معامل الجودة:

$$Q = \frac{(}{2}$$

التناقص اللوغاريتمي :

$$\delta = \gamma T_d = 4{,}17$$

1-2-9- الاهتزازات القسرية Forced oscillation:

إن الجملة المهتزة المزاحة عن وضع توازنها تبدأ بالاهتزاز بتواترها الخاص. لقد وجدنا سابقاً في هذا الفصل العلاقة الرابطة بين التواتر الخاص للاهتزاز (أو الدور) مع متحولات الجملة من أجل الأجسام المرنة (مثل النابض) والنواس ولاحظنا أن الطاقة تتناقص نتيجة التخامد ومن الممكن أن نعوض هذا التخامد بأن نقدم عملاً لهذه الجملة تكون جهته بعكس جهة التخامد فعلى سبيل المثال يمكن جعل الأرجوحة تستمر بالاهتزاز بإعطائها دفعة صغيرة وتكون سعة الاهتزاز ثابتة إذا كانت الطاقة المعطاة في كل دورة تساوي مقدار النقص في الطاقة المفقودة نتيجة التخامد. في كثير من الحالات, إن الجملة لاتهتز ببساطة لوحدها وإنما تتأثر بتأثير قوى خارجية والتي تتغير أيضاً بتواتر معين. على سبيل المثال يمكننا دفع الثقل الموصول في النابض كما في الشكل (1-2-1) وبتواتر $\omega = 2\pi f$. وعندئذ يبدأ الثقل بالاهتزاز بتواتر القوة الخارجية ω_e, حتى لو أن هذا التواتر لا يتطابق مع تواتر الاهتزاز الخاص للنابض والذي نرمز له بـ ω_o :

وبصورة عامة يوجد أشكال كثيرة للاهتزازات القسرية التوافقية وبعضاً منها سنناقشه في هذا الفصل وفي فصول لاحقة دارة تسلسلية مكونة من وشيعة ومكثفة ومقاومة ومولدة كهربائية متناوبة والأمواج الكهرطيسية والالكترونات الحرة في هوائي جهاز الاستقبال هي أمثلة على

الاهتزازات القسرية. حالة الاهتزازات القسرية فإن سعة الاهتزاز وطاقتها المعطاة للجملة المهتزة تتعلق بمقدار الاختلاف بين التواترين ω_e و ω_o , وأيضاً تتعلق بقيمة تخامد الاهتزاز. لنفرض أن القوة الخارجية قوة جيبية ويمكن تمثيلها على الشكل :

حيث : $\omega_e = 2\pi f_e$ التواتر الزاوي للقوة الخارجية والمؤثرة على المهتز. عندئذ فإن معادلة الحركة (مع الأخذ بالحسبان التخامد) يمكن كتابتها بالشكل :

$$\sum F =$$

أو

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} +$$

فيزيائياً بعد أن تقوم الجملة الخارجية بالتأثير على جسم ساكن فإن الجسم الساكن يبدأ بالحركة وتزداد سعة الحركة تباعاً وبعد فترة من الزمن وعندما تصبح الطاقة المقدمة للجملة من القوة الخارجية في كل دورة تساوي قيمة الطاقة الميكانيكية المتحولة إلى طاقة داخلية في كل دورة حتى تصل إلى حالة الاستقرار Steady state تظهر على صورة ثبات في سعة الحركة ولتوجد حل هذه المعادلة التفاضلية السابقة بغية اثبات الوصف الفيزيائي السابق.

إن الحل العام للمعادلة التفاضلية السابقة هو عبارة عن مجموع حلين x_1 هو الحل العام دون طرف ثاني للمعادلة التفاضلية مضافاً له حل خاص x_2 مع طرف ثاني , ويكون الحل العام :

دون طرف ثاني فالمعادلة تمثل حركة اهتزازية متخامدة يعطى حلها العام بالشكل :

$$x_1 = e^{-}$$

أما الحل الخاص مع طرف ثاني يعطى بالمعادلة:

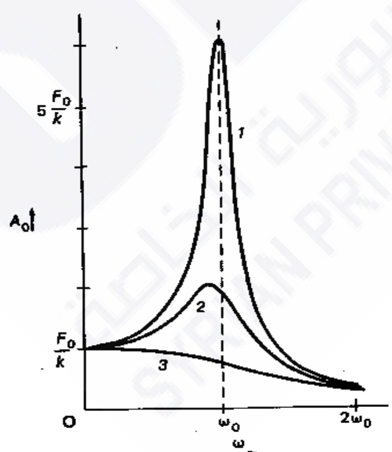
حيث أن الثوابت A و φ تتعلق بثوابت الظاهرة المدروسة $(\gamma , \omega , \omega_e , m , F_o)$. أما قيمة السعة والتي تتعين من حل المعادلة فتعطى بالقيمة :

$$A_o = \frac{\quad}{\sqrt{(\omega^2 -}}$$

أما:

$$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{w_0^2}{w}$$

وفي الحقيقة إن الحل العام للمعادلة (1-2-24) هو عبارة عن مجموع حلول (1-2-24) وحد آخر من الشكل (1-2-20) والذي يصف تخامد الاهتزاز الخاص للهزاز ولكن الحد الثاني مع مرور الزمن يسعى إلى الصفر , بحيث أنه في أكثرية الحالات يمكن الاكتفاء فقط بحل من الشكل (1-2-24). إن سعة الاهتزازات القسرية التوافقية A_o تتعلق بشدة الفرق بين تواتر الاهتزاز والتواتر الخاص للجملة. فعلى الشكل (21−2−1) بينت تابعية السعة A_o (حسب العلاقة (1-2-25a)) لتواتر القوة المثيرة w من أجل ثلاث قيم لثابت التخامدb.



