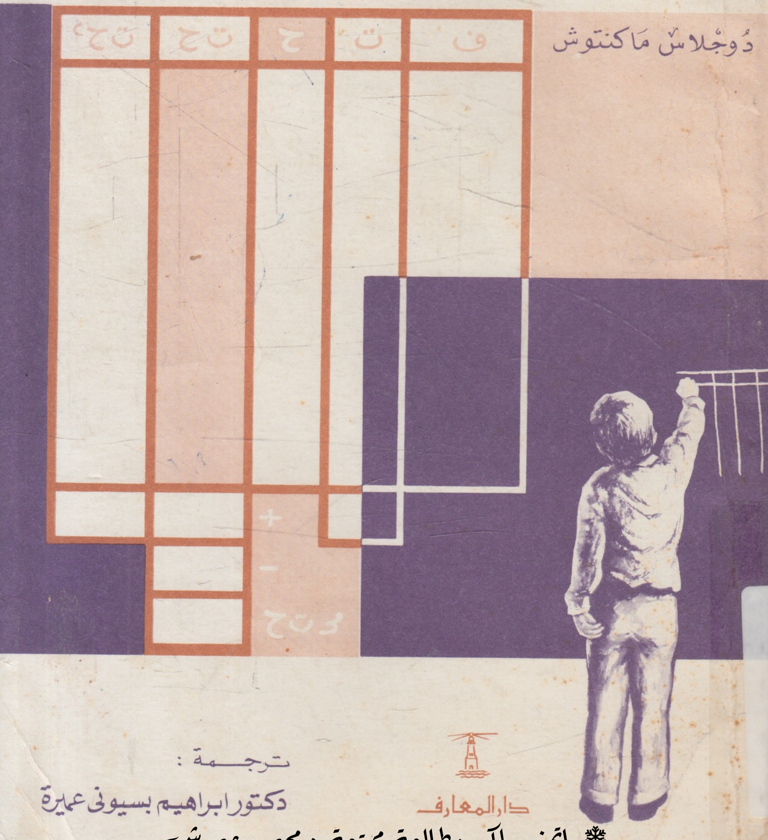
الإحصاء للمعلمين

دوجلاس ماكنتوش



ترجمة :

دكتور ابراهيم بسيوني عميرة

دار المعارف

❄. اتمني لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

دوجلاس ماكنتوش

الإحصاء للمعلمين

ترجمة

دكتور إبراهيم بسيوني عميرة

أستاذ المناهج وطرق التدريس

وعميد كلية التربية بسوهاج — جامعة أسيوط

الطبعة الخامسة

١٩٨٩

دار المعارف

This is a translation of
Stastistics for the Teacher
2nd Edition
by
Douglas M. McIntosh
London : Pergamon Press, 1967.

الناشر : دار المعارف بمصر – ١١١٩ كورنيش النيل – القاهرة ج. م . ع .

محتويات الكتاب

❄. اتمنى لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

مقدمة الترجمة

هذا كتاب فى الإحصاء ، والإحصاء أصبح ضرورة لاغنى عنها فى البحث العلمى ، والبحث التربوى . ومن البحوث ما لايكتمل إلا بالجانب الإحصائى .

وكتب الإحصاء عديدة متنوعة ، تتفاوت فى المدى الذى تغطيه ، والجمهور الذى تتحدث إليه . بعضها يبلغ من الضخامة حجماً يخيف المبتدئ ،وبعضها يعتمد على مفاهيم رياضية لا يتيسر فهمها . إلا للمتخصص ، وبعضها يغطى من ميدان الإحصاء مساحات واسعة .

وهذا الكتاب موجه للمعلمين ، وإلى البادئين فى البحث التربوى ، والذين يودون فهم بعض المبادئ الأساسية فى الإحصاء التى يكثر ذكرها فى البحوث التربوية . وهو فى هذا الإطار يبذ غيره . هو السهل الممتنع ، الموضح بالكثير من الأمثلة والتمارين من ميدان التربية . ولا غرو فمؤلفه عميد لكلية تربية .

ويشتمل الكتاب على عشر فصول ، يناقش أولها قضية القياس فى التربية ، ويتناول الثانى مشكلة تفسير الدرجات . ويوضح الثالث كيف ترتب الدرجات وتنظم ويتدرج الكتاب فى شرح بعض المفاهيم الإحصائية فيتناول الفصل الرابع المتوسط الحسابى ،ويوضح الفصل الخامس مقاييس التشتت ،أما الفصل السادس فيناقش المشكلات التى تظهر عند محاولة المقارنة بين الدرجات وجمعها ، ويشرح الفصل السابع فكرة المثينيات ، ويتدرج الفصل الثامن فى وصف المنحنى الاعتدالى وإيضاح خصائصه ، وتناقش فكرة الارتباط فى الفصل التاسع ، أما الفصل العاشر فيوضح كيفية الحكم على دلالة الفروق بين المتوسطات .

ويرجى بهذه الترجمة ، أن نكون قد أضفنا للمكتبة العربية كتاباً يعين المعلم، والباحث فى ميدان التربية ، بما يعينه فى عمله وبحثه .

والله ندعو أن يوفقنا ويسدد خطانا .

المترجم

الفصل الأول

القياس فى التربية

العد والقياس :

يختلف العد عن القياس . ولقد كانت حاجة الإنسان البدائى إلى العد أكبر . فلقد كان عليه أن يعرف عدد الخراف فى قطيعه ، وعدد أفراد أسرته . أما القياس فكانت حاجته إليه أقل ، ولم يكن على درجة عالية من الدقة . كان يقيس ارتفاع الحيوان بالشبر . ومازلنا حتى الآن نقيس المسافات بالقدم ، وهو إرث تركه لنا الإنسان البدائى.

الفرق الأساسى بين العد والقياس ، هو أن العد دقيق مضبوط ، بينما القياس تقريبى ، فهناك جواب واحد للسؤال عن عدد تلاميذ فصل ، بينما السؤال عن طول خط توجد له عدة إجابات . فإذا استخدمت فى قياسه مسطرة عادية تكون هناك إجابة ، وإذا استخدمت أداة للقياس تصل دقتها إلى واحد من ألف من السنتيمتر تكون هناك إجابة أخرى . وبالمثل يمكن إيجاد وزن جسم بالتقريب باستخدام ميزان زنبركى ، ولكن يمكن إيجاده بدقة أكبر باستخدام ميزان حساس .

ودرجات التلميذ هى فى نهاية الأمر قياسات . وبرغم التعبير عنها بأعداد صحيحة ، فهى تقريبات ، وهى لا تبلغ فى دقتها القياسات الفيزيائية كالطول .

وقد يستخدم العد فى تصحيح بعض الاختبارات ، كتلك التى تحوى بعض عمليات حسابية ، يعطى الطالب درجة عن كل عملية ينجح فى حلها . وتكون الدرجة النهائية ، هى مجموع درجات العمليات التى نجح التلميذ فى حلها . ولكن حتى فى هذه الحالة ، فإن هناك افتراض بأن العميات الحسابية تتساوى فى صعوبتها ، وأن كل الأخطاء تتساوى فى حجمها ، وهكذا فإنه برغم أن عدد الإجابات الصحيحة أسلوب ملائم لتعيين الدرجة النهائية للتلميذ ، فإن هذه الدرجة لا تعدو أن تكون نوعاً من التقريب .

القياس المباشر ، والقياس غير المباشر :

يمكن التمييز بين نوعين من القياس : المباشر وغير المباشر . فقياس الطول والوزن مباشر . طول المستقيم يقاس مباشرة بالمسطرة . ووزن الجسم يقاس مباشرة بالميزان ، أما درجة حرارة جسم فتقاس بطريق غير مباشرة ، عن طريق ارتفاع عمود الزئبق فى ترمومتر .

والقياس فى التربية غير مباشر دائماً ، فتمثل درجة التلميذ فى الحساب عادة أداءه فى عينة من الأسئلة . ونادراً ما يراجع المدرس أى نوع من عمليات الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة يحويها امتحان فى الحساب . وقد يحدث أن لا يضمن الامتحان العمليات الصعبة .

واختيار العينة فى بعض المواد أكثر صعوبة منه فى مواد أخرى : فقدرة التلميذ على إجابة مجموعة معينة من الأسئلة فى الأدب الانجليزى ، ليست ضماناً بالإحاطة الدقيقة بهذا الميدان ، ولاحتى بجزء صغير منه ؛ فاختبار المعرفة بالأدب ، يبلغ من الصعوبة مبلغ القبض على شعاع من الشمس .

وقد تستخدم درجات الامتحان لأغراض لم تكن فى ذهن واضع الامتحان . وينطبق هذا بخاصة على التنبؤ بنجاح الطالب فى امتحانات أخرى ، إذا حصل على درجة عالية فى امتحان ما . فليس لدينا مثلا من الأدلة ما يكفى للحكم بأن شهادة إتمام المدرسة الثانوية منبئ جيد بالنجاح فى الجامعة .

