاط (٢) صفحة ١٠٣	
المستوى الأول المرحلة IIIA العمليات الكمية: حفظ الخواص مثل المسافة والطول	- تدريب (١) صفحة ١٠٤ - نشاط (٣) صفحة ١٠٥ - تدريب (٢) صفحة ١٠٥ - نشاط (١) صفحة ١٠٦ - مثال (١) صفحة ١٠٦ - تدريب (٣) صفحة ١٠٧ - نشاط (٦) صفحة ١٠٨ - تدريب (٤) صفحة ١٠٨ - تمارين (١)، (٣)، (٤) صفحة ١٠٩ - نشاط (١) صفحة ١١٠ - تدريب (١) صفحة ١١٠ - نشاط (١) صفحة ١١١ - تمرين (٢) صفحة ١١٤ - تمرين (١) وتمرين (٢) وتمرين (٤) وتمرين (٥) صفحة ١١٩ - نشاط (٢) صفحة ١٢١ - تدريب (٢) صفحة ١٢٢	- تمرين (٣) وتمرين (٤) صفحة ١٢٣ - نشاط (٤) صفحة ١٢٧ - تدريب (٤) صفحة ١٢٧ - تمرين (١) وتمرين (٢) وتمرين (٤) وتمرين (٥) صفحة ١٢٩ - تمرين (١) وتمرين (٢) صفحة ١٣٠ - تمرين (٣) وتمرين (٥) وتمرين (٦) وتمرين (٧) وتمرين (٨) وتمرين (٩) صفحة ١٣٠ - تمرين (١٠) وتمرين (١١) وتمرين (١٤) صفحة ١٣١ - تمرين (١٢) وتمرين (١٣) وتمرين (١٥) صفحة ١٣١

تابع/ جدول رقم (٢)

المراحل الأساسية لبياجيه	المفاهيم المرتبطة	
المستوى الثاني: المرحلة IIIB استيعاب العمليات القياسية* البسيطة مثل: قياس المسافة في بعد واحد أو بعدين أو ثلاثة أبعاد، إنشاء نظام للإحداثيات والخطوة الأولى في قياس الزوايا والمساحات	- نشاط (٥) صفحة ١٠٧ - نشاط (١) صفحة ١٠٨ - تدريب (٤) صفحة ١٠٨ - تمرين (٢) صفحة ١٠٩ - نشاط (٣) صفحة ١١١ - نشاط (٣) صفحة ١١٢ - تدريب (٣) صفحة ١١٣ - تمرين (١) صفحة ١١٤ - تدريب (١) صفحة ١١٥ - نشاط (١) صفحة ١١٦ - نشاط (٢) صفحة ١١٧ - تدريب (٢) صفحة ١١٧ - نشاط (٣) صفحة ١١٨ - تدريب (٣) صفحة ١١٨	- تمرين (٢) صفحة ١١٩ - نشاط (١) صفحة ١٢٠ - تدريب (١) صفحة ١٢١ - تمرين (١) وتمرين (٢) صفحة ١٢٣ - نشاط (١) صفحة ١٢٤ - تدريب (١) صفحة ١٢٤ - نشاط (٢) صفحة ١٢٤ - تدريب (٢) صفحة ١٢٥ - نشاط (٣) صفحة ١٢٦ - تدريب (٣) صفحة ١٢٦ - نشاط (٥) صفحة ١٢٨ - تدريب (٥) صفحة ١٢٨
المستوى الثالث: المرحلة IV حساب المساحات والحجم	- تمرين (٥) صفحة ١٠٩ - تمرين (٣) وتمرين (٤) صفحة ١١٤ - تمرين (٧) صفحة ١١٩ - تمرين (٦) صفحة ١٢٩ - تمرين (٤) صفحة ١٣٠	
المرحلة الرابعة مرحلة العمليات المجردة	- تمرين (٦) وتمرين (٧) صفحة ١١٩	

* أعتبر التجاور والتقابل بالرأس والتتميم والتكامل من العمليات البسيطة

جدول رقم (٣)

مراحل التفكير في الهندسة لبياجيه والمفاهيم الهندسية المرتبطة بها في وحدة مبادئ الهندسة المستوية بالصف الأول متوسط

مراحل التفكير الأساسية لبياجيه	المفاهيم المرتبطة
المرحلة الأولى تفكير الطفل غير تأمليّ وغير منطقي حيث يتعامل مع أجزاء البيانات بدون أي علاقات. وإجراء الخطوات عشوائياً وبدون خطة.، الاستنتاجات ربما تكون متعارضة.	- نشاط (٢) صفحة ١٠٣ - تدريب (٣) صفحة ١٠٧ - تمرين (٢) وتمرين (٥) صفحة ١٠٩ - تدريب (٢) صفحة ١١٢ - تدريب (٣) صفحة ١١٣ - تمرين (٣) وتمرين (٤) وتمرين (٥) صفحة ١١٩
المرحلة الثانية الطلبة لا يستخدمون فقط النتائج التجريبية لإجراء بعض التنبؤات ولكن يحاولون تبرير تنبؤاتهم. إنهم يتوقعون نتائج خلال بحثهم عن المعلومات ويفكرون بمنطقية فقط حول المقدمات المنطقية التي يعتقدونها.	- نشاط (٤) صفحة ١٠٦ - تمرين (٤) صفحة ١١٤ - تمرين (٦) صفحة ١١٩ - تمرين (٦) صفحة ١٢٩
المرحلة الثالثة يتعدى الطالب مرحلة اعتقاد أن شيئاً ما دائماً صحيح غلى إجراء استنتاج منطقي بأنه يجب أن يكون بالضرورة صحيح. وفي هذه المرحلة يكون لدى الطالب القدرة على التفكير الاستنتاجي مبنياً على افتراضات وقادر على العمل بوضوح في النظام الرياضي.	- تمرين (٧) صفحة ١١٩ - تمرين (٤) وتمرين (٥) وتمرين (٦) صفحة ١١٩