الشكل (1-2-21) تابعية سعة الاهتزاز القسري التوافقي لتواتر القوة المؤثرة , المنحنيات 1 و 2 و 3 توافق التخامد الضعيف والقوي والحرج على الترتيب : $Q = mw/b = 6 , 2 , 0.71$

يطابق المنحني 1التخامد الضعيف $[b = (1/6)mw_o]$ والمنحني 2 يمثل تخامد كبير جداً $[b = (1/2)mw_o]$ أما المنحني 3 يمثل التخامد فوق الحرج $[b = \sqrt{2}mw_o]$. عندما تواتر القوة المثيرة يقترب من التواتر الخاص للجملة المهتزة , فإن السعة تزداد بشدة إذا كان التخامد غير كبير جداً. وعند تخامد ضعيف فإن ارتفاع السعة عند اقتراب $w = w_o$ يكون شديداً للغاية. تسمى هذه الظاهرة بالتجادب. إن التواتر الخاص بالجملة المهتزة w_oيسمى عندئذ بالتواتر المرنان. [في بعض الأحيان يعين التواتر المرنان بالتواتر الذي عنده تكون السعة عظمى وفي هذه الحالة ستتعلق بثابت التخامد. وفي حالة استثنائية عندما يكون التخامد كبيراً جداً فإن هذا التواتر يقترب من w_o].

إذا كان b=0 سيحصل التجادب عند تواتر $w = w_o$ وإن القمة المرنانة (السعة A_o) ستسعى إلى اللانهاية. عند ذلك تدخل الطاقة بالتدريج إلى الجملة ولا تتشتت. وفي الجملة الحقيقية ثابت التخامدb لا يمكن أن يساوي الصفر ولذلك فإن القمة المرنانة سيكون لها ارتفاعاً محدداً. إن أعلى نقطة في القمة لا تمر بدقة من $w = w_o$(وذلك نظراً لوجود الحد b^2w^2/m^2 في مقام العلاقة (1-2-25a)). مع أنه سيكون لها مكاناً عملياً عندما $w = w_o$ إذا التخامد غير كبير جداً. وإذا كان التخامد ضخماً ستظهر القمة ضعيفة أو ستختفي (المنحني 3 على الشكل(1−2−21)). إن ارتفاع وعرض القمة المرنانية غالباً ما توصف بالثابت Q والذي يسمى عامل الجودة ويحدد على الشكل التالي :

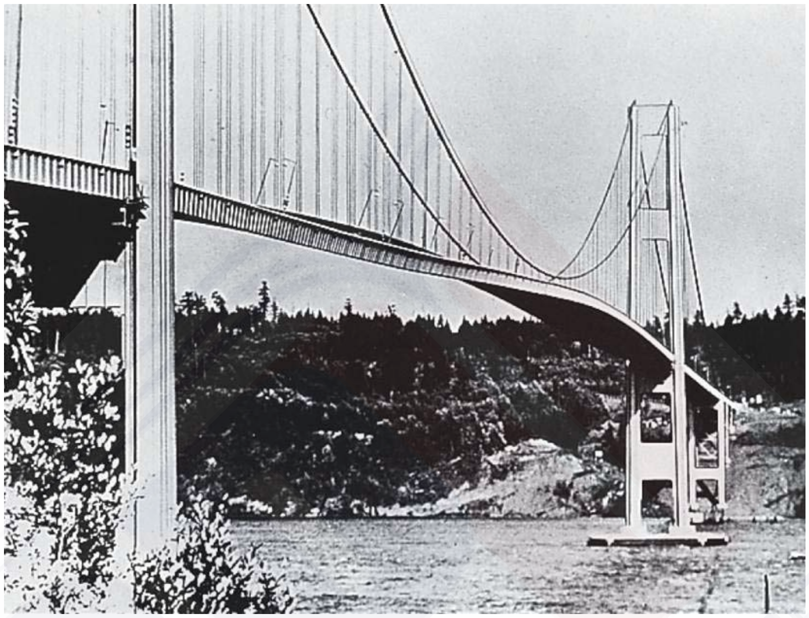
$$Q = \frac{mw}{b}$$

فعلى الشكل (1−2−21) إن المنحني 1 له عامل جودة $Q = 6$ والمنحني 2 له عامل جودة $Q = 2$ والمنحني 3 له عامل جودة $Q = 1/\sqrt{2}$.

كلما قل ثابت التخامدb أزداد Q وكذلك زاد ارتفاع القمة المرنانية. كذلك نصف قيمة Q هو عرض القمة المرنانية, إذا كان w_1 و w_2 التواتران الذين عندهما مربع السعة A_o يطابق نصف القيمة العظمى (يدور الكلام حول مربع السعة لأن كمون الاستطاعة للجملة يتناسب مع A_o^2أنظر المسألة في نهاية الفصل) هذا يعني أن عرض القمة المرنانية$\Delta w = w_1 - w_2$ يرتبط على Q وفق العلاقة:

$\frac{\Delta w}{w_o} =$

(إن البرهان على هذه العلاقة نتركه للقارئ وهو وارد في المسألة 58 من هذا الفصل). كلما ازدادت Qكلما كانت القمة المرنانية أعلى وحادة أي ذات عرض صغير. يعتبر التفسير البسيط للتجادب بهز الطفل في السرير. إن الأسرّة مثل أي نواس لها تواتر اهتزاز خاص بها. فإذا أغلقت عيناك ودفعت السرير بتواتر عشوائي (لا على التعين) هذا يعني أن السرير سيتحرك ذهاباً وإياباً ولكن هز السرير بصورة أقوى لا يمكن. ولكن إذا دفعنا السرير سيشكل مع تواتره الخاص سعة تزداد بسرعة. على هذه الصورة عند التجادب نحتاج إلى قوة غير كبيرة نسبياً للوصول إلى سعة اهتزاز كبيرة. كما يقال غن مغني البتنور العظيم هنريكوكاروزو يستطيع جعل القدح يتحطم عندما يغني بصوت عالٍ النوتة. هذا أيضاً مثال على التجادب: هنا الأمواج الصوتية تثير اهتزازات قسرية في جدران القدح. وعند الاهتزازات المرنانية فإن جدران القدح ستهتز بسعة كبيرة بحيث لا تستطيع هذه الجدران تحملها وتتكسر. بما أن أي جسم من الأجسام يمتلك مرونة, فإن ظاهرة التجادب تلعب دوراً هاماً في كثير من الحالات. وخاصة أهميتها في البناء , مع أن نشوءها ليس بالضرورة أن يكون واضحاً بصورة دائمة. ففي الجرائد تم نشر خبر أن جسر السكك الحديدية أنهار نتيجة انبعاج في عجلة القطار العابر والذي آثار ظاهرة الرنين (التجادب) في بنية الجسر. وبعيداً عن هذه الكارثة فإن العساكر الذين يقفون على جسر ويعطون أمر (استاعد) وهذا مأدى إلى كارثة سقوط جسر تاكموسكي الشكل (1−2−22) في عام 1940م نظراً لظهور ظاهرة الرنين.



الشكل (1-2-22) عاصفة قوية أدت إلى اهتزاز جسر تاكموسكي وبسعة كبيرة
وهذا ما أدى إلى انهياره في 7 يناير 1940م (wide world photo)

إن ظاهرة التجادب تأخذ مكاناً في مجالات الفيزياء الأخرى وخاصة الإلكترونيات والمغناطيسية وفيزياء النوى الذرية والجزيئية. وفي الفقرات الآتية سنشاهد أمثلة أخرى على التجاوب وسنبين أن اهتزاز الجسم في حالات كثيرة يمتلك عدة قيم للتواترات المرنانية.

1-2-10- جمع اهتزازتين توافقيتين:

The addition of two harmonic oscillations:

لندرس جسماً ينجز اهتزازان توافقيان في اتجاهين متعامدين لنقل على طول المحورين x وَ y. إن مثل هاتين الحركتين الاهتزازيتين الخطيتين يمكن كتابتهما على الشكل:

$$x = A_x \cos(w_x t +$$

إن المسار المحصل لحركته في المستوي xy يتعلق بالعلاقة بين التواتر والسعة والطور لهذه الاهتزازات. ولندرس حالات محددة :

1) لهما نفس التواتر : $w_x = w_y = w$.

أ- لهما نفس الطور : $\Phi_x = \Phi_y = \Phi$, عندئذ حركة الجسيم هي عبارة عن خط مستقيم في المستوي xy وإن ظل زاوية ميل هذا المستقيم تساوي A_y/A_x. ويمكن التحقق من ذلك كمايلي:

$$y = A$$

وهذه معادلة مستقيم ظل زاوية ميله A_y/A_x . وعلى الشكل (1-2-23أ) وضحت الحالة عندما $A_y = 2A_x$.

ب- إذا كان فرق الطور $\pi/2$ فإن $\Phi_y - \Phi_x = \pm\pi/2$. والسعتان متساويتان $A_x =$ $A_y = A$. تجري الحركة على محيط دائرة (مع عقارب الساعة أو عكسها) حيث أن الإشارة السالبة تؤخذ من أجل التحديد , على الشكل التالي :

$$x = A\cos(wt +$$

بما أن :

$$\cos($$

يمكن أن نكتب :