الوحدات :

يمكن استخدام العديد من الوحدات فى القياس . ولهذا فالواجب تعريف لوحدات التى استخدمت . فلا يكفى مثلا القول بأن طول مستقيم ما ٦ . بل يجب ذكر الوحدة التى استخدمت فى القياس ، هل هى السنتيمتر أو المتر أو البوصة أو القدم ؟

ومن الممكن قياس طول مستقيم ما ، والتعبير عن هذا الطول بوحدات مختلفة . فمستقيم طوله ١٢ بوصة ، يمكن القول بأن طوله قدم واحد . وبالمثل يمكن التعبير عن درجة الحرارة بالدرجات المئوية أو الفهرنهيتية .

ولا يمكن المقارنة بين القياسات ، إلا إذا كانت بنفس الوحدات . فلا يمكن القول بأن درجة ٦٠°م أعلى أو أقل من درجة ٨٥°ف ، إلا إذا حولنا إحداهما إلى وحدات الأخرى .

كذلك الحال فى القياسات التربوية ، يجب أن تكون بنفس الوحدات ، حتى يمكن مقارنتها ، أو جمعها . وهناك مسلمة تنطوى تحت فكرة النسب المئوية للدرجات . وهى أن كل ١ ٪ له نفس قيمة ١ ٪ الآخر ، وليس هذا هو الواقع فى جميع الحالات . من السهل عادة زيادة الدرجة فى المئينيات العشر الأولى (١ — ١٠ ٪) عن زيادتها فى المئينيات العشر الأخيرة (٩٠ — ١٠٠ ٪) .

كما يختلف الممتحنون فى مستويات تصحيحهم ، وقد اتضح المرة بعد الأخرى أنه نادراً ما يستخدم اثنان من المصححين نفس مستوى التصحيح . أو نفس الوحدات . بل إن هناك من الأدلة ما يوحى بأن المصحح الواحد يمكن أن يستخدم فى الأوقات المختلفة وحدات قياس مختلفة .

وليست الدرجات ، أو النسب المئوية هى الوسائل الوحيدة للقياس فى التربية ، فقد تستخدم تقديرات مثل ا ، ب ، حـ ، د ، هـ . يمثل فيها التقدير ا التقدير الممتاز ، ويمثل التقدير هـ التقدير الضعيف جداً .

كما يمكن التعبير عن مستوى تلميذ بتحديد مكان درجته من قائمة ، كما فى امتحان الشهادة الإسكتلندية للتربية ، الذى يطلب فيه إلى المعلمين تقدير تلاميذهم ، لا على أساس درجاتهم الحقيقية ، ولكن على أساس موقع التلميذ فى واحد من عدة مواقع ، مثلا الموقع من ٦٠ — ٧٠ ٪.

كما تستخدم النسب أيضاً لتحديد موقع التلميذ على مقياس . ومن أشهر هذه النسب نسبة أو معامل الذكاء I. Q. ، وهذه لا تأخذ فى اعتبارها إنجاز التلميذ فى أحد الاختبارات فقط ، وإنما نأخذ أيضاً فى الاعتبار عمر التلميذ وقت أداء الاختبار .

الصفر :

تجرى القياسات عادة ابتداء من نفس النقطة أو الصفر الذى يعرف أحياناً بالأصل . فطول ثمانية بوصات، يعنى أن هناك ثمانية بوصات منفصلة بين صفر، ٨، ولكن ليس من الضرورى أن يكون الصفر هو الأصل . فعلى سبيل المثال ، يقارن لاعب الجولف أرقامه بما يتوقعه لنفسه من ضربات ليدخل كرته فى كل حفرة . فإذا كان يقدر لنفسه أربع ضربات ليدخل الكرة فى كل حفرة ولكنه احتاج إلى خمس ضربات ليدخل الكرة الحفرة الأولى ، فإنه يعتبر أن رصيده واحد ، وإذا استنفذ أربع ضربات ليدخل كرته الحفرة الثانية ، فإن رصيده يظل واحداً . ولكنه إذا كان قد دخل الحفرة الثانية بثلاث ضربات فقط ، فإن رصيده بالنسبة لهذه الحفرة يكون (— ١) ، ويصبح رصيده الكلى بالنسبة للحفرتين الأولى والثانية صفراً ، مما يعنى أنه احتاج لأربع ضربات ليدخل كل حفرة .

ويوضح لنا هذا المثال ، أنه يمكن استخدام الأعداد السالبة فى القياس ، وقياس درجة الحرارة هو أكثر الأمثلة شيوعاً على هذا ، حيث تعنى الدرجة — ١٠ م ، عشر درجات مئوية أقل من درجة التجمد .

والأسلوب المعتاد فى تصحيح الامتحانات هو استخدام مقياس رقمى يبدأ من الصفر صعوداً إلى أعلى . وكثيراً ما تحول الدرجات إلى نسب من النهاية العظمى ، وقد تكون هذه الطريقة مضللة . ذلك أن المصحح ربما لا يكون قد استخدم المدى الكامل للمقياس . فقد تكون النهاية العظمى للدرجة ١٠٠ ، ولكن المصحح نادراً ما يمنح طالباً فى بعض الامتحانات درجة أعلى من ٩٠ ، عندئذ تعطى النسب المئوية انطباعاً خاطئاً عما تعنيه الدرجات .

ويستخدم المتوسط كصفر (كبداية للقياس) فى معاملات الذكاء ، التى يعتبر أصل القياس فيها ١٠٠ ، فلا ينظر إلى معامل الذكاء ٨٠ على أنه ٨٠ درجة فوق الصفر ، ولكن ينظر إليه عادة على أنه ٢٠ درجة أقل من المتوسط .

وإذا أخذ الأصل عند نقطة مرتفعة من المقياس ، تظهر درجات سالبة . وبينما يدرك الرياضى معنى المقادير السالبة بوضوح ، فإنها تكون بالنسبة لرجل الشارع عديمة المعنى : ولهذا فلا يوصى باستخدام درجات سالبة فى التصحيح .

الفصل الثانى

تفسير درجات الامتحان ا

ليس للدرجة بنفسها معنى ، وقد جرى العرف بين الآباء والمعلمين على اعتبار أن الدرجة ٥٠ أو النسبة ٥٠ ٪ هى حد النجاح ، علماً بأن النسبة ٥٠ ٪ قد تكون منخفضة أو جيدة، فالأمر يتوقف على عوامل عدة كصعوبة الامتحان ، ومستوى الفصل ، ومستوى التصحيح .

وقد يعبر عن الأداء فى الاختبار بكذا درجة من نهاية عظمى كذا . ٨٠ درجة من ١٥٠ مثلا . ولا يعنى هذا إلا القليل . فهناك حاجة إلى المزيد من المعلومات قبل الحكم على أن هذه الدرجة عالية ، أو متوسطة أو منخفضة .

ليس من الممكن الحكم على مستوى درجة ما قبل معرفة الدرجات التى حصل عليها التلاميذ الآخرون الذين أدوا نفس الامتحان . فالدرجة ٥٠ مثلا قد تكون جيدة فى حالة ما ، ومنخفضة فى حالة أخرى . خذ على سبيل المثال :

المجموعة (أ) من الدرجات : ٢٠ ٣٠ ٤٠ ٥٠ ٦٠

المجموعة (ب) من الدرجات : ٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠

واضح أن الدرجة ٥٠ فى المجموعة (أ) تعتبر حسنة ، بينما تعتبر نفس الدرجة فى المجموعة الثانية أضعف الدرجات . فهى فى المجموعة الأولى أعلى من المتوسط . بينما هى فى المجموعة الثانية أقل من المتوسط .

وحتى لو كان لمجموعتين من الدرجات نفس المتوسط ، فإنه قد يكون للدرجات المماثلة معانى مختلفة ، فمثلا .

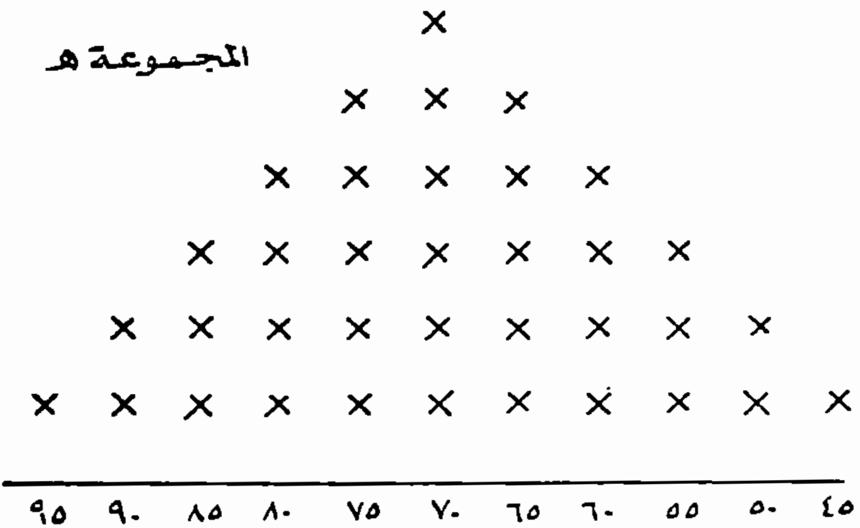
المجموعة (حـ) : ١٠ ٢٠ ٣٠ ٤٠ ٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠

