

أساليب تدريس الرياضيات

عبد الكريم موسى فرج الله

MATHEMATICS

CARL SEBASTIAN

EBSCO Publishing : eBook Collection
(EBSCOhost) - printed on 3/14/2018 1:39
PM via NAJRAN UNIVERSITY
AN: 906813 ; :
Account: ns153310

أساليب تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية الدنيا

تأليف

د. عبد الكريم موسى فرج الله

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية - جامعة الأقصى

المحتويات

1 مقدمة
3 ماهية الرياضيات وتطورها
4 الوحدة الأولى
4 ماهية الرياضيات وتطورها
4 مفهوم الرياضيات:
5 اتجاهات أو مذاهب في تفسير طبيعة الرياضيات:
5 الاتجاه التجريبي:
5 الاتجاه العقلي الحدسي:
5 الاتجاه الصوري:
6 أهمية الرياضيات:
8 مراحل تطور الرياضيات:
8 مرحلة ما قبل العد:
9 مرحلة المطابقة بين الأشياء:
9 مرحلة استخدام رموز الأعداد:
9 أ- الحضارة الفرعونية:
9 ب- الحضارة البابلية:
9 ج- الحضارة الإغريقية:
9 مرحلة النظام العددي الحالي:
10 الرياضيات عند العرب والمسلمين:
12 أهمية دراسة تاريخ الرياضيات بالنسبة للمعلم:
12 أوائل في الرياضيات:
13 النظرة الحديثة للرياضيات:
14 1- المفاهيم الأولية أو المصطلحات غير المعرفة:
14 2- المفاهيم أو المصطلحات المعرفة:
15 3- البديهيات أو المسلمات:
17 مناهج الرياضيات
19 الوحدة الثانية
19 مناهج الرياضيات

19	مفهوم المنهاج:
20	أسس المنهاج:
22	عناصر المنهاج:
23	أولاً: الأهداف العامة وقد تم توزيعها على المجالات التالية:
25	ثانياً: الأهداف الخاصة:
25	1-أهداف الاتصال: يتوقع من الطالب في مرحلة التعليم الأساسي أن:
25	2-أهداف التفكير الرياضي:
26	أهداف المهارات الرياضية الأساسية:
27	2-المحتوى:
31	3-الأساليب والوسائل والأنشطة:
31	4-التقويم:
32	مبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات:
33	1-الفهم الأولي للمادة الجديدة أو للموضوع:
33	2-تعميق الفهم والاستيعاب:
33	3-التعليم بهدف التطبيق والانتقال إلى مواقف أخرى:
34	4-التعليم بهدف أجل دوام التعلم واستيقاؤه:
35	الأهداف التربوية وتحليل المحتوى
36	الوحدة الثالثة
36	الأهداف التربوية
36	مفهوم الهدف التربوي:
36	مصادر اشتقاق الأهداف التربوية:
37	أهمية تحديد الأهداف في التدريس:
37	1-تحديد الأهداف ضروري لاختيار الخبرات السابقة المناسبة:
37	2-تحديد الأهداف ضروري لاختيار النشاط التعليمي المناسب:
38	3-تحديد الهدف ضروري لعملية التقويم السليمة:
38	مستويات الأهداف التربوية:
38	1- الأهداف بعيدة المدى:
38	2-الأهداف متوسطة المدى:
39	شروط صياغة الأهداف التعليمية:

39	مكونات الهدف التعليمي:
40	ممارسات خاطئة في صياغة الأهداف السلوكية:
40	وصف سلوك المعلم: وهو أكثر الأخطاء شيوعاً، ومثال ذلك:
40	صياغة الهدف بدلالة طريقة التعلم بدل النتائج التعليمية، ومثال ذلك:
40	اتخاذ اسم الموضوع كهدف، ومثال ذلك:
40	احتواء الهدف على أكثر من نوع من السلوك، ومثال ذلك:
41	تصنيف الأهداف السلوكية:
41	أولاً- المجال المعرفي:
41	1- مستوى المعرفة أو التذكر:
41	2- مستوى الفهم أو الاستيعاب:
42	3- مستوى التطبيق:
43	5- مستوى التركيب:
44	6- مستوى التقويم:
44	ثانياً- المجال الوجداني (الانفعالي):
44	الاستقبال:
45	الاستجابة:
45	ثالثاً- المجال النفسحركي (المهاري):
46	3- الاستجابة الموجهة:
46	4- الآلية (الميكانيكية):
46	5- الاستجابة الظاهرية المعقدة:
46	6- التكيف:
47	7- الأصالة والإبداع:
48	عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها
49	الوحدة الرابعة
49	عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها
49	أولاً: المفاهيم الرياضية Mathematical Concepts
50	المقصود بالمفاهيم الرياضية:
51	2- مصطلح المفهوم:
51	محتوى المفهوم:
52	أهمية المفاهيم في العملية التربوية:
54	تصنيفات المفاهيم الرياضية

56	اعتبارات تُساعد المعلم في تدريس المفاهيم الرياضية:
57	تحركات المعلم عند تدريس المفاهيم الرياضية:
57	1- تحرك الخاصية الواحدة:
57	2- تحرك التحديد:
58	3- تحرك المقارنة:
58	4- تحرك المثال (أمثلة الانتماء):
58	5- تحرك اللامثال (أمثلة عدم الانتماء):
58	6- تحرك الرسم:
58	7- تحرك التعريف:
59	استراتيجيات تعليم المفاهيم الرياضية:
59	1- الطريقة الاستنتاجية Deductive method :
59	2- الطريقة الاستقرائية Inductive method :
60	أمثلة تطبيقية لتدريس المفاهيم الرياضية:
61	الأساليب والأنشطة:
64	ثانياً: التعميمات الرياضية (Mathematical Centralizations):
64	أشكال التعميمات:
67	أ- العروض الصفية:
67	ب- الاكتشاف:
68	تحرك صياغة التعميم:
68	تحرك التفسير:
	ثالثاً: الخوارزميات والمهارات الرياضية: Mathematical Algorithm and Skills
76	أهمية حل المسألة الرياضية: Problem Solving Importance
86	الصعوبات التي تواجه الطلبة في حل المسألة الرياضية:
94	تدريس بعض الموضوعات الرياضية:
95	الوحدة الخامسة:
95	تدريس بعض الموضوعات الرياضية:
95	تدريس المجموعات والأعداد:
116	تدريس القسمة:
138	1- القياس المقارن المباشر:
139	2- القياس المقارن غير المباشر:
139	3- القياس المنفصل (غير المعياري):

140	4- القياس المقنن (المعياري):
141	ب- مفهوم السعة:
142	ج- مفهوم الزمن:
142	مفهوم الكسر (نصف):
150	العمليات على الكسور العشرية:
154	التقويم والاختبارات في الرياضيات
155	الوحدة السادسة
155	التقويم والاختبارات في الرياضيات
155	أسس التقويم:
156	أهمية التقويم:
158	مستويات التقويم:
158	1- التقويم المبدئي القبلي:
159	2- التقويم التكويني:
159	3- التقويم الختامي:
159	1- الأسئلة الصفية:
160	2- الملاحظة:
160	3- كتابة التقارير والأبحاث:
160	4- المناقشة:
160	5- التعيينات الدراسية التي يتم الإجابة عنها خارج غرفة الصف:
160	6- الاختبارات:
161	الاختبارات التحصيلية:
162	أولاً: الاختبارات الشفوية:
163	ثانياً: الاختبارات المقالية:
163	ثالثاً: الاختبارات الأدائية:
163	رابعاً: الاختبارات الموضوعية:
164	أ- أسئلة الصواب والخطأ:
164	أ- أسئلة الاختيار من متعدد:
165	3- أسئلة التكميل:
165	ولكتابة أسئلة التكميل يجب مراعاة النقاط التالية:
166	خطوات بناء الاختبار:

166	1-تحديد الغرض من الاختبار:
166	2-تحديد أهداف التدريس:
167	3-تحليل المحتوى:
167	4-إعداد جدول مواصفات:
175	التخطيط في الرياضيات
177	الوحدة السابعة
177	التخطيط في الرياضيات
177	مفهوم التخطيط:
177	أهمية التخطيط الدراسي:
178	مستويات التخطيط الدراسي:
187	قائمة المراجع

مقدمة

تعيش المجتمعات العربية الآن ربيعاً عربياً تطلب تغييرات وتطورات سياسية واجتماعية وعلمية أصبح معها من الضروري استجابة النظم التربوية التعليمية لهذه التطورات لتؤدي المؤسسات التربوية التعليمية دورها لتحقيق هذه التغييرات والتطورات.

ومن هذا المنطلق جاء هذا الكتاب "أساليب تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية الدنيا" للدكتور/ **عبد الكريم موسى فرج الله**، ليضع أفكاراً ومقترحات تربوية تعليمية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات بالمرحلة الأساسية باعتبارها مرحلة هامة في السلم التربوي ويترتب عليها تقدم التلميذ ونموه علمياً في المراحل التالية، ولمادة هامة وأساسية هي مادة الرياضيات خادمة العلوم والمؤثرة فيها وفي كل مجالات الحياة.

وجاء الكتاب في سبعة وحدات، وقد تناولت الوحدة الأولى منها الرياضيات وتطورها موضعاً مفهوماً للرياضيات واتجاهات تفسير طبيعتها، وأهميتها عند العرب والمسلمين، والنظرة الحديثة للرياضيات، كما تناولت الوحدة الثانية مناهج الرياضيات موضعاً مفهوماً المنهج وعناصره، ومبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات، وتناولت الوحدة الثالثة الأهداف التربوية موضعاً مفهوماً الهدف التربوي ومصادر اشتقاقها وأهمية تحديدها ومستوياتها وشروط صياغتها ومكونات الهدف السلوكي ثم عرض بعض الممارسات الخاطئة في صياغة الأهداف السلوكية وتصنيفها، وعرضت الوحدة الرابعة عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها، أما الوحدة الخامسة فقد تناولت طرق تدريس بعض موضوعات الرياضيات بالمرحلة الأساسية الدنيا ومنها تدريس العمليات الأساسية والهندسة والقياس والكسور، أما الوحدة السادسة فقد تناولت موضوعاً هاماً وأساسياً في مجال تعليم وتعلم الرياضيات وهو التقويم والاختبارات في الرياضيات موضعاً مفهوماً التقويم وأساسه وأهميته ومستوياته وأساليبه، ثم تناول الاختبارات التحصيلية موضعاً مفهوماً الاختبار التحصيلي ومواصفاته وأنواعه وخطوات بنائه، أما الوحدة الأخيرة فقد تناولت مفهوم التخطيط وأهميته وأنواعه وكيفية إعداد خطة فصلية ويومية.

ونأمل أن يكون هذا الكتاب منارة وخطوة على الطريق للمهتمين بتعليم وتعلم الرياضيات من معلمين وأولياء أمور وباحثين تربويين في مجال تعليم وتعلم الرياضيات.

والله الموفق،،،

EBSCOhost®

الوحدة الأولى

ماهية الرياضيات وتطورها

- ﴿ مفهوم الرياضيات
- ﴿ اتجاهات أو مذاهب تفسير طبيعة الرياضيات
- ﴿ أهمية الرياضيات
- ﴿ مراحل تطور الرياضيات
- ﴿ الرياضيات عند العرب والمسلمين
- ﴿ أهمية دراسة تاريخ الرياضيات بالنسبة للمعلم
- ﴿ أوائل في الرياضيات
- ﴿ النظرة الحديثة للرياضيات

الوحدة الأولى

ماهية الرياضيات وتطورها

مفهوم الرياضيات:

لقد عرف أهل الاختصاص الرياضيات بالكثير من التعريفات، والتي ربما تباينت واختلفت في تناولها لمفهوم الرياضيات بين الدقة في الوصف والاختصار في العبارة، ولكن الشيء المشترك بين كل تلك التعريفات هو التأكيد على أهمية الرياضيات، ومن تلك التعريفات:

- الرياضيات علم تجريبي من خلق وإبداع العقل البشري وتهتم من ضمن ما يهتم به تسلسل الأفكار والطرائق وأنماط التفكير. (أبو زينة: 1982، 15)

- ويعرفها (السنكري: 2003، 29) بأنها العلم الذي يتعامل مع الكميات المجردة مثل العدد والشكل والرموز والعمليات.

- ويرى (عقيلان: 2002، 11) أنها طريقة ونمط في التفكير، فهي تنظيم البرهان المنطقي وتقرر نسبة احتمال صحة فرضية أو قضية ما، بالإضافة إلى أنها معرفة منظمة في بنية لها أصولها وتنظيمها وتسلسلها.

- ويرى (الصادق: 2001، 163) أن الرياضيات علم الأعداد والفراغ، أو هو العلم المختص بالقياس والكميات والمقادير بالإضافة إلى أنها لغة اتصال ووسيلة عالمية مكملة للغة الطبيعة.

- ويرى (أبو سل: 1999، 12) أنها نظام مستقل ومتكامل من المعرفة والطرائق للتعامل مع أنماط وعلاقات بالرموز والشكل، بالإضافة إلى أنها نشاط يتضمن عمليات الاكتشاف، والمناقشة، والترتيب، والتصنيف، والتعميم، والرسم، والقياس، والاستقراء، والاستنتاج، وبها يمكن فهم البيئة والسيطرة عليها.

ومن خلال ما سبق يتضح أن الرياضيات نظام مستقل ومتكامل من المعرفة والطرائق وهي تعتبر طريقة ونمط في التفكير، وأصبحت الرياضيات اليوم تدخل في مختلف العلوم الطبيعية وتعد من مقوماتها الأساسية، لذلك ينبغي على كل فرد أن يتسلح بحد أدنى منها ليواكب تطور وتقدم العالم.

بالإضافة لما سبق نجد أن الرياضيات تعنى:

1. طريقة ونمط في التفكير.
2. معرفة منظمة في بنية لها أصولها.
3. تعنى بدراسة الأنماط أي التسلسل والتتابع في أعداد وأشكال ورموز.
4. فن ويتضح ذلك في تناسقها وترتيب الأفكار الواردة فيها.
5. لغة تواصل عالمي تستخدم رموزاً وتعبيراً محددة وواضحة.

اتجاهات أو مذاهب في تفسير طبيعة الرياضيات:

هناك أربعة اتجاهات أو مذاهب في تفسير طبيعة الرياضيات وهي:
(السلطاني, 2002:13)

الاتجاه التجريبي:

ويمثله العالم (جون ستورات مل، J.S.Mill) وينظر إلى الرياضيات على أنها علم تجريبي لا يختلف عن العلوم التجريبية كالفيزياء والكيمياء.

الاتجاه العقلي الحدسي:

ويمثله (ديكارت)، وهذا الاتجاه هو نوع من المثالية التي ترى بأن الرياضيات تتعلق بموضوعات ذهنية من نوع خاص مع الاختلافات المتعددة.

الاتجاه الصوري:

أبرز من يمثله (هلبرت)، والرياضي بحسب هذا الاتجاه لا يهتم بالأفكار قدر اهتمامه بالرموز وعلاقاتها، فهو يدرس الأعداد الطبيعية ليتعرف على خصائصها الصورية، وما عليه إلا أن يُعبر عن هذه الخصائص الصورية بتراكيب شكلية تكون في نسق صوري، وعلى ذلك فالرياضيات عندهم مجرد ارتباطات رمزية وتراكيب رياضية لا معنى لها بتاتاً .

1 - الاتجاه المنطقي:

من أبرز رواد هذا الاتجاه (وتلند) و(كانور)، ويشترك هذا الاتجاه مع جميع الاتجاهات التي تبحث في أسس الرياضيات وترى بأن الرياضيات ذات أسس متينة خالية من التناقض.

ومن هنا فعلم الرياضيات علم راقٍ شامل يجمع بين جميع الاتجاهات السابقة، فهو علم تجريبي حدسي صوري. ولكن تغلب عليه في النهاية صفة المنطقية.

أهمية الرياضيات:

الرياضيات شأنها شأن فروع المعرفة العقلية، تتميز بالنمو والتغير والتطور المستمر، كما تتميز بإسهامها الكبير في المجالات المستخدمة مثل: التكنولوجيا والعلوم، وإذا أثبت أنه لا غنى عنها لفهم التكنولوجيا والتحكم فيها.

فالرياضيات لها دور ملحوظ في الصحة العلمية والتكنولوجية التي يعيشها العلم الآن، فقد امتدت الاستخدامات المختلفة لها حتى شملت كثيراً من المجالات التطبيقية في العلوم الاجتماعية والإنسانية وإدارة الأعمال والسياسة، كما لعبت دوراً بين الأفراد في الحياة اليومية بالإضافة إلى أنها تُساعد في التعرف على مشكلات الأفراد ومشاكل المجتمع، وتُسهل في وضع حلول لهذه المشكلات ومن ثم أصبح الفكر الرياضي من مستلزمات العصر الحالي، وتُعد الرياضيات من المكونات الأساسية للثقافة التي لا يمكن الاستغناء عنها في جميع قطاعات الحياة. (المفتي: 1995، 49)

وتتبع أهمية الرياضيات في مناهج مراحل التعليم المختلفة من خلال نظريتين متكاملتين للرياضيات وهما:

1-الأولى: تنظر للرياضيات على أنها أداة للاستخدام والتطبيق، تُعين الفرد على قضاء حاجاته وتسيير أموره في الحياة، فهناك مهارات رياضية يحتاجها الفرد لتنظيم أمور حياته والاعتناء بشئونه الخاصة، كما أن هناك مهارات يحتاجها الفرد ليعيش ضمن مجتمع ليتفاعل مع مؤشرات الثقافة والاجتماعية والاقتصادية، ويتطلب ذلك مستوى معقولاً من المعرفة الرياضية التي تمكن الفرد من أن يكون متفتح العقل، ناقدًا، وفاعلاً ومشاركاً في مجتمعه.

2-الثانية: تنظر للرياضيات على أنها نظام معرفي له بيئته وتنظيمه المستقبلي والرياضيات كنظام معرفي له بنية هيكلية تساعد الفرد على تنمية التفكير الناقد، وتُسهل في بناء شخصيته وقدرته على الإبداع من خلال إتاحة الفرصة له لاكتساب الخبرة بالعمل في الرياضيات. (أبو زينة: 1997، 14)

بالإضافة إلى ما سبق يمكن بيان أهمية الرياضيات فيما يلي:

1. الرياضيات لغة العلوم: فمعظم العلوم كالفيزياء، والكيمياء، والفلك، والإحصاء تعتبر مسائل الرياضيات جزءاً أساسياً لموضوعات كثيرة فيها، ولا يستطيع مدرسو العلوم التدريس دون الإلمام بشيء من الرياضيات، فبالتالي لزم أن يمتلك الطفل بعض الأساسيات في الرياضيات ليتمكن من استيعاب موضوعات العلوم، كما أنه ليس من مهمة مدرس العلوم -على سبيل المثال- تدريس أساسيات الرياضيات، وللعلم فإن جزءاً أساسياً من بناء النظرية في

العلوم، برهان النظرية رياضياً و علمياً. وعليه فإن جميع العلماء بحاجة لمعرفة رياضيات رصينة لتطوير علومهم.

2. طرق الاستدلال (الاستنتاجي والاستقرائي): إن طريقة الاستدلال الاستنتاجي والاستدلال الاستقرائي اللذان يستخدمان بكثرة في شتى مجالات البحث والدراسة، لم يتأصلا ولم تحدد منهجية كل منهما بشكل دقيق إلا عن طريق الرياضيات، الأمر الذي أدى إلى ابتكار طرق تعلم وتعليم مفيدة في الرياضيات امتد أثرها إلى المواد الدراسية الأخرى. فطريقة الاكتشاف وحل المشكلات نشأت من طبيعة المعرفة الرياضية. وأسلوب الحوار والمناقشة الذي بدأه سقراط مع طلابه كان منشأ مسائل الرياضيات التي تحتاج التعليل لكل خطوة.

3. التفكير المنطقي والتفكير الرياضي: الرياضيات وعلم المنطق لا ينفصلان. إن اكتساب الطفل لمهارات التفكير المنطقي تضي على شخصيته الاتزان في طرح الموضوعات والموضوعية في التفكير والدقة في استخلاص النتائج، وهذه السمات لا تأتي للفرد إلا بعد بذل جهد جهيد، وما أوجنا في هذا العصر لتلك الشخصيات التي تتحلى بهذه السمات الحضارية والتي أتت بفضل دراسة الرياضيات وهذا بالتأكيد سبب لتدريسنا الرياضيات في مدارسنا. فدراسة الرياضيات بصفة عامة تساعد على بناء التفكير المنطقي، والبرهان الصحيح، والضبط في الخطوات والدقة في الاستنتاج والنقد البناء، وقد نصف أحياناً فرداً ما بأن عقله أو تفكيره رياضي عند ما يتوصل إلى نتيجة صائبة عجز عنها الآخرون، وهذا مما يؤكد أن العقل الرياضي له أهمية ومكانة متميزة يحظى بها الفرد لدى الآخرين.

4. الرياضيات تنمي الثقة بالنفس واحترام الإنسان لنفسه: تساعد الرياضيات في تنمية قيم راقية واتجاهات سليمة كسعة الصدر، والصبر، والتأني، والتسلسل، وزيادة التركيز، كما أنها تبعث في النفس نشوة الفرح والنصر عند ما يفك الفرد الرموز وتتكلل محاولاته بالنجاح في حل المسائل، لأن طبيعة المسائل الرياضية فيها نوع من التحدي، والإنسان لديه ميل للتغلب عليه، فغالباً ما يوصف علماء الرياضيات بالعباقرة والمبدعين، لأنهم تخطوا هذه التحديات ومنها صاغوا نظرياتهم وقوانينهم، فقد وصل الأمر ببعضهم إلى الاستغراق في التفكير، ومنهم أرخميدس الذي كان يستغرق ساعات يفكر في مسألة واحدة دون ملل.

5. الرياضيات عقل التكنولوجيا: إن الرياضيات تمثل التكنولوجيا العقلية للعلم وتقدم الأدوات الذهنية للعالم. يعتبر الحاسب مدين للرياضيات في جميع

جوانبه، وقد كان لهدور ليس في إعداد البرامج فحسب وإنما حتى أجزاء الكمبيوتر ومكوناته لا تنكر دور الرياضيات، ويكفي أن نتأمل في سبب تسمية في اللغة العربية (الحاسب: من حسب يحسب) ويمكننا أن نتساءل ببساطة، هل يستطيع أن مصنع أو مؤسسة أو فرد الآن الاستغناء عن الحاسب؟ ومن لا يستغني عن الحاسب لا يستغني عن الرياضيات.

6. التجريد في الرياضيات مؤشر لراقي العقل البشري: إن صفة التجريد تعتبر سمة بارزة في الرياضيات والتجريد ليس عيباً في الرياضيات، بل هو مؤشر على تطور العقل البشري والفكر الإنساني ورقية، ولكن من الضرورة بمكان أن يتناسب مستوى التجريد مع عمر الفرد المتلقي للمعرفة الرياضية، ويجب أن لا نغالي كثيراً في التجريد بالنسبة لمرحلة التعليم الأساسي وللعلم فإن الرياضيات لم تكتب بالرموز إلا بعد مئات السنين من التعامل معها، ويجب أن لا ننسى أن الأفكار المجردة منشأها حقائق ووقائع محسومة. كما أن التجريد أدى إلى تطوير المزيد من الرياضيات ونموها بسرعة مذهلة لأنها كلما انفصلت عن المواقع استطاعت أن تتبنى قوانين وقواعد جديدة ربما نجد لها تطبيقات في المستقبل.

وهكذا نجد أن المسائل التجريدية في الرياضيات عرض للنزول إلى أرض الواقع ولو بعد حين. فهناك كم كبير من المعرفة الرياضية مكدسة على رفوف المكتبات منها ما يعود إلى عشرات السنين، ولكن هذا التكديس مقت إذ سيتم إنزاله فيما بعد عندما يجد الإنسان استخداماً له في الحياة العلمية، فكل منتج جديد ينزل إلى الأسواق ينزل معه معرفة رياضية طال عليها الأمد على رفوف التجريدات الرياضية.

مراحل تطور الرياضيات:

لقد تطورت الرياضيات عبر مراحل مميزة (أبوسل، 1999)، وقد خضعت الأعداد لعوامل مختلفة نتجت عنها أنظمة عديدة مختلفة، ارتبط كل منهما بحضارة معينة من الحضارات التي سادت هذا العالم.

ومن أبرز مراحل تطور الرياضيات ما يلي:

مرحلة ما قبل العد:

وفي هذه المرحلة لم يكن الإنسان قادراً على تحديد مقادير الكميات، وكان يكتفي بالإشارة والحركات فقط في التعبير عن الأشياء، حيث كان لكل عدد إشارة أو حركة معينة تم الاتفاق عليها وتداولها في التعبير عن المقادير.

مرحلة المطابقة بين الأشياء:

وفي هذه المرحلة كان التعبير عن الأشياء يتم باستخدام أشياء مناظرة لها، وتكون مألوفاً، فمثلاً كان يستخدم الإنسان الحصى والعيديان ورسم العلامات للدلالة على العناصر المراد التعبير عن عددها.

مرحلة استخدام رموز الأعداد:

وقد دعت حاجة الإنسان وتطور حياته إلى ابتكار هذا الأسلوب، بهدف تسهيل التعامل مع الأشياء وقد ظهرت في هذه المرحلة:

أ- الحضارة الفرعونية:

كان قدماء المصريين أول من عمل الإحصائيات من خلال تعدد السكان والثروة وإحصاء الأراضي لتوزيعها على العاملين، وكان لهم إسهامات في الهندسة وخاصة عند بناء الأهرامات حيث استخدموا الهندسة لقياس الأطوال والزوايا والمساحات والحجوم، وكان المصريون قد وضعوا الأسس للنظام العشري، ولكنهم لم يستطيعوا التوصل إلى فكرة المنزلة.

ب- الحضارة البابلية:

استخدم البابليون فكرة المنزلة، وذلك لأنهم كانوا يستخدمون النظام الستيني في العد، حيث كانوا يمثلون العدد (72) مثلاً على الصورة التالية: $72 = 12 + 1 \times 60$.