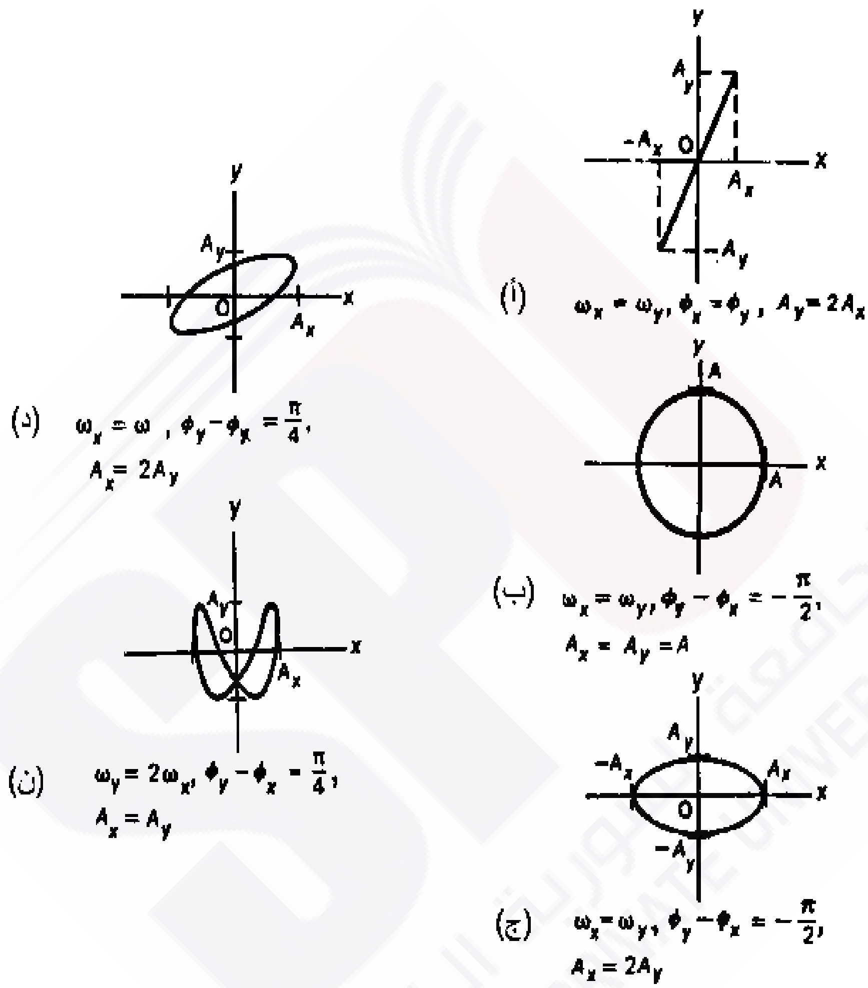
$$x^2 + y^2 = A^2 c$$

وهذه معادلة دائرة في المستوي xy ونصف قطرها A الشكل (1-2-23ب). إن النتائج المحصول عليها تتطابق مع استنتاجاتنا على أن الحركة الدائرية يمكن اعتبارها كمجموع اهتزازتين توافقيتين بسيطتين والمنجزتين في اتجاهين متعامدين.

ج- إذا كان $\Phi_y - \Phi_x = \pm\pi/2$ و $A_x \neq A_y$ في حالة كون الأطوار تختلف بـ $\pi/2$ أما السعات غير متساوية , تجري الحركة بشكل أهليلجي (قطع ناقص) كما هو مبين على الشكل (1-2-23ج) إضافة إلى ذلك محورا القطع الكبير والصغير يساويان $2A_x$ و $2A_y$ على الترتيب. وفي المثال المعطى $A_x = 2A_y$.

د- إذا كان $\Phi_y - \Phi_x \neq 0$ و $\Phi_y - \Phi_x \neq \pi/2$ و $\Phi_y - \Phi_x \neq \pi$ عند ذلك فالحركة الاهليليجية لا تتعلق بكون السعتان متساويتان أم لا. وفي المثال المعطى على الشكل (1-2-23د) :

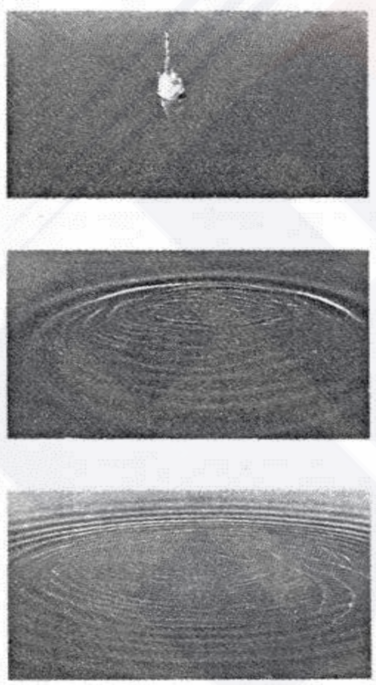
ن- غير متساوية التواتر $w_x \neq w_y$ عندما يكون تواتر الاهتزاز لاهتزازتين غير متساويتين فالحركة يمكن أن تكون معقدة جداً. وفي الحالة العامة فإن مسار الحركة غير مغلق والحركة لا تكون دورية. ولكن إذا كانت نسبة التواترين w_x/w_y أعداداً صحيحة , هذا يعني أن المسار سيكون مغلقاً والحركة ستكون دورية (مع أنها ستكون معقدة). ففي المثال على الشكل(1-2-23ن) فإن $w_y = 2w_x$. أما $(\Phi_y - \Phi_x = \pi/4)$وتسمى أشكال ليساجو وإن أشكال ليساجو من السهل مشاهدتها على شاشات راسم الاهتزاز المهبطي . وبإعطاء على محور السينات والعينات من مدخل الراسم إشارات جيبية وبتغيير السعة والتواتر والطور يمكن أن نحصل على مجموعة صور رائعة. يمكن إعارة الاهتمام لجمع اهتزازات توافقية بنفس الإتجاه أي على نفس المحور وهذه المسألة سندرسها في الفقرات القادمة.