المجموعة (د) : ٣٠ ٣٥ ٤٠ / ٤٥ ٥٠ ٥٥ ٦٠ ٦٥ ٧٠

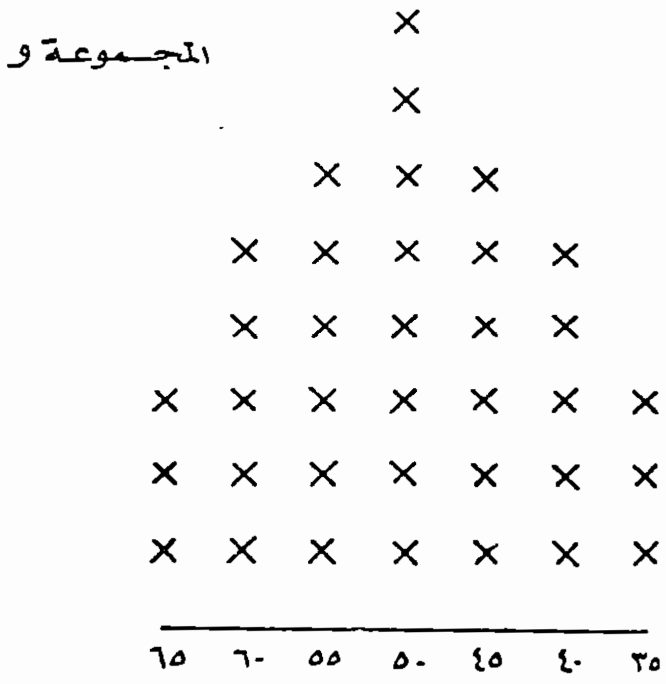
فالدرجة المتوسطة لكلتا المجموعتين ٥٠ . ولكن تختلف دلالة الدرجة ٧٠ فى المجموعتين ، فهى ثالث أعلى درجة فى المجموعة (حـ) ، بينما هى أعلى درجة فى المجموعة (د) .

وفضلا عن هذا ، فينبغى معرفة شىء عن انتشار أو تشتت الدرجات ، حتى يمكن تقدير قيمة درجة ما . فالمجموعة (حـ) درجاتها أكثر انتشاراً عن درجات المجموعة (د) .

وتوضح المجموعتان الآتيتان من الدرجات ، كيف أن المتوسط وانتشار الدرجات ضروريان لتحديد قيمة درجة معينة .



شكل (١)



شكل (٢)

يوجد فى كل من المجموعتين ستة وثلاثون تلميذاً ، ويمثل كل منهم بالعلامه (×) .

ومتوسط المجموعة (هـ) ٧٠ ، بينما يبلغ المتوسط بالنسبة للمجموعة (و) ٥٠ ، والدرجات أكثر انتشاراً فى المجموعة (هـ) عنها فى المجموعة (و) . ولنفرض أن هذه الدرجات هى نفس درجات تلاميذ فصل ما فى امتحانين مختلفين ، ولتكن المجموعة (هـ) هى درجاتهم فى امتحان الحساب . بينما المجموعة (و) هى درجاتهم فى الإنجليزى . ولنفرض أن ترتيب سمير كان الأول فى امتحان الحساب ، ولكنه حصل على الدرجة المتوسطة فى الإنجليزى ، وأن ليلى حصلت على الدرجة المتوسطة فى الحساب ولكنها كانت الأولى فى الإنجليزى . بهذا يكون مجموع درجتى سمير ٩٥ + ٥٠ = ١٤٥ . بينما مجموع درجتى ليلى ٧٠ + ٦٥=١٣٥ وهكذا نرى أن أولوية سمير فى الحساب أعطته ميزة أكبر مما أعطته أولوية ليلى فى الإنجليزى .

وقد يعترض البعض بأن مستوى التصحيح فى الحساب أعلى منه فى الإنجليزى . ويمكن معالجة هذا بخصم ٢٠ درجة من كل درجة من درجات الحساب . وبهذا تصبح درجات سمير وليلى كما يلى :

سمير	٧٥ + ٥٠ = ١٢٥
ليلى	٥٠ + ٦٥ = ١١٥

وهكذا نرى أنه حتى لو جعلنا مستوى التصحيح فى امتحان الحساب ومستوى التصحيح فى امتحان الإنجليزى متعادلين ظاهرياً ، فإن الانتشار أو التشتت الأكبر للدرجات فى الحساب يظهر أثره عند جمع درجتى التلميذ فى الامتحانين .

وبذلك فإن قيمة الدرجة لا يمكن تحديدها إلا إذا عرف كل من المتوسط وتشتت الدرجات .

وربما كان تشكك المربى فى قيمة جمع الدرجات أكبر من تشكك رجل الإحصاء . فماذا يعنى مجموع درجتى الإنجليزى والحساب ؟ بل ماذا يعنى المجموع الكلى لجميع درجات تلميذ ؟ قد يصبح المجموع الكلى له بعض الدلالة الإحصائية إذا جعل متوسط وتشتت الدرجات واحداً فى جميع المواد ، ولكن حتى لو حدث هذا ؛ فإنه من المشكوك فيه أن يكون لهذا المجموع دلالة تربوية .

الفصل الثالث

ترتيب الدرجات

أوضحنا فى الفصل السابق ، أنه لا يكون لدرجة التلميذ معنى إلا إذا عرف موقعها بالنسبة للدرجات الأخرى ، فإذا كان عدد الدرجات عشرين أو أقل ، يكون أكثر الترتيبات نفعا هو ترتيبها فى قائمة ترتيباً تنازلياً . مثال :

جدول ١ — درجات عشرين تلميذاً

التلميذ	الدرجة	التلميذ	الدرجة	التلميذ	الدرجة	التلميذ	الدرجة
(١)	٦٢	(٦)	٣٠	(١١)	٦٠	(١٦)	٢٥
(٢)	٥٠	(٧)	٦٠	(١٢)	٧٥	(١٧)	٤٠
(٣)	٣٦	(٨)	٤٨	(١٣)	٥٠	(١٨)	٩٠
(٤)	٤٥	(٩)	٦٠	(١٤)	٨٥	(١٩)	٣٦
(٥)	٥٤	(١٠)	٧٨	(١٥)	٣٢	(٢٠)	٨٠

ليس من السهل أن تعرف من هذا الجدول ، ما تعنيه الدرجة ٥٠ ، ولكن ترتيب الدرجات ترتيباً تنازلياً كما يلى ، يوضح موقع كل درجة بالنسبة لغيرها من الدرجات :

٩٠	٥٠
٨٥	٥٠
٨٠	٤٨
٧٨	٤٥
٧٥	٤٠
٦٢	٣٦
٦٠	٣٦
٦٠	٣٢
٦٠	٣٠
٥٤	٢٥

فمن هذا الترتيب التنازلى نرى أن الدرجة ٥٠ تقع فى مكان ما قرب منتصف مجموعة الدرجات .

مراجعة صحة الدرجات :

يسهل على معظم المعلمين التعامل مع الدرجات إذا كانت مرتبة فى أعمدة وليست فى صفوف ، وبرغم أنه عند جمع عمود من الدرجات يكون الجمع عادة من أسفل العمود إلى أعلاه ، فإن البحث قد أظهر أنه يمكن الحصول على درجة أكبر من الدقة لو كان الجمع من أعلى إلى أسفل . وينبغى مراجعة كل رقم ، وكلما نقلت مجموعة من الدرجات من مكان لآخر ، يجب مراجعتها . وبالمثل ، ينبغى إعادة كل عملية حسابية باستخدام طريقة أخرى لإجرائها . كلما كان هذا ممكناً ، فعمليات الجمع تراجع من أسفل لأعلى ، ومن أعلى لأسفل .

التوزيع التكرارى Frequency Distribution :

إذا زاد عدد الدرجات (القيودات) عن عشرين . يصبح إعداد قائمة للدرجات المفردة متعباً ، خاصة إذا كان هناك عدد من الدرجات المماثلة :

مثال : حصل تلاميذ أحد الفصول على الدرجات الأربعين التالية فى اختبار للحساب .

٨	٦	٥	٢	١٠	٩	٣	٢	١	٦
٧	٥	٤	٥	صفر	٢	٥	٦	٧	٤
٣	٤	٦	٨	٥	٧	٤	٣	٥	٣
٤	٩	٥	٧	٦	٥	٣	١	٤	٦

ويصعب إدراك كيفية توزيع الدرجات من هذه القائمة ، وقد يكون أفيد أن نعرف بنظرة واحدة ، كم تلميذاً حصلوا على الدرجة ١٠ وكم تلميذاً حصلوا على الدرجة ٩ ، وهكذا .

ومن طرق تحقيق هذا ، ترتيب الدرجات ترتيباً تنازلياً ، وتسجيل التلاميذ الذين حصلوا على كل درجة أمامها بعلامات تكرارية (١) ، وإذا يصل التسجيل إلى خمس علامات تكرارية ، فإن أربعة منها تسجل هكذا (١١١١) ، أما الخامسة فتسجل مائلة بحيث تقطع العلامات الأربعة ~~||||~~ ، ثم تعد العلامات التكرارية كما يلى فى ص ١٥ .