ج- الحضارة الإغريقية:

كان الإغريق أول من أوجد فكرة البرهان الرياضي، وقد قاموا بنقل الرياضيات الفرعونية، واستطاعوا التوصل إلى نظريات هندسية في الدائرة والمثلث وقد وضع اقليدس أسس الهندسة التي عرفت بالإقليدية، والتي ما زالت نظرياتها تتبع حتى اليوم.

مرحلة النظام العددي الحالي:

وتتميز هذه المرحلة بوجود نظام ترقيم واحد يستخدم رموزاً محددة للغة الرياضية، وهذا ما ساهم في انتشار هذا النظام وتفوقه على جميع الأنظمة السابقة، وقد كان لإضافة الصفر أكبر الأثر في هذا النظام العددي، حيث انعكس ذلك على تطور علم الرياضيات وما يتصل به من علوم، فقد أدى استعماله إلى تسهيل جميع أعمال الحساب، وتخليص نظام الترقيم من التعقيد، ومن أبرز مميزات تلك المرحلة ما يلي:

أ- استخدام عدد محدد من الأرقام:

حيث يشتمل هذا النظام على (9) أرقام من (1) إلى (9) إضافة إلى الصفر، ومن خلال تلك الأرقام يمكن تكوين أي عدد لذا فإن هذا النظام يسمى النظام العشري لان عدد الأرقام المكونة له هي (10) أرقام، وبالمقارنة مع النظام

الستيني الذي كان متبعاً في الحضارة البابلية فإن هذا النظام يعتبر أسهل للتعامل مع الحسابات والأعداد.

ب-الترتيب: إن الأعداد في هذا النظام تتميز بأنها سهلة المقارنة فيما بينها، ويعتمد ذلك على الترتيب الوضعي للرقم (أحاد، عشرات، مئات، ...)

ج-القيمة المنزلية للرقم: إن وقوع الرقم في أي عدد ضمن هذا النظام يعطي فكرة واضحة عن القيمة المنزلية للرقم في العدد فمثلاً تختلف القيمة المنزلية للرقم (5) في كل من الأعداد: 395، 458، 521.

الرياضيات عند العرب والمسلمين:

لقد برع العلماء العرب والمسلمون في العلوم الرياضية وأجادوا فيها، وأضافوا إليها إضافات هامة أثارت إعجاب ودهشة علماء الغرب، فاعترفوا بفضل العرب وأثرهم الكبير في تقدم العلم.

وقد كان للعرب والمسلمين إسهامات فاعلة في تاريخ الرياضيات، وخاصة في مواضيع الحساب والجبر والمثلثات والهندسة، فقد أطلع العرب على الحساب عند الهنود وأخذوا عنهم نظام الترقيم، حيث كان لدى الهنود أشكال عديدة للأرقام، فقاموا بتهديب هذه الأرقام وتكوين سلسلتين في الأعداد، هما:

1-الأرقام الهندية: وهي الأرقام التي تستعملها الكثير من البلدان العربية والإسلامية وهي: (1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9).

2-الأرقام العربية: وهي الأرقام التي انتشرت في بلاد الغرب والأندلس ومنها دخلت إلى أوروبا وهي: (0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9).

وسنستعرض هنا بعض إنجازات العرب والمسلمين في هذه المواضيع.

1-الحساب: كان العالم قديماً يستخدم الرموز والحروف اللاتينية والإغريقية في التعبير عن الأرقام وقد كانوا يجدون صعوبة بالغة في التعامل مع هذه الحروف وخاصة في العمليات الحسابية. فقد أخذ العرب والمسلمين الأرقام من الهنود وهذبوها بحيث يعبر كل رقم عن عدد الزوايا فيه فمثلاً العدد 1 له زاوية واحدة، والعدد 2 له زاويتان وهكذا فظهرت الأرقام 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 وركبوا من هذه الأرقام أعداداً أعلى مستوى، وقد جاء تقديم الصفر إلى هذه الأعداد كأعظم إنجاز في عملية العد حيث سهل الكثير من العمليات الحسابية والتعبير عن بعض الأعداد التي كان يصعب عليهم التعبير عنها مثل: 503، 804 .. الخ.

أما في العمليات الحسابية فقد ابتكر المسلمون طرقاً سهلة في عمليتي الضرب والقسمة وفي الكسور قد كان للعرب الفضل في وضع خط الكسر وهو

أول من استخدم الكسور العشرية. أما في الجمع فقد قد عالم الرياضيات المسلم الكرافي صيغاً بجمع الأعداد الطبيعية ومربعاتها ومكعباتها.

ومن أشهر العلماء المسلمين في علم الحساب بالإضافة للكرافي العالم الإسلامي الشهير الخوارزمي الذي اشتغل بالجبر أيضاً وثابت بن قره الذي اشتغل في الأعداد المتحابية وترجم الكثير من الكتب الإغريقية ومن العلماء الذين عملوا بمتواليات الأعداد الحسن بن الهيثم والسؤال المغربي وابن البناء المراكشي وابن الهائم المصري.

2- الجبر: يعتبر العالم المسلم الخوارزمي مؤسس علم الجبر حيث أخذ اسم الجبر من كتابة "الجبر والمقابلة" حيث ترجم إلى الإنجليزية وقد كان للخوارزمي بصمة واضحة في الجبر وذلك بإيجاد طريقة تحليلية لحل المعادلات من الدرجة الأولى والثانية في مجهول واحد. وقد كان العرب أو من اشتغل في الجذور حيث وضع الكرافي طريقة مبسطة لإيجاد تقريب للجذر التربيعي.

ومن العلماء العرب والمسلمين الذين اشتغلوا بالجبر ثابت بن قره الذي ترجم أعمال أغريقية كثيرة وأيضاً أبو عبد الله المهاني وأبا جعفر الخراساني والحسن بن الهيثم وأبا الفتح الخياصي وأبو الجود محمد بن الليث الذين أعطوا حلولاً للمعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة.

3- حساب المثلثات: يعتبر حساب المثلثات أساساً لعلم الفلك ومن أهم علماء المسلمين الذين اشتغلوا في حساب المثلثات العالم الفلكي أبو عبد الله التبانى قد كان له إسهامات كثيرة في علم الفلك أما في حساب المثلثات فيرجع له الفضل في إدخال دوال الظل وظل التمام وعمل جداول لهما بدلالة الدرجات، كما عرف العلاقة بين الأضلاع والزوايا في المثلث الكروي.

من بين العلماء الآخرين الذي كان لهم الأثر في حساب المثلثات البيروني الذي حسب طول السنة الشمسية بدقة ثم عين محيط الكرة الأرضية وأيضاً ابن الشاطر والخوارزمي وابن الهيثم.

4- الهندسة: عند ذكر الهندسة لا بد من ذكر إقليدس مؤسسة علم الهندسة وكتابه الشهير "كتاب الأصول" الذي ترجم إلى كل لغات العالم وكان المسلمون أول من ترجم هذا الكتاب وعمل عليه. ومن أشهر علماء المسلمين في المجال الهندسي الحسن بن الهيثم الذي أثبت نظريته في علم الضوء عن طريق الهندسة وكان له إسهامات كثيرة في الهندسة حيث كتب كثيراً في الهندسة منها كتاب شرح أصول إقليدس في الهندسة والعدد وتلخيصه، كتاب تحليل المسائل الهندسية، مقالة في مسألة عددية مجسمة، وحاول أيضاً برهنة المسلمة الخامسة من مسلمة إقليدس. ومن العلماء المسلمين الذي كان لهم شأن عظيم في الهندسة ثابت بن قره الذي

يرجع له الفضل في ترجمة معظم الأعمال الإغريقية القديمة بالإضافة إلى كتبه في الهندسة ككتاب المفروضات. والكندي الذي كان له كتب كثيرة في الهندسة والضوء، وأيضاً الخوارزمي الذي كان له بعض الأفكار الهندسية بالإضافة للجبر. أما الحجاج بن يوسف الوراق الذي ترجم كتاب الأصول لإقليدس الترجمة الثانية.

أهمية دراسة تاريخ الرياضيات بالنسبة للمعلم:

- 1 - دراسة التطور التاريخي للرياضيات تساعد المعلم في معرفة المراحل التي تطورت فيها الرياضيات ونوعية الرياضيات التي يقدمها.
 - 2 - تساعد المعلم في تصور المراحل التي تنمو فيها الرياضيات فمراحل تطور الرياضيات كمراحل نمو الأطفال.
 - 3 - تعلم المعلم الصبر والتأني فتطور الرياضيات أخذ زمناً طويلاً وعصور كثيرة وكيفية تطور التفكير الإنساني المصاحب للرياضيات.
- توح للمعلم الدور الأساسي الذي قامت به الحضارات وجعل الطلاب يحبون الرياضيات.

أوائل في الرياضيات:

- كان للعلماء العرب والمسلمين أثر كبير في إدخال مفاهيم ومصطلحات ونظريات جديدة لعلم الرياضيات (منتديات ملتقى العرب، 2005)، ومنها:
- أول من حول الكسور العادية إلى عشرية في علم الحساب هو غياث الدين الكاشي قبل عام (840 هجري) (1436 ميلادي).
 - أول من استعمل الأسس السالبة هو العالم المسلم السموال المغربي، وقد اشتهر باختصاصه في علم الحساب، وكان ذلك قبل عام (1175 ميلادي)
 - أول من أدخل مصطلح الجذر التربيعي في الحسابي هو العالم المسلم محمد بن موسى الخوارزمي، وأول من استعمله لأغراض حسابية هو العالم أبو الحسن الأندلسي قبل عام (891 هجري).
 - أول من وضع أسس علم الجبر هو العالم المسلم محمد بن موسى الخوارزمي قبل عام (532 هجري).
 - أول من وضع الأسس الحديثة لعلم حساب المثلثات هو أبو عبد الله البنائي والزرقلي والطوسي، وقد كان لهم الفضل في جعله علماً مستقلاً بذاته.

- أول من أدخل الصفر في علم الحساب هو العالم محمد بن موسى الخوارزمي، قبل عام (532 هجري)، وقد كان لهذا الاكتشاف أثر كبير في تغيير مفهوم الرقم ودراسة الأرقام.

النظرة الحديثة للرياضيات:

كانت الرياضيات في الماضي تقوم على أساس أنها مقسمة في أربع فروع منفصلة هي: الحساب، والجبر، والهندسة، والتحليل، ولكن مع تطور المعرفة وتداخل العلوم وارتباطها مع بعضها البعض أصبح من الضروري ربط فروع الرياضيات المنفصلة لتكوين كُلم متكامل يشكل وحدة واحدة، بحيث تصبح الرياضيات أكثر من مجموع فروعها التقليدية، فهي بالإضافة إلى هذه الفروع تتضمن الارتباط والعلاقة بين هذه الفروع.

وقد كانت الرياضيات في الماضي أداة للعلماء الطبيعية، لكن من وجهة نظر العالم مارشال ستون فإن التغيير الذي حصل في الرياضيات ضمن تحررها عن العالم الفيزيائي، فأصبحت مستقلة تماماً عن العالم المادي، ونراها اليوم تغزو جميع فروع المعرفة، لذا فهي نظام مستقل ومتكامل من المعرفة تولد نفسها وتتكاثر وتتمو بشكل متسارع.

وينظر موريس كلاين إلى الرياضيات أنها موضوع يساعد الفرد على فهم البيئة المحيطة به والسيطرة عليها، ويشير كلاين إلى أن الرياضيات تنمو وتتطور من خلال خبراتنا الحسية ومن خلال احتياجاتنا.

وقد أبرز موريس كلاين في كتابه (Why Johnny can't add) نقداً لمناهج التقليدية (أبو زينة، 2003)، يمكن اختصاره فيما يلي:

- 1 - التركيز على التدريب الآلي والحفظ.
- 2 - ظهور المفاهيم والحقائق والعمليات والقواعد منفصلة عن بعضها البعض.
- 3 - عدم مراعاة الدقة والوضوح في التعبير.
- 4 - احتواء المناهج والكتب التقليدية على بعض الموضوعات عديمة الجدوى، أو التي فقدت أهميتها وقيمتها.
- 5 - تحاشي المناهج التقليدية ذكر البرهان الرياضي إلا في الهندسة.
- 6 - افتقار المناهج والكتب إلى عنصر الدافعية والتشويق.

وتعتمد الرياضيات الحديثة على دراسة المجموعة والبنية الرياضية (Mathematical Structure) والبنية هي مجموعة من العناصر، وعلى هذه المجموعة نضع هيكلأ أي مجموعة من القواعد والعلاقات التي تحدد طرق العمل،

فمثلاً لو أخذنا مجموعة الأعداد الطبيعية ووضعنا هيكلاً على هذه المجموعة بتعريف عمليتي الجمع والضرب، وعلاقة الترتيب على هذه المجموعة، فإننا نشكل ما يسمى ببنية الأعداد الطبيعية.

وتتكون البنية الرياضية من:

1- المفاهيم الأولية أو المصطلحات غير المعرفة:

توجد في الرياضيات مفاهيم لا يستطيع الإنسان وضع تعريفات لها بدلالة مفاهيم أبسط منها في التركيب، فلو أخذنا النقطة مثلاً لوجدناها تنتج عن تقاطع خطين، ولو أخذنا الخط لوجدناه مجموعة من النقاط المتراسة من غير بنية بينها، إن أمثال هذه المفاهيم والمصطلحات التي تم تعلمها ولا نستطيع أن نضع لها تعريفاً بدلالة مفاهيم أخرى أبسط منها في التركيب تسمى "مفاهيم أولية" أو "المصطلحات غير المعرفة".

وفي الرياضيات القديمة توجد مصطلحات أولية لا يسأل الدارسون ما تعريفها؟ ومنها النقطة، والخط المستقيم، والمستوى، وكذلك في الرياضيات المعاصرة، يوجد مفهوم المجموعة والانتماء إليها، وتدرس هذه المصطلحات عادة بالإشارة إلى التمثيل لامادي الذي يمثلها، ومن خلال ما يقوم به المعلم في تفسير وتقريب لمداوماتها إلى أذهان المتعلمين، فتقاطع المستقيم هكذا (×) يمثل النقطة، كما يمثل الشكل ← خطأ مستقيماً وهكذا.

2- المفاهيم أو المصطلحات المعرفة:

تشكل المصطلحات والمفاهيم المعرفة المكون الثاني من البنية الرياضية والهندسية، وتعرف هذه المصطلحات والمفاهيم بدلالة المصطلحات غير المعرفة فالقطعة المستقيمة مفهوم يعرف من مفهوم النقطة والمستقيم، حيث تعرف بأنها جزء من مستقيم محصور بين نقطتين، والشعاع مفهوم يعرف من مفهوم المستقيم حيث يعرف بأنه نصف مستقيمي أو جزء من مستقيم له بداية وليس له نهاية والمثلث يعرف من مفهوم المستقيم حيث يتعرف بأنه شكل مغلق ناتج عن تقاطع ثلاثة مستقيمتين متنى، أو شكل ناتج عن اتحاد ثلاث قطع مستقيمة.

والتعريف الدقيق أمر بالغ الأهمية في إدراك المفهوم، فمن إدراكنا لمفاهيم الاتحاد والقطعة المستقيمة والتلاقي متنى التي ترد في تعريف المثلث مثلاً يجعلنا قادرين على تشكيل صورة في الدماغ لمفهوم المثلث أو لأي مضلع تستخدم فيه هذه

المفاهيم والمصطلحات، وسيكون الدماغ قادراً على استدعاء هذه الصورة أو تمييزها عند ذكر المثلث أو رؤية صورته.

3- البديهيات أو المسلمات:

يوجد في الرياضيات والهندسة عبارات نفترض أنها صحيحة ولا تحتاج إلى برهان أو دليل يثبت صحتها، ومثل هذه العبارات تسمى بديهيات أو مسلمات، وقد فرق بعض الرياضيين بين البديهية والمسلمة، ومن أمثلة البديهيات التي نتعلمها في هندسة إقليدس المستوية:

- أ - يمر بالنقطتين المختلفتين مستقيم واحد فقط.
- ب - من نقطة ما يمكن رسم مستقيم واحد فقط يوازي مستقيماً معلوماً.
- ت - يمكن مد القطعة المستقيمة من جهتيها لتصبح مستقيماً.

4- النظريات:

النظرية في الهندسة جملة تربط بين عدد من المفاهيم والمبادئ بالعلاقة معينة يمكن البرهان على أنها صحيحة، ولا يكون البناء الهندسي نظاماً إلا إذا وضعت نظريته الأولى، وتم البرهان على أنه صحيحة اعتماداً على بديهيات هذا النظام فقط.

أما النظريات التي تليها فيمكن الاعتماد على البديهيات والنظريات التي تثبت صحتها، وهذه النظريات التي تستنتج الواحدة تلو الأخرى تكون النظام الهندسي، ولذا يعد نظاماً استنتاجياً.

ومن أمثلة النظريات في الرياضيات: نظرية فيثاغورس في بنية الهندسة الإقليدية، والتي تنص على: (مساحة المربع المنشأة الوتر في المثلث القائم الزاوية تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين).

5- البرهان:

هو مجموعة من الخطوات المرتبة منطقياً والصادقة بناءً على بديهيات النظام والتي من خلالها نستطيع إثبات صحة نظرية أو خطتها. والبرهان هو الوسيلة الوحيدة التي تجعلنا نثق بما تم استنتاجه من نظريات، ولا يقبل انتماء النظرية للنظام إلا بعد البرهان على صحتها.

إن الاعتماد على دراسة البنية في الرياضيات الحديثة يعمل على تحقيق أغراض ذات فائدة وأهمية في تعلم الرياضيات بشكل أفضل. (Bruner, 1963; Hellman, 2003)، ومن هذه الفوائد:

- 1 - العمل على تحقيق هدف انتقال المعرفة إلى مواقف أخرى.

- 2 - جعل الموضوع قابلاً للاستيعاب بشكل أفضل.
- 3 - جعل الموضوع غير قابل للنسيان بسرعة.

EBSCOhost®

الوحدة الثانية مناهج الرياضيات

مفهوم المنهاج
أسس المنهاج
عناصر المنهاج
مبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات

EBSCOhost®

الوحدة الثانية

مناهج الرياضيات

مفهوم المنهاج:

كان المنهاج بالمفهوم التقليدي يعني المقرر الدراسي، وهو كمية المعرفة المطلوب من الطلبة تعلمها في موضوع معين خلال سنة دراسية، لذا فإن المنهاج التقليدي كان يركز على تنمية جانب واحد فقط من جوانب النمو عند التلاميذ وهو جانب النمو العقلي، دون الاهتمام بالجوانب الأخرى مثل النمو الجسمي والاجتماعي والنفسي.

ومع تطور التربية تطور مفهوم المنهاج، وبدأت المناهج تهتم بتنمية جميع الجوانب المعرفية والاجتماعية والنفسية ... إلخ.

وقد عرف (أبو زينة: 2003) المنهاج بأنه: "جميع الخبرات التعليمية المنهجية (الصفية واللاصفية) التي يتعرض لها الطالب، والتي تتولى المدرسة التخطيط لها والإشراف عليها وتقويمها في النهاية.

ويُعرف (الوكيل والمفتي: 1998) المنهاج بمفهومه الحديث بأنه مجموعة الخبرات التربوية التي تهيئها المدرسة للتلاميذ سواء داخلها أو خارجها، وذلك بغرض مساعدتهم على النمو الشامل المتكامل، أي النمو في كافة الجوانب العقلية والثقافية والدينية والاجتماعية والجسمية والنفسية والفنية، نمواً يؤدي إلى تعديل سلوكهم، ويكفل تفاعلهم بنجاح مع بيئتهم ومجتمعهم وابتكارهم حلولاً لما يواجههم من مشكلات.

واعتماداً على تعريف المنهاج بمفهومه الحديث، يمكن استنتاج ما يلي:

- 1 - أن المنهج يتضمن خبرات تربوية تعمم تحت إشراف المدرسة لإكساب الطلبة المعلومات والمهارات والاتجاهات المرغوبة.
- 2 - أن هذه الخبرات تتنوع بتنوع الجوانب التي ترغب المدرسة في إحداث النمو فيها، ولا تركز على جانب واحد فقط.
- 3 - أن التعلم يحدث من خلال مرور المتعلم بالخبرات المختلفة ومشاركته في مواقف تعليمية متنوعة.

- 4 - أن بيئة التعلم لا تقتصر على غرفة الدراسة أو داخل حدود المدرسة، بل تمتد إلى خارج المدرسة.
- 5 - أن الهدف الذي يسعى إليه المنهج عن طريق هذه الخبرات هو النمو الشامل المتكامل للمتعلم.
- 6 - أن تفاعل المتعلم مع البيئة والمجتمع يعني أنه يتأثر بما يحدث فيهما، ويؤثر فيهما أيضاً.
- 7 - أن المنهاج الحديث يعمل على تنمية الفرد في ابتكار عدة حلول وبدائل للمشكلة الواحدة، واختيار المناسب منها وفق الظروف المتغيرة والإمكانات المتاحة.

ويمكن توضيح الفروق بين المنهاج بالمفهوم التقليدي والمنهاج بالمفهوم الحديث من خلال المقولة التالية: "يرتبط المنهاج التربوي التقليدي بنظريات التربية التقليدية والممارسات المنبثقة عنها، أما المنهاج التربوي الحديث فيرتبط بنظريات التربية الحديثة والممارسات المنبثقة عنها.

ويبين الجدول التالي الفرق بين المنهاج التقليدي والمنهاج الحديث (ناصر: 1991)

المنهاج التقليدي	المنهاج الحديث
يقصر على الكتاب المدرسي.	يشمل أوجه النشاط المختلفة والخبرات التي يمر بها التلميذ بتوجيه من المعلم.
موقف الطالب موقف المتلقي ودوره سلبي	موقف الطالب موقف المشارك والمتفاعل ودوره إيجابي.
المعلم مصدر المعرفة.	المعلم يشكل جزءاً من المعرفة.
وضعه متخصصون دون مراعاة حاجات التلاميذ وقدراتهم وميولهم.	صمم على أساس احتياجات التلاميذ ورغباتهم وقدراتهم واستعداداتهم.
يهتم بالنمو العقلي وحده.	يركز على النمو المتكامل.
جامد لا يحتمل التطوير أو التغيير.	مرن، يتلاءم مع الحياة وتطورها.

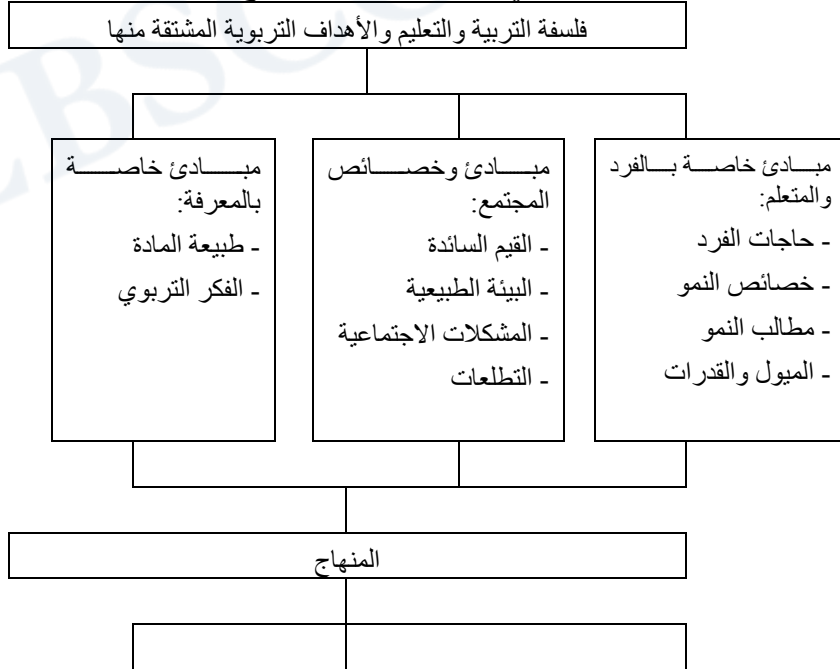
أسس المنهاج:

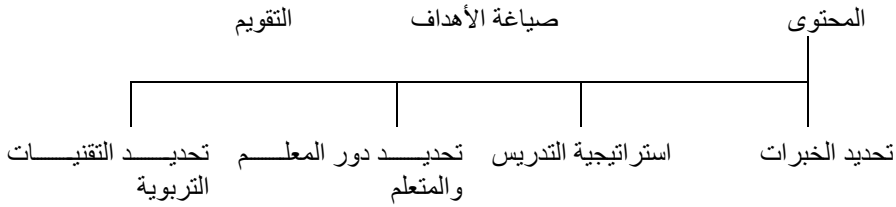
إن تحديد أهداف المناهج واختيار المحتوى المناسب لهذه الأهداف واختيار أفضل الطرق والتقنيات التربوية الكفيلة بإحداث التفاعل التام بين المعلم والمتعلم، واختيار وسائل التقويم المناسبة التكوينية والختمية، كل ذلك يعتمد على دراسة

عميقة وشاملة للمجتمع والبيئة والطالب (الفرد المتعلم)، ومن هنا كان لا بد أن ينبني المنهاج على أسس فلسفية ونفسية واجتماعية ومعرفية تراعي الاتجاهات الحديثة في فهم العملية التربوية، ويشمل المجتمع وتكوينه الثقافي، ونمو الطالب واحتياجاته.

- 1 - فالأساس الفلسفي ينبثق من فلسفة التربية في المجتمع، وينبثق عنها الأهداف العامة التي ترشد إلى صياغة الأهداف التعليمية في مختلف مراحل التعليم لمختلف المباحث.
- 2 - والأساس النفسي ينبثق من احتياجات المتعلم الجسمية والنفسية والعاطفية والاجتماعية والروحية ومن مطالب النمو للمتعم فضلاً عن مراعاة نظرية التعلم الأسس والأصول المتبعة في عملية التعلم والتعليم.
- 3 - والأساس الاجتماعي يراعي احتياجات المجتمع وثقافته وقيمه ومشكلاته ومعيطاته البيئية والتغيرات في جميع المجالات الاجتماعية والاقتصادية والسياسية والثقافية.
- 4 - والأساس المعرفي ينبثق من طبيعة المادة المعرفية من حيث طريقة بنائها وطرق بحث فيها، والتسلسل المتبع في تنظيم المفهومات والحقائق والمعارف وتكاملها.