الشكل (1-2-23) جمع اهتزازيين توافقيين متعامدين

11-2-1- الحركة الموجية The wave motion:

يشكل الحجر الملقى في ماء البحيرة أمواجاً دائرية متباعدة الشكل (1−2−24). كذلك لو شدينا سلك ممدود على طاولة إلى الأعلى والأسفل فستنتشر فيه أمواجاً كما في الشكل (1−2−25). تعتبر الأمواج المتشكلة على سطح الماء وفي السلك مثالان واضحان على الحركة الموجية. كذلك الصوت ينتشر على شكل أمواج والضوء ليس إلا أمواجاً كهرطيسية. إن الجسيمات الأولية كالإلكترونات تسلك في بعض الحالات سلوكاً موجباً. على هذه الصورة, إن دراسة الظواهر الموجية لها أهميتها الخاصة كوننا نصادفها في مجالات فيزيائية متعددة. وفي هذا الفصل سنركز الاهتمام على دراسة الأمواج الميكانيكية أي الأمواج التي تنتشر فقط في المواد , على سبيل المثال الأمواج على سطح الماء أو الأمواج في الأوتار المشدودة. أما الأشكال الأخرى للحركة الموجية سندرسها في الفصول القادمة.إن أمواج البحار والأمواج في الأوتار وأمواج الهزات الأرضية أو الأمواج الصوتية في الهواء هي عبارة عن اهتزازات. على سبيل المثال في حالة الصوت ينجز الحركة الاهتزازية ليس منبع الصوت فحسب (الجسم المهتز) وإنما المستقبل أيضاً (مستقبل الصوت) – كطبلة الأذن وأغشية الميكروفون. أي يهتز الوسط الذي تنتشر فيه الأمواج.

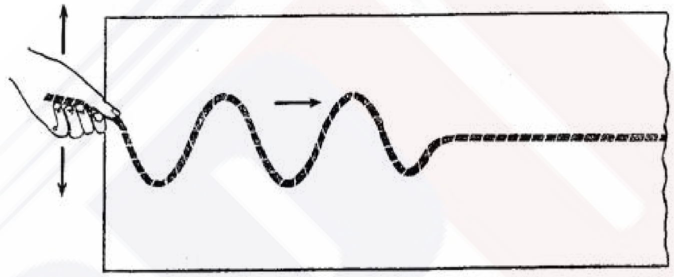


الشكل (1-2-24) الأمواج على سطح الماء والمنتشرة من المنبع

لو وقفنا وراقبنا أمواج الماء على شاطئ البحر فيمكن أن نطرح التساؤل التالي :

هل تحمل الأمواج الماء إلى الشاطئ؟

الجواب: كلا فالأمواج في الحقيقة لا تحمل المادة التي تنتشر فيها. يتضح أن الأمواج المنتشرة في الماء تمتلك سرعة. ولكن كل جزيء من الماء عند ذلك ينجز اهتزازاً بالنسبة لوضع توازنه. إن هذا يمكن مشاهدته على سطح بحيرة تسبح عليها أوراق الشجر. لا تتحرك الأوراق إلى الأمام مع الماء وإنما تهتز إلى الأعلى والأسفل , إن مثل هذه الحركة ينجزها أيضاً الماء نفسه. وبصورة مشابهة إن الأمواج في السلك الشكل (1−2−25) تتحرك إلى اليمين وكل جزء من السلك يهتز ذهاباً وإياباً.



الشكل (1-2-25) الأمواج المتقدمة في السلك

وهذه هي الخواص العامة للأمواج.إن الأمواج نفسها يمكنها الانتشار من خلال الوسطإلى مسافات كبيرة ولكن الوسط نفسه (الماء والسلك) ينجز فقط حركة محددة. على هذه الصورة مع أن الموجة نفسها لا تعتبر جسماً مادياً فإن انتشارها يحصل فقط في وسط مادي (مادة), والموجة هي عبارة عن اهتزازات والتي عند انتشارها لا تحمل معها مادة.تحمل الأمواج طاقة من نقطة من الفراغ إلى نقطة أخرى. تمتلك الموجة في الماء طاقة ناتجة عن الحجر الذي رمي في الماء أو هبوب الرياح على البحر, فتحمل الأمواج الطاقة إلى الشاطئ. لو أنك وقعت تحت موجة بحرية عندما تتبدد ستشعر بالطاقة التي تحملها. إن اليد التي تمسك السلك على الشكل (1−2−25) تعطيه طاقة, أضف إلى ذلك أن هذه الطاقة يمكن أن تعطى إلى النهاية الأخرى من السلك. وعند كافة الأشكال من الحركات الموجية يحصل انتقال الطاقة.

1-2-12- خواص الحركة الموجية Characteristics of wave motion:

لندرس كيفية تشكل الموجة وكيفية انتشارها. لندرس في البداية قطاراً من الأمواج المتتالية عبر تحريك يدنا وبسرعة للأعلى والأسفل. الشكل (1−2−26). تشد اليد نهاية السلك للأعلى وبما أن أجزاء السلك مرتبطة مع بعضها البعض, لذلك تعطى هذه الأجزاء قوة مؤثرة للأعلى وستبدأ أيضاً بالحركة للأعلى واحداً تلو الآخر من أجزاء السلك وبالتتابع لترتفع للأعلى, وبنفس الوقت يتم انزال اليد إلى مكانها الأصلي في الأسفل, أما أجزاء السلك التي وصلت إلى النقطة العليا من الحركة تعود بنفس التسلسل إلى مكانها وبصورة معاكسة , على هذا يعتبر الاضطراب منبعاً للأمواج النبضية المنتشرة.

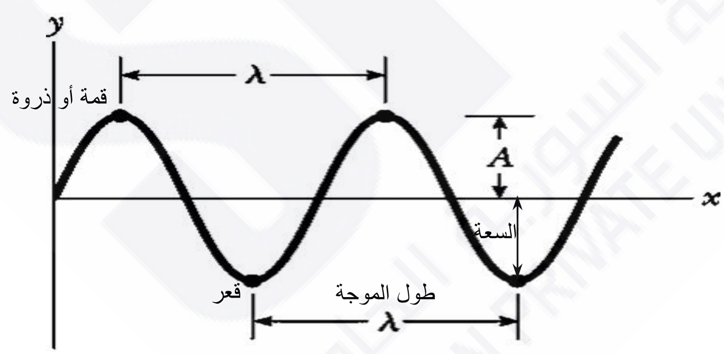
الشكل (1-2-26) حركة الاندفاع الموجي في السلك , وتبين الأسهم سرعة جزيئات السلك

أما سبب انتشار الأمواج فهو قوى التأثير المتبادل بين الأجزاء المشكلة للسلك. وبصورة مشابهة تتشكل وتنتشر الأمواج في أوساط أخرى.