ويطلق على عدد التلاميذ الذين حصلوا على نفس الدرجة تعبير « التكرار » ويرمز له عادة بالرمز « ت » ، أما هذا التنظيم فيسمى « توزيعاً تكرارياً » ويسمى الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة فى التوزيع « المدى المطلق range » والمدى فى التوزيع السابق = ١٠ ـ صفر = ١٠ ، بينما يبلغ المدى فى التوزيع الممثل فى الجدول ١ : ٩٠ ـ ٢٥ = ٦٥ .

وينبغى مراجعة كل الأرقام : وأبسط طريقة لمراجعة العلامات التكرارية هى بإعادة العملية ، مع وضع نقطة أسفل كل علامة .

الدرجات	العلامات التكرارية	التكرار
١٠	I	١
٩	II	٢
٨	II	٢
٧	IIII	٤
٦	卌 I	٦
٥	卌 III	٨
٤	卌 I	٦
٣	卌	٥
٢	III	٣
١	II	٢
صفر	I	١
		٤٠

تدريبات :

اعمل توزيعاً تكرارياً للدرجات التالية :

(١)

٧	٧	٦	٧	١
١٠	١١	٧	١١	٣
١٠	١١	١٠	١٠	٤
٦	٦	١١	٩	
٦	٨	٩	٥	
١٠	٨	١١	٣	
٩	١١	١٢	٥	
٨	٧	١٢	٤	

(٢)

٤٣	٤٥	٤١	٨	٥٩
٥٥	٤٧	٣٧	١٥	٥٧
٢٤	٥٩	٤٦	٥٧	٦٨
٤٥	٤٢	٤٠	٥٣	٦٦
٥١	٣٣	٥٣	٥٢	٦١
٤٤	٤٦	٢٥	٤٨	٦٣
٤٨	٤٠	٤٥	٤٨	٥٣
٣٦	٢٥	١٤	٦٧	٦٢

الفئات :

إذا زاد المدى المطلق للدرجات عن ١٥ ، فإن التوزيع التكرارى للدرجات المفردة يصبح مجهداً . يوضح الجدول (٢) نسب الذكاء لأربعين تلميذاً :

جدول – ٢

التلميذ	معامل الذكاء	التلميذ	معامل الذكاء	التلميذ	معامل الذكاء	التلميذ	معامل الذكاء
(١)	١١٢	(١١)	١٠١	(٢١)	١٠٦	(٣١)	١١١
(٢)	٨٨	(١٢)	٨٧	(٢٢)	٩٨	(٣٢)	٨٣
(٣)	١١٥	(١٣)	٩٨	(٢٣)	١٠٩	(٣٣)	١٢٣
(٤)	١٣١	(١٤)	١٠٣	(٢٤)	٩٤	(٣٤)	١٠٨
(٥)	١٠٥	(١٥)	٩٠	(٢٥)	١٠٨	(٣٥)	٩٢
(٦)	٩١	(١٦)	١١٥	(٢٦)	٨٩	(٣٦)	١٣٢
(٧)	٨٥	(١٧)	١١٣	(٢٧)	١٠٥	(٣٧)	٩٠
(٨)	١٠٦	(١٨)	٩٣	(٢٨)	١١٨	(٣٨)	١١٠
(٩)	٩٣	(١٩)	٨٣	(٢٩)	١٠٣	(٣٩)	١٠٠
(١٠)	١٠٢	(٢٠)	١٠٣	(٣٠)	٨٩	(٤٠)	١١٣

واضح من الجدول أن معاملات الذكاء تتراوح بين ٨٣ ، ١٣٢ ، وبذلك يكون المدى المطلق لها ٤٩ . ويمكن أن نحصل على توزيع مناسب للدرجات بقسمة المدى على عشر فئات أو أكثر ، مع بيان عدد الدرجات التى تدخل فى كل فئة . فإذا اعتبرنا أن كل فئة تتكون من خمس نقط من معاملات الذكاء تبدأ من الفئة ١٣٠ – ١٣٤ ، وتنتهى بالفئة ٨٠ – ٨٤ ، يصبح لدينا أحد عشر فئة ، تحوى الفئة ٨٠ – ٨٤ الدرجات الخمس : ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، وتلى هذا الفئة ٨٥ – ٨٩ :

ويجب ألا يزيد عدد الفئات فى التوزيع التكرارى ، كقاعدة عامة ، عن عشرين ، ولا يقل عن عشرة .

وتشبه طريقة إعداد التوزيع التكرارى تلك التى شرحت فى المثال الخاص بالدرجات المفردة : وفيما يتعلق بالنسب المئوية ، فإن مدى الفئة يجعل عادة ١٠ ، ابتداء من الفئة صفر – ٩ ؛

الفئة	العلامات التكرارية	التكرار
١٣٠ – ١٣٤	II	٢
١٢٥ – ١٢٩		صفر
١٢٠ – ١٢٤	I	١
١١٥ – ١١٩	III	٣
١١٠ – ١١٤	IIII/	٥
١٠٥ – ١٠٩	IIII/ II	٧
١٠٠ – ١٠٤	IIII/ I	٦
٩٥ – ٩٩	II	٢
٩٠ – ٩٤	IIII/ II	٧
٨٥ – ٨٩	IIII/	٥
٨١ – ٨٤	II	٢

المجموع = ٤٠

ملاحظة : ينبغي أن تكون حدود الفئة قاطعة .

اقترح تيرمان ، عالم النفس الأمريكى ، التقسيم التالى لمعاملات الذكاء

أعلى من	١٤٠	عبقرى أو شبه عبقرى
١٢٠ —	١٤٠	ممتاز الذكاء جداً
١١٠ —	١٢٠	ممتاز الذكاء
٩٠ —	١١٠	عادى أو متوسط الذكاء
٨٠ —	٩٠	غبى ، ونادراً ما يشخص على أنه ضعيف العقل .
٧٠ —	٨٠	على حافة النقص العقلى ، ويشخص أحياناً كغبى ، وغالباً كضعيف العقل .
أقل من	٧٠	ضعيف العقل بالتأكيد .

يلاحظ فى هذا التقسيم أن الفئات ليست متساوية الاتساع . ويتبع مثل هذا النظام أحياناً عندما تكون التكرارات فى النهايات المتطرفة للتقسيم قليلة .

وتحوى الفئة ٨٠ — ٩٠ فى تقسيم تيرمان معاملات ذكاء من ٨٠ حتى قبل ٩٠ دون أن تشمل ٩٠ نفسها ، وهذه طريقة مربكة فى اختيار الفئات ، وينبغى تجنب استخدامها .

تمارين

كون توزيعاً تكرارياً للدرجات التالية ، جاعلا سعة الفئة فى السؤال الأول ٥ ، وسعة الفئة فى السؤال الثانى ٧ .

(١)	٤٦	٣٦	٦٤	٣٤	٢٤	١٦	٧٥	٥٤	٦٤
	٤٨	٤٦	٢٣	٢٣	٥٤	٨	٩٦	٧٨	٧٩
	٣٠	٤٠	١١	٤٣	٥٠	٢٠	٨٩	٨٨	
	٤٧	٣٣	٢٣	٣١	٥٣	٤٩	٨٤	٥٥	
	٥٤	٣٠	٥٥	٤٢	٥٤	٥٣	٩٩	٧٦	

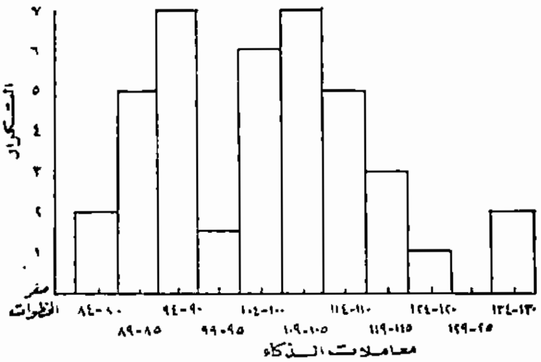
(٢)	٦٨	٦٤	٧٤	٦٤	٥٣	٤٦	٧٥	٨١	٧٦
	٧٧	٧٠	٦٨	٥٦	٦٨	٣٦	٧٣	٩٣	٨٤
	٦٠	٥٩	٦٠	٦٦	٧٧	٤٧	٧٤	٩١	
	٦٦	٦٨	٦٢	٦٥	٥٢	٨٦	٨٦	٨٣	
	٧٢	٧٣	٦٤	٦٧	٧٥	٧٨	٩٠	٨٥	

التمثيل البيانى للبيانات

يهدف التنظيم الإحصائى للبيانات التربوية إلى إعطاء دلالة واضحة عن النمط العام للدرجات ككل ، فالإحصاء يهتم أساساً بمجاميع الدرجات ، ولا يعطى إلا القليل من المعلومات عن الدرجات المفردة المنعزلة عن المجموعة التى تقع فيها .