شكل تخطيطي بين عملية بناء المناهج وفق هذه الأسس



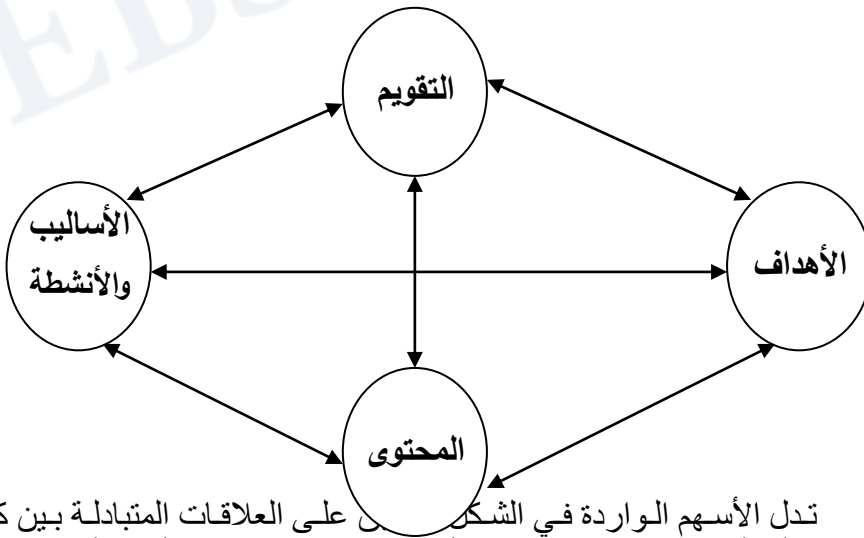


مسايرة التطور في النظريات التربوية المتعلقة بأسس تعلم وتعليم الرياضيات الذي يؤثر في تنظيم واختيار المحتوى الرياضي.

عناصر المنهاج:

يرى تايلور أن المنهاج يتكون من أربعة عناصر هي:

- 1 - الأهداف التربوية: وتمثل الإجابة عن السؤال: لماذا نتعلم؟
 - 2 - المحتوى: ويمثل الإجابة عن السؤال: ماذا نتعلم؟
 - 3 - الأساليب والوسائل والأنشطة: وتمثل الإجابة عن السؤال: كيف نتعلم؟
 - 4 - التقويم: ويمثل الإجابة عن السؤال: هل تم التعلم؟
- وبين الشكل التالي العلاقة الارتباطية بين عناصر المنهاج الأربعة. (مرعي والحيلة: 2000)



تدل الأسهم الواردة في الشكل على العلاقات المتبادلة بين كل العناصر، أي أن كل عنصر يؤثر ويتأثر ببقية العناصر، كما أن التأثير في أي

عنصر ينتقل إلى بقية العناصر الأخرى، وهذا يبين النظرة إلى المنهاج كنظام باعتباره يتكون من مكونات تتكامل معاً في كل واحد هو المنهاج، وهذا النظام له مدخلاته كالأهداف التعليمية والمحتوى والخبرات وأساليب وطرق التدريس واستراتيجيات التقويم، كما أن له مخرجاته التي تتمثل في نوعية التغيرات السلوكية التي يُفترض حدوثها لدى المتعلم نتيجة مروره بالخبرات التعليمية، أي أن المنهاج هو كل مركب يتكون من عدد من العناصر، ولكل عنصر وظيفة تربطها بغيرها علاقات تبادلية.

وفيما يلي وصفاً مختصراً لكل عنصر من عناصر المنهاج:

1-الأهداف:

وهي النتائج المتوقعة حدوثها لدى المتعلم في ضوء إجراءات وإمكانات وقدرات معينة، وتعمل الأهداف على تحديد اتجاه العملية التربوية، وتعتبر معياراً يتم به تحديد المحتوى وتطوير أساليب وطرق التدريس أو استخدام وسائل التقويم. وتقسّم الأهداف إلى شقين هما: الأهداف العامة والأهداف الخاصة، وفيما توضيح لهما:

أولاً: الأهداف العامة وقد تم توزيعها على المجالات التالية:

■ في مجال المفاهيم والمعلومات الرياضية:

1. إن يتزود الطالب بمعلومات الرياضية اللازمة من حقول المعرفة المختلفة.
2. أن ينمي الطالب فهمه لطبيعة الرياضيات كبناء منظم من المعرفة.
3. أن يزداد فهم الطالب للمحيط المادي الذي يعيش فيه.
4. أن يتعرف على لغة الرياضيات وخصائصها واستعمالاتها.
5. أن يتعرف على أنظمة قياس وبخاصة الأنظمة المترية.

■ في مجال المهارات الرياضية:

1. أن يتزود الطالب بالمهارات الرياضية الأساسية اللازمة في حياته اليومية.
2. أن يستخدم المهارات الرياضية الأساسية في التخطيط لحياته الخاصة.
3. أن ينمي الطالب مهاراته في إجراء الحسابات الذهنية.
4. أن يستخدم وسائل متنوعة في إجراء الحسابات.
5. أن يستخدم لغة الرياضيات في التعبير عن مواقف حياتية.

6. أن يكتسب مهارة في تصنيف البيانات وجدولتها وتمثيلها بيانياً وقراءتها وتفسيرها.
7. أن يمثل العلاقات الرياضية بيانياً.
8. أن يستخلص معلومات تتضمنها رسومات بيانية معطاة.
9. أن يستخلص أدوات مختلفة.

■ في مجال تحسين أساليب التفكير وحل المشكلات:

1. أن يستخدم الطالب الأسلوب العلمي في التفكير وذلك من خلال ما يلي:
 - استخدام أساليب البرهان المنطقي في استنتاج علاقات رياضية من فرضيات معطاة.
 - تعلم خطوات حل المسألة الرياضية واستخدامها في حل المشكلات الحياتية.
 - تطبيق خطوات حل المسألة الرياضية في حل المشكلات الحياتية.
 - التحقق من صحة الآراء ومن معقولية النتائج.
 - تدعيم الآراء والاستنتاجات بالبيانات الضرورية.
 - استخدام المنطق والعقلانية في محاكمة الأمور.
2. أن يكشف أوجه الشبه والاختلاف بين النماذج والعلاقات الرياضية.
3. أن يستخدم العلاقات بين الأشكال الهندسية في بعدين وثلاثة أبعاد في معالجة مشكلات حياتية.
 - في مجال الاتجاهات والمواقف الإيجابية نحو الرياضيات:
1. أن يدرك الطالب الدور الحضاري والاجتماعي للمعرفة الرياضية وتطورها.
2. أن ينمي تذوقه للجمال والتناسق من خلال دراسته للأشكال الهندسية والبنى الرياضية.
3. أن ينمي ثقته بنفسه من خلال مواقف رياضية كالبرهان وحل المسألة الرياضية.
4. أن يبدي اتجاهًا إيجابيًا نحو دراسة الرياضيات ويقدر العاملين في حقول المعرفة الرياضية.
5. أن يقدر دور العلماء الذي أسهموا في تقدم الرياضيات وبخاصة العلماء العرب والمسلمين.

ثانياً: الأهداف الخاصة:

ويتشكل الأساس لتحقيق الأهداف العامة. وقد تم توزيعها على المجالات التالية: المجال المعرفي، المجال الانفعالي.

(أ) أهداف المجال المعرفي:

1-أهداف الاتصال: يتوقع من الطالب في مرحلة التعليم الأساسي أن:

- يعبر بواسطة الأعداد عن الكميات والمقاييس.
- يعبر عن أفكاره بدقة، ويستخدم لغة الترميز.
- يقرأ الأشكال والجداول والرسومات والإشارات التي تواجهه في حياته اليومية.
- ينظم المعلومات في جداول ويمثلها بأشكال ورسومات بيانية.
- يقدر ويقرب الكميات والقياسات.
- يحل ما يواجهه من مسائل حياتية تقوم على العمليات الرياضية.
- يطرح تساؤل محدد تقوم على مفاهيم ومهارات رياضية.
- يلاحظ الخصائص والعلاقات التي تربط بين المفاهيم والتعميمات الرياضية.

2-أهداف التفكير الرياضي:

1. يستخدم الأسلوب العلمي في التفكير (بما يتناسب مع مراحل نموه)، وذلك من خلال الفهم، والاستيعاب، ووضع الفرضيات واختبارها، التطبيق، الملاحظة، قياس الكميات المقارنة، الاستنتاج، التحليل، التعليل، التمييز، الاستقراء، الاستدلال والتصنيف، التقديم، التقريب، التخطيط، البرهان.
2. يستخدم خطوات حل المسألة في حل المسائل والمشكلات التي تواجهه في حياته اليومية من خلال:
 - تحليل الموافق لتحديد المعطيات والمطلوب.
 - وضع مخطط الحل.
 - تنفيذ الحل.
 - مراجعة الحل للتحقق من صحته والحكم على معقولية النتائج والاستنتاجات التي توصل إليها.

3. ينمي قدرته على التفكير في الأبعاد.
4. يفكر بموضوعية بعيداً عن التعصب والانفعالات.
5. يبادئ في اقتراح الحلول للمسائل والمشاكل التي تواجهه. ينمي معارفه ذاتياً بالرجوع إلى مراجع ومصادر المعرفة الإضافية.

أهداف المهارات الرياضية الأساسية:

يتوقع من الطالب أن:

- يجري العمليات الحسابية على الأعداد.
- يحل مسائل حياتية تستخدم فيها العمليات المختلفة على الأعداد.
- يستخدم مفاهيم النسبة والتناسب وغيرها في حل مسائل تطبيقية.
- يبوب البيانات ويعرضها باستخدام الجداول والأشكال، ويستخلص النتائج منها.
- يترجم المواقف الحياتية إلى لغة رياضية.
- يحل مسائل حياتية تستخدم فيها العمليات المختلفة على المقادير الجبرية.
- يحل معادلات جبرية ومثلثية.
- يحل متباينات في متغيرين على الأكثر.
- يحل أنظمة معادلات بثلاثة مجاهيل على الأكثر.
- يمثل العلاقات والاقتران بيانياً.
- يستخدم مفاهيم الهندسة التحليلية في إثبات صحة بعض تعميمات الهندسة المستوية ويجد الحل الهندسي.
- يجد معادلة الخط المستقيم والدائرة في المستوى.
- يحسب احتمال بعض الحوادث ويتنبأ باحتمالاتها.
- يستخرج بعض المقاييس الإحصائية مثل الوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري من جداول تكرارية.
- يحسب الأطوال والمساحات والحجوم بوحدات النظام المتري.
- يحسب كلاً من الكتلة، الزاوية، درجة الحرارة، الزمن.
- يستخدم التقدير والتقريب في العمليات الحسابية.
- يصنف الأشكال الهندسية (المستوية والمجسمة) ويبرز خصائصها.

- يستخدم الأدوات الهندسية في رسم أشكال هندسية وفي الإنشاءات الهندسية.
 - يثبت صحة بعض التعميمات الرياضية في كل من: الجبر والهندسة المستوية، والهندسة الفراغية، والمثلثات.
 - يستخدم النسب المثلثية في حل مسائل تطبيقية.
 - يطبق القواعد والمبادئ المتنوعة فيحل المسألة الرياضية.
- (ب) أهداف المجال الانفعالي: يتوقع من الطالب أن:
- يقدر دور العلماء اللذين أسهموا في تقدم الرياضيات وبخاصة العلماء العرب والمسلمون.
 - يتذوق الجمال والتناسق في الأشكال الهندسية والبنى الرياضية.
 - يعتمد الدقة والتنظيم والترتيب والسرعة في إنجاز العمل في حياته الاجتماعية.
 - يعي موقع الرياضيات وأهميتها في حياته العامة والخاصة.
 - يدرك دور الرياضيات في العلوم الأخرى.
 - يثق بنفسه من خلال النجاح في إجراء العمليات وقدرته على التبرير والتعليل.
 - يبادئ في اقتراح الحلول للمسائل والمشاكل التي تواجهه.
 - يبدي اتجاهًا إيجابياً نحو دراسة الرياضيات ومتابعتها.
 - يقدر العاملين في حقول العلوم والرياضيات ودورهم.
 - يستخدم الرياضيات في القيام بنشاطات ترفيهية كالألغاز والزخارف.

2-المحتوى:

ويشمل الخبرات التعليمية من معلومات ومهارات واتجاهات تعمل على تحقيق أهداف المنهاج. ويمكن تنظيم محتوى المنهاج من خلال مراعاة ما يلي: (أبو زينة: 2003)

أ - **التنظيم السيكلوجي:** وهو التنظيم الذي يأخذ بعين الاعتبار نضج المتعلم واهتمامه وخبراته واستعداداته، فلا يمكن تقديم موضوع جديد إلا بعد دراسة مدى ملاءمة الموضوع للخصائص النمائية للطلبة.

ب - **التنظيم المنطقي:** ويعني أن المادة يتم عرضها وتقديمها في المنهاج حسب الترتيب المنطقي لها، ويكون التأكيد على المفاهيم الرئيسية والمبادئ الأساسية للمادة.

وعند تنظيم محتوى المنهاج لابد من مراعاة ثلاثة أمور هي:

أ - **الاستمرار:** ويعني عدم إعطاء الموضوع للطلب دفعة واحدة، بل يوزع على مواقف متعددة وعلى صفوف مختلفة، فمثلاً يعطي موضوع الإحصاء للطلبة في عدة صفوف ولا يتم إعطاؤه في صف واحد فقط.

ب - **التسلسل:** ويعني إحكام الربط بين الفقرات وتنظيمها، بحيث تبنى على بعضها ولا تعرض للطلاب أية موضوعات إلا إذا تعرض لمتطلباتها السابقة.

ت - **التكامل:** ويعني تنظيم المادة في وحدات مترابطة وشاملة لجميع الجوانب المرتبطة بموضوع الوحدة، ويتم ذلك من خلال توضيح العلاقات المتداخلة بين أجزاء المادة الواحدة وبينها وبين المواد الأخرى.

بالإضافة إلى ما سبق يشكل المحتوى الأساس لاشتقاق المفاهيم الجزئية لصفوف المرحلة الأساسية، وإطار العام للمفاهيم والمهارات الرئيسية التي يتوخى اكتسابها في صفوف المرحلة الأساسية. وفي ما يلي عرض موجز لمحتويات مناهج الرياضيات وتوزيعها على الصفوف الأربعة الأولى من المرحلة الأساسية الدنيا.

الصف الأول	الصف الثاني
الأعداد والعمليات عليها	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ الأعداد 0-99 ▪ حقائق الجمع، الجمع بدون حمل. ▪ حقائق الطرح، الطرح بدون استلاف. ▪ الكسور نصف، ربع (دون كتابة). 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ الأعداد 0-999 ▪ الجمع والطرح (مع الحمل والاستلاف) ▪ حقائق الضرب حتى 5×5 ▪ القسمة ضمن حقائق الضرب. ▪ الكسور نصف، ربع، وثلاثة أرباع، وثلثين
مفاهيم حسابية وتطبيقات	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ الأعداد الزوجية والفردية. ▪ مسائل تطبيقية ذات خطوة واحدة.
الهندسة	

<p>التعرف على:</p> <ul style="list-style-type: none"> الاسطوانة والمخروط والمكعب. المثلث والمربع. تطابق الأشكال الهندسية المستوية عملياً. 	<p>التعرف على:</p> <ul style="list-style-type: none"> الكرة ومتوازي المستطيلات. المستطيل والدائرة.
<p>القياس</p>	
<ul style="list-style-type: none"> النقد: الدينار ونصف الدينار وربع الدينار. الطول: السنتيمتر والمتر. الزمن: الساعة كوحدة لقياس الزمن، قراءة الساعة بالأنصاف والأرباع، الشهر كوحدة لقياس الزمن وعلاقته بالسنة، الفصول الأربعة. 	<ul style="list-style-type: none"> النقد: القروش والدرهم. الطول: وحدات الطول غير القياسية مثل الشبر، القدم. الزمن: أيام الأسبوع واليوم كوحدة لقياس الزمن.
<p>أساسيات الرياضيات</p>	
<ul style="list-style-type: none"> خاصية التبديل لعملية الضرب على الأعداد. المقارنة بين الأعداد الإشارات + ، - ، × ، ÷ ، = 	<ul style="list-style-type: none"> خاصية التبديل لعملية الجمع على الأعداد. استعمال الإشارات + ، - ، =
<p>الصف الرابع</p>	<p>الصف الثالث</p>
<p>الأعداد والعمليات عليها</p>	
<ul style="list-style-type: none"> الأعداد ضمن 7 منازل الجمع والطرح ضمن 7 منازل على الأكثر. ضرب عدد في عدد مكون من ثلاث منازل على الأكثر. القسمة على أن يكون المقسوم عليه عدداً مكوناً من منزلتين على الأكثر. الكسور العادية. جمع وطرح الكسور العادية بحيث لا يزيد المقام عن منزلتين. الكسور العشرية المكونة من منزلتين عشريتين على الأكثر. جمع وطرح الكسور العشرية ضمن منزلتين عشريتين. 	<ul style="list-style-type: none"> الأعداد صفر - 9999 الجمع والطرح ضمن أربع منازل على الأكثر. حقائق الضرب والقسمة ضمن العدد 100. بناء جداول الضرب. ضرب عدد مكون من رقمين أو ثلاثة فتي عدد مكون من رقم واحد. قسمة عدد مكون من رقمين أو ثلاثة على آخر مكون من رقم واحد. الكسور التي مقاماتها 6، 8، 10

مفاهيم حسابية وتطبيقات	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ الأعداد الزوجية والفردية والتميز بينهما. ▪ العامل (القاسم) والمضاعف. ▪ قابلية القسمة على 2، 3، 5 (ضمن 100) ▪ مسائل تطبيقية ذات خطوتين على الأكثر على العمليات الأربعة. 	<p>مسائل تطبيقية تتناول:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ وحدات النقد الأردني. ▪ وحدات الطول. ▪ وحدات الوزن. ▪ وحدات الزمن. ▪ مسائل تطبيقية ذات خطوتين على الأكثر.
الهندسة	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ التعرف على الشعاع والزاوية. ▪ أنواع الزوايا: القائمة والحادة المنفرجة. ▪ أنواع المثلث من حيث الزوايا والأضلاع. ▪ التعرف على المكعب ومتوازي المستطيلات. ▪ رؤوس وأحرف وأوجه كل من: المكعب ومتوازي المستطيلات. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ التعرف على: النقطة والقطع المستقيمة. ▪ رسم القطعة المستقيمة على ورق المربعات. ▪ رسم الأشكال الهندسية، المثلث والمربع والمستطيل والتعرف على رؤوس وعدد أضلاع كل منها.
القياس	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ الطول: إيجاد أطوال القطع المستقيمة لأقرب سم بالقياس. ▪ إيجاد محيط بعض الأشكال الهندسية البسيطة المغلقة مثل الربع والمستطيل والمثلث بالقياس. ▪ التحويل بين مختلف وحدات الطول المترية. ▪ المساحة: استخدام وحدات غير قياسية في مقارنة بين المساحات. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ النقد: الفلاس ▪ الطول: الكيلو متر، الديسمتر، المليمتر ▪ الزمن: قراءة الساعة بشكل عام، الدقيقة والثانية. ▪ الكتلة/ الوزن: الكيلو غرام والغرام. ▪ السعة: استخدام وحدات غير قياسية في المقارنة بين مختلف السعات.

<ul style="list-style-type: none"> ▪ الزاوية: استخدام الزاوية القائمة في التعرف على أنواع الزوايا. ▪ السرعة: كيلو متر/ الساعة. 	
<p>أساسيات الرياضيات</p>	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ خاصية التجميع لعملية الضرب على الأعداد. ▪ جملة مفتوحة تتضمن +، -، × 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ خاصية التجميع لعملية الجمع على الأعداد. ▪ خاصية توزيع الضرب على الجمع. ▪ استعمال الإشارات <، >، =

3- الأساليب والوسائل والأنشطة:

وهي مجموعة الإجراءات التي قوم بها كل من المعلم والمتعلم من أجل تحقيق الأهداف، وتكون الأنشطة تعليمية أو تعليمية، فالأنشطة التعليمية هي التي يقوم بها المعلم أما الأنشطة التعليمية فهي التي قوم بها المتعلم.

وتمثل الأنشطة حلقة وصل بين الطالب والمعرفة، فهي الوسيلة التي تزود الطالب بالمعلومات والمهارات والاتجاهات التي تحدها مادة المنهاج.

4- التقويم:

وهو العملية التي يتم بواسطتها تقدير مدى تحقق الأهداف المخطط لها لدى المتعلم واتخاذ القرارات الضرورية بخصوصها.

وتمر عملية التقويم في عملية التدريس بثلاثة مراحل هي:

أ - **تقويم التعلم القبلي:** وهي تقويم الخبرات السابقة الضرورية للتعلم الجديد للحكم على مدى امتلاك الطلبة لها قبل البدء بالتعلم الجديد، أو هو عملية تقييمية الغرض منها الكشف عن الأساس المعرفي لاكتساب الخبرات الجديدة.

ب - **التقويم التكويني:** وهو التقويم الذي يحدث أثناء عملية التعلم للحكم على مدى سير الطلبة في الاتجاه الصحيح نحو بلوغ الأهداف، أو هو عملية تقييمية تحدث أثناء التدريس وتهدف إلى تزويد المعلم والمتعلم بتغذية راجعة لتحسين عملية التعليم والتعلم ومعرفة مدى تحقيق تقدم التلاميذ.

ت - **التقويم الختامي:** هو عملية تقييمية تهدف إلى قياس ما تعلمه المتعلمين خلال فترة زمنية معينة.

مبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات:

يجمع المربون على أن من الصعب وضع قواعد ومبادئ عامة وثابتة يتبعها المعلمون في تدريسهم. فالعملية التربوية تفاعل بين المعلم والطالب والمدرسة والبيت والبيئة، لذا تختلف طرق التدريس باختلاف هذه التغيرات، تجدر الإشارة إلى أن هناك بعض الآراء والمبادئ العامة التي يتفق عليها الكثير من المربين وتتعلق بالممارسات الصفية، نورد فيما يلي بعضاً منها :

(1) مراعاة الفروق الفردية:

ويتطلب هذا من المعلم استخدام أساليب ووسائل متنوعة في التعلم تلبي حاجات الطلاب الفردية، كأن يستخدم الأسلوب الفردي في التعلم، أو تقسيم الطلاب إلي مجموعات صغيرة يعمل أفراد كل منها متعاونين لإنجاز العمل المطلوب .

(2) التعلم بالعمل والمشاركة:

يتعلم الطلاب الرياضيات بطريقة أفضل عن طريق العمل والمشاركة الفعالة في الأنشطة التي تتيح لهم تطبيق ما تعلموه. وعلى المعلم إشراك الطلاب بصورة جيدة ومناقشة الأفكار وتكليفهم بوظائف تستدعي التفكير .

(3) التعلم بالاكشاف:

أن أساليب التدريس التي تشجع الطلبة على اكتشاف الأفكار والحلول بأنفسهم تولد عندهم شعوراً بالرضي والرغبة في مواصلة العمل والتعلم .

(4) التتابع في التعلم :

المعرفة الرياضية تراكمية، وهرمية، تكون فيها المفاهيم الأولية اللبانات الأساسية والقاعدة العريضة لهذا الهرم، وهناك المفاهيم والمهارات والمبادئ التي تبني على المفاهيم الأولية، لذا يصعب تعلم مفهوم جديد دون التمكن من المفاهيم السابقة ذات العلاقة. وإن إعطاء الموضوع الجديد دفعة واحدة لا يحقق تكامل عناصره جميعها، بل قد يهدم ويعيق تقدم الطالب للوصول إلي قمة الهرم.

(1) التدريب يعزز تعلم المفاهيم واكتساب المهارات الرياضية:

التدريب ضروري في عملية التعلم وخاصة في اكتساب المهارات، وتكمن أهمية التدريب في كونه وسيلة لحفظ التعلم من الضياع واستبقاؤه لفترة أطول، والتدريب الموزع على فترات أفضل من التدريب دفعة واحدة.

(2) التعزيز:

النقد المتواصل للمتعلم وعدم تشجيعه بضعف من عزيمته، ويقلل من ثقته بنفسه، أما التشجيع المتواصل واستثارة دافعية المتعلم فإنها تحفزها على

الاستمرار في التعلم، ويدفعه إلى الأمام وتنمي لديه اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات، ومما يساعد على دوام التعلم: التدريب والمراجعة والتطبيق .

(3) التدرج في التعليم :

على المعلم أن يحرص على عدم إعطاء وتدريب موضوع جديد في الرياضيات دفعة واحدة، بل عليه أن يتذكر أن تعليم أي موضوع جديد في الرياضيات يمر بأربع مراحل أساسية هي:

1. التعليم من أجل الفهم الأولى للموضوع .
2. التعليم من أجل تعميق الفهم والاستيعاب .
3. التعليم من أجل التطبيق والانتقال إلي مواقف أخرى.
4. التعليم من أجل دوام التعلم واستبقاؤه .

وفيما يلي شرح موجز لهذه النقاط:

1- الفهم الأولي للمادة الجديدة أو للموضوع:

من الطبيعي أن لا يكون الطالب أو الطالبة قادر على استيعاب وفهم أي موضوع جديد غير مألوف، ولذا كان لزاماً على المعلم أو المعلمة طرح بعض الأسئلة المنتقاة لاستثارة تفكير الطلبة لاكتشاف الحقائق والعلاقات الجديدة بأنفسهم.

2- تعميق الفهم والاستيعاب:

هذه المرحلة هي مرحلة عمل ذاتي من قبل الطالب أو الطالبة تتاح لهم فيها فرص العمل والتفكير ليكتسبوا إدراكاً أوسع في تعلم مفاهيم جديدة، ويجب أن تتاح لهم فرصة التفكير في مسائل جديدة ليروا كيف تستخدم هذه الأفكار والمبادئ في حلها.