إن منابع الأمواج المستمرة أو الدورية مثل الأمواج الموضحة على الشكل (1−2−25) هي عبارة عن تأثير اضطراب مهتز مستمر, وعلى هذه الصورة فإن منبع الأمواج هو الاهتزاز.

وعلى الشكل (1−2−25) إن اهتزاز نهاية السلك يتم بواسطة اليد. إن الأمواج على سطح الماء يمكن توليدها بواسطة أي من الأجسام المهتزة والموضوع على سطح الماء بما فيها اليد أيضاً. إن منبع الاهتزاز يمكن أن يولده الماء نفسه. أو من هبوب الهواء أو من جسم ملقاً فيه (حجر أو طابة تنس). فالشوكة الرنانة وجلد الطبلة تثير أمواجاً صوتية في الهواء وكما سنرى فيما بعد, الشحنات الكهربائية المهتزة تولد أمواجاً ضوئية. وبصورة عامة إن أي جسم مهتز يولد أمواجاً.

على هذه الصورة إن أي منبع موجي هو عبارة عن مولد اهتزاز ينتشر من المنبع على شكل أمواج. فإذا تحرك المنبع بشكل جيبي منجزاً اهتزازاً توافقياً وإذا كان الوسط مرناً بصورة مطلقة فستمتلك الموجة شكلاً جيبياً في الفراغ وأيضاً في الزمن. وبكلمات أخرى إذا أجرينا تصويراً لحظياً للحركة الموجية في لحظة زمنية معينة ستبدو الموجة كتابع جيب أو تجيب. وإذا درسنا حركة الوسط في مكان ما خلال فترة زمنية طويلة (على سبيل المثال مراقبة اهتزاز سطح الماء بين وتدين متتاليتين ومتقاربين وساكنين للموجة). فإن جزيئات الماء ستتحرك للأعلى والأسفل , منجزة اهتزازاً توافقياً نصفه تابع جيبي للزمن. فعلى الشكل (1−2−27) بينت الثوابت الأساسية المستخدمة لوصف الموجة الدورية الجيبية, النقطة العظمى للحركة الموجية تسمى بالذروة, والنقطة السفلى تسمى القعر.



الشكل (1-2-27) ثوابت الموجة

السعة وهي الارتفاع الأعظمي للذروة أو عمق التقعر والمقاسة بالنسبة إلى السوية الصفرية (وضع التوازن). السعة الكلية للاهتزاز من الذروة حتى القعر تساوي ضعف السعة. تسمى المسافة بين ذروتين متتاليتين بطول الموجة λ (وهو حرف لاتيني يسمى ليمدا). يساوي طول

الموجة أيضاً المسافة بين نقطتين لهما نفس الارتفاع والاتجاه. التواتر f(أحياناً يرمز له بالحرف اللاتيني ν نيو) وهو عدد القمم التي تمر في تلك النقطة في واحدة الزمن (أو عدد أمواج الاهتزاز). أما الدور T فيساوي مقلوب التواتر 1/f. سرعة الموجة vتسمى السرعة التي تنزاح فيها قمة الموجة كما نشاهدها. (يجب التفريق بين سرعة الموجة وسرعة جزيئات الوسط. على سبيل المثال سرعة الموجة المتقدمة في السلك على الشكل (1−2−25) تتمثل بشعاع على طول السلك وبنفس الوقت فإن سرعة جزيئات السلك تتمثل بشعاع عمودي عليه). وبما أنه خلال الدور T تعبر القمة مسافة تساوي طول الموجة λ لذلك تتعين سرعة الموجة كمايلي:

$$\nu = \frac{\lambda}{T}$$ أو

لنفترض كمثال أن طول الموجة يساوي 5m أما التواتر فيساوي 3HZ عند ذلك خلال ثانية واحدة وبنفس النقطة يمر ثلاث قمم موجبة متأخرة الواحدة عن الأخرى 5 أمتار, القمة الأولى (أو أية نقطة محددة من الموجة) تنزاح خلال ثانية واحدة مقدار 15 متراً وبالتالي فسرعة الموجة تساوي 15m/s.

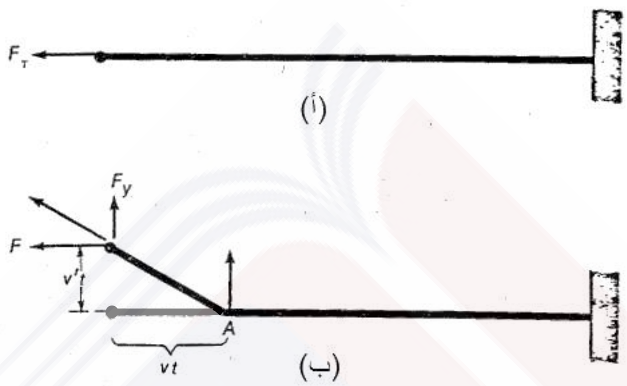
تتعلق سرعة الموجة بخواص الوسط الذي تنتشر فيه, في وتر مشدود على سبيل المثال, تتعلق السرعة بقوة شد الوتر F_T وبكتلة في واحدة الطول من الوتر μ (حرف ميو باللاتينية), ومن أجل الأمواج ذات السعة غير الكبيرة تعطى السرعة بالعلاقة التالية:

$$\nu = \sqrt{F_T/\mu}$$

قبل أن نبين كيفية استنتاج هذه المعادلة نلاحظ أنها تتوافق مع ميكانيك نيوتن. وبكلمات أخرى يجب علينا أن نفترض أن الشد يجب تموضعه ببسط العلاقة أما الكثافة الخطية (الكتلة في واحدة الطول) فهي في المقام , كلما ازداد الشد كلما يجب أن تزداد السرعة بحيث أن كل جزء من الوتر سيرتبط بشدة مع الجزء الجار له. وكلما ازدادت الكثافة الخطية كلما ازدادت عطالة الوتر وبالتالي تنتشر الاهتزازة في الوتر بصورة أبطأ.

من أجل إيجاد العلاقة (1-2-29) نستخدم نموذج بسيط للوتر والذي تؤثر عليه قوة الشدF_T الشكل (1−2−28أ). إنالقوة F_yتشد الوتر إلى الأعلى فقط وبسرعة `ν, كما هو مبين على

الشكل (1-2-28ب) وكل نقاط الوتر على يسار النقطة A تتحرك للأعلى وبسرعة v' , أما النقاط على يمين A تكون جميعها في حالة سكون.



الشكل (1-2-28) من أجل استنتاج العلاقة (2-15) – نبضة موجية بسيطة

إن سرعة الإنتشار vتساوي سرعة حركة النقطة A أي الجبهة الأمامية للتواتر وخلال الزمن t تنسحب النقطة A إلى اليمين بمسافة قدرها vt , أما نهاية الوتر تنزاح للأعلى بمسافة $v't$. ومن تشابه المثلثات نحصل على علاقة تقريبية كمايلي:

والتي تكون صحيحة من أجل إزاحات صغيرة ($v't \ll vt$) حيث F_Tكما يلاحظ لا تتغير. وقد بيّنا سابقاً أن تواتر القوة المؤثرة على الجسم , يساوي تغير التواتر (كمية حركة) الجسم عندها فإن تغير الاندفاعΔp يساوي حاصل ضرب كتلة جزء الوتر والمتحرك نحو الأعلى في سرعته. وبما أن كتلة الجزء المتحرك للأعلى تساوي جداء الكثافة الخطية μ في طول هذا الجزء vtويكون لدينا :

ومن هنا نجد أن $v = \sqrt{F_T/\mu}$ أي أننا حصلنا على المعادلة (1-2-29) مع أننا حصلنا على هذه المعادلة من أجل حالة خاصة فستكون صحيحة لأمواج مختلفة الأشكال , وصحيحة على اعتبار أي موجة يمكن اعتبارها تتألف من عدد كبير من الأجزاء الصغيرة.

أن العلاقة (1-2-29) تكون صحيحة من أجل إزاحات صغيرة وهذا ما أخذناه عند الاستنتاج. يتوافق هذا الاستنتاج المحصول عليه حسب ميكانيك نيوتن مع التجربة.

مثال $(1-2-12)$:

موجة طولها $0{,}50m$, تتحرك على طول ناقل طوله $300m$ وكتلته الكلية تساوي $30kg$. إذا أثرت على هذا الناقل قوة شد تساوي $4000N$ أحسب سرعة وتواتر هذه الموجة؟

الحل :

نحسب سرعة الموجة بالعلاقة (1-2-29):

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

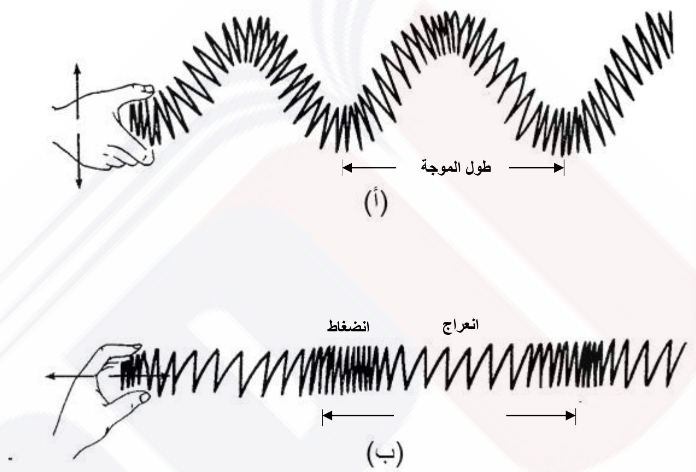
وعند ذلك يكون التواتر يساوي :

f :

$1-2-13$ - أشكال الأمواج Types of waves:

لقد ذكرنا أن الأمواج يمكن أن تنتشر إلى مسافات طويلة أما جسيمات الوسط فهي تقوم بإهتزاز في منطقة محددة من الفضاء. وعندما تنتشر الموجة في السلك ولنقل من اليسار إلى اليمين فإن أجزاء السلك تهتز إلى الأعلى والأسفل أي في اتجاه عمودي (أو عرضي) على حركة الموجة. تسمى هذهالموجة بالموجةالعرضية, يوجد أشكال أخرى من الأمواج تسمى أمواجاً طولية.