المدرج التكرارى Histogram :

المدرج التكرارى من أبسط طرق تمثيل التوزيع التكرارى بيانياً ، ومن أكثرها فاعلية . ويعرض شكل ٣ المدرج التكرارى للتوزيع التكرارى لمعاملات الذكاء المبين فى الجدول ٢ :



شكل (٣)

خطوات رسم المدرج التكرارى :

(١) ارسم خطاً أفقياً ، وبين عليه الوحدات التى تمثل الفئات ، ولتكن كل وحدة ممثلة على سبيل المثال لخمس درجات من معاملات الذكاء ، ويبدأ عادة بالفئة ذات القيمة الدنيا ، ويوضح ما تمثله الوحدة على هذا (معاملات الذكاء مثلا) .

(٢) ارسم خطاً رأسياً عند النهاية اليسرى للمحور الأفقى ، وبين عليه الوحدات التى تمثل تكرارات القيودات (الدرجات) فى كل فئة :

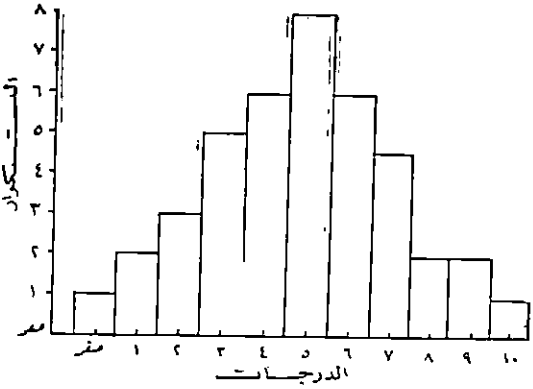
(٣) ارسم متوازيات مستطيلات قاعدتها وحدات الفئات ، وارتفاعها التكرارات المعنية .

تمرين :

ارسم مضلعاً تكرارياً للدرجات التالية ، مستخدماً فئات اتساع كل منها ٥ درجات :

٦٦	٦٥	٧٩	٦٣	٥٣	٤٠	٨٢	٧٩	٧٩
٧٢	٧٤	٥٩	٥٣	٧٦	٣٤	٩٠	٨٧	٨٩
٥٧	٦٥	٤٩	٦٣	٧٦	٤٢	٨٨	٩٤	
٦٧	٥٩	٥٣	٦٩	٥٩	٧٧	٩٠	٨٠	
٧٢	٦٦	٦٦	٧٠	٧٨	٧٨	٩٥	٨٦	

ويرسم المدرج التكرارى لتوزيع الدرجات المفردة بطريقة مشابهة ، ماعدا أن الدرجات تكون فى منتصف قواعد متوازيات المستطيلات ، فمثلا المدرج التكرارى للتوزيع الموجود فى ص ١٥ ، مبين فى شكل ٤ .



شكل (٤)

المضلع التكرارى Ferquency Polygon :

الطريقة الثانية لتمثيل التوزيع التكرارى بيانياً ، هى ما يعرف بالمضلع التكرارى ، وتماثل الخطوتان الأوليتان فى رسم المضلع التكرارى مع نظريتيهما فى رسم المدرج التكرارى ، أما الخطوة الثالثة فهى كما يلى :

الخطوة الثالثة :

ضع نقطاً على الأعمدة المقامة من النقط التى تمثل منتصفات الفئات على المحور ، أو التى تمثل الدرجات المفردة ، بحيث تكون النقط على ارتفاعات متناسبة مع تكرارات الفئات أو الدرجات المفردة ، ثم يوصل بين هذه النقط .

والمضلع التكرارى للتوزيع المذكور فى ص ١٥ ، موضح فى شكل ٥ .

شكل (٥)

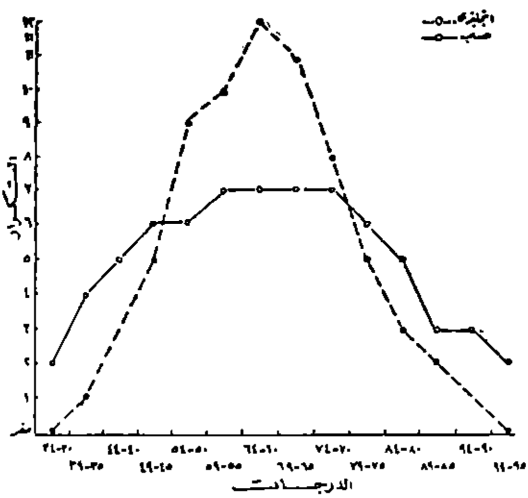
ومن ميزات المضلع التكرارى أنه يمكن أن يعطى صورة لتوزيعين تكراريين فى نفس الوقت ، كالتوزيعين التكراريين للإنجليزى والحساب المبينين فى جدول ٣ ، واللذين يوضحهما الشكل ٦ .

جدول — ٣

الفئة	التكرار	
	حساب	إنجليزى
٩٥ — ٩٩	٢	صفر
٩٠ — ٩٤	٣	١
٨٥ — ٨٩	٣	٢
٨٠ — ٨٤	٥	٣
٧٥ — ٧٩	٦	٥
٧٠ — ٧٤	٧	٨
٦٥ — ٦٩	٧	١١
٦٠ — ٦٤	٧	١٢
٥٥ — ٥٩	٧	١٠
٥٠ — ٥٤	٦	٩
٤٥ — ٤٩	٦	٥
٤٠ — ٤٤	٥	٣
٣٥ — ٣٩	٤	١
٣٠ — ٣٤	٢	صفر
المجموع	٧٠	٧٠

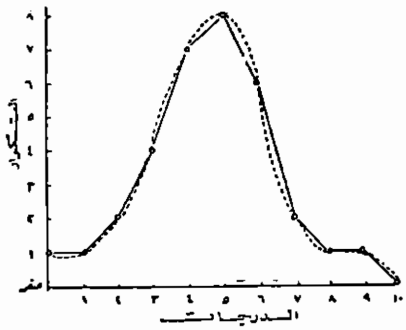
ويلاحظ أن المضلع التكرارى لدرجات الإنجليزى أقل اتساعاً (انفراجاً) من المضلع التكرارى لدرجات الحساب ، وهذا التباين فى النمط من مميزات درجات الإنجليزى ودرجات الحساب .

شكل (٦)



المنحنى التكرارى Frequency Curve :

ينتج المحنى التكرارى عن رسم منحنى يمر بالنقط التى توجد بينها أضلاع المضلع التكرارى . انظر شكل ٧ .



شكل (٧)

الالتواء Skewness :

قد يكون عدم التماثل فى التمثيل البيانى للتوزيع التكرارى ، ذا مغزى ، ويرجع عدم التماثل إلى عوامل خاصة :

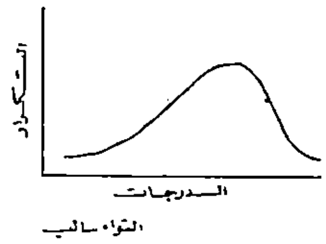
يلاحظ فى شكل ٨ أن الدرجات تتجمع ناحية النهاية العليا للمقياس ، ويعرف هذا بالالتواء ، والتوزيع فى هذه الحالة ملتو جهة اليسار ، ويسمى التواء سالباً .

والتوزيع الذى تتجمع فيه الدرجات عند الطرف الأعلى من المقياس . ثم تقل تدريجياً عند الطرف الأصغر من المقياس ، يمكن أن ينتج بسبب :

(ا) سهولة الامتحان بالنسبة لمستوى الفصل ، وحصول غالبية التلاميذ على درجات مرتفعة .

(ب) وجود بعض أسئلة صعبة جداً ، لا يستطيع حتى أكثر التلاميذ تفوقاً الإجابة عنها ، وبهذا لا يحصلون على أعلى من درجة معينة .

(حـ) قد يكون الامتحان من النوع التأهيلى ، كامتحان تخرج ، هدفه تحديد التلاميذ الذين اجتازوا درجة النجاح .



شكل (٨)

شكل (٩)

المنحنى المبين فى شكل ٩ ملتو التواء موجباً ؛ أو جهة اليمين ، وتتجمع فيه الدرجات عند الطرف الأدنى من المقياس ، ويقل تدريجيًّا عند الطرف الأعلى .

ومن العوامل التى تتسبب فى هذا التوزيع .

(ا) خلو الامتحان من أى أسئلة سهلة .

(ب) أن يكون الامتحان صعباً جدًّا بالنسبة للتلاميذ .

(حـ) قد يكون الامتحان موضوعاً للتمييز بين التلاميذ المتفوقين ، كأن يكون امتحان منافسة مثلا .

وضع الامتحانات :

يجب أن توضع الامتحانات بهدف معين . وقد يوحى توزيع الدرجات فى بعض الحالات بمدى النجاح فى تحقيق الهدف .

ويمكن وضع الامتحان بحيث يعطى أى توزيع ومرغوب فيه .