3- التعليم بهدف التطبيق والانتقال إلي مواقف أخرى:

مرحلة انتقال التعلم تعني أن أداء مهمة ما أو خبرة تعليمية ما في موقف ما يؤثر على أداء مهمة لاحقة أو تعلم خبرة قادمة جديدة، ومن هذا المنطلق يجب أن تكون مرحلة انتقال التعلم على قمة أهداف تدريس الرياضيات، فقد يكون الانتقال إيجابياً أو سلبياً، ومن أمثلة انتقال التعلم هو تعلم خوارزمية الضرب مثلاً، والمهارة المكتسبة ينقل إلى تعلم خوارزمية القسمة ويؤدي إلى إتقان مهارة القسمة.

4-التعليم بهدف أجل دوام التعلم واستبقاؤه:

أي موضوع جديد يتعلمه الطالب أو الطالبة قابل للنسيان بسرعة إلا إذا حفظ عن طريق التطبيق والتدريب وللإستفادة من هذه المرحلة علينا بالسبل التالية:

- **التدريب:** فالتدريب وسيلة أساسية للتأكيد على المفاهيم الجديدة، فإذا أريد أن يكون تعلم الرياضيات فاعلاً وجب تلازم الفهم جانب الكفاية في إجراء العمليات.

- **المراجعة:** فهي مرتبطة بالتدريب فكليهما يتميزان بتعميق استيعاب الطالب، ويهدفان إلى تثبيت المفاهيم الجديدة.

- **التطبيق:** يعد تعلم الطالب أو الطالبة جيداً تبقى مشكلة الاحتفاظ بما تعلموه ومن غير تطبيق استعمال مستمرين تصبح المفاهيم غامضة.

الوحدة الثالثة

الأهداف التربوية وتحليل المحتوى

مفهوم الهدف التربوي

مصادر اشتقاق الأهداف التربوية

أهمية تحديد الأهداف في التدريس

مستويات الأهداف التربوية

شروط صياغة الأهداف التعليمية

مكونات الهدف السلوكي

ممارسات خاطئة في صياغة الأهداف السلوكية

تصنيف الأهداف السلوكية

الوحدة الثالثة

الأهداف التربوية

مفهوم الهدف التربوي:

تعتبر الأهداف أحد أهم عناصر المنهاج لأنها تمثل الأساس الصحيح لكل نشاط تعليمي هادف، حيث تعمل على توجيه العمل التربوي إلى ما نسعى إلى تحقيقه من نتائج للتعليم المرغوب فيه، كما تشكل الأهداف معياراً يتم به تحديد المحتوى وتطوير أساليب وطرق التدريس واستخدام وسائل التقويم.

ولابد لكل عمل نقوم به أن يكون له هدف يمثل الغاية التي نسعى الوصول إليها، وهذا يحتاج إلى نشاط أو خبرة لا بد من أن يمر فيها الفرد لتحقيق الهدف المرغوب.

والهدف التربوي هو أي تغيير يراد إحداثه في سلوك المتعلم بعد مروره بخبرة تعليمية، وهذا التغيير يجب أن يُصاغ صياغة واضحة ومحددة في جملة معبرة تسمى العبارة الهدفية.

مصادر اشتقاق الأهداف التربوية:

تشتق الأهداف التربوية والتعليمية من عدة مصادر، ولكل مصدر أهميته ووزنه في عملية اشتقاق الأهداف، ومن هذه المصادر:

1 - **فلسفة المجتمع:** لكل مجتمع مبادئ تقوم عليها فلسفته، وهذه المبادئ تُحدد الأهداف التي يسعى المجتمع لبلوغها عن طريق تربية أفراده بأسلوب وطريقة معينة، فالمجتمع يتوقع من التربية أن تخلق أفراداً لديهم من المعلومات والمهارات والاتجاهات ما يجعلهم قادرين على تحقيق أهدافه. (الوكيل والمفتي: 1998)

2 - **فلسفة التربية:** ترتبط فلسفة التربية بفلسفة المجتمع، لذا فإن أهداف التربية حيث نموه وحاجاته وميوله وقدراته واهتماماته لخلق الدافعية لديه للإقبال على التعلم، وليس المهم فقط ما يجب أن يتعلمه الفرد بل يجب أن يؤخذ بعين الاعتبار خصائص المتعلم، وفي ضوءها يتم تحديد الأهداف التي تنمشى مع حاجاته وقدراته واهتماماته واستعداداته، كما يحتاج

واضعو المناهج إلى معرفة كيف يتعلم الفرد في ضوء نظريات التعلم المختلفة.

3 - **المادة الدراسية:** تتخذ التربية من المواد الدراسية وسائل لتحقيق أهدافها، لذا يجب أن تتسق أهداف المواد الدراسية مع أهداف التربية.

4 - الخصائص النمائية للتلاميذ وحاجاتهم، وميولهم ودوافعهم، وقدراتهم العقلية.

5 - التحديات المعرفية التي يتواجه المجتمع نتيجة التطور العلمي والتكنولوجي.

6 - محاولات التكيف مع البيئة أو السيطرة عليها.

وتختلف الأهداف باختلاف المادة الدراسية، وهذا يعني وجوب مراعاة أهداف كل مادة مع بنيتها المعرفية، كما أن المعرفة متغيرة وفي ازدياد مستمر، حيث يقدر العلماء أن (90%) من المعرفة اليوم تم اكتشافها في السنوات الستين الأخيرة، وهذا الانفجار المعرفي يؤثر في الأهداف وطبيعتها.

أهمية تحديد الأهداف في التدريس:

تكمن أهمية تحديد الأهداف في التدريس فيما يلي: (حمدان: 2005)

1- تحديد الأهداف ضروري لاختيار الخبرات السابقة المناسبة:

تعتبر الخبرات السابقة حلقة وصل بين ما يعرفه الطالب وما يحتاج لمعرفته قبل البدء بالتعلم الجديد، فمثلاً إذا كان الهدف المراد تحقيقه هو:

أن يجد الطالب ناتج جمع عددين كل منهما مكون من منزلتين دون حمل.

فإن محتوى الهدف يتضمن أن المعرفة السابقة الضرورية لتحقيق هذا الهدف هي حقائق الجمع، لذا فإن على المعلم قياس مدى معرفة الطلبة بحقائق الجمع قبل البدء بتقديم الموضوع الجديد وهو جمع عددين من منزلتين دون حمل.

2- تحديد الأهداف ضروري لاختيار النشاط التعليمي المناسب:

لتحقيق أي هدف يحتاج الطالب إلى المرور بنشاط أو خبرة يقوم المعلم بالتخطيط والإعداد لها، والنشاط الهدف هو النشاط الذي يرتبط ارتباطاً وثيقاً بالهدف، فمثلاً إذا كان الهدف المراد تحقيقه هو:

"أن يجد الطالب طول قطعة مستقيمة باستخدام المسطرة المدرجة"

فإنه لتحقيق هذا الهدف يجب أن يُخطط المعلم لنشاط يتضمن توفير قطع مستقيمة بأطوال مختلفة ومسطرة مدرجة يستخدمها الطالب لقياس أطوال القطع المستقيمة.

3-تحديد الهدف ضروري لعملية التقويم السليمة:

لابد لكل عملية تعليم من تقويم لمعرفة مدى تحقق الهدف الذي تم التخطيط له وتنفيذه، والتقويم السليم للهدف هو الذي يقيس التغيير المتوقع في سلوك المتعلم نتيجة مروره بخبرة، فمثلاً إذا كان الهدف المراد تحقيقه هو:

أن يكتب الطالب عدداً من ثلاث منازل بالطريقة التحليلية.

فإنه لقياس المدى تحقق الهدف يجب أن يكون النشاط التقويمي على الصورة التالية: أكتب الأعداد التالية بالطريقة التحليلية: 364 ، 180 ، 907

مستويات الأهداف التربوية:

يمكن تصنيف الأهداف التربوية إلى ثلاثة مستويات، وهي:

1- الأهداف بعيدة المدى:

وتمثل النتائج المرغوب فيها من الناحية التربوية وتعتبر من أكثر مفاهيم الأهداف شمولاً، وتحتاج إلى وقت طويل لتحقيقها قد يشمل جميع المراحل الدراسية، لذا فإنه يمكن تسميتها أهدافاً بعيدة المدى، مثال: إعداد المواطن الصالح أو الإنسان الصالح.

2-الأهداف متوسطة المدى:

وهي الأهداف التي تطرح لمادة دراسية أو برنامج دراسي تربوي محدد، ولا تحتاج إلى وقت طويل لتحقيقها، كما أن الوقت الذي تحتاجه هذه الأهداف لإمكانية تحقيقها ليس قصيراً لذا فإن هذه الأهداف تسمى أهدافاً متوسطة المدى.

ومن الأمثلة على الأهداف العامة التربوية في مادة الرياضيات ما يلي:

- تزويد الطلبة بالمهارات الأساسية في الرياضيات كالجمع والطرح والضرب والقسمة.

- تنمية مهارة حل المسألة الرياضية لدى الطلبة.

- بيان علاقة الرياضيات بميادين المعرفة الأخرى كالعلوم.

- تدريب الطلبة على استخدام الأدوات الهندسية.

- تدريب الطلبة على إجراء الحسابات المختلفة باستخدام وحدات المقاييس المختلفة مثل النقود والأوزان والأطوال.

- تنمية عدد من القيم المهمة لدى الطلبة مثل الدقة والنظام والموضوعية.

4-الأهداف قصيرة المدى:

وتمثل العبارات التي يحاول المعلم وطلبته تحقيقها داخل غرفة الصف، وتعمل على التطبيق الفعلي للمنهاج المدرسي والقيام بتنفيذه، وترجمة الأهداف العامة إلى أهداف أبسط تحتاج إلى وقت قصير نسبياً لتحقيقها، قد يستغرق حصة أو جزءاً من الحصة، لذا فإنها تسمى أهدافاً قصيرة المدى.

ومن الأمثلة على الأهداف التعليمية في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يُعرف الطالب مفهوم العدد الزوجي.
- أن يُحدد الطالب العملية التي تتطلبها حل مسألة.
- أن يحسب الطالب مساحة منطقة مستطيلة الشكل علم طولها وعرضها.
- أن يقارن الطالب بين المستطيل والمربع موضحاً أوجه الشبه والاختلاف بينهما.
- أن يحل الطالب مسألة (مكونة من خطوتين أو أكثر) على العمليات الأربعة على الأعداد.
- أن يبين الطالب كفاية أو عدم كفاية البيان لحل مسألة ما.

شروط صياغة الأهداف التعليمية:

لصياغة الهدف التعليمي بطريقة صحيحة، هناك عدة شروط منها:

- 1 - أن يصاغ الهدف بشكل يوضح السلوك الذي يقوم به المتعلم.
- 2 - أن يصاغ الهدف بشكل يجعله قابلاً للقياس.
- 3 - أن يصاغ الهدف بشكل يعكس ناتج التعلم وليست عملية التعلم ذاتها.
- 4 - أن يحتوي الهدف على ناتج تعليمي واحد على الأكثر.

مكونات الهدف التعليمي:

لاحظ الهدف التعليمي التالي: أن يرسم الطالب مربعاً علم طول ضلعه، باستخدام المسطرة، بدقة 90%.

يتكون الهدف التعليمي من أربعة عناصر هي:

- 1 - **فعل السلوك:** ويكون واضحاً ومحدداً وقابلاً للقياس، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يمكن قياس الفعل "يرسم" بشكل واضح ومحدد.
- 2 - **المحتوى:** ويمثل المادة التعليمية التي سيتم تعليمها أو جزءاً منها، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يكون المحتوى هو "مربعاً علم طول ضلعه"
- 3 - **الظرف:** وهو الذي يتم فيه فعل السلوك للوصول إلى تحقيق الهدف، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يكون الظرف هو "باستخدام المسطرة"
- 4 - **المعيار:** وهو مستوى قبول تحقق الهدف بالنسبة للمتعلم، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يكون المعيار هو "بدقة 90%".

ممارسات خاطئة في صياغة الأهداف السلوكية:

يقع كثير من المعلمين في أخطاء شاسعة عند صياغتهم لأهدافهم، ومن هذه الأخطاء:

وصف سلوك المعلم: وهو أكثر الأخطاء شيوعاً، ومثال ذلك:

- مساعدة التلميذ على زيادة قدرته على القراءة.
- تنمية القدرة الحاسوبية عند التلاميذ.

صياغة الهدف بدلالة طريقة التعلم بدل النتائج التعليمية، ومثال ذلك:

- تدريب التلاميذ على استعمال المهجر.
- يبحث التلاميذ عن الكلمات الصعبة في آية قرآنية.

اتخاذ اسم الموضوع كهدف، ومثال ذلك:

- أسباب الثورة الفرنسية.
- المبتدأ والخبر.

احتواء الهدف على أكثر من نوع من السلوك، ومثال ذلك:

- أن يقرأ التلميذ، ويفسر آية قرآنية معينة.
 - يشرح التلميذ تكوين السحب، وكيفية حدوث المطر.
- 1 - استخدام أفعال صعب القياس مثل: يزيد، يكتسب، يدرك، ينمي، يقدر، يتعلم

تصنيف الأهداف السلوكية:

صنف بلوم ورفاقه الأهداف التربوية إلى ثلاثة مجالات هي:

- 1 - المجال المعرفي.
- 2 - المجال الوجداني.
- 3 - المجال النفسحركي.

ونقدم فيما يلي تفصيلاً لكل مجال ومستوياته مع ذكر أمثلة على كل مستوى: أولاً- المجال المعرفي:

ويتعامل مع العمليات العقلية للمتعلم بمختلف مستوياتها من مجرد استرجاع المعلومات التي قرأها أو سمعها، إلى فهم وتطبيق ما تعنيه، إلى تحليل ما بينها من علاقات متداخلة، إلى تجميع الأجزاء وإخراجها في قالب جديد، ومن ثم إلى الحكم على مضمونها من حيث الدقة والموضوعية والحدثة. (سعادة: 2001)

وقد صنف بلوم المجال المعرفي إلى ستة مستويات مرتبة هرامياً كما يلي:

1-مستوى المعرفة أو التذكر:

ويمثل أدنى مستويات المجال المعرفي، ويعني تذكر المعلومات التي تم تعلمها من خلال استدعائها من الذاكرة أو التعرف عليها.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى المعرفة في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يُعرف الطالب المربع بدقة.
- أن يذكر الطالب حقائق الضرب ضمن 5×5 بنسبة صواب (90%)
- أن يسمي الطالب الأعداد الزوجية من 1-10.
- أن يُعدّد الطالب الأعداد الأولية من 1-10.
- أن يتعرف الطالب على مفهوم العدد الزوجي.
- أن يذكر الطالب قاعدة تحديد العدد الزوجي بشكل صحيح.
- أن يذكر الطالب نص قانون مساحة المستطيل دون أخطاء.

2-مستوى الفهم أو الاستيعاب:

يعتبر من المستويات الدنيا في المجال المعرفي، حيث يتطلب الأمر من المتعلم القدرة على إدراك المعاني الخاصة بالمادة التي يقرأها أو يسمعها أو يشاهدها ويفهم معناها الحقيقي ثم يصياغها بأشكال جديدة.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى الفهم والاستيعاب في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يحدد الطالب المعطيات الواردة في المسألة الرياضية دون أخطاء.
- يعطي مثلاً على العلاقة بين الضرب والقسمة .
- أن يمثل الطالب العدد عشرة آلاف في لوحة المنازل.
- أن يحول الطالب المسائل اللغوية إلى مسائل حسابية.
- أن يكمل الطالب المتتاليات العددية بطريقة صحيحة.
- أن يستخلص الطالب معلومات من جدول بياني بدقة.
- أن يُفسر الطالب الرسم البياني المعطى بنسبة صواب (90%)
- أن يُحدد الطالب العملية التي تتطلبها حل مسألة بشكل صحيح.
- أن يوضح الطالب خطوات إجراء قسمة عدد على عدد آخر دون أخطاء.

3-مستوى التطبيق:

ويتطلب من الطالب تطبيق المفاهيم والتعميمات والمهارات التي درسها وفهمها في مواقف تعليمية جديدة:

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التطبيق في مادة الرياضيات، ما يلي:

- ان يحل الطالب المسألة الرياضية (ذات خطوة واحدة) على جمع الأعداد بدقة.
- أن يرسم الطالب دائرة نصف قطرها 3 سم.
- ان يضرب الطالب عدد مكون من ثلاثة منازل في آخر مكون من منزلة واحده.
- أن يجد الطالب ناتج قسمة عدد من (3) منازل على عدد من منزلة واحدة دون باقي دون أخطاء.
- أن يستخدم الطالب الآلة الحاسبة لإيجاد ناتج ضرب عددين كل منهما مكون من (3) منازل دون أخطاء.
- أن يستخدم الطالب الأدوات الهندسية لرسم مربع علم طول ضلعه بدقة.

4-مستوى التحليل:

ويتطلب من الطالب القيام بتجزئة المادة التعليمية إلى عناصر ثانوية أو فرعية وإدراك ما بينها من علاقات أو روابط: مما يؤدي إلى فهم بنيتها.

- ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التحليل في مادة الرياضيات، ما يلي:
- أن يُقارن الطالب بين المربع والمستطيل موضحاً أوجه الشبه والاختلاف بينهما بنسبة (80%).
 - أن يميز الطالب بين المكعب ومتوازي المستطيلات موضحاً أوجه الشبه والاختلاف بينهما.
 - أن يُحدد الطالب العمليات الحسابية التي تتطلبها حل مسألة تتضمن أكثر من عملية حسابية واحدة دون أخطاء.
 - أن يُفرِّق الطالب بين القطعة المستقيمة والمستقيم بدقة.
 - أن يفرق الطالب بين مجموعة الأعداد الفردية ومجموعة الأعداد الزوجية بدقة.
 - أن يُحلل الطالب عدداً مؤلفاً من (3) أرقام مبيناً القيمة المنزلية لكل رقم بدون أخطاء.
 - أن يستنتج الطالب أن عملية جمع الأعداد تحقق الخاصية التبادلية بشكل صحيح.

5- مستوى التركيب:

- ويتطلب من الطالب وضع الأجزاء المكونة للمادة التعليمية مع بعضها في مضمون جديد لم يكن موجوداً من قبل.
- ويعتبر مستوى التركيب عملية عكسية لمستوى التحليل، فالتحليل هو تجزئة المادة إلى عناصرها بينما التركيب هو تجميع العناصر في كل متكامل.
- ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التركيب في مادة الرياضيات ما يلي:
- أن يرتب الطالب مجموعة أعداد ترتيباً تصاعدياً بشكل صحيح.
 - أن يكتب الطالب مقالة قصيرة عن أهمية الرياضيات في الحياة اليومية دون أخطاء.
 - أن يستقرئ الطالب حاصل جمع عدد زوجي مع عدد زوجي يساوي عدد زوجي.
 - أن يكون الطالب أكبر عدد من مجموعة أعداد معطاة له.
 - أن يربط الطالب بين التعميمات المتعلقة بجمع الأعداد والتعميمات المتعلقة بضرب الأعداد بنسبة صواب (90%).

- أن يقترح الطالب خطة لتدريس زملائه مفهوم العدد الزوجي بشكل صحيح.

6-مستوى التقويم:

ويطلب من الطالب الحكم على قيمة الأشياء أو الأحداث أو غيرها مما كان قد تعلمه سابقاً، ويكون هذا الحكم مبنياً على معايير داخلية تنبع من معتقداته ومعايير خارجية يكون المتعلم متأثراً فيها بالظروف المحيطة بالحدث.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التقويم في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يبين الطالب كفاية أو عدم كفاية البيانات لإيجاد حل للمسألة الرياضية دون أخطاء.

- أن يختار الطالب مع إبداء الأسباب الطريقة الأكثر ملاءمة لكتابة العدد المكون من عدة منازل بالطريقة التحليلية بشكل صحيح.

- أن يتحقق الطالب من صحة الإجابات.

- أن يحكم الطالب على أهمية إتقان العمليات الحسابية في تسهيل أداء الأعمال الحياتية.

- أن يُبدي الطالب رأيه في استخدام الآلة الحاسبة في غرفة الصف في مادة الرياضيات.

- أن يحكم الطالب على الدور الذي تلعبه الرموز في مادة الرياضيات بشكل صحيح.

ثانياً- المجال الوجداني (الانفعالي):

صنف (كراثول) المجال الوجداني إلى خمسة مستويات تتعامل جميعها مع القيم والمشاعر. وهذه المستويات هي:

الاستقبال:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى إبداء الرغبة في الاهتمام بقضية ما أو موضوع معين أو مشكلة عامة، وغالباً ما يكون دور الطالب محمداً وسلبياً، بحيث لا يتعدى مجرد الاهتمام أو إبداء الرغبة، مثال: أن يبدي الطالب رغبة في مساعدة زملائه من الطلبة ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

الاستجابة:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى المشاركة الفعلية في القضية بعد قبول الاستجابة والرغبة فيها، أي أن دور الطالب يا يقف عند حد الاهتمام بالقضية كما كان في مستوى الاستقبال، مثال: أن يتحمل الطالب المسؤولية في حل مشكلة معاناة زملائه ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

1 - **التقييم أو التثمين:** ويطلب من الطالب في هذا المستوى أن يظهر قيمة الظاهرة أو الحدث الذي استقبله واستجاب له سابقاً، مثال: أن يقدر الطالب جهود الطلبة في مساعدة زملائهم ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

2 - **التنظيم:** ويطلب من المتعلم في هذا المستوى تنظيم المعتقدات والاتجاهات حول الظاهرة أو القضية، والمقارنة بينها وحل بعض التناقضات الموجودة فيما بينها، وبناء نظام متماسك من المعتقدات والاتجاهات، مثال: أن يرسم الطالب خطة للتخفيف من معاناة بعض زملائه ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

3 - **تشكيل الذات (التنوير):** تتشكل لدى المتعلم في هذا المستوى فلسفة معينة تميزه عن غيره من الأفراد، حيث يتشكل لديه نظام من القيم تتحكم في سلوكه لفترة طويلة تعمل على تطوير نمط الحياة التي يعيشها ذلك الفرد، مثال: أن يؤمن الطالب بأهمية مساعدة الطلبة ذوي التحصيل المتدني في التخفيف من معاناتهم من هذا التدني في مادة الرياضيات.

ثالثاً- المجال النفسحركي (المهاري):

صنف (سمبسون المجال النفسحركي إلى سبعة مستويات تتعامل جميعها مع الجانب الجسماني أو الجسدي وما يصاحبه من حركات ومهارات (نزال: 2000)، وهذه المستويات هي:

1-الإدراك الحسي:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى استعمال أعضاء الحس قبل القيام بالمهارة المطلوبة.

مثال: أن يختار الطالب الأدوات الأكثر ملاءمة لرسم مربع علم طول ضلعه.

2- الميل أو الاستعداد:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى إظهار الميل والاستعداد للقيام بالمهارة، وشمل ذلك الميل كلاً من الميل الجسمي والميل العقلي والميل الوجداني بشكل مترابط.

مثال: أن يبدي الطالب الرغبة في عمل وسيلة تعليمية عن حقائق عملية الضرب.

3- الاستجابة الموجهة:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بأداء المهارة برغبة وحماس من خلال التقليد أو المحاولة والخطأ.

مثال: أن يفقد الطالب معلمه في عمل وسيلة تعليمية عن حقائق عملية الضرب.

4- الآلية (الميكانيكية):

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بالمهارة التي لا تتصف بالتعقيد دون أخطاء، حيث يقوم الطالب بالعمل بعد تكراره عدة مرات: مما يؤدي إلى إيجاد نوع من الثقة والكفاءة لديه.

مثال: أن يستخدم الطالب الأدوات الهندسية بشكل اعتيادي في حل المسائل الهندسية.

5- الاستجابة الظاهرية المعقدة:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بالمهارة المعقدة نسبياً بسرعة ودقة وإتقان دون أخطاء، وفي هذا المستوى تكون ثقة المتعلم بنفسه عالية في إتقان المهارة.

مثال: أن يصنع الطالب مكعباً من الخشب بدقة وبراعة تامة.

6- التكيف:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بتعديل مهارة ما أو جزء منها، أي أنه يكتشف ما بها من خلل، ويقوم بتصويبه في ضوء خلفيته المعرفية في أداء هذه المهارة.

مثال: أن يعيد الطالب ترتيب بطاقات مبعثرة طرحها زميله للوصول إلى شكل هندسي محدد.

7-الأصالة والإبداع:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى أن يقوم بابتكار مهارة جديدة أو حركة في مهارة ما، معتمداً على خبرته الطويلة والدقيقة في هذه المهارة.
مثال: أن يصمم الطالب مجسمات لاستخدامها كوسائل تعليمية في الهندسة.

الوحدة الرابعة

عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها

أولاً: المفاهيم الرياضية **Mathematical Concepts**

ثانياً: التعميمات الرياضية **Mathematical Centralizations**

ثالثاً: الخوارزميات والمهارات الرياضية:

Mathematical Algorithm and Skills

رابعاً: المسألة الرياضية: **Mathematical Problems**

الوحدة الرابعة

عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها

أدت النظرة الحديثة للرياضيات إلى اعتبار أن الرياضيات ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة، تغطي فروعها التقليدية مثل الجبر والحساب والهندسة، وإنما هي بنية متكاملة مترابطة تدمج بين هذه الفروع. وقد ظهر نتيجة لذلك تصنيف جديد للمعرفة الرياضية، يتكون من العناصر التالية:

أولاً: المفاهيم الرياضية Mathematical Concepts

ثانياً: التعميمات الرياضية Mathematical Centralizations

ثالثاً: الخوارزميات والمهارات الرياضية: Mothematical Algorithm and Skills

رابعاً: المسألة الرياضية: Mathematical Problems

ونقدم فيما يلي وصفاً لكل عنصر من عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها.

أولاً: المفاهيم الرياضية Mathematical Concepts

تعتبر المفاهيم الرياضية اللبنة الأساسية للبناء الرياضي، فالقواعد والتعميمات والمهارات الرياضية تعتمد اعتماداً كبيراً على المفاهيم في تكوينها واستيعابها، وتتميز الرياضيات الحديثة بكونها ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة أو مهارات، بل هي أبنية محكمة تتصل ببعضها البعض اتصالاً وثيقاً وتشكل في النهاية بنياناً متكاملماً متيناً واللبنات الأساسية لهذا البناء هي المفاهيم الرياضية.