ففي الأمواج الطولية تهتز جزيئات الوسط بنفس أتجاه أنتشار الموجة. من السهل مراقبة الأمواج الطولية في نابض مشدود. انضغاط وانفراج إحدى نهايتيه بصورة متناوبة كما هو موضح على الشكل (1−2−29ب) (ومن أجل المقارنة مع الأمواج العرضية أنظر الشكل (1−2−29أ)).

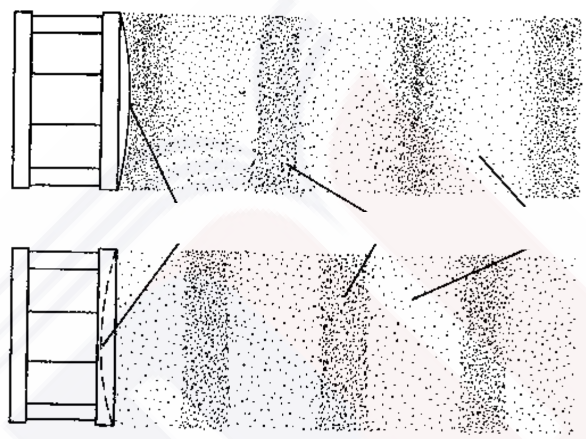


الشكل (1-2-29) أ- موجة عرضية , ب- موجة طولية

ففي النابض ينتقل موضع الانضغاط والانفراج.

منطقة الانضغاط– هي المنطقة التي تتقارب فيها حلقات النابض من بعضها بعضاً أما **منطقة الانفراج**– هي المنطقة التي تتباعد فيها حلقات النابض. إن منطقة الانضغاط والانفراج تطابقان ذروة وقعر الموجة العرضية.

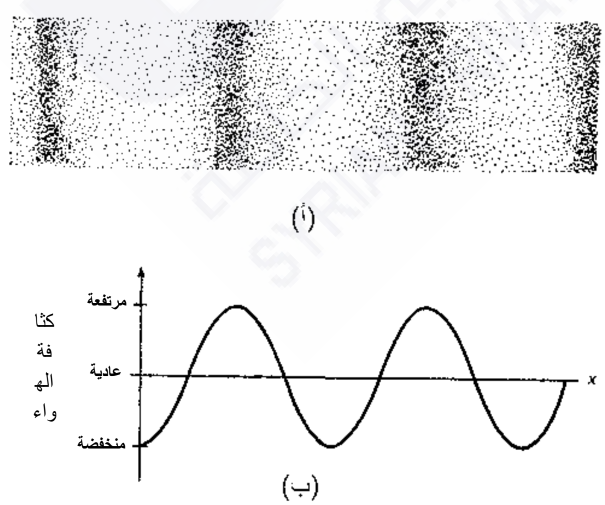
إن المثال الهام على الموجة الطولية هو الموجة الصوتية في الهواء. فاهتزاز جلدة الطبلة تشكل انضغاط وانفراج متناوب في الهواء الملاصق لها , وبفضل ذلك تتشكل موجة طولية تنتشر في الهواء الشكل (1−2−30). وكما هو الحال في حالة الأمواج العرضية فإن كل جزء من الوسط تسير فيه الامواج الطولية تنجز اهتزازاً غير كبير بالسعة وبنفس الوقت فإن الموجة نفسها يمكن أن تنتشر إلى مسافة كبيرة. يستخدم أيضاً من أجل الأمواج الطولية مفهوم طول الموجة والتواتر والسرعة.



الشكل (1-2-30) تشكل الأمواج الصوتية (طولية)

طول الموجة– هو المسافة بين منطقتي انضغاط جارتين (أو انفراجين). أما **التواتر**– هو عدد الإنضغاطات الحاصلة في واحدة الزمن في نقطة معينة. **سرعة الموجة**– هي السرعة التي يتحرك فيها مجال الانضغاط (أو الانفراج) وهي تساوي جداء طول الموجة في التواتر.

يمكن تمثيل الموجة الطولية بشكل بياني كتابع كثافة جزيئات الهواء (أو عدد عقد النابض) للمحور x كما هو مبين على الشكل $(1-2-31)$.



الشكل (1-2-31) أ- موجة طولية , ب- التمثيل البياني لهذه الموجة

سنستخدم مثل هذا التابع البياني بصورة دائمة , حيث أنه يبين بوضوح ماذا يحصل في الوسط. أعر الاهتمام أن التابعية على الشكل (1−2−31ب) تشبه تماماً الموجة العرضية.

إن العلاقة التي تعطي سرعة الموجة الطولية تشبه العلاقة (1-2-29) التي تعطي سرعة الموجة العرضية في الوتر. على الشكل التالي :

وبالتفصيل سرعة الموجة الطولية في قضيب طويل ومصمت تعطى بالعلاقة :

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

حيث E : معامل المرونة للمادة , أما ρ : كثافة المادة. ومن أجل الأمواج الطولية في السوائل أو الغازات تعطى السرعة كمايلي :

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

حيث B : معامل الانضغاط من كل الاتجاهات , أما ρ: الكثافة.

لنستنتج العلاقة (1-2-31) نفرض أنه لدينا اهتزاز موجي ينتشر في السائل (الغاز) في أسطوانة طويلة بحيث يمكن اعتبار الحركة ذات بعد واحد.بفرض الأنبوبة مملوءة بالسائل وتحقق الشرط التالي: عندما $t = 0$ تكون الكثافة ρ والضغط P_0 ثابتان في كل الحجم. الشكل (1−2−32أ).