تفسير التوزيعات :

هناك ثلاث عوامل تؤخذ فى الحسبان عند تفسير توزيع الدرجات هى :

(أ) طبيعة الامتحان :

أوضح الشكلان ٨ ، ٩ ؛ توزيعين ملتويين . يمكن أن يكون السبب فى التوائهما سهولة أو صعوبة الأسئلة .

(ب) طبيعة التلاميذ الذين أدوا الامتحان .

فالفصل المكون من تلاميذ متفوقين يكون توزع درجاته مختلفا تماماً عن درجات فصل مكون من تلاميذ أغبياء أو متخلفين ، إذا أدى الفصلان نفس الامتحان .

(حـ) نظام التصحيح :

تختلف اتجاهات المعلمين نحو الأخطاء . فقد يخصم معلم عدداً كبيراً من الدرجات عندما يقع التلميذ فى خطأ حسابى بسيط فى الجمع . بينما قد يتساهل معلم آخر إزاء هذا الخطأ . وواضح أن توزيعى درجات هذين المعلمين يختلفان .

* . اتمنى لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

تمارين :

١ – رتب هذه الدرجات تنازليًّا .

٥	٧	٩	٨	٧	٧
٧	٥	٩	٨	٦	٩
٦	صفر	٨	٩	٩	٥
٢	٥	٦	٧	٧	
٦	٩	١٠	٥	٧	

كم تلميذاً حصلوا على درجات

(أ) أقل من ٧ .   (ب) أعلى من ٨ .   (ﺣ) بين ٥ ، ٨ .

٢ – اعمل توزيعاً تكرارياً للدرجات التالية ، أى درجة كان تكرارها أكبر من سواها :

٥	٥	٨	٩	٧	٨
٣	٥	٨	٤	١٠	٥
٤	٢	٤	٨	٨	٨
٣	٥	٨	٢	٢	
١	٨	٨	٢	٤	

٣ – اعمل توزيعاً تكراريًّا للمجموعة التالية من درجات الإنجليزى لأربعين تلميذاً . مستخدماً فئات اتساع كل منها ٧ ، مع جعل الفئة ٤٢ – ٤٨ أدنى الفئات ، والفئة ٩١ – ٩٧ أعلى الفئات .

ما هى تكرارات :   (أ) الفئة ٥٦ – ٦٢   (ب) الفئة ٧٧ – ٨٣

٧٣	٥٠	٧٧	٨١	٥٨	٦٢	٦٨	٨٤
٥٥	٤٤	٤٧	٩٤	٦٩	٦٨	٤٧	٥١
٧٨	٦٢	٥٥	٥٣	٧٩	٨١	٨٦	٧٨
٨٨	٥٥	٦٩	٥٣	٥٨	٨٧	٨٢	٥٥
٦٨	٧١	٥٠	٧٦	٧٤	٥٣	٥٦	٧٨

٤ – اعمل توزيعاً تكرارياً لدرجات الحساب التالية . استخدم فئات اتساع كل منها ٩ . ما عدد التلاميذ الذين حصلوا على درجات بين ٦٢ ، ٧٢ ؟

٧٧	٥٠	٦٥	٧٩	٧٠	٣٦	٦٩	٩٧
٤٤	٥٥	٥٩	٨٥	٨٠	٧٤	٤٢	٦١
٧٣	٥٧	٦٤	٥٠	٦٢	٧٩	٧٥	٩١
٦٨	٥٠	٦٤	٤٤	٦٤	٧٦	٩١	٦٩
٥٩	٦٨	٥٠	٦٨	٦٦	٥٥	٥٠	٧٠

٥ – ارسم مضلعاً تكرارياً للدرجات فى السؤالين الأول والثانى ص ١٥ .

٦ – ارسم مدرجين تكراريين للدرجات فى السؤالين ١ ، ٢ ص – ١٨ .

الفصل الرابع

الوسط أو المتوسط الحسابى

The Average or Mean

قد يتطلب الأمر مقياساً مفرداً لتمثيل مجموعة من الدرجات . فعلى سبيل المثال . قد يقوم اثنان من المعلمين ، كل على حدة ، بتصحيح عدد من أوراق الإجابة عن امتحان ما ، وغالباً ما يستخدمان مستويين مختلفين للتصحيح ، حتى فى وجود نموذج للتصحيح . ولهذا يلزم أن تكون لدينا وسيلة ما للدلالة على المستوى الذى يصحح كل منهما على أساسه .

كما أن الأمر قد يستلزم المقارنة بين أداء فصل ما فى امتحان معين ، وأداء فصل آخر فى نفس الامتحان .

وأنسب مقياس لمستوى التصحيح ، أو لمستوى الإنجاز هو الوسط أو المتوسط الحسابى arithmetic mean فلاعب الجولف الذى ينجح فى إدخال كرته فى الثمانية عشرة حفرة بعد ٧٢ ضربة ، يقول إن معدله ٤ ، وهو المتوسط الحسابى لعدد الضربات التى احتاجها لإدخال الكرة فى كل من الثمانية عشرة حفرة .

ويمكن حساب المتوسط لكل من التوزيعات الثلاثة التى ذكرت فى الفصل السابق ، وهى قائمة الدرجات ، والتوزيع التكرارى للدرجات المفردة ، والتوزيع التكرارى للبيانات المجمعة .

المتوسط الحسابى لقائمة درجات

يحسب المتوسط لمجموعة من الدرجات بإيجاد مجموعها ، ثم قسمة هذا المجموع على عدد الدرجات .

مثال : إيجاد المتوسط الحسابى لمجموعة الدرجات التالية :

٧٣ ٧٠ ٦٨ ٦٣ ٦٠ ٥٦ ٥٣ ٥٠ ٤٨ ٤٣ ٤٠ ٣٦

المتوسط الحسابى $= \frac{٦٦٠}{١٢} =$ ٥٥

ويمكن التعبير عن عملية إيجاد المتوسط الحسابى لمجموعة من الدرجات بالمعادلة التالية :

$$م = \frac{مجـ\ س}{ن}$$

حيث   س   الدرجة

مجـ س   مجموع الدرجات (مجـ اختصار مجموع) .

ن   عدد الدرجات

تمارين :

١ – احسب متوسط المجموعة التالية من الدرجات التى حصل عليها عشرون تلميذاً فى اختبار للحساب :

٧	٦	٩	٦
٤	٥	٣	٧
١٢	١٠	١١	٧
٣	٨	٢	٩
٧	٦	١٠	٨

٢ – احسب الدرجة المتوسطة للدرجات التالية التى حصل عليها تلاميذ فصل فى امتحان إنجليزى .

٣٥	٤٩	٢٥	١٢	٤٨	١٤	٤٠	٢٨
١٨	٤٤	٥٠	٢٩	٤٦	٩	٣٠	١٠
٢٣	٨	٣٣					

٣ – أوجد المتوسط الحسابى للدرجات المسجلة فى جدول ١ ص ١٣ .

إيجاد المتوسط الحسابى
من التوزيع التكرارى لدرجات مفردة

جدول ٤

الدرجة (س)	التكرار (ت)
١٠	١
٩	٢
٨	٣
٧	٤
٦	٥
٥	٨
٤	٧
٣	٣
٢	٣
١	٣
صفر	١
المجموع	٤٠

لإيجاد المتوسط الحسابى ، تجمع الدرجات جميعها ، ويكون هذا أولا بضرب الدرجات فى تكراراتها (س × ت) ، وبهذا نحصل على النواتج التالية :

١٠ ١٨ ٢٤ ٢٨ ٣٠ ٤٠ ٢٨ ٩ ٦ ٣ صفر

ومجموعها ١٩٦ .

∴ المتوسط الحسابى = $\frac{١٩٦}{٤٠}$ = ٤٫٩

ويرمز هذا بالمعادلة الآتية : م = $\frac{\text{مجـ س ت}}{\text{ن}}$

❄. اتمني لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

مثال آخر :

س	ت	س ت
٥	١	٥
٤	٣	١٢
٣	٨	٢٤
٢	٢	٤
١	١	١
صفر	١	صفر
المجموع	١٦	٤٦

$$م = \frac{مجـ س ت}{ن}$$

$$= \frac{٤٦}{١٦} = ٢٫٨٨$$

تمارين :

١ – أعطى فصل اختباراً فى الحساب يتكون من عشر عمليات جمع ، فحصل التلاميذ على الدرجات التالية :

١٠	٤ ،	٧	٣	٧	٥	٩	٢	١٠	٦	٦	٤
٤	٨	٣	٨	٨	٨	٥	٢	٢	٤	٥	٦
٩	٧	٧	٥	١٠ .							

أوجد الدرجة الوسطى للفصل .

٢ – حصل سبعة وثلاثون تلميذاً على الدرجات التالية فى اختبار يتكون من عشرين عملية جمع :

١٩	١٨	١٤	١٠	٧	١٣	١٣	١٦	١٦	١٥
٩	٩	١٢	١٧	٢٠	٦	١٣	٨	١٥	١٨
٢٠	١٢	٩	٥	١٦	١٤	١٣	٥	٩	١٦
١٧	١٤	٧	٨	١٠	١٣	١٢			

أوجد تكرار كل درجة ، والدرجة المتوسطة للفصل .