"ويعتبر تعلم المفاهيم الرياضية للتلاميذ، أحد أهداف تدريس الرياضيات في جميع مراحل التعليم، كما تعتبر من أساسيات العلم والمعرفة العلمية" (زيتون، 1994: 80).

ومن هنا تبرز الأهمية الكبرى للمفاهيم الرياضية في العملية التربوية، والأمر الذي حدا بكثير من المربين أن يتناولوا بالبحث والتحليل للمفاهيم الرياضية، من حيث معناها وتصنيفاتها وكيفية تدريسها، "وهم يقومون بالبحث عن

أفضل الطرق والأساليب التي يمكن للمعلم استخدامها وهو مطمئن إلى فاعليتها في تحقيق الأهداف التي يتوخاها، والتي من خلالها يكتسب طلابه المفاهيم بدقة ووضوح " (أبو زينة، 1990: 133) .

المقصود بالمفاهيم الرياضية :

لقد أجريت محاولات كثيرة من قبل العلماء لتعريف المفهوم، حيث تم تعريفه بتعريفات متفاوتة، تتناسب وطبيعة المجال الذي تناوله، ومن أهم التعريفات التي عرضت للمفهوم ما يلي :

يعرف قاموس التربية (104 : 1982 , P.J.Hills) " المفهوم على أنه تصور عقلي عام لموقف أو لشيء، وهو مجرد وليس محسوس، وهو فكرة، أو رأي أو صورة عقلية لشيء أو موقف معين، يشترك بخصائص وصفات يمكن تصنيفها على أساس التقارب أو التشابه " .

في حين يعرفه القاموس الدولي للتربية (: 1979 , Getery & Thomas p.81) " بأنه تبيين عام للأحداث و الأشياء، التي يمكن الوصول إليها بعمليات التصنيف والمثابفة، والتمييز باستخدام اللغة الرمزية، وهو تصور سهل يختصر ويلخص الأحداث الكثيرة " .

ويعرفه (أبو زينة، 1990: 135) " بأنه الصورة الذهنية التي تتكون لدى الفرد نتيجة تعميم صفات وخصائص استنتجت من أشياء متشابهة " .

ويعرفه (نشوان، 1998: 17) " بأنه ما يتكون لدى الفرد من معنى وفهم وقدرة على تطبيق ذلك الفهم في تطبيق مواقف جديدة " .

ويعرفه (الشارف، 1997: 26) " هو عبارة عن صورة ذهنية مجردة تكونت لدى الفرد نتيجة لتعميم خواص وصفات مشتركة بين مجموعة من العناصر " .

ويعرفه (Nelson & Michale , 1980 : p.67) " بأنه عبارة عن مجموعة من الأشياء أو الرموز أو الأحداث الخاصة التي جمعت معاً على أساس من الخصائص المشتركة التي يمكن الدلالة عليها باسم أو رمز معين " .

كما يعرفه (إبراهيم، 1997: 89) " بأنه تجريد عقلي للصفات المشتركة لمجموعة من الأشياء أو الخبرات والظواهر والأعمال والترتيبات " .

ويشير الشارف إلى أن تعريفات المفهوم تبرز ثلاث عناصر هامة للمفهوم هي: (الشارف، 1997: 27)

1- فراغ المفهوم: ويشمل كل الصفات و الخواص و المميزات التي تتوفر في الحالات التي تتفق والمفهوم، فمثلاً مفهوم " متوازي الأضلاع " فراغه يتكون

من " مجموعة " من الأشكال الهندسية الرباعية والتي كلها تشترك في صفة و خاصية موجبة وهي أن لها ضلعين متقابلين متوازيين بغض النظر عن كونها مربعاً أو مستطيلاً أو معيناً

2-مصطلح المفهوم:

وهو الاسم أو الرمز الذي يطلق على المفهوم بناء على الخواص المشتركة بين عناصر فراغه ويكون مصطلح المفهوم " متوازي الأضلاع " .

محتوى المفهوم:

العبارة التي تعرف المفهوم، وهي عبارة تلخص وتجمع الخواص المتوافرة في عناصر الفراغ والتي تميزها عن غيرها، وتعكس الصورة العامة للخواص فمثلاً مفهوم " متوازي الأضلاع " شكلاً رباعياً له زوجان من الأضلاع المتوازية .

ويتضح من العرض السابق للتعريفات المختلفة للمفهوم بأنه على الرغم من اختلاف العبارات التي استخدمت في تعريف المفهوم منطقياً، إلا أنها اتفقت على أن المفهوم نوع من التعميم القائم على جمع الصفات المشتركة بين عدة أشياء أو مواقف وأن المفهوم ليس كلمة أو رمز بل هو مضمون هذه الكلمة أو الرمز . بالإضافة إلى ذلك هناك بعض الصفات التي يجب أن تتوفر في المصطلح حتى نطلق عليه مفهوم:

- 1- أن يكون ذا دلالة لفظية بحيث يمكن إعطائه تعريفاً.
- 2- أن مجموع الحقائق والمواقف المكونة للمفهوم ذات الخصائص المشتركة يجب أن تكون مجردة.
- 3- أن يكون شاملاً لكافة المواقف التي تضمنها مجموعة الخصائص المكونة لهذا المفهوم.

ومن الأمثلة على المفاهيم: مفهوم العد، مفهوم المجموعة، مفهوم المصفوفة، مفهوم الخط المستقيم، مفهوم النقطة، مفهوم الدلالة.

وهناك خصائص مشتركة للمفهوم الواحد تميزه عن باقي المفاهيم، وهناك خصائص تميز المفهوم عن مفهوم آخر، وهذه الخصائص هي التي تجتمع لتعطي اسماً للمفهوم وتعريفاً له.

وبناءً على ذلك يمكن تعريف المفهوم الرياضي بأنه: ما يتكون لدى الفرد من صورة عقلية أو ذهنية نتيجة تعميم صفات أو خصائص مشتركة لأشياء متشابهة، ومن ثم فهم هذه الأشياء وقدرته على تطبيقها في مواقف جديدة.

أهمية المفاهيم في العملية التربوية:

المفاهيم ذات أهمية كبيرة ليس لأنها الخيوط التي يتكون منها نسيج العلم فحسب، ولكن لأنها تزود المتعلم بوسيلة يستطيع بها مسايرة النمو في المعرفة، كما تساعد المتعلم على تذكر ما تعلمه والفهم العميق لطبيعة العلم و تزيد من قدرة الشخص على تفسير الظواهر الطبيعية، ويتفق غالبية الباحثين على أهمية المفاهيم والتي تتمثل فيما يلي:

1. **تنظيم التعلم:** المعرفة بالمفاهيم تساعد على تنظيم تعلمنا عن العالم الخارجي بصورة هرمية تسهل عملية الاستدلال عند استخدام التعميمات، فما كان في قاعدة الهرم يفهم على أساس الفئة التي هي أعلى منه، وهذه الفئة تفهم على أساس من انتمائها إلى فئة أعلى وهكذا حتى قمة الهرم. (عليان وآخرون، 1987 : 173)

2. **توجيه السلوك:** تساهم المفاهيم من خلال عملية تصنيف كل فئة لوحدها، في تمكين الفرد من حصر المشكلة التي تتعلق بكل فئة و اتخاذ القرار المناسب (النمر، 1986: 157)

3. **ارتقاء بمستوى التفكير:** يتدرج الإنسان في تفكيره من المستوى الحسي إلي المستوى التصوري إلي المستوى المجرد وفي المستوى الأول يكون اعتماده على المدركات الحسية مباشرة، وفي المستوى الثاني يكون اعتماده على الصور الذهنية المستمدة من المدركات الحسية، وفي المستوى الثالث فالمعالجات تعتمد على المعاني الكلية من المفاهيم والمبادئ، لذلك يصعب أن يرتقي بمستوى تفكيره إذا لم ينجح في الوصول إلى المفاهيم. (عليان وآخرون، 1987 : 173)

4. توفر المفاهيم الرئيسة في مجال تخطيط المناهج يعتبر أساساً صحيحاً لاختيار الخبرات التعليمية و تنظيمها. (نصر وآخرون، 1996 : 96)

5. تساعد المتعلمين على زيادة فهمهم للمواد الدراسية لأنها أكثر ثباتاً وأقل عرضه للتغير من المعلومات القائمة على مجموعة من الحقائق والمعلومات المحدودة، فالمفاهيم الرئيسية تربط بين الحقائق وتوضح العلاقات، كما أنها تسمح بالربط بين مجموعات الأشياء. (درويش، 1997 : 279).

6. تساعد المفاهيم في تسهيل عملية اختيار محتوى المنهج المدرسي، ذلك كون المعيار الأساسي في اختيار محتوى المنهج المدرسي، هو مدى ملائمة الحقائق والمواقف التعليمية لتشكيل المفاهيم وتعلمها واكتسابها. (جاسم، 1986: 104)

7. تساعد المفاهيم في بناء مناهج مدرسية منتتابة ومترابطة للمراحل التعليمية المختلفة، مما يسهم في خلق الاستمرارية والتتابع في هذه المناهج.
8. المفاهيم وسيلة فعالة لربط المواد الدراسية ببعضها البعض، مما يسهم في تحقيق مفهوم التكامل المعرفي.
9. تساعد مرونة المفاهيم على إضافة واستيعاب حقائق جديدة دون اختلال التنظيم المعرفي للمتعلم.
10. تساعد المفاهيم مخططي المناهج المدرسية على تطوير المناهج وتحسينها وجعلها هادفة وواضحة الأبعاد ومحددة الاتجاه.
11. تسهم المفاهيم في مساعدة المتعلم على تذكر ما تعلمه، وبالتالي عدم الحاجة لإعادة التعلم نتيجة النسيان.
12. تساعد المفاهيم في انتقال أثر التعلم للمواقف التعليمية الجديدة.
13. فهم المفاهيم الرئيسة يجعل المادة الدراسية أكثر سهولة في التعلم والاستيعاب.
14. فهم المفاهيم والمبادئ هو الأسلوب الوحيد لزيادة فاعلية التعلم وانتقال أثره للمواقف والظروف الجديدة. (موسى، 1997 : 46)
15. الاهتمام بالمفاهيم الأساسية (الكبرى) وفهمها يضيق الفجوة بين المعرفة السابقة للمتعلم والمعرفة اللاحقة.
16. تسهم المفاهيم بفعالية في تعلم التلاميذ بصورة سليمة، إذ أنها تعتبر بمثابة العملية النقدية الثابتة القيمة بالنسبة للعمليات الذهنية، وتبقى بالنسبة للتلميذ وثيقة الصلة بالحياة التي يحيهاها. (سعادة واليوسف، 1988: 94-95)
17. تساعد المفاهيم التلاميذ على التعامل بفاعلية مع المشكلات الطبيعية والاجتماعيات للبيئة.
18. تساعد المفاهيم في حل بعض صعوبات التعلم خلال انتقال التلاميذ من صف لآخر أو من مستوى تعليمي لآخر، فما يأتي أولاً يخدم كنقطة ارتكاز لما سيأتي بعد ذلك.
19. تساعد المفاهيم على تنظيم الخبرة العقلية، حيث يمر الأفراد بخبرات عديدة مباشرة وغير مباشرة، وذلك باستخدام الوسائل التعليمية المختلفة، وتتمثل الوسيلة التي يمكن بواسطتها تنظيم هذه الخبرات العديدة في تشكيل مفاهيم خاصة بها. (سعادة واليوسف، 1988: 94-95)

ومما سبق يتضح أن الآراء التي تناولت أهمية المفاهيم وفوائدها في العملية التربوية مقارنة، حيث بينت أن المفاهيم تعمل على تنظيم التعلم بصورة هرمية، مما يسهل على المعلم والمتعلم عملية فهم طبيعة عملية التعلم، وبالتالي يؤدي إلى زيادة فاعلية التعلم وانتقال أثره للمواقف والظروف الجديدة، مما يساعد على حل بعض صعوبات التعلم.

تصنيفات المفاهيم الرياضية

لقد تعددت تصنيفات المفاهيم الرياضية، ومن هذه التصنيفات تصنيف (الهوري، 2006؛ حمدان 2005؛ عقيلان 2002، بطرس 2004) والذي صنّفها إلى ما يلي:

1. **المفاهيم الأولية:** وهي تلك المفاهيم التي تتناول المبادئ الأساسية للرياضيات في الصفوف الأولى من المرحلة الابتدائية مثل: النقطة، القطعة المستقيمة، خط الأعداد.. وغيرها.
2. **المفاهيم الحسية والمفاهيم المجردة :**
 - **المفاهيم الحسية:** هي المفاهيم التي تكون مجموعة الإسناد لها أشياء حسية أو مادية يمكن ملاحظتها أو مشاهدتها، مثل : مفهوم الفرجار ومفهوم المسطرة ومفهوم المثلث قائم الزاوية .. الخ . (ويقصد بمجموعة الإسناد هي مجموعة الأشياء المميزة للمفهوم)
 - **المفاهيم المجردة** هي المفاهيم التي تكون مجموعة الإسناد لها غير ملموسة، أي أنها المفاهيم التي لا يمكن ملاحظتها ولا يمكن مشاهدتها، مثل مفهوم الاقتران المتصل ومفهوم الاقتران التربيعي، والأعداد والنسبة المئوية ومفهوم النسبة التقريبية.
3. **مفاهيم متعلقة بالإجراءات :** وهي تمثل المفاهيم التي يستخدمها المتعلم في إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة.. وغيرها. مثل: مفهوم جمع الأعداد ومفهوم طرحها ومفهوم قسمتها ومفهوم ضربها.
4. **المفاهيم الدلالية والمفاهيم الوصفية:**
 - **المفاهيم الدلالية:** وهي التي تستخدم للدلالة على شيء ما، بالإضافة إلى ذلك يكون المفهوم دالياً إذا كانت مجموعة الإسناد له ليست مجموعة خالية. ومن أمثلة المفاهيم الدلالية: مفهوم العدد الصحيح ومفهوم النسبة المئوية، مفهوم العبارة الصائبة ومفهوم النسبة التقريبية ط.

- **المفاهيم الوصفية:** وهي المفاهيم التي تحدد خصائص معينة تتصف بها مجموعة من الأشياء، وتكون مجموعة الإسناد لها خالية، فالتوازي مثلاً صفة المستقيمين (أو أكثر) يقعان في مستوى واحد، ولا يتلاقيان مهما مددناهما، والتكافؤ صفة لتشكيلين هندسيين مغلقين لهما المساحة نفسها، ومفهوم الخاصية التجميعية للأعداد الطبيعية، حيث يستخدم هذا المفهوم لوصف خاصية تتصف بها تلك المجموعة وهي خاصية التجميع، ولكنها لا تدل على انتماء شيء ما لمجموعة الأعداد الطبيعية، وبالتالي فإن مجموعة الإسناد لها خالية.

5. مفاهيم مفردة ومفاهيم عامة :

- **المفاهيم المفردة:** هي التي مجموعة الإسناد لها مجموعة أحادية، مثل : مفهوم العدد (7)، ومفهوم العدد الطبيعي .

- **المفاهيم العامة:** هي التي مجموعة الإسناد لها تحوي على أكثر من عنصر، مثل: مفهوم دالة الدرجة الثالثة .

6. المفاهيم البسيطة والمفاهيم المركبة :

- **المفاهيم البسيطة:** مثل : مفهوم العدد الصحيح ومفهوم العلاقة.

- **المفاهيم المركبة:** هي التي تتشكل من أكثر من مفهوم بسيط، مثل : مفهوم العدد النسبي ومفهوم علاقة التكافؤ .

7. مفاهيم الربطية والمفاهيم الفصلية :

- **المفاهيم الربطية:** هي التي تستخدم أداة الربط " و "، مثل : مفهوم التقاطع، فتقاطع مجموعتين من العناصر عبارة عن عناصر المجموعة الأولى وعناصر المجموعة الثانية .

- **المفاهيم الفصلية:** هي التي تستخدم أداة الربط " أو "، مثل : مفهوم العدد الصحيح فالعدد الصحيح غير السالب هو عدد صحيح موجب أو صفر .

8. **مفاهيم العلاقات:** هي التي تشتمل على علاقة معينة بين الأشياء، مثل : مفهوم أكبر من ومفهوم أصغر من في المتباينات.

في حين صنف برونر وآخرون المفاهيم الرياضية (دحلان، 1998: 26-27) أن هناك ثلاثة تصنيفات مختلفة وهي:

1. **مفاهيم ربطية:** وهي المفاهيم التي تتوفر فيها أكثر من خاصية، وترتبط بين هذه الخواص أداة الربط (و) ومن الأمثلة على هذا النوع من المفاهيم مفهوم متوازي المستطيلات، ومفهوم المكعب.
 2. **مفاهيم فصلية:** وهي المفاهيم التي يفصل بين خواصها أداة الربط (أو) مثل مفهوم أكبر من أو يساوي أو أصغر من.
 3. **مفاهيم العلاقات:** وهي المفاهيم التي تكون الصفة الرئيسية لها علاقة بين شيئين أو أكثر مثل مفهوم المساواة، ومفهوم المجموعة الجزئية.
- في حين صنف جونسون وراينزنج المفاهيم الرياضية على النحو التالي:

1. **مفاهيم متعلقة بالمجموعات:** يتم التوصل إلى هذا النوع من المفاهيم في الحالات الخاصة أو الأمثلة إلى المفهوم العام، مثل مفهوم الشكل الرباعي، ومفهوم الاقتران كثير الحدود.
 2. **مفاهيم متعلقة بالإجراءات:** وهي المفاهيم التي يتوصل إليها عن طريق طرق العمل لهذا المفهوم كمفهوم ضرب الاقتران، وضرب المصفوفات.
 3. **مفاهيم المتعلقة بالعلاقات:** وهي تشابه الربطية، والوصفية في تصنيف برونر، حيث تركز على عمليات الربط والمقارنة بين الأشياء أو صفات المفهوم مثل مفهوم المساواة، ومفهوم أكبر من، ومفهوم أصغر من.
 4. **مفاهيم متعلقة بالبنية:** وهي المفاهيم التي تركز على البنية أو الهيكل الرياضي للمفهوم مثل مفهوم العنصر المحايد والمعكوس والتبديل.
- اعتبارات تُساعد المعلم في تدريس المفاهيم الرياضية:

عند تدريس المفاهيم الرياضية يجب الانتقال من السهل إلى الصعب أو من المحسوس إلى المجرد، حيث يبدأ المدرس بتدريس المفاهيم البسيطة كمفهوم العدد الذي يحوي صفات قليلة ثم ينتقل إلى المفاهيم الأكثر تعقيداً فالأكثر، وهكذا حتى يصل إلى أكثر المفاهيم تعقيداً ويكون الانتقال بطيئاً، بحيث يمكن أن يستمر لسنوات، ويجب أيضاً مراعاة الاعتبارات التالية عند تدريس المفاهيم:

- 1- تحديد طبيعة المفهوم، أي نوع المفهوم (أولي، مجرد، حسي، جمعي، ...)
- 2- تحديد السمات الأساسية المميزة للمفهوم قيد التدريس.
- 3- تقديم أمثلة منتمية أو أمثلة غير منتمية للمفهوم: يقصد بالأمثلة المنتمية الأمثلة الإيجابية التي تحدد صفات المفهوم، والأمثلة اللانتمية الأمثلة السلبية التي لا تحتوي على صفات للمفهوم، ليستطيع الطالب بذلك التفريق

بين المفاهيم والمفاهيم الأخرى، ويجب أن تكون الأمثلة الإيجابية في البداية أكثر من الأمثلة السلبية.

- 4- تقديم المفاهيم المعقدة على مراحل: فعند تدريس المفاهيم المعقدة ذات الصفات الكثيرة، يجب تقسيم هذه الصفات حسب أهميتها بالنسبة للمفهوم، فيتم في البداية إعطاء الصفات الأساسية للمفهوم، وإهمال الصفات الأقل أهمية، ولكن هذا يكون وفقاً لغاية، أن يكتسب الطالب الصفات الأساسية للمفهوم، وبعدها يتم التشعب إلى الصفات الأخرى الأقل أهمية.
- 5- ربط المفهوم بالخبرات السابقة اللازمة للتعلم.
- 6- صياغة تعريف المفهوم بلغة واضحة تتضمن جميع السمات الحرجة للمفهوم، بحيث يفهمها المتعلم بسهولة.
- 7- إتاحة الفرصة للمتعلمين للتدريب على المفهوم، واستخدامه في بناء مفاهيم أخرى.
- 8- تبني نموذج تعلم يُساعد الطالب على بناء المفهوم.
- 9- الحرص على تشكيل الصورة الذهنية للمفهوم في الدماغ، لأن ذلك يُساعد ويُسهل على المتعلم عملية استدعائه عند الحاجة إليه.
- 10- تقويم تعلم المفهوم: أي قياس مدى التحصيل عند الطلاب للمفهوم، ومدى اكتساب خصائص المفهوم، وأن يُعزز المدرس الاستجابات الصحيحة للمفهوم حتى يتحقق التعلم الأفضل للمفهوم عند الطلاب.

تحركات المعلم عند تدريس المفاهيم الرياضية:

عند تدريس المفاهيم بمختلف أنواعها قد يقوم المعلم بالتحركات الآتية كما وضحها (عبد الهادي و آخرون , 2002: 90 – 91) :

1- تحرك الخاصية الواحدة :

حيث يقدم المعلم خاصية واحدة للمفهوم، فمثلاً: عند تقديم مفهوم متوازي الأضلاع يعرفه بأنه شكل رباعي، فهنا قام المعلم بذكر خاصية واحدة للمفهوم (متوازي الأضلاع) بأنه شكل رباعي.

2- تحرك التحديد :

حيث يحدد الشيء الذي يطلق عليه المفهوم، فمثلاً عند تدريس مفهوم العدد الأولي فيقول المعلم هو العدد الذي عوامله تقبل القسمة على نفسه وعلى

الواحد الصحيح, فنلاحظ هنا مقدار التحديد للمفهوم من خلال القسمة على نفسه وعلى الواحد الصحيح.

3- تحرك المقارنة :

وهنا يتناول المعلم مفهوم معين ويبرز أوجه الشبه والاختلاف بينه وبين مفهوم آخر سبق تعلمه, فمثلاً عند تدريس مفهوم المعين كمفهوم جديد فهو يختلف عن مفهوم المربع, وبالتالي المعلم يتخذ من المربع كعنصر للمقارنة لأنه قريب الشبه عن المعين وهذا يسهل من تعلم المفهوم.

4- تحرك المثال (أمثلة الانتماء) :

فهنا يقوم المعلم بإعطاء عدد من الأمثلة عن المفهوم الذي سوف يقدمه فمثلاً عند تقديم مفهوم الأعداد الزوجية يعطي المعلم أمثلة متنوعة عن الأعداد الزوجية مثل: (4, 28, 2006) وهذا ما يطلق عليه مفهوم الانتماء .

5- تحرك اللامثال (أمثلة عدم الانتماء) :

وهذه الطريقة عكس التحرك السابق في أمثلة الانتماء حيث يقوم المعلم هنا بإعطاء أمثلة مختلفة عن عدم الانتماء للمفهوم الذي سوف يقدمه, فمثلاً عند تقديم مفهوم العدد الزوجي كما سبق يقدم المعلم مجموعة من أمثلة عدم الانتماء مثل: (1, 17, 2009) كلها أعداد فردية لا تنتمي للمفهوم الذي يقدمه وهو (العدد الزوجي), وغالباً ما تقترن أمثلة الانتماء بالتبرير, فمثلاً في المثال الذي سقناه عن الأعداد الزوجية وإعطاء أعداداً فردية يبرر أنها ليست أعداد زوجية بأن أحدها ليس من الأرقام (0, 2, 4, 6, 8), أو لأنها لا تقبل القسمة على 2 مباشرة وبدون باقي.

6- تحرك الرسم :

لا يمكن الاستغناء عن الرسم في تقديم المفاهيم الرياضية وخصوصاً الهندسية منها فلا يستطيع المعلم تقديم مفهوم المربع, المستطيل, متوازي المستطيلات دون الرسم.

7- تحرك التعريف :

ويعتبر هذا التحرك من أكثر التحركات شيوعاً واستعمالاً وسهولة وأكثر دقة وتحديداً للمفهوم, ولكن هناك الكثير من الدراسات التي تقول بأنه من الأكثر

صعوبة على فهم الطلاب مما يدفع الطلاب لحفظ المفهوم أكثر من فهمه، وبالتالي لا يستطيع الطالب توظيف المفهوم بشكل كبير.

فمثلاً إذا طلب المعلم من الطلاب إعطاء تعريف للصفر، الكسر، المربع، العدد الأولي فالكل من الطلاب سيقوم بحفظ التعاريف غيباً ولكن هل يستطيع الطالب توظيف هذه التعاريف بشكل كبير في حياتهم.

مما سبق يمكن القول أن التحركات التي يقوم بها المعلم لتقديم المفاهيم الرياضية داخل غرفة الفصل كثيرة ولكن المعلم الناجح هو المعلم الذي يستطيع اختيار التحرك السليم والمناسب للمتعلمين الذي بدوه سيعمل على فهم الطلاب للمفاهيم بشكل أكثر عمقاً، وبالتالي يستطيع المتعلم توظيف المفهوم في حياته التعليمية وفي بيئته بشكل كبير والرياضيات لكونها تمتلك الكثير من المفاهيم الرياضية المجردة، دعا ذلك اختيار التحرك المناسب لجعل المفاهيم أقل تجريداً .

استراتيجيات تعليم المفاهيم الرياضية:

تختلف استراتيجيات تعليم المفاهيم الرياضية باختلاف الطرق والأساليب والتحركات التي يستخدمها المعلمون في تدريس المفاهيم الرياضية داخل غرفة الصف، من معلم لآخر، حتى إن التباين قد يحدث لدى نفس المعلم في عرض مفاهيم مختلفين لصف واحد.