تغيير الأصل (الطريقة المختصرة) :

عندما تكون التكرارات ، والدرجات كبيرة ، يمكن تبسيط العمليات الحسابية اللازمة لإيجاد المتوسط . بتغيير أصل القياس .

الدرجات فى جدول ٤ مقاسة من الصفر ، ولكننا إذا قسناها من الرقم ٥ ، فإن هذه الدرجات تصبح .

٥ ٤ ٣ ٢ ١ صفر ـ ١ ـ ٢ ـ ٣ ـ ٤ ـ ٥

وتصبح العمليات الحسابية كما يلى :

الدرجة		التكرار	
س (أصل صفر)	ح (أصل ٥)	ت	ت ح
١٠	+ ٥	١	+ ٥
٩	+ ٤	٢	+ ٨
٨	+ ٣	٣	+ ٩
٧	+ ٢	٤	+ ٨
٦	+ ١	٥	+ ٥
٥	صفر	٨	صفر
٤	ـ ١	٧	ـ ٧
٣	ـ ٢	٣	ـ ٦
٢	ـ ٣	٣	ـ ٩
١	ـ ٤	٣	ـ ١٢
صفر	ـ ٥	١	ـ ٥
المجموع		٤٠	+ ٣٥ ـ ٣٩

مجـ ت ح = ٣٥ ـ ٣٩ = ـ ٤

المتوسط = ـ ٤ / ٤٠ = ـ ,١

ولكن هذا المتوسط محسوب من الأصل ٥ ، ويجب أن نعود به إلى الأصل صفر .

المتوسط (من الأصل صفر) = ٥ + (ـ ,١) .

= ٤,٩

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة المباشرة .

ويمكن إيضاح مدى الاقتصاد فى العمليات الحسابية باستخدام الطريقة المختصرة من المثال التالى ، الذى قيست فيه الدرجات من أصل ٥٥ (الانحراف عن أصل ٥٥) ، بدلا من الصفر .

الدرجة س (المتوسط صفر)	ح (المتوسط ٥٥)	التكرار ت	ت ح
٦٥	+ ١٠	٢٣	+ ٢٣٠
٦٠	+ ٥	٣٤	+ ١٧٠
٥٥	صفر	٤٨	صفر
٥٠	— ٥	٢٩	— ١٤٥
٤٥	— ١٠	١٦	— ١٦٠
المجموع		١٥٠	+ ٤٠٠
			— ٣٠٥

مجموع الدرجات = مجـ ت ح

= ٤٠٠ — ٣٠٥ = ٩٥

المتوسط (من الأصل ٥٥) = $\frac{٩٥}{١٥٠}$ = ,٦٣

المتوسط (من الأصل صفر) = ٥٥ + ,٦٣ = ٥٥,٦٣ :

ويعبر عن هذه العملية بالمعادلة :

$$م = ص + \frac{مجـ\ ت\ ح}{ن}$$

حيث ص هى الأصل الجديد

مجـ ت ح مجموع انحرافات الدرجات عن الأصل الجديد

ن عدد الدرجات (مجـ ت) .

تمرين :

خذ ٦ ، ٤ أصلين لحساب متوسط التوزيع التكرارى المبين فى جدول ٤ .

واثبت أن الجواب لا يختلف باختلاف الأصل المختار .

المتوسط الحسابى لتوزيع تكرارى لبيانات مجمعة

الفئات :

تحدد سعة الفئة بالدرجة الدنيا والدرجة الكبرى فيها ، فمثلا الفئة ٥ — ٩ هى مجموعة الدرجات ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، وينصح بجعل حدود الفئة قاطعة . وتدل الفئة (صفر — ٩) على مدى يشمل عشر درجات من الصفر حتى ٩ .

وإذا كانت الدرجات مجمعة فى فئات . فيفترض توزيع الدرجات بانتظام على اتساع الفئة ، ففى المثال الموضح فى ص ١٧ ، توجد سبع درجات فى الفئة ١٠٥ — ١٠٩ ، والدرجات الحقيقية بها هى :

١٠٥ ١٠٦ ١٠٦ ١٠٩ ١٠٨ ١٠٥ ١٠٨

ومجموعها ٧٤٧ . وإذا افترضنا أن كلا من الدرجات السبع لها قيمة الدرجة الوسطى فى المجموعة (١٠٧) ، فإن المجموع يصبح ٧٤٩ . وهو لا يختلف كثيراً عن المجموع الحقيقى ، ويقل هذا الاختلاف كلما كانت الدرجات فى الفئات كبيرة جداً .

وإذا كان عدد الدرجات فى الفئات زوجياً . فإن الدرجة الوسطى تكون بين درجتين ، وعلى سبيل المثال فإن القيمة الوسطى للفئة صفر — ٩ هى ٤,٥ ، والطريقة البسيطة لحساب القيمة المتوسطة هى حساب متوسط الدرجتين الأولى والأخيرة فى الفئة . فمثلا القيمة المتوسطة للفئة ١٠ — ١٩ هى

$$\frac{١٠ + ١٩}{٢} = \frac{٢٩}{٢} = ١٤,٥$$

وينبغى بعامة أن يتراوح عدد الفئات فى توزيع ما بين ١٠ : ٢٠ فئة ، فإذا كان توزيع الدرجات يتراوح بين صفر ، ١٠٠ ، فإن حجم الفئة يمكن أن يكون ١٠ . ويفيد فى حالة معاملات الذكاء أن تكون سعة الفئات خمس نقاط من معاملات الذكاء (٩٠ — ٩٤ ، ٩٥ — ٩٩ ، ١٠٠ — ١٠٤ ... إلخ) :

حساب المتوسط

الفئة ف	التكرار ت
٢٠ — ٢٤	٤
١٥ — ١٩	٨
١٠ — ١٤	١٠
٥ — ٩	٦
صفر — ٤	٢
المجموع	٣٠

ويفترض فى هذا التوزيع أن الأربع درجات الداخلة فى الفئة ٢٠ — ٢٤ موزعة بانتظام على اتساع الفئة ، ويمكن اعتبار أن قيمة كل منها ٢٢ (متوسط الفئة) ، وبذلك يكون مجموعها ٨٨ ، وبهذا يحصل على المجموع الكلى للدرجات كما يلى :

مركز الفئة (س)	التكرار (ت)	ت × س
٢٢	٤	٨٨
١٧	٨	١٣٦
١٢	١٠	١٢٠
٧	٦	٤٢
٢	٢	٤
المجموع	٣٠	٣٩٠

$$\text{المتوسط} = \frac{٣٩٠}{٣٠} = ١٣$$

تغيير الأصل :

يمكن تبسيط عملية حساب المتوسط بتغيير الأصل ، فإذا اعتبرنا أن الأصل هو ١٢ ، يصبح التوزيع كما يلى :

ح	ت	ح ت
+ ١٠	٤	+ ٤٠
+ ٥	٨	+ ٤٠
صفر	١٠	صفر
— ٥	٦	— ٣٠
— ١٠	٢	— ٢٠
		+ ٨٠
		— ٥٠
المجموع		+ ٣٠

المتوسط (من الأصل ١٢) = $\frac{٣٠}{٣٠}$ = ١

المتوسط (من الأصل صفر) = ١٢ + ١ = ١٣

تمرين :

اعتبر أن الأصل هو ٧ فى المثال السابق ، ووضح أن النتيجة لن تتغير . فمهما كان الأصل الذى نتخذه . فإن النتيجة ستكون هى نفسها ، إلا أنه كلما كان الأصل قريباً من المتوسط الحقيقى . كلما كانت الحسابات أكثر بساطة . ويطلق على الأصل المختار عادة اسم « المتوسط الفرضى » ويرمز له بالرمز « مفرضى » .

تغيير الوحدة :

وزيادة فى تبسيط حساب المتوسط ، تغيير الوحدة . ففى المثال السابق اتخذ ١٢ كأصل . وكانت الدرجات مقاسة من الأصل ١٢ هى : — ١٠ ؛ — ٥ ؛ صفر ؛ ٥ ، ١٠ .