وقد كشفت دراسة (دحلان، 1998: 31) أن المعلمين يتبنون طريقتين لتدريس المفاهيم هما:

1- الطريقة الاستنتاجية Deductive method:

تتكون الطريقة الاستنتاجية من إعطاء تعريف للمفهوم ثم إتباع ذلك بالأمثلة التفصيلية فالمعلم يعطي التعريف وبعد ذلك أما أن يطلب أمثلة على المفهوم من التلاميذ أو يقوم هو بإعطائها بنفسه.
مثال: أن يعطي المعلم تعريف لمفهوم النسبة، وبعد ذلك يعطي أمثلة عليه ويطلب من التلاميذ ذكر أمثلة مشابهة لهذه الأمثلة .

2- الطريقة الاستقرائية Inductive method :

تتكون الطريقة الاستقرائية من إعطاء الأمثلة أولاً ثم استقراء أو استخراج المفهوم ويساعدهم على ذلك المعلم بإعطاء المزيد من الأمثلة إذا طلبوا ذلك .
مثال: أن يذكر المعلم عدة أمثلة ومن خلال هذه الأمثلة يكون التلاميذ ويتوجيه المعلم مفهوم النسبة.

ويرى خليفة (خليفة، 1994: 80) أنه توجد عدة أساليب لتدريس المفاهيم الرياضية، ولكنها تركز حول أسلوبين أساسيين، هما أسلوب التفكير الاستنباطي والاستقرائي، ويتعلم الطلاب بهذين الأسلوبين تعليماً فعالاً، وتقوم عملية المفاضلة بينهما على أساس سرعة تعلم المفاهيم والنتائج المستهدفة، كما يمكن استخدامهما لتدريس المفاهيم الرياضية

كما ويؤكد مينا (مينا، 1994: 98) أنه من الممكن التفاعل بين الأسلوبين الاستنتاجي والاستقرائي عن طريق البدء بإعطاء أمثلة قليلة ثم تقديم التعريف ثم تطبيق ذلك على أمثلة متنوعة جديدة الخ، ويضيف أنه يغلب استخدام الأسلوب الاستقرائي في المراحل الأولى من تعليم الرياضيات، بينما يستخدم الأسلوب الاستدلال في المراحل الأعلى منها، وأحياناً باستخدام التفاعل بين الأسلوبين .

ويرى بلقيس ومرعي (بلقيس ومرعي، 1984: 334) أن أفضل سياق لتعلم المفاهيم هو السياق الذي يجمع بين الطريقة الاستنتاجية والاستقرائية أي تعريف – أمثلة – تعريف، بمعنى أن يقدم المعلم التعريف ثم يتبعه بأمثلة مناسبة منتمة وغير منتمة، تساعد الطلبة على تعريف المفهوم، ثم يطلب منهم إعادة صياغة التعريف بطرقهم وأساليبهم في ضوء الأمثلة والسمات التي تم تعلمها.

ومما سبق يتضح أن عملية تعلم المفاهيم الرياضية وتعليمها تختلف باختلاف المعلمين، ولكنها عملية ضرورية، حيث يعتبر تعلم المفاهيم الرياضية جزءاً رئيسياً من عملية التعليم داخل غرفة الصف، حيث يقوم المعلمون وبشكل مستمر بتعليم مفاهيم جديدة ومتنوعة للتلاميذ متباينين في عرضها وطرقهم وأساليبهم، فعلى سبيل المثال بعض المعلمين يستخدمون الطريقة الاستقرائية، وبعضهم يستخدم الطريقة الاستنتاجية، وبعضهم قد يعطي تعريفاً للمفهوم، ثم يعرض أمثله عليه، ثم بعد ذلك يقوم بإعطاء مثال لا يتفق مع المفهوم، وقد يقوم معلم آخر بنفس التحركات السابقة ولكن بترتيب مغاير، والواقع أن الموقف التعليمي هو الذي يحدد طريقة تعلم المفاهيم الرياضية وتعليمها.
أمثلة تطبيقية لتدريس المفاهيم الرياضية:

ونورد هنا بعض الأمثلة على استراتيجيات تدريس بعض المفاهيم الرياضية المختلفة:

1- إستراتيجية تدريس مفهوم العدد التالي: للصف الأول الأساسي: سنستخدم في هذه الإستراتيجية تحرك أمثلة انتماء، ثم تحرك أمثلة عدم انتماء، ثم تحرك تعريف، ثم تحرك التقييم.
الموضوع: العدد التالي.

الصف: الأول.

الهدف: أن يتعرف الطالب إلى مفهوم العدد التالي للعدد ضمن (9).

الخبرات السابقة: العد من (1 إلى 9)، قراءة الأعداد ضمن (9).
الأساليب والأنشطة:

تمهيد: مراجعة الطلبة في العد من (1 إلى 9)، وقراءة الأعداد ضمن العدد (9) باستخدام بطاقات مكتوب على كل منها أحد الأعداد من (1 إلى 9).
تحرك المثال مع التبرير:

▪ أعرض بطاقة مرسوم عليها ثلاث وردات ومكتوب عليها العدد (3)، ثم أعرض بطاقة أخرى مرسوم عليها أربع وردات ومكتوب عليها العدد (4).

▪ أطلب من أحد الطلبة العد حتى (3)، أطلب من طالب آخر العد حتى (4)،
أبني التلاميذ إلى الإصغاء لعملية العد.

▪ أوضح للطلبة أن العدد (4) يأتي مباشرة بعد العدد (3) في العد، لذا نسي
العدد (4) بالعدد التالي للعدد (3).

تحرك اللامثال مع التبرير:

▪ أعرض بطاقة مرسوم عليها ثلاث وردات ومكتوب عليها العدد (3)، ثم أعرض بطاقة أخرى مرسوم عليها خمس وردات ومكتوب عليها العدد (5).

▪ أطلب من أحد الطلاب العد حتى (3). وأطلب من طالب آخر العد حتى (5).

▪ أوضح للطلبة أن العدد (5) لا يأتي مباشرة بعد العدد (3) في العد. لذا نقول أن العدد (5) ليس تالياً للعدد (3).

تحرك التعريف:

العدد التالي لعدد ما: هو العدد الذي يأتي بعده مباشرة في العد.

تحرك التقويم: ضع دائرة حول العدد التالي لكل من الأعداد:

العدد	العدد التالي
2	1 3
6	7 8

4	2	3
---	---	---

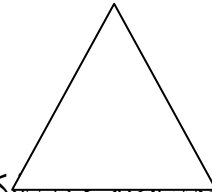
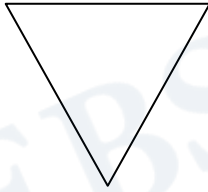
2- إستراتيجية تدريس العدد الأولي: سنستخدم في هذه الإستراتيجية تحرك تعريف، ثم تحرك أمثلة انتماء، ثم تحرك أمثلة عدم انتماء ثم تحرك التقويم:
- تحرك التعريف: العدد الأولي هو العدد الطبيعي الذي لا يقبل القسمة إلى على نفسه وعلى واحد.

- أمثلة الانتماء: الأعداد التالية أعداد أولية: (2، 5، 7، 13، 17)

- أمثلة عدم الانتماء: الأعداد التالية ليست أعداد أولية: (4، 10، 15، 20، 24، 27)

- التقويم: أي الأعداد التالية عدد أولي وأيها ليس عدد أولي: (9، 11، 16، 19، 23، 25، 31).

2- إستراتيجية تدريس المثلث: سنستخدم في هذا النموذج إستراتيجية المثال، اللامثال، التعريف، المثال مع الرسم، التقويم.
مثال: أنظر الأشكال التالية:

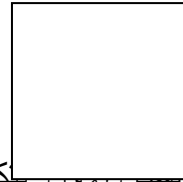
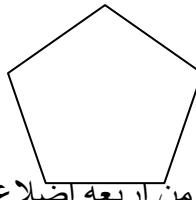
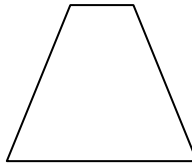
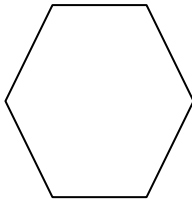


- كم عدد الرؤوس في كل من هذه الأشكال.

- كم عدد الرؤوس في هذا الشكل.

فيكون الجواب ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس.

اللامثال: كم عدد أضلاع ورؤوس هذه الأشكال:



الشكل الأول: يتكون من أربعة أضلاع وأربعة رؤوس.

الشكل الثاني: يتكون من خمسة أضلاع وخمسة رؤوس.

الشكل الثالث: يتكون من أربعة أضلاع وأربعة رؤوس.

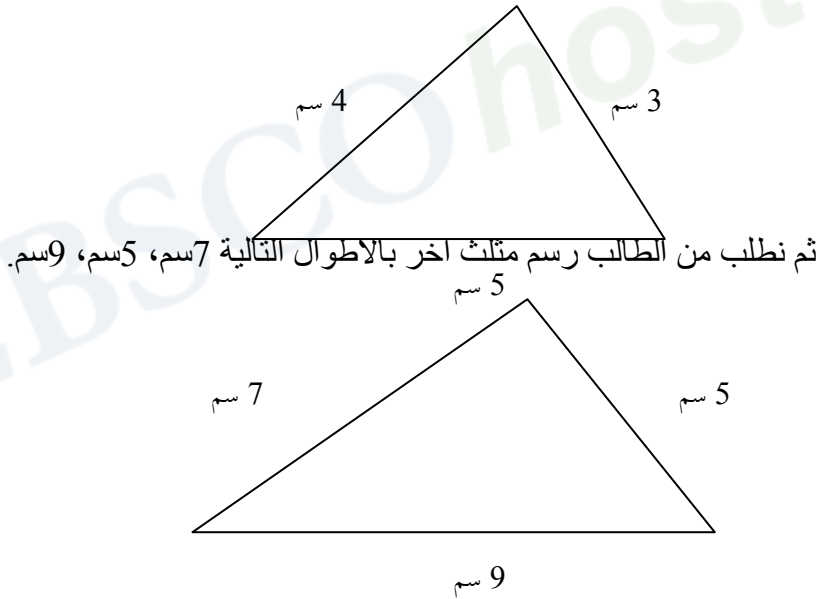
الشكل الرابع: يتكون من ستة أضلاع وستة رؤوس.

وجميع هذه الأشكال تختلف عن الأشكال السابقة في أن الأشكال السابقة جميعها لها ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس، بينما هذه الأشكال لها أكثر من ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس ومن هذه الأمثلة نستنتج التعريف التالي:

التعريف: المثلث شكل هندسي يتكون من ثلاثة قطع مستقيمة تسمى أضلاع تلتقي مع بعضها البعض بنقاط ثلاثة تسمى رؤوس المثلث.

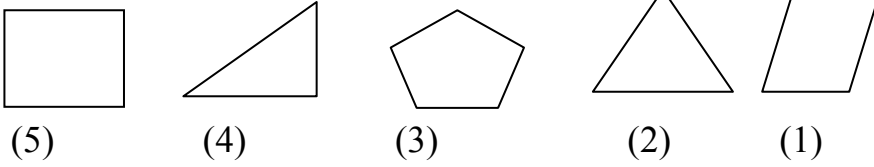
المثال مع الرسم: يتعلم الطالب في هذا التحرك كيفية رسم المثلث بالشكل:

نحدد في البداية أطوال الأضلاع وليكن مثلاً 5سم، 4سم، 3سم، ثم نرسم ضلع من الأضلاع 5سم، ثم نفتح الفرجار بمقدار 4سم، ومن أحد الأطراف، ونرسم قوس من الفرجار ثم نفتح الفرجار بمقدار 3سم، ونرسم قوس آخر من الطرف الآخر، وعند تقاطع القوسين نمد خط المثلث الأول وخط المثلث الثاني فيكون المثلث بالشكل التالي:



التقويم:

1- أي الأشكال التالية مثلث:



الإجابة: الأشكال (2)، (4)، هي مثلثات أما باقي الأشكال فهي ليست مثلثات.

3- أرسم مثلث بالأطوال التالية: 4سم، 6سم، 7سم.

ثانياً: التعميمات الرياضية (Mathematical Centralizations):

التعميم في علم النفس هو الاستجابات متشابهة لمثيرات متشابهة، وهذه الاستجابات والمثيرات قد لا تكون متطابقة تماماً، ويعرف التعميم الرياضي بأنه عبارة رياضية (جملة إخبارية) ترتبط بين مفهومين أو أكثر وهذه العبارات لها صفة الشمول وإمكانية التطبيق على جميع الحالات المتشابهة التي ترتبط بها. ومن أمثلة التعميمات:

- مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث تساوي 180 درجة.
- كل عدد زوجي يقع بين عددين فرديين.
- مجموع أي عددين زوجيين هو عدد زوجي.
- مجموع أي عددين فرديين هو عدد زوجي.
- ناتج قسمة الصفر على أي عدد يساوي صفرأً.
- ناتج ضرب أي عددين طبيعيين هو عد طبيعي.
- يقسم العدد على (2) إذا كان أحاده صفراً أو 2, 4, 6, 8.

أشكال التعميمات:

1. **المسلّمات أو البديهيات.** ومن الأمثلة عليها:

- يمكن رسم مستقيم وحيد يمر بنقطتين.
- يمكن رسم دائرة مركزها معلوم ونصف قطرها اختياري.

- كل الزوايا القائمة متساوية، يمكن رسم القطعة المستقيمة بلا حدود من كلتا الجهتين.
- 2. **النظريات: وهي تعميمات قابلة للبرهنة.** مثل نظرية فيثاغورس، ونظرية إقليدس.
- 3. **القوانين والقواعد: ومن الأمثلة عليها:**

▪ قانون مساحة المستطيل: مساحة المستطيل = الطول × العرض.

▪ قانون توزيع الضرب = $(أ × ب) + (أ × ج) = (أ × (ب + ج))$.

أقسام التعميمات الرياضية:

ويشير (أبو زينة، 1994: 211-212) إلى أن التعميم يمكن أن يكون تعميماً كلياً (Universal) أو قد يكون تعميماً جزئياً (Existential).

فالتعميم الكلي (Universal): هو عبارة مسورة كلياً، وأنها تبدأ بلفظ لكل أو لجميع أو تبدأ بالرمز (\forall) وإليك الأمثلة التالية:

▪ إذا كان (س، ص) عددين سالبين، فإن $س < ص$.

▪ كل الاقترانات المتصلة قابلة للتكامل.

▪ $(\forall) س، ص، ع$ حيث $س، ص، ع$ أعداد صحيحة: $ع \times (س + ص) = ع \times س + ع \times ص$.

وقد لا يذكر صراحة في التعميم لفظ "الجميع أو لكل"، أو قد لا يبدأ التعميم برمز (\forall). فيفهم في سياق الكلام تسوير العبارة (التعميم) تسويراً كلياً، كما يتضح من الأمثلة التالية:

▪ قطرا المستطيل ينصف كل منهما الآخر.

▪ مساحة سطح المربع المنشأ على الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مساحتي سطحي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.

أما **التعميم الجزئي (Existential):** فهو عبارة رياضية تبدأ بلفظ يوجد أو لبعض أو الرمز (E)، أي أنها عبارة مسورة جزئياً، ومن الأمثلة على هذه التعميمات ما يلي:

▪ بعض الاقترانات المتصلة غير قابلة للاشتقاق.

▪ يوجد مثلثات قائمة الزاوية ومتساوية الساقين.

▪ تتعامد أقطار بعض متوازيات الأضلاع.

■ بعض متوازيات الأضلاع هي مستطيلات.

إرشادات تدريس التعميمات الرياضية:

- 1 - اختبار معرفة الطلاب للمفاهيم التي ترد في التعميم قيد التدريس، وإدراكهم لمعنى العلاقة التي تربط بينهما.
- 2 - الكشف عن فهم الطلاب للخبرات السابقة اللازمة لتدريس التعميم وإعداد البنود الاختيارية اللازمة لقياسها.
- 3 - عدم صياغة التعميم بعد ضرب مثال واحد فمن الواجب ألا يقل عدد التدريبات والأمثلة المستخدمة عن ثلاثة أو لا يزيد عن ستة، فإن قلة العدد لا تفي بالغرض، كما أن الكثرة تبعث على الملل.
- 4 - تسوير التعميم ويقصد بذلك بيان الشروط التي يجب توافرها حتى يكون استخدام التعميم جزءاً، فلا يجوز استخدام نظرية فيثاغورث إلا إذا كان المثلث قائم الزاوية.
- 5 - استخدام الأمثلة الإيجابية التي من شأنها أن تيسر الوصول إلى التعميم بسهولة.
- 6 - إتاحة الفرصة للطلاب لإعطاء أمثلة لا يجوز فيها استخدام التعميم، وتسمى هذه الأمثلة بالأمثلة السلبية.
- 7 - إعداد مجموعة من التدريبات يستخدم فيها التعميم مباشرة، وضمن شروطه المحددة، ويعطي لطلاب فرصة كافية يحلها بمفردهم أو بعون قليل من المعلم.
- 8 - العمل على نقل التعميم من خلال التدريبات المقترحة في الصعوبة إلى مستويات أرقى.
- 9 - إتباع طريقة العرض المباشر أو طريقة الاستقراء أو الاكتشاف الموجه في تعليم التعميم.

استراتيجيات تعليم التعميمات الرياضية:

يمكن تدريس التعميمات الرياضية بإستراتيجيتين هما:

أ- العروض الصفية.

ب- الاكتشاف.

وسواء كان التدريس بإستراتيجية العروض أو الاكتشاف يكون تدريس التعميم بالخطوات التالية:

- 1 - وضع الأهداف التعليمية المتوقع اكتسابها بعد تعلم المفهوم.
- 2 - التأكد من أن المتعلم مكتسب للمفاهيم القبلية المكونة للتعميم.
- 3 - ربط المفاهيم السابقة مع التعميم المراد تعلمه، وبترتيب يتلائم مع تكوين التعميم وذلك عن طريق الأمثلة والأسئلة.
- 4 - يعطي الطالب أمثلة على بعض خواص التعميم قبل الصياغة النهائية للتعميم.
- 5 - صياغة التعميم ويمكن أن تكون هذه الصياغة صياغة لفظية أو رمزية مثل كتابة القانون.

أما التدريس عن طريق العروض الصفية فيكون بإحدى مجموعتين من التحركات التالية:

المجموعة الأولى:

- 1 - تحرك التقديم: ويمكن أن يقدم المعلم للتعميم عن طريق طرح مجموعة المفاهيم المكونة للتعميم أو بالتدرج عن أهمية المفهوم بعد كتابة عنوانه.
- 2 - تحرك المثال: يعطي المعلم حالات خاصة للتعميم عن طريق طرح مجموعة من الأمثلة التي ينطبق عليها التعميم.
- 3 - تحرك اللامثال: وفيها يتم تقديم أمثلة غير منتمة للتعميم أي حالات لا ينطبق عليها التعميم.
- 4 - تحرك الصياغة: وهنا يتم كتابة نص التعميم أو مساعدة الطلاب على صياغة التعميم بصورة كلامية أو رمزية.
- 5 - تحرك التفسير: هذا التحرك لا يكون في كل التعميمات بل البعض منها حيث يحتوي التعميم على مفاهيم غير واضحة أو يكون التعميم نفسه غير مفهوم فيتم توضيح بعض المعاني التي تحتويها هذه المفاهيم أو صياغة التعميم بطريقة أبسط بحيث تكون واضحة ومفهومة لدى الطلبة.

6 - **تحرك التبرير:** ويكون بتقدير دليل أو سبب على صحة التعميم ويمكن أن يكون برهاناً إذا كان التعميم نظرية ويُمكن أن يكون التبرير عن طريق توضيح المفهوم بالأشكال الهندسية أو الرسومات البيانية.

7 - **تحرك التطبيق:** ويقدم فيها المعلم الأمثلة والتمارين على المفهوم وتكون هذه الأمثلة والتمارين تطبيقية وتدرّب على التعميم.

ونورد هنا بعض الأمثلة على إستراتيجية العرض في تدريس التعميم:

1- **تدريس التعميم " حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه".**

الهدف: أن يتعرف الطالب إلى أن حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.
الخبرات السابقة: مفهوم الضرب، حقائق الضرب.

الأساليب والأنشطة:

تحرك التقديم:

مراجعة الطلبة في مفهوم الضرب وحقائق الضرب، وتوضيح الهدف من تعلم هذا التعميم.

تحرك صياغة التعميم:

يكتب المعلم على السبورة أو يعرض بطاقة مكتوب عليها التعميم التالي:
حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

تحرك التفسير:

يوضح المعلم للطلبة الفكرة التي يتضمنها التعميم، وهي إيجاد ناتج ضرب أي عدد في العدد (1)

تحرك الأمثلة:

يعرض المعلم على الطلبة الأمثلة التالية، ويناقشها معهم كتطبيق على التعميم السابق لإيجاد ناتج ضرب أي عدد في (1)

$$3 = 1 \times 3, \quad 2 = 1 \times 2, \quad 7 = 1 \times 7, \quad 5 = 1 \times 5$$

تحرك التطبيق: يطلب المعلم من الطلبة حل التمارين التالية:

س1: أكمل الفراغ التالي:

حاصل ضرب أي عدد في هو العدد نفسه.

س2: ضع العدد المناسب في الفراغ:

$$6 = 1 \times \dots, \quad 8 = \dots \times 8, \quad \dots = 1 \times \dots$$

2- تعليم قانون دي مورغان في المجموعات

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

تحرك التقديم: يقوم المعلم في هذا التحرك بتقديم امثلة على التقاطع والاتحاد والمتممة مثل: إذا كانت المجموعة الكلية ك = { 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8 } والمجموعات أ = { 1، 2، 4، 5، 6 }، ب = { 1، 3، 5، 7 } فجد ما يلي:

1 - \overline{A}

2 - \overline{B}

3 - $A \cup B$

4 - $A \cap B$

الحل:

1- $\overline{A} = \{ 3, 7, 8 \}$

2- $\overline{B} = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

3- $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

4- $A \cap B = \{ 1, 5 \}$

تحرك المثال: في المثال السابق جد

1- $\overline{A \cup B}$

2- $\overline{A \cap B}$

الحل:

1- $\overline{A \cup B} = \{ 8 \}$

2- $\overline{A \cap B} = \{ 8 \}$

يسأل المعلم ماذا تلاحظ من ذلك:

تحرك اللامثال: جد ما يلي:

1- $\overline{A \cap B}$

2- $\overline{A \cup B}$

الحل:

$$1- \text{أ} \cap \text{ب} = \{ 2, 3, 4, 6, 7, 8 \}$$

$$2- \text{أ} \cup \text{ب} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

فلاحظ هنا أن $\text{أ} \cap \text{ب} \neq \text{أ} \cup \text{ب}$

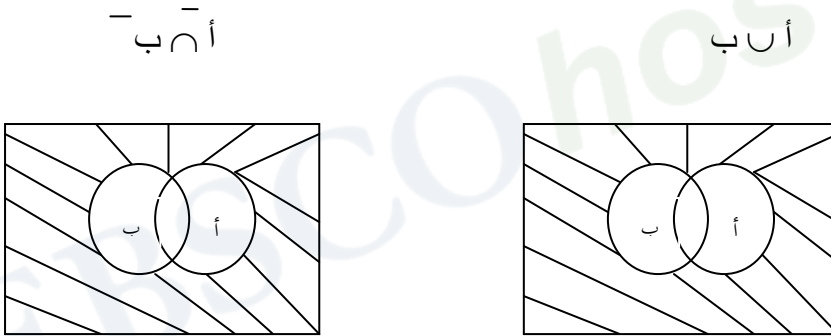
تحرك الصياغة: من خلال المثال السابق نلاحظ أن

$$\overline{\text{أ} \cap \text{ب}} = \overline{\text{أ}} \cup \overline{\text{ب}}$$

وهذا القانون يسمى قانون ديمورغان ويمكن صياغته بالكلمات المتممة اتحاد مجموعتين يساوي تقاطع متممتي المجموعتين.

تحرك التفسير: هنا لا نحتاج إلى تحرك التفسير لأن الرموز والكلمات واضحة لا تحتاج إلى تفسير.

تحرك التبرير: يمكن إعطاء التبرير عن طريق أشكال فيه كالآتي:



تحرك التطبيق: ويكون بإعطاء أمثلة متنوعة تثبت التعميم

1- إذا كانت ك: { س، ص، ع، ل، ك، ق، م }

وكانت أ = { س، ص، ع، ل }

وكانت ب = { ع، ل، ك، م } جد ما يلي:

$$1- \overline{\text{أ} \cap \text{ب}}$$

$$2- \overline{\text{أ}} \cup \overline{\text{ب}}$$

أما المجموعة الثانية من التحركات فهي:

1. تحرك التقديم.

2. تحرك الصياغة.

3. تحرك المثال.

4. تحرك التفسير.

5. تحرك التبرير.

وهذه التحركات تعطي نفس التعريف كما في المجموعة الأولى، وسنورد هنا المثال التالي على هذه التحركات:

مثال:

القاسم المشترك الأكبر للعددين أ، ب هو أكبر عدد يقبل العددين القسمة عليه دون باقي ويرمز له بالرمز ق.م.أ

1- تحرك التقديم: يتم بالتمهيد من المعلم لموضوع الدرس عن طريق إعطاء أمثلة عن قواسم العددين، وما هي القواسم المشتركة بينهما.

مثال:

قاسم العدد (128) = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64

قواسم العدد (180) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180

القواسم المشتركة بين العددين: 1, 2, 4

أكبر قاسم مشترك بين العددين: 4

2- تحرك الصياغة: ويتم ذكر نص التعميم وهو:

القاسم المشترك الأكبر للعددين أ، ب هو أكبر عدد يقبل العددين القسمة عليه دون باقي ويرمز له بالرمز ق.م.أ

3- تحرك المثال: جد القاسم المشترك الأكبر لكل زوج من الأعداد التالية:

أ- (527، 765)

ب- (108، 243)

ج- (132، 473)

الحل:

أ- عوامل أو قواسم العدد (527) = 1, 17, 31, 527

قواسم العدد (765) = 3, 5, 9, 15, 17, 45, 51, 85, 153, 255, 765

القواسم المشتركة بينهما = 1, 17

ق.م.أ = 17

ب- قواسم العدد (108) = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108

قواسم العدد (243) = 1، 3، 9، 27، 81، 243

القواسم المشتركة بين العددين: 1، 3، 9، 27

ق.م.أ. للعددين = 27

ج- وقاسم العدد (132) = 1، 2، 3، 4، 6، 11، 12، 22، 33، 44، 66، 132

قواسم العدد (473) = 1، 11، 43، 473

ق.م.أ. = 11

4- تحرك التفسير: يوضح المعلم المفاهيم التالية:

- قواسم العدد: الأعداد التي تقبل العدد القسمة عليها دون باقي.

- القواسم المشتركة: جميع الأعداد التي يقبل العدد القسمة عليها دون باقي.

- القاسم المشترك الأكبر: أكبر عدد يكون ضمن القواسم المشتركة.

5- تحرك التبرير: يكون القاسم المشترك الأكبر لأي عددين بتحديد قواسم كل من العددين وأخذ القاسم الأكبر فيهما وهناك أعداد يكون القاسم المشترك الأكبر فيها (1)

أي أن جميع القواسم المشتركة بينها لا تكون سوى العدد (1) وتسمى هذه الأعداد أعداد أولية فيما بينها.

ب- طريقة الاكتشاف.

ويكون التدريس بطريقة الاكتشاف عن طريق إحدى المجموعات التالية في التحركات.

1- الاكتشاف عن طريق الأمثلة أو الأسئلة: ويتم التوصل للتعميم عن طريق مجموعة من الأمثلة التي من خلالها يستطيع الطالب التوصل إلى نص التعميم.

مثال (1) : حاصل جمع أي عددين فرديين يكون عدد زوجي:

يطرح المعلم مجموعة الأمثلة التالية:

$$8 = 5 + 3$$

$$18 = 11 + 7$$

$$50 = 29 + 21$$

$$28 = 17 + 11$$

$$30 = 3 + 7$$

$$40 = 15 + 25$$

ثم يسأل المعلم الطلبة ماذا نلاحظ على النتائج في كل من الأمثلة السابقة، فيجيب الطلبة أن الناتج عدد زوجي وماذا نلاحظك على العددين المجموعين، فيجيب هي أعداد فردية ثم يقول ماذا نستنتج من ذلك فيجيب الطلبة أن حاصل جمع أي عددين فرديين يكون عدد زوجي وهذا هو التعميم.

مثال (2) : حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

الهدف: أن يستنتج الطالب أن حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

الخبرات السابقة: مفهوم الضرب، حقائق الضرب.

الأساليب والأنشطة:

تحرك التقديم:

مراجعة الطلبة في مفهوم الضرب وحقائق الضرب، وتوضيح الهدف من تعلم هذا التعميم.

تحرك الأمثلة:

يعرض المعلم على الطلبة الأسئلة التالية:

$$2 \times 1 = \dots$$

$$5 \times 1 = \dots$$

$$6 \times 1 = \dots$$

$$3 \times 1 = \dots$$

$$9 \times 1 = \dots$$

ويسأل الطلبة: ما العلاقة بين الأعداد المكتوبة باللون الغامق ونواتج عملية الضرب؟

تحرك صياغة التعميم:

يكتب المعلم على السبورة التعميم التالي بعد صياغته من قبل الطلبة:

"حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه"

تحرك التفسير:

يوضح المعلم للطلبة الفكرة التي يتضمنها التعميم، وهي إيجاد ناتج ضرب

أي عدد في العدد (1).

تحرك التطبيق:

يطلب المعلم من الطلبة حل التمارين التالية:

س1: أكمل الفراغ:

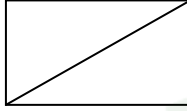

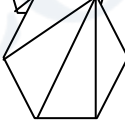

حاصل ضرب أي عدد في هو العدد نفسه.

2- الاكتشاف الاستقرائي:

الاستقراء يعني هو الوصول إلى الحالة العامة من خلال مجموعة من الحالات الخاصة ويعني ذلك الحصول على التعميم من خلال بعض الخصائص العامة للتعميم.

مثال: عدد المثلثات التي ينقسم إليها مضلع هندسي عدد أضلاعه $n = 2$ -

الحل: بطريقة الاكتشاف الاستقرائي وذلك عن طريق رسم عدد من الأشكال الهندسية المضلعة مثل:

عدد المثلثات فيه	الشكل	
2		رباعي
3		خماسي
4		سداسي
5		سباعي

في الأشكال السابقة نرى أن الشكل الرباعي عدد أضلاعه (4) وعدد المثلثات فيه (2)، والشكل الخماسي عدد أضلاعه (5) وعدد المثلثات فيه (3) والشكل السداسي عدد أضلاعه (6)، وعدد المثلثات فيه (4) والشكل السباعي عدد أضلاعه (7) وعدد المثلثات فيه (5).

إذن نلاحظ هنا أن عدد المثلثات في المضلع الهندسي يقل عن عدد أضلاع الشكل باثنين، ونستنتج من ذلك أن شكل عدد أضلاعه n فإنه عدد المثلثات فيه هو $(n - 2)$ ، يتوصل الطالب إلى هذا التعميم بنفسه عن طرق الاكتشاف، وإذا أراد المعلم التأكد من أن طلبه توصلوا إلى التعميم فإنه يعطيهم أمثلة أخرى دون رسم لأشكال هندسية عدد أضلاعها أكبر من هذه الأمثلة فمثلاً: إذا سأل المعلم طلابه

عن عدد المثلثات التي في الأشكال الهندسية التي عدد أضلاعها (10) أو (35) مثلاً وكانت إجابات الطلبة على السؤال الأول (8) والثاني (33)، فإن ذلك يؤكد للمعلم أن طلابه قد توصلوا إلى التعميم بشكل صحيح ولكن إذا كان هناك إجابات غير ذلك عند الطلبة، فهذا يعني أن التعميم لم يصل إلى الطلبة بشكل سليم أو أن ليس جميع الطلبة استطاعوا التوصل للتعميم فيكثر من الأمثلة والأمثلة المعكوسة، وذلك ليوصل التعميم إلى جميع طلبته بكفاءة ويحدد عدد الأمثلة التي يمكن أن تعطى للطلبة يعتمد على المستوى العقلي للطلبة وعلى مقدرتهم في الاكتشاف وعلى مدى فهم الطلبة للمفاهيم السابقة التي تكون التعميم الحالي.

ويجب عند تدريس التعميمات الحذر من ظاهرتي التداخل والتعميم الخاطئ ففي ظاهرة التداخل تعني أن هناك تشابه بين تعميم وآخر من حيث الصفات وهنا يجب الحرص من المعلم على أن لا يعطي أمثلة تجعل الطلب يقع في خطأ بحيث يعطي تعميماً مختلفاً عن التعميم المراد وفي ظاهرة التعميم الخاطئ فإن هناك بعض الحالات تكون محدودة ولا يمكن تعميمها حيث تكون صحيحة لعدد محدد من الأمثلة لكن لا تكون صحيحة على أمثلة أخرى، وبالتالي لا يمكن التوصل إلى تعميم من هذه الحالات المحددة.

ومن الأساليب الأخرى في تدريس التعميمات أسلوب الاكتشاف الاستدلالي وقد شرحنا سابقاً طريقة الاكتشاف الاستدلالي في التعليم ويكون الاكتشاف الاستدلالي عن طريق ربط بعض المفاهيم مع بعضها البعض للوصول منها إلى تعميم عام.

ويمكن تدريس التعميم إما عن طريق الاستقراء لوحده أو عن طريق الاستدلال لوحده أو عن طريق الاثنين معاً وعلى المعلم أن يحدد الطريقة التي يمكن أن تدرس بها التعميم عن طريق معرفته بطبيعة التعميم والمستوى العقلي لطلابه.

أهداف تدريس التعميم:

1- الاستخدام المباشر للتعميم: وهو تطبيق التعميم على الحالات من نفس طبيعة التعميم مثل:

- يقبل العدد القسمة على (3) إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد (3) فهذا التعميم يستخدم فقط في إيجاد قابلية القسمة على العدد (3)
- قوانين الاشتقاق في حساب التفاضل.

2- استخدام التعميم في إجراء الحسابات: تطبيق التعميم في إجراء بعض العمليات الحسابية وتعميمها على العمليات بشكل مباشر أو غير مباشر

3- الاستخدام غير المباشر للتعميم: وتستخدم مثل هذه التعميمات في تنمية التفكير الاستقرائي وتنمية القدرة على الاستنتاج والبرهان الرياضي، مثل: التعميمات الهندسية بشكل عام والتي تنمي عند الطالب القدرة على البرهان الرياضي، وأيضاً التعميمات المتعلقة بالمجموعات التي تنمي القدرة على الاستنتاج وتعميمات المتواليات والمتباينات تنمي عند الطالب التفكير الاستقرائي.

4- تدريب الطالب على عمليتي الاكتشاف والاستقراء الرياضي: هناك بعض التعميمات التي يكون تدريسها أفضل عن طريق الاكتشاف الحر أو الاستقراء الرياضي، وهذه التعميمات تنمي قدرة الطالب على الاكتشاف أو الاستقراء ومن أمثلة هذه التعميمات.

- الزاوية الخارجية للمثلث تساوي مجموع الزاويتين غير الزاوية المجاورة لها.
- مجموع زوايا المضلع الهندسي تساوي عدد المثلثات التي يمكن تقسيمها له \times النسبة التقريبية.

ثالثاً: الخوارزميات والمهارات الرياضية: Mathematical Algorithm and Skills

تعرف الخوارزميات الرياضية بأنها مجموعة من الخطوات تطبق على مجموعة من البيانات للوصول إلى نتيجة أو جواب محدد، وهذه الخطوات لها صفة التكرار في مواقف مماثلة، ولتوضيح ذلك نضرب المثال التالي:

$$(7 + 2) \times 7 = 9 \times 7$$

$$(7 \times 7) + (2 \times 7) =$$

$$49 + 14 =$$

$$63 =$$

و عندما تقوم بهذه الخطوات نكون قد استخدمنا قانون التوزيع في اكتشاف حقيقة ضرب، وقد وصلنا إلى النتيجة في الخطوات الرابعة، فهذه الخوارزميات رباعية الخطوات لنلاحظ كذلك

$$(8 \times 9) \times 9 = 17 \times 9$$

$$(8 \times 9) + (9 \times 9) =$$

$$72 + 81 =$$

$$76$$

153 =

لقد جعلنا الموقف مماثلاً للموقف الأول، وبذلك كان عدد الخطوات أربعاً أيضاً، وهذا هو المقصود بقولنا "لها صفة التكرار في مواقف مماثلة"

هذا وتعرف **الخوارزمية الرياضية** بأنها الطريقة الروتينية للقيام بعمل ما، أما **المهارة الرياضية** (Mathematical Skills) فهي القيام بالعمل بسرعة ودقة وإتقان، وغالباً ما يرتبط هذا العمل بخوارزمية تحدد أسلوب العمل وإجراءاته، ومن الخصائص المميزة للمهارة الرياضية السرعة والدقة والإتقان، فالمهارة هي قدرة من قدرات الإنسان على القيام بعمل ما. (أبو زينة، 1994: 241)

ويشير (عبيد وآخرون، 1998: 82) إلى أن هناك مهارات رياضية أساسية لاغنى عنها لكل تلميذ، وقد حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (NCTN) من ضمن عشرة موضوعات رياضية هي: العمليات الحسابية، الجمل والعبارات، الرياضية، الهندسية، والقياس، والعلاقات، الاقتران، والإحصاء، الرسم، التعليل الرياضي، الرياضيات المالية والمعيشية.

وتكمن أهمية هذه المهارات في أنها تبقى مع الفرد إلى مراحل متقدمة من عمره، وما نلاحظه في زمننا الحالي **الضعف العام في هذه المهارات، وهذا الضعف ناتج عن عدة أسباب منها:**

- 1 - استخدام الآلات الحاسبة والحاسوب: إن انتشار استخدام الآلات الحاسبة والحاسوب أضعف من استخدام هذه المهارات، ومع التقدم التكنولوجي السريع أصبح استخدام المهارات محدداً جداً.
- 2 - عدم وجود الدافعية لدى المتعلمين، وهذا يقلل من الحماس لتعلم المهارات، وهذا يرجع إلى المعلم أيضاً، بحيث أنه لا يستغل الحماس البدائي للمتعلمين وتطويره وتوجيهه بالشكل الصحيح.
- 3 - الضعف العام عند معلمى المرحلة الأساسية: يعاني الغالبية العظمى من مدرسي المراحل الأساسية وخصوصاً الأساسية الأولى منها ضعف عام في القدرة على التدريب على المهارات للطلبة، مما ينعكس سلباً على الطالب.

وانطلاقاً مما سبق هناك قواعد عامة يجب مراعاتها في اكتساب الطلاب للمهارات الرياضية.

قواعد عامة يجب مراعاتها في اكتساب الطلاب المهارات الرياضية:

1 - توجيه الطالب إلى الخطوات التي تُساعدهم على اكتساب المهارات الرياضية قيد التدريس، وإلى المفاهيم والتعميمات التي تُساعدهم على إنجاز المهمة المتعلقة بتطبيق المهارة بسرعة وإتقان.

2 - مراعاة الفروق الفردية: حيث أن الفروق الفردية بين الطلاب ظاهرة وواضحة، فبعض الطلاب يحتاج إلى عدد محدد من التدريبات لامتلاك المهارة، بينما يحتاج البعض الآخر إلى أضعاف هذا العدد من التدريبات، فإن المعلم هو صاحب القرار في إضافة تدريبات أو الاكتفاء بما ورد في الكتاب المقرر، لأنه الأقدر على تقويم عمل طلابه.

3 - جدولة التدريب: بحيث يكون التدريب على فترات زمنية تتناسب مع حجم المهارة المراد تعليمها، وأن يكون على جرعات، بحيث تقسم المهارة إلى دفاعات تبدأ من البسيط إلى المكعب، ومن السهل إلى الصعب، فإن أعطيت المهارة دفعة واحدة، فإنها تكون صعبة على المتعلم وفي نفس الوقت عرضة للنسيان أكثر.

4 - التنوع: إن تنوع ألوان النشاط لإكساب الطلاب مهارة رياضية معينة يساعدهم على الأداء الذي يحفزهم نحو سرعة الاستجابة، ويُعزز سيطرتهم على المهارة.

5 - التغذية الراجعة: وهي مقارنة أداء الطالب في المهارة بالأداء القياسي، ومساعدة الطالب بالعودة إلى الخطوات الصحيحة للمهارة إذا كان أداءه بعيداً عن الأداء القياسي للمهارة، أما إذا كان أداءه قريباً، فيجب تعزيز سلوكه بحيث يكون هذا التقدير بعد الأداء مباشرة.

6 - التعزيز: فالتعزيز المستمر والمتواصل يزيد من دافعية المتعلم ويحمسه أكثر لتعلم المهارة ويعطيه راحة في الأداء، والتعزيز له أهمية كبرى في التعليم ولكن يجب أن يكون التعزيز بشكل صحيح حتى يأخذ فعاليته، ويُحقق الهدف المرجو منه.

استراتيجيات تعليم المهارات الرياضية:

هناك إستراتيجيتين لتعليم المهارة الرياضية:

1- استراتيجيات تدريس المهارة على أجزاء:

يتم هنا تقسيم المهارة إلى أجزاء يعطي كل جزء من المهارة لوحده وفي النهاية تتكامل المهارة بشكلها النهائي، وتستخدم هذه الإستراتيجية في المهارات الأساسية والعامة، مثل مهارة الضرب فهي تدرس على أجزاء بحيث يتم التدريب على كل جزء لوحده ففي البداية يعطي المعلم الضرب من منزلة واحدة وثمن

تتطور إلى منزلتين فثلاثة وفي النهاية تتواصل إلى ضرب أي عددين مهما كانت عدد منزلها.

ونقدم فيما يلي مثالاً لهذه الإستراتيجية:

مثال: أراد معلم تدريب الطلبة على مهارة رسم مستطيل عُلم طوله وعرضه باستخدام الأدوات الهندسية، فلجأ إلي تجزئة المهارة إلى عدة أجزاء كما يلي:
أ- قام بتدريب الطلبة على رسم القاعدة والتي تمثل طول المستطيل كما في الشكل المجاور:

أ ب

ب- قام بتدريب الطلبة على رسم عمودين من إسقطتين أ، ب بارتفاع مقداره عرض المستطيل كما في الشكل المجاور.

ج- قام بتدريب الطلبة على إكمال كل المستطيل من خلال مل النقطتين ج، د كما في الشكل المجاور.



2- إستراتيجية تدريس المهارة 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11، 12، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19، 20، 21، 22، 23، 24، 25، 26، 27، 28، 29، 30، 31، 32، 33، 34، 35، 36، 37، 38، 39، 40، 41، 42، 43، 44، 45، 46، 47، 48، 49، 50، 51، 52، 53، 54، 55، 56، 57، 58، 59، 60، 61، 62، 63، 64، 65، 66، 67، 68، 69، 70، 71، 72، 73، 74، 75، 76، 77، 78، 79، 80، 81، 82، 83، 84، 85، 86، 87، 88، 89، 90، 91، 92، 93، 94، 95، 96، 97، 98، 99، 100، 101، 102، 103، 104، 105، 106، 107، 108، 109، 110، 111، 112، 113، 114، 115، 116، 117، 118، 119، 120، 121، 122، 123، 124، 125، 126، 127، 128، 129، 130، 131، 132، 133، 134، 135، 136، 137، 138، 139، 140، 141، 142، 143، 144، 145، 146، 147، 148، 149، 150، 151، 152، 153، 154، 155، 156، 157، 158، 159، 160، 161، 162، 163، 164، 165، 166، 167، 168، 169، 170، 171، 172، 173، 174، 175، 176، 177، 178، 179، 180، 181، 182، 183، 184، 185، 186، 187، 188، 189، 190، 191، 192، 193، 194، 195، 196، 197، 198، 199، 200، 201، 202، 203، 204، 205، 206، 207، 208، 209، 210، 211، 212، 213، 214، 215، 216، 217، 218، 219، 220، 221، 222، 223، 224، 225، 226، 227، 228، 229، 230، 231، 232، 233، 234، 235، 236، 237، 238، 239، 240، 241، 242، 243، 244، 245، 246، 247، 248، 249، 250، 251، 252، 253، 254، 255، 256، 257، 258، 259، 260، 261، 262، 263، 264، 265، 266، 267، 268، 269، 270، 271، 272، 273، 274، 275، 276، 277، 278، 279، 280، 281، 282، 283، 284، 285، 286، 287، 288، 289، 290، 291، 292، 293، 294، 295، 296، 297، 298، 299، 300، 301، 302، 303، 304، 305، 306، 307، 308، 309، 310، 311، 312، 313، 314، 315، 316، 317، 318، 319، 320، 321، 322، 323، 324، 325، 326، 327، 328، 329، 330، 331، 332، 333، 334، 335، 336، 337، 338، 339، 340، 341، 342، 343، 344، 345، 346، 347، 348، 349، 350، 351، 352، 353، 354، 355، 356، 357، 358، 359، 360، 361، 362، 363، 364، 365، 366، 367، 368، 369، 370، 371، 372، 373، 374، 375، 376، 377، 378، 379، 380، 381، 382، 383، 384، 385، 386، 387، 388، 389، 390، 391، 392، 393، 394، 395، 396، 397، 398، 399، 400، 401، 402، 403، 404، 405، 406، 407، 408، 409، 410، 411، 412، 413، 414، 415، 416، 417، 418، 419، 420، 421، 422، 423، 424، 425، 426، 427، 428، 429، 430، 431، 432، 433، 434، 435، 436، 437، 438، 439، 440، 441، 442، 443، 444، 445، 446، 447، 448، 449، 450، 451، 452، 453، 454، 455، 456، 457، 458، 459، 460، 461، 462، 463، 464، 465، 466، 467، 468، 469، 470، 471، 472، 473، 474، 475، 476، 477، 478، 479، 480، 481، 482، 483، 484، 485، 486، 487، 488، 489، 490، 491، 492، 493، 494، 495، 496، 497، 498، 499، 500، 501، 502، 503، 504، 505، 506، 507، 508، 509، 510، 511، 512، 513، 514، 515، 516، 517، 518، 519، 520، 521، 522، 523، 524، 525، 526، 527، 528، 529، 530، 531، 532، 533، 534، 535، 536، 537، 538، 539، 540، 541، 542، 543، 544، 545، 546، 547، 548، 549، 550، 551، 552، 553، 554، 555، 556، 557، 558، 559، 560، 561، 562، 563، 564، 565، 566، 567، 568، 569، 570، 571، 572، 573، 574، 575، 576، 577، 578، 579، 580، 581، 582، 583، 584، 585، 586، 587، 588، 589، 590، 591، 592، 593، 594، 595، 596، 597، 598، 599، 600، 601، 602، 603، 604، 605، 606، 607، 608، 609، 610، 611، 612، 613، 614، 615، 616، 617، 618، 619، 620، 621، 622، 623، 624، 625، 626، 627، 628، 629، 630، 631، 632، 633، 634، 635، 636، 637، 638، 639، 640، 641، 642، 643، 644، 645، 646، 647، 648، 649، 650، 651، 652، 653، 654، 655، 656، 657، 658، 659، 660، 661، 662، 663، 664، 665، 666، 667، 668، 669، 670، 671، 672، 673، 674، 675، 676، 677، 678، 679، 680، 681، 682، 683، 684، 685، 686، 687، 688، 689، 690، 691، 692، 693، 694، 695، 696، 697، 698، 699، 700، 701، 702، 703، 704، 705، 706، 707، 708، 709، 710، 711، 712، 713، 714، 715، 716، 717، 718، 719، 720، 721، 722، 723، 724، 725، 726، 727، 728، 729، 730، 731، 732، 733، 734، 735، 736، 737، 738، 739، 740، 741، 742، 743، 744، 745، 746، 747، 748، 749، 750، 751، 752، 753، 754، 755، 756، 757، 758، 759، 760، 761، 762، 763، 764، 765، 766، 767، 768، 769، 770، 771، 772، 773، 774، 775، 776، 777، 778، 779، 780، 781، 782، 783، 784، 785، 786، 787، 788، 789، 790، 791، 792، 793، 794، 795، 796، 797، 798، 799، 800، 801، 802، 803، 804، 805، 806، 807، 808، 809، 810، 811، 812، 813، 814، 815، 816، 817، 818، 819، 820، 821، 822، 823، 824، 825، 826، 827، 828، 829، 830، 831، 832، 833، 834، 835، 836، 837، 838، 839، 840، 841، 842، 843، 844، 845، 846، 847، 848، 849، 850، 851، 852، 853، 854، 855، 856، 857، 858، 859، 860، 861، 862، 863، 864، 865، 866، 867، 868، 869، 870، 871، 872، 873، 874، 875، 876، 877، 878، 879، 880، 881، 882، 883، 884، 885، 886، 887، 888، 889، 890، 891، 892، 893، 894، 895، 896، 897، 898، 899، 900، 901، 902، 903، 904، 905، 906، 907، 908، 909، 910، 911، 912، 913، 914، 915، 916، 917، 918، 919، 920، 921، 922، 923، 924، 925، 926، 927، 928، 929، 930، 931، 932، 933، 934، 935، 936، 937، 938، 939، 940، 941، 942، 943، 944، 945، 946، 947، 948، 949، 950، 951، 952، 953، 954، 955، 956، 957، 958، 959، 960، 961، 962، 963، 964، 965، 966، 967، 968، 969، 970، 971، 972، 973، 974، 975، 976، 977، 978، 979، 980، 981، 982، 983، 984، 985، 986، 987، 988، 989، 990، 991، 992، 993، 994، 995، 996، 997، 998، 999، 1000.

هناك بعض المهارات لا تجزأ فهي تعطي كوحدة واحدة ويتم هنا التعليم والتدريب على المهارة كلها دفعة واحدة ويتم التركيز على تعلمها والتدريب عليها دفعة واحدة من غير تجزئة.

ونقدم فيما يلي مثالاً لهذه الإستراتيجية:

مثال: إذا أراد المعلم تدريب الطلبة على مهارة ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة، فإنه يدرّب الطلبة على إيجاد ناتج عملية الضرب بكل كلي، ونقدم فيما يلي مثالاً على تدريس المهارة التالية:

"ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة دون حمل"

الهدف: أن يجد الطالب ناتج ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة دون حمل.

الخبرات السابقة: مفهوم الضرب، حقائق الضرب، القيمة المنزلية.

الأساليب والأنشطة:

تحرك التقديم:

- يبدأ المعلم بمراجعة التلاميذ في مفهوم الضرب وحقائق الضرب والقيمة المنزلية.
- يقدم المعلم للمهارة من خلال تعريف الطلبة بموضوع الدرس، وعرض لخطوات ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة دون حمل باستخدام المثال التالي: $21 \times 3 = \dots\dots$

تحرك التفسير:

- يقوم المعلم بتوضيح خطوات تنفيذ المهارة والمبادئ التي تقوم عليها كل خطوة من خلال حل المثال التالي:

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ \times \quad 3 \\ \hline 6 \quad 3 \end{array}$$

- حيث يوضح المعلم للطلبة الخطوات الأولى وهي ضرب العدد 3 في أحاد العدد 21 وهو العدد (1) ويكون الناتج (3)، ثم الخطوة الثانية وهي ضرب العدد (3) في عشرات العدد (21) وهو (2) ويكون الناتج (60)، ويكون الحل النهائي (63).
- يناقش المعلم الطلبة في حل المثال التالي:

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

- يشرك المعلم الطلبة في حل المثال: $20 \times 4 = \dots\dots$
- ### تحرك التبرير:

- يقوم المعلم في هذا التحرك تبرير صحة الإجابات التي تم الحصول عليها من خلال الربط بين عملية الضرب وعملية الجمع، ففي المثال الأول:
- $$63 = 21 + 21 + 21 = 3 \times 21$$
- وهي نفس النتيجة التي تم الحصول عليها من خلال خوارزمية الضرب.
- يطبق المعلم نفس الطريقة التحقق من صحة الإجابة على الأمثلة الأخرى.
- ### تحرك التدريب:

- يعطي المعلم الطلبة التدريبات التالية:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 1 \\ 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3 \\ \hline \end{array}$$

▪ يعطي المعلم التمرين التالي للطلبة الذين أنهموا التدريبات السابقة:
أكمل الفراغ في المربعات التالية:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} \square \\ 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} \square \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

وعند تدريس المهارة بأي من الإستراتيجيتين فإن هناك مجموعة من التحركات يقوم بها المعلم ومن هذه التحركات:

1-تحرك التقديم: في هذا التحرك يتم التحقق من المفاهيم والمبادئ التي تقوم عليها المهارة وشرح خوارزمية أجزاء المهارة ويكون الشرح عادة شرحاً لفظياً أو كتابياً لإجراءات المهارة.

2-تحرك التفسير: وهي عملية توضيح لخطوات المهارة والمبادئ التي تقوم عليها هذه الخطوات ويمكن أيضاً في هذا التحرك عرض للحالات التي تكون عليها المهارة.

3-تحرك التبرير: يمكن أن يكون التبرير هناك التأكد من صحة حل المهارة بإجرائها بطريقة أخرى ويؤكد أيضاً المعلم في هذا التحرك على المبادئ التي تقوم عليها خطوات إجراء المهارة.

4-تحرك التدريب: تدريب الطالب على القيام بالمهارة حتى يصل إلى الاتفاق المطلوب لهذه المهارة وفي هذا التحرك يقوم الطالب بالتدريب على خطوات إجراء المهارات من خلال الأمثلة المتنوعة عليها والتمارين التي يطلب من الطالب حلها.

5-تحرك التقويم: يتم التحقق من اكتساب الطالب للمهارة بعرض تمارين متنوعة وبأشكال مختلفة على المهارة حتى يتحقق المعلم من درجة إتقان الطالب للمهارة المتعلمة.

وإليك عزيزي القارئ هذا المثال على تعلم المهارة.

مثال: تعليم مهارة حل المعادلة التربيعية بطريقة القانون العام.

الحل:

تحرك التقديم: يتم التقديم لهذه المهارة بمرجعة الجذر التربيعي والطرق الأخرى في حل المعادلة التربيعية كطريقة الأقواس وإكمال المربع وعرض قانون حل المعادلة التربيعية والتي تكون على الصورة.

$$أس^2 + ب س + ج = صفر$$

وقانون الحل هو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أ ج}}{2أ}$$

تحرك التفسير: يتم توضيح رموز القانون حسب

أ: تمثل معامل س 2 في المعادلة.

ب: تمثل معادلة س في المعادلة

ج: تمثل الحد المطلق

وتسمى القيمة تحت الجذر (ب² - 4أ ج) بالتمييز وتوضيح الحالات التي يكون عليها المميز وهي:

الحالة الأولى: إذا كان المميز < صفر (موجب) وفي هذه الحالة يكون للمعادلة حلين حقيقيين هما:

$$س_1 = \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - 4أ ج}}{2أ}$$

$$س_2 = \frac{-ب - \sqrt{ب^2 - 4أ ج}}{2أ}$$

الحالة الثانية: إذا كان المميز = 0 يكون للمعادلة حل حقيقي واحد فقط هو

$$س = \frac{-ب}{2أ}$$

الحالة الثالثة: إذا كان المميز > صفر (سالب) وفي هذه الحالة لا يكون هناك حل حقيقي للمعادلة ويعرض ثلاثة أمثلة محلولة على حل المعادلة التربيعية كل مثال يحدد حالة من الحالات الثلاث كالاتي:

مثال 1:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام القانون العام.

$$س^2 - 5س + 6 = \text{صفر}$$

ويكون حل هذه المعادلة على النحو التالي:

$$\text{تحديد قيم } أ = 1, ب = -5, ج = 6$$

$$\text{اختبار المميز ب}^2 - 4أج = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1 < \text{صفر}$$

$$= 25 - 24 = 1 < \text{صفر}$$

المميز موجب فيكون هناك حلين للمعادلة.

$$س_1 = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$س_2 = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

مثال 2:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام القانون العام

$$س^2 + 4س + 4 = \text{صفر}$$

$$- أ = 1, ب = 4, ج = 1$$

$$- \text{المميز ب}^2 - 4أج = 4^2 - 4(1)(1) = 16 - 4 = 12$$

$$= 16 - 16 = 0$$

-المميز = صفر وهنا يكون حل واحد للمعادلة هو

$$س = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = \frac{-4 \pm 0}{2} = -2$$

مثال 3:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام القانون العام

$$س^2 - 2س + 3 = \text{صفر}$$

$$- أ = 2, ب = -2, ج = 3$$

$$- \text{المميز ب}^2 - 4أج = (-2)^2 - 4(2)(3) = 4 - 24 = -20$$

$$= 4 - 24 = -20$$

-المميز سالب وبالتالي لا يوجد حل حقيقي للمعادلة:

تحرك التبرير: وهنا يتم التأكد من صحة حل الأمثلة السابقة بعد حل كل واحد على حدة وعن طريق حلها بطريقة الأقواس أو حلها بطريقة إكمال المربع ويتم التأكيد على الحالات الثلاثة السابقة لحل المعادلة التربيعية بإعطاء المزيد من الأمثلة المتنوعة على هذه الحالات وحلها من قبل المعلم وبمشاركة الطالب في أجزاء من الحل.

تحرك التدريب: يعطي المعلم هنا مزيداً من الأمثلة للتدريب على هذه المهارة ويطلب من الطالب حلها ويجب أن تكون هذه الأمثلة تشمل الحالات الثلاث ويُساعد المعلم الطالب في الحل ومن التدريبات التي يمكن أن تعطي للطالب.

$$\blacksquare \text{ س}^2 - 3\text{س} - 2 = \text{صفر}$$

$$\blacksquare 4\text{س}^2 + 5\text{س} - 1 = \text{صفر}$$

$$\blacksquare 3\text{س}^2 - 2\text{س} + 1 = \text{صفر}$$

$$\blacksquare \text{س}^2 + 2\text{س} + 1 = \text{صفر}$$

$$\blacksquare \text{س}^2 + 4\text{س} + 6 = \text{صفر}$$

$$\blacksquare \text{س}^2 - 8\text{س} + 16 = \text{صفر}$$

تحرك التقويم: يقوم المعلم في هذا التحرك بإعطاء الطلبة تمارين على حل المعادلة التربيعية والمراقبة حلهم من بعيد ليتأكد أن جميع الطلبة قد اتقنوا هذه المهارة ويمكن أن يعطي المعلم واجبات منزلية للطلاب أو امتحانات قصيرة.

رابعاً: المسائل الرياضية: Mathematical Problems

يخلط كثير من المتعلمين بين المسألة الرياضية والتمرين (التدريب)، ويجب التوضيح هنا أن المسألة الرياضية تختلف عن التمرين وسنعود هنا تعريف التمرين وتعريف المسألة الرياضية.

فالتمرين (التدريب): هو مهمة تربوية يتطلب إجراؤها استدعاء سلسلة من الخطوات المعروفة لدى الطالب التي كان قد تعلمها في وقت سابق، فمثلاً إذا كان الطالب قد تعلم خوارزمية الضرب.

فالسؤال "جد حاصل الضرب 43×25 " يعتبر تدريباً.

وإذا كان الطالب قد تعلم خوارزمية القسمة فالسؤال "جد ناتج القسمة $280 \div 25$ " يعتبر أيضاً تمريناً.

أما إذا لم يكن الطالب قد تعلم في وقت سابق خوارزميتي الضرب والقسمة، فلا يمكن اعتبار كل من هذين السؤالين تدريباً، وفي الغالب فالتمرين

(التدريب) يحصل بالتطبيق المباشر باستخدام واحداً أو أكثر من الخوارزميات الحسابية المعرفة.

في حين أن المسألة الرياضية: هي المهمة الأكثر تعقيداً من التمرين (التدريب)، إذ لا يمكن حلها بالتطبيق المباشر باستخدام واحد، أو أكثر من الخوارزميات الحسابية، بل يستدعي حلها درجة عالية من الإبداع من طرق الشخص الذي يحلها. وبذلك فالمسألة الرياضية هي موقف جديد ومميز يواجه الفرد، ولا يكون له عند الفرد حل جاهز في حينه.

فمثلاً يعتبر السؤال جد حاصل الضرب (25×43) مسألة رياضية للطلبة الذين نقل أعمارهم عن (8) سنوات، ولم يتعلموا خوارزمية الضرب، لكنه ليس كذلك بالنسبة للطلبة الذين تعلموا خوارزمية الضرب، وكذلك يعتبر السؤال جد ناتج القسمة $(280 \div 25)$ مسألة رياضية بالنسبة للطلبة الذين هم في سن أقل من (10) سنوات، ولم يتعلموا خوارزمية القسمة لكنه ليس كذلك بالنسبة للطلبة الذين تعلموا خوارزمية القسمة.

وانطلاقاً مما سبق يُمكن اعتبار المسألة رياضية أو تمريناً تعتمد على المعرفة التي يمتلكها الفرد المتعلم، فقد يستجيب الطالب على سؤال ما بطريقة روتينية، ومألوفة بينما قد يحتاج طالب آخر إلى التفكير ملياً إذا كانت معرفته السابقة لا تقدم له طريقة روتينية.

للإجابة عن السؤال، ما هو مسألة عند الطالب اليوم قد لا يكون في فترة لاحقة، وقد لا يشكل الموقف نفسه بالنسبة لإثنين يمتلكان الخبرات نفسها مسألة رياضية.

وحتى يكون الموقف بالنسبة لفرد ما مسألة رياضية أو مشكلة، يجب أن تتوافر ثلاثة شروط بالنسبة للفرد، وهذه الشروط هي:

- 1 - وجود سؤال يسعى المتعلم للإجابة عليه.
- 2 - احتواء السؤال على غموض أو صعوبات مما يعوق الإجابة عليه بطريقة روتينية آلية من قبل المتعلم.
- 3 - قياس المتعلم بمحاولة أو أكثر للتغلب على تلك الصعوبات، ومن ثم الإجابة على السؤال.

وتعتبر القدرة على حل المسائل أمراً هاماً، فلاكتسابها فوائد جمة بالنسبة للحياة ولتعلم الرياضيات والموضوعات الأخرى، ولكي يكتسب الطلاب المقدرة على حل المسائل الرياضية، فإن من واجبات المدرسين الاهتمام كثيراً بحل المسائل الرياضية، والبحث عن السبل الملائمة لتدريسها، وعدم الاكتفاء بإعطاء

التمارين والتدريبات المختلفة الأخرى، بل العمل على أن تكون هذه الأخيرة عوامل مساعدة يفهم الطلاب من خلالها المفاهيم والمبادئ الرياضية، ويوظفها في خدمة تدريس حل المسائل الرياضية.

أهمية حل المسألة الرياضية: Problem Solving Importance

يوجد لحل المسائل الرياضية أهمية كبيرة في حياة الفرد والمجتمع ويمكن تحديد أهمية حل المسألة الرياضية فيما يلي:

- 1 - يكتشف الطلبة من خلال حل المسائل الرياضية معارف جديدة مثل:
 - أ - التفكير الاستدلالي الذي يقوم على استنباط العلاقات والنتائج بعضها من بعض.
 - ب - التفكير الابتكاري الذي يقوم على ربط العلاقات ببعضها البعض لتكوين نظاماً متسلسلاً متماسكاً.
 - ت - التفكير الناقد الذي قوم على تحليل وتقويم عناصر وجزئيات الموقف وإعطاء المبررات واكتشاف العلاقات.
 - 2 - تحفز الطلبة على التعلم وتثير دافعيتهم.
 - 3 - يؤدي حل المسألة الرياضية إلى تعلم مفاهيم جديدة.
 - 4 - تدريب المتعلم على حل المشكلات التي تواجهه في حياته اليومية.
 - 5 - تكسب خبرات وظيفية لا يمكن اكتسابها بغير هذه الطريقة.
 - 6 - تثير فضول المتعلم عند النجاح في حلها إلى التوصل إلى نجاح آخرون في مسألة أخرى.
 - 7 - تثير الفضول الفكري وحسب الاستطلاع لدى المتعلمين.
 - 8 - تجعل الطلبة أكثر قدرة على التحليل واتخاذ القرارات في الحياة وحل المشكلات في شؤون حياتهم المختلفة في الحاضر والمستقبل.
 - 9 - تعرف الطلبة على تطبيقات الرياضيات في مجالات الحياة المختلفة.
- للأسباب السابقة وغيرها يعتبر موضوع حل المشكلات الرياضية من أهم الموضوعات المتعلقة بتعليم الرياضيات منذ منتصف القرن العشرين وحتى يومنا هذا.
- الصعوبات التي تواجه الطلبة في حل المسألة الرياضية:
- لقد أظهرت العديد من الدراسات والأبحاث أن هناك ضعفاً لدى الطلبة في المقررة على حل المسائل الرياضية، وأن أسباب هذا الضعف، والعوامل الرئيسية التي تؤثر في هذه القدرة تكمن في النقاط التالية:

- 1- عدم التمكن من مهارة القراءة: تصاغ المسائل اللفظية عادة بعبارات موجزة، وأسلوب مقتضب، وتتضمن مصطلحات، ومفاهيم، لذلك يعتمد فهم المسألة على مدى فهم هذه المفاهيم والمصطلحات، وحيث أن فهم المسألة هو الخطوة الأولى للحل فواجب المعلم أن يتأكد من معرفة الطلبة لمفردات المسألة وتعابيرها.
 - 2- عدم القدرة على تحليل المسألة إلى عناصرها.
 - 3- عدم القدرة على اختيار الأساليب المناسبة، واستدكار المعلومات الأساسية، ضعف القدرة على التفكير والاستدلال والتسلسل في خطوات الحل.
 - 4- عدم التمكن من المبادئ والقوانين والمفاهيم والعمليات ومعاني بعض المصطلحات الرياضية ومهارات العمليات الحسابية الأساسية.
 - 5- عدم قدرة على اختيار الخطوات التي ستتبع في حل المسألة، وضعف خطة معالجة المسألة، وعدم تنظيمها.
 - 6- ضعف قدرة الطلبة على التخمين والتقرير وعدم تشجيع الطلبة على ذلك واللجوء إلى الآلية وحكم العادة في مباشرة الحل ومتابعته.
- خطوات حل المسألة الرياضية:

حدد جورج بوليا في كتابه "البحث على الحل" أربع مراحل يتم فيها حل المسألة الرياضية وهذه الخطوات هي:

المرحلة الأولى: فهم المسألة الرياضية:

تتضمن هذه الخطوة تحديد المعطيات في المسألة الرياضية، وتحديد المطلوب من المسألة، فمن غير المقبول أن يشرع الطالب في حل مسألة لا يفهمها، أو لا توجد لديه رغبة في حلها فأول واجباتك أن تكون لدى الطالب دافعية وقدرة على الحل.

وتستطيع أن توصل طلبتك إلى القدرة على الحل من خلال سلسلة من الأسئلة الموجهة حول عناصر المسألة وارتباط هذه العناصر ببعضها، ومما سبق من خلال الطلبة، ومن أمثلة هذه الأسئلة الموجهة ما يلي:

ما المعطيات؟ وما الشروط المتوافرة؟ ما المطلوب من السؤال؟ هل يمكن صياغة السؤال بلغة سهلة؟ هل يمكن تمثيل المسألة بالرسم؟ إلخ. والغاية من كل هذه الأسئلة وهذا التحليل هو فهم المسألة فهماً كاملاً، وتمثيلها في مخيلة الطالب تمثيلاً يمكنهم منها والانصراف الكامل للحل.

المرحلة الثانية: وضع خطة لحل المسألة الرياضية:

في هذه المرحلة يعرض المعلم في هذه المرحلة بعض الأسئلة التي قد توصل إلى فكرة الحل، كربط المسألة بمسألة سابقة لها علاقة بها، أو إجراء بعض التعديلات في المسألة المعطاة له، مما يؤدي إلى إيجاد حل لمسألة قد تساعد في حل المسألة الأصلية، ومن أمثلة هذه الأسئلة:

- هل رأيت المسألة من قبل؟
- هل رأيتها بشكل آخر قريب؟
- هل تعرف مسألة ذات صلة بمسألتك؟
- هل تعرف نظرية قد تفيدك في الحل؟
- هل تستطيع إيجاد رابط بين المعطيات والمطلوب؟

المرحلة الثالثة: تنفيذ الحل:

إذا تمكن الطالب من إدراك الخطة التي توصل إليها في مرحلة التخطيط، واستوعب جوانب الخطة التي أدركها، تعتبر مرحلة التنفيذ في هذه الحالة من أسهل خطوات الحل، خاصة إذا كانت الخطة من ابتكار الطالب نفسه، ولم تفرض عليه من جهة خارجية، حيث يطبق الطالب العلاقات والقوانين والمسائل الحسابية التي حددها في الخطوة السابقة ليتوصل إلى النتائج.

المرحلة الرابعة: التحقق من صحة الحل:

في هذه المرحلة يقوم المعلم بتشجيع الطلبة على مراجعة الحل، وتأكيد من صحة الجواب ومعقوليته، وذلك من خلال السير بخطوات الحل عكسياً، أو من خلال التحقق من الحل بالتعويض، أو اللجوء إلى طريقة أخرى في الحل.

بالإضافة إلى ذلك ينصح بتشجيع الطلبة على اشتقاق، وتطوير مسائل جديدة من المسألة الحالية، تعويدهم على تأليف مسائل مشابهة، مما يكسبهم فهماً أكثر للمفاهيم وقدرات أعلى في ربط العلاقات وإدراك التعميمات.

والمثال التالي يوضح الخطوات التي يمر بها الطالب في أثناء حله للمسألة :

مثال: مع أحمد (60) ديناراً وما مع خالد يزيد (5) دنانير على ما أحمد، كم ديناراً مع خالد؟

- 1 - يبدأ الطالب بقراءة المسألة وفهم معناها العام ومعاني الكلمات فيها
- 2 - يحدد الأجزاء الرئيسية للمسألة : ما الذي يجب أن تجده (المطلوب) ؟ ما المعطيات (المفروض) ؟ ما الذي يربط بين المعطيات (الشروط) ؟
- 3 - ترجمة الشروط إلى عبارات رياضية

$$\text{مع سعيد} = \boxed{}6$$

4 - ايجاد الناتج $11 = 5+6$

5 - اختبار صدق الجواب, هل 11 تزيد عن 6 بمقدار 5 ؟

وأصعب خطوة بالنسبة للطلاب هي خطوة ترجمة الشروط إلى عبارات رياضية, هل يجمع أم يطرح؟ وهذه عملية تتعلق بالعلاقة بين اللغة العربية واللغة الرياضية

وفى كل مسألة هناك كلمات مفتاحية تساعد الطلاب على فهم المسألة وترجمتها إلى رموز رياضية وحلها .

العبارة الكلامية	ترجمتها الرياضية
مجموع 5 و 7	$7 + 5$
اكبر من 9 ب 3	$3 + 9$
اطرح 5 من 12	$5 - 12$
يزيد عن 4 ب 3	$3 + 4$
يقل عن 12 ب 5	$5 - 12$
الفرق بين 17 و 9	$9 - 17$
ثلاثة أمثال 8	8×3
حاصل ضرب 6, 7	7×6
مع احمد 7 ومع ليلي 5	$5 + 7$
أخذ	جمع أو طرح
صرف, دفع	طرح
وزع	قسمة
4 أضعاف الـ 5	5×4
عمر ليلي 6 سنوات بعد 4 سنوات	$4 + 6$

العبارة الكلامية	ترجمتها الرياضية
يصبح عمرها ؟	
في	×
على	قسمة
و	+

إرشادات تساعد في حل المسألة :

1. إيجاد مناخ ودي للطلاب في أثناء التعلم بشكل عام وحل المسائل بشكل خاص.
2. تشجيع الطلاب يولد لديهم الثقة بالنفس والإقدام على العمل.
3. تقديم مسائل شفوية للطلاب والاستعانة بالرسوم والتمثيل.
4. تقديم مسائل متنوعة للطلاب وليس مسائل من النمط نفسه.
5. تقديم بعض المسائل الرياضية (مثل إستراتيجية التحليل وهو التفكير في المطلوب ويبحث عن احتمالات تحققه).
6. تقديم أنشطة تتعلق بالعد وحل التمارين العددية العدد التصاعدي، العد التنازلي يساعد في حل المسائل.
7. تشجيع الطلاب على ابتكار المسائل ولعب الأدوار أثناء الحل، وتمثيل المرحلة.
8. استخدام الألعاب التربوية يعزز من قدرات الطلاب في حل المسائل التربوية.
9. جعل الطلاب يكتبون جملا رياضية.
10. على الطلاب يصغون المسألة بأنفسهم.
11. إعطاء مسائل لفظية.
12. إعطاء مسائل لا تحتوى أعداداً.
13. أطلب إلى الطالب تعيين العملية التي يجب استعمالها في المسألة.
14. إعطاء مسائل فيها نقص في المعلومات والطلب من الطلاب تعيين النقص.
15. تشجيع الطلاب على التأكد من معقولية أجوبتهم.

16. استعمال مسجل لمساعدة الطلاب الذين لا يقرؤون جيداً.

استراتيجيات حل مسألة الرياضية:

لقد سبق أن وضعنا خطوات حل المسألة التي اقترحها بوليا، ويمكن السير بهذه الخطوات وبنفس الترتيب في جميع الاستراتيجيات المقترحة تالياً. وتمثل الاستراتيجية الخطوة الثانية في خطوات حل المسألة لبوليا.

إن انتقاء مسائل رياضية جديّة وحلها لا يكفي لتنمية قدرات الطلبة على حل المسألة، على المعلم أن يواجه عناية الطالب إلى ضرورة التفكير والتأمل من المسألة التي تواجهه قبل أن يقوم بخطوات عشوائية لمحاولة حلها. وهناك استراتيجيات متعددة تستخدم في حل المسألة الرياضية منها:

1- استراتيجية المحاولة والخطأ:

تعتمد هذه الاستراتيجية على مبدأ التخمين، إذ يخمن الطالب الحل ويضع هذا الحل إلى الاختبار، فإذا ظهر خطأ حل المقترح يستبعد الطالب ويلجأ إلى محاولة جديدة حتى يتوصل إلى الحل الصحيح. وتتطلب هذه الاستراتيجية من المعلم تشجيع الطلبة على عمل تخمينات معقولة وليست عشوائية فعلى سبيل مثال للتوصل إلى حل المسألة التالية:

ما العدد المناسب في الفراغ التالي:

$$35 = \dots + \dots \times 6$$

يناقش المعلم طلبته هل العدد 3 هو العدد المناسب، ولماذا؟ ويستمر في تقديم حلول جديدة، ماذا عن العدد 4؟ وهكذا ..

2- استراتيجية عمل قائمة منظمة أو جدول:

تتطلب هذه الاستراتيجية تنظيم المعلومات الواردة في المسألة الرياضية في قائمة منظمة أو جدول، إذ يساعد هذا التنظيم الطالب على إدراك العلاقات والأنماط بين المعلومات مما يسهل عليه حل المسألة.

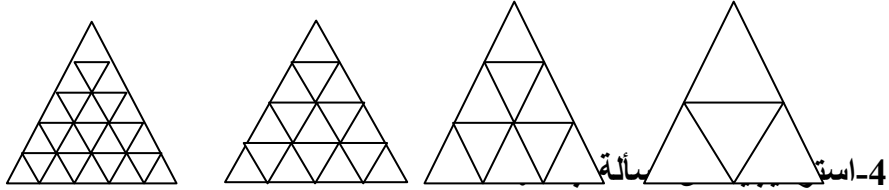
مثال: غرفة قاعدتها مربعة الشكل طولها 4م، كم بلاطة نحتاج لتبليط قاعدة الغرفة إذا كان طول ضلع البلاطة = 25سم؟

ومثل هذه الاستراتيجية يمكن أن تستخدم لتطوير مفهوم المساحة للأشكال المختلفة لدى الطلبة.

3- استراتيجية البحث عن النمط:

تستخدم هذه الاستراتيجية عندما يتوفر وجود نمط معين للأعداد أو الأشكال المتضمنة في المسألة، فمعرفة القاعدة التي تكون هذا النمط تساعد في الحل.

مثال: انظر إلى الأشكال أدناه، وبين عدد المثلثات في الشكل التالي، الذي يأتي على نفس النمط الوارد في الأشكال الأربعة التالية:



تستخدم هذه الإستراتيجية عندما تكون المسألة الرياضية معقدة نوعاً ما نظراً لاحتوائها على أعداد كبيرة أو حلها يتطلب خطوات كثيرة، ففي هذه الحالة نلجأ إلى استخدام الإستراتيجية عن طريق تقسيم المسألة إلى مسائل أسهل في أرقامها وخطواتها.

مثال: ما مجموع الزوايا الداخلة للشكل السداسي المنتظم؟ أي كم زاوية قائمة؟

خطة الحل: نقسم المسألة إلى مسائل أسهل بغية الوصول إلى الحل.

ما مجموع قياسات زوايا المثلث؟ كم زاوية قائمة؟

ما مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي؟ كم زاوية قائمة؟

وهكذا إلى أن تتضح القاعدة.

5- إستراتيجية البحث عن معادلة أو قانون:

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون هناك إمكانية في المسألة الرياضية لاستخدام المتغير للدلالة على المجهول وتشكيل معادلة، وتتطلب هذه المعادلة الحل، وقيمة المتغير الناتج عن حل المعادلة يعد الحل للمسألة.

مثال: ما سرعة سيارة قطعت مسافة 180 كم في 3 ساعات؟

6- إستراتيجية عمل نموذج أو شكل

تستخدم هذه الإستراتيجية عندما يكون هناك إمكانية للتعبير عن المسألة أو بالرسم نموذج، فتمثيل المسألة بصورة جديدة يسهل من عملية حلها.

مثال: بركة مستطيلة الشكل طولها 24م، وعرضها 16م، يحيط بها رصيف عرضه 2م، ما مساحة الرصيف.

7- إستراتيجية السير بخطوات عكسية