فإذا حسبت هذه الانحرافات بوحدات من ٥ بدلا من وحدات من الواحد ، فإن الانحرافات تصبح — ٢ ، — ١ ، صفر ، ١ ، ٢ . ويصبح التوزيع كما يلى :

الدرجة الخام (س)	الانحراف من أصل ١٢ (ح)	الانحراف بواحدات من خمس (حَ)
٢٢	+ ١٠	+ ٢
١٧	+ ٥	+ ١
١٢	صفر	صفر
٧	— ٥	— ١
٢	— ١٠	— ٢

حيث حَ هو الانحراف من المتوسط الفرضى ، مقاساً بالوحدات الجديدة ؛ ويتابع الحساب كما يلى :

ت	حَ	ت حَ
٤	+ ٢	+ ٨
٨	+ ١	+ ٨
١٠	صفر	صفر
٦	— ١	— ٦
٢	— ٢	— ٤
		+ ١٦
		— ١٠
المجموع		+ ٦

المتوسط (أصل ١٢ ، وحده ٥) $= \frac{٦}{٣٠} =$,٢

المتوسط (أصل ١٢ ، وحده ١) = ,٢ × ٥ = ١

المتوسط (أصل صفر ، وحده ١) = ١٢ + ١ = ١٣

وليس ضرورياً المرور بالخطوات السابقة تباعاً ؛ بل يمكن إجراء العملية مرة واحدة كما فى المثال التالى :

(١) الفئة	(٢) التكرار	(٣) مركز الفئة	(٤) الانحراف عن ٢٤,٥	(٥) الانحراف بوحدات من ١٠
صفر — ٩	٦	٤,٥	— ٢٠	— ٢
١٠ — ١٩	٨	١٤,٥	— ١٠	— ١
٢٠ — ٢٩	١٠	٢٤,٥	صفر	صفر
٣٠ — ٣٩	٤	٣٤,٥	+ ١٠	+ ١
٤٠ — ٤٩	٢	٤٤,٥	+ ٢٠	+ ٢

ويؤخذ الأصل عند الفئة التي لها أكبر تكرار ، أو الأقرب ما يكون إلى المتوسط الممكن توقعه ، في المثال الذى بين أيدينا : يؤخذ المتوسط الفرضى فى الفئة (٢٠ — ٢٩) ، وبالتحديد عند منتصفها (٢٤,٥) ، ويكون منتصف الفئات أسفل هذا المتوسط الفرضى وأعلاه كما يلى :

— ٢٠ — ١٠ صفر + ١٠ + ٢٠ على الترتيب

ويعد هذا تغير الوحدة إلى ١٠ . مما ينتج عنه الانحرافات — ٢ ، — ١ ، صفر ، + ١ ، + ٢ (العمود ٥) . ثم تكمل العملية كما يلى :

ت	ح	ت ح
٦	— ٢	— ١٢
٨	— ١	— ٨
١٠	صفر	صفر
٤	+ ١	+ ٤
٢	+ ٢	+ ٤
		— ٢٠
		+ ٨
المجموع	٣٠	— ١٢

المتوسط (أصل ٢٤,٥ ، وحدة ١٠) $= \frac{-١٢}{٣٠} = -$ ٤,

المتوسط (أصل ٢٤,٥ . وحدة ١) = — ٤, × ١٠ = — ٤

المتوسط (أصل صفر . وحدة ١) = ٢٤,٥ + (— ٤) = ٢٠,٥

ويعبر عن هذا رياضياً بالمعادلة :

$$\text{م} = \text{م}_{\text{فرضى}} + \left[\frac{\text{مج}(\text{ت ح}')}{\text{مج ت}} \right] \times \text{ف}$$

حيث م المتوسط ، م فرضى المتوسط الفرضى

مج ت ح' مجموع الدرجات مقاسة من المتوسط الفرضى كأصل . وبوحدات حجمها يساوى سعة الفئة .

مج ت العدد الكلى للدرجات

ف سعة الفئة :

تمرين :

كان توزيع درجات تلاميذ فصل فى كل من اختبار إنجليزى . واختبار حساب كما يلى :

الإنجليزى		الحساب	
الفئة	التكرار	الفئة	التكرار
١٠٠ — ١٠٤	١	١٠٠ — ١٠٤	صفر
٩٥ — ٩٩	١	٩٥ — ٩٩	٢
٩٠ — ٩٤	صفر	٩٠ — ٩٤	صفر
٨٥ — ٨٩	١	٨٥ — ٨٩	٤
٨٠ — ٨٤	٣	٨٠ — ٨٤	١
٧٥ — ٧٩	صفر	٧٥ — ٧٩	٣
٧٠ — ٧٤	٤	٧٠ — ٧٤	٥
٦٥ — ٦٩	٧	٦٥ — ٦٩	٣
٦٠ — ٦٤	٦	٦٠ — ٦٤	٥
٥٥ — ٥٩	٣	٥٥ — ٥٩	٤
٥٠ — ٥٤	صفر	٥٠ — ٥٤	١
٤٥ — ٤٩	٤	٤٥ — ٤٩	١
٤٠ — ٤٤	٢	٤٠ — ٤٤	٤
٣٥ — ٣٩	٢	٣٥ — ٣٩	١

احسب الدرجة المتوسطة لكل من الاختبارين .

تلخيص

يحسب المتوسط من الأنواع الثلاثة للتوزيع بالطرق التالية :

حساب المتوسط من قائمة من الدرجات المفردة :

الدرجة (س)
١٨
١٥
١٠
٩
٨
٧
٦
٥
٢
١
٨١

أوجد مجموع الدرجات (مجـ س) = ٨١

اقسم المجموع (مجـ س) على عدد الدرجات (ن)

فيكون المتوسط $= \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$

$= \frac{٨١}{١٠}$

$= ٨,١$

حساب المتوسط من توزيع تكرارى لدرجات مفردة :

الطريقة الأولى :

س	ت	ت × س
١٠	١	١٠
٩	٣	٢٧
٨	٤	٣٢
٧	٤	٢٨
٦	٥	٣٠
٥	٥	٢٥
٤	٣	١٢
٣	٢	٦
٢	٢	٤
١	١	١
المجموع	٣٠	١٧٥

خطوات إيجاد المتوسط :

الخطوة ١ : اضرب كل درجة × تكرارها (ت س) : ١٠ ، ٢٧ ، ....

الخطوة ٢ : اجمع الأرقام فى العمود ت س للحصول على المجموع الكلى للدرجات مـ (ت س) :
١٧٥

الخطوة ٣ : اقسم مجموع الدرجات (مـ ت س) على عدد الدرجات ن

$$م = \frac{مـ ت س}{ن}$$

$$= \frac{١٧٥}{٣٠}$$

$$= ٥,٨٣$$

الطريقة الثانية :

عندما تكون الدرجات و / أو التكرارات كبيرة .

س	ت	ح (الانحراف من ٥٣)	ت × ح
٥٦	١	+٣	+٣
٥٥	٦	+٢	+١٢
٥٤	٨	+١	+٨
٥٣	١٢	صفر	صفر
٥٢	١٠	–١	–١٠
٥١	٨	–٢	–١٦
٥٠	٥	–٣	–١٥
			+٢٣
			–٤١
المجموع	٥٠		–١٨

خطوات حساب المتوسط :

الخطوة ١ . اختر متوسطاً فرضياً (الأصل الجديد) قرب المتوسط المتوقع (م فرضى = ٥٣)

الخطوة ٢ . سجل فى العمود المعنون ح الانحراف من المتوسط مع مراعاة الإشارات .

الخطوة ٣ : اضرب التكرار (ت) × الانحراف من المتوسط (ح) للحصول على ت ح :
٣ ، ١٢ ، ٠٠٠٠٠

الخطوة ٤ : اجمع الأعداد فى العمود المعنون ت ح . مجـ ت ح = — ١٨

الخطوة ٥ : اقسم مجموع الانحرافات (مجـ ت ح) على العدد الكلى للدرجات ن

$$\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}} = \frac{-١٨}{٥} = -,٣٦$$

الخطوة ٦ : اجمع المتوسط الفرضى + متوسط الانحرافات

$$\text{م} = \text{م}_{\text{فرضى}} + \frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}$$

$$= ٥٣ + (-,٣٦)$$

$$= ٥٢,٦٤ .$$

حساب المتوسط الفرضى من توزيع لبيانات مجمعة :

س	ت	ح' (الانحراف من ١٠٢ وبوحدة ٥)	ت ح'
١٣٠ — ١٣٤	٢	٦+	١٢+
١٢٥ — ١٢٩	٣	٥+	١٥+
١٢٠ — ١٢٤	٣	٤+	١٢+
١١٥ — ١١٩	٨	٣+	٢٤+
١١٠ — ١١٤	٨	٢+	١٦+
١٠٥ — ١٠٩	١٦	١+	١٦+
١٠٠ — ١٠٤	٢٠	صفر	صفر
٩٥ — ٩٩	١٤	١—	١٤—
٩٠ — ٩٤	١٠	٢—	٢٠—
٨٥ — ٨٩	٦	٣—	١٨—
٨٠ — ٨٤	٥	٤—	٢٠—
٧٥ — ٧٩	٤	٥—	٢٠—
٧٠ — ٧٤	١	٦—	٦—
			٩٨—
			٩٥+
المجموع	١٠٠		٣—

خطوات فى حساب المتوسط :

الخطوة ١ : اختر متوسطاً فرضياً . م فرضى = ١٠٢ (منتصف الفئة ١٠٠ — ١٠٤) ليكون هو الأصل الجديد .

الخطوة ٢ : سجل الانحرافات عن المتوسط فى العمود ح َ بوحدات مساوية لسعة الفئة (٥) ، مع مراعاة الإشارات .

الخطوة ٣ : اضرب التكرار (ت) × الانحراف (ح َ) للحصول على ت ح َ : ١٢ ، ١٥ ، ....

الخطوة ٤ : احسب مح ت ح َ (— ٣) .

الخطوة ٥ : احسب الانحراف المتوسط بقسمة مح ت ح َ على العدد الكلى للدرجات (ن)

$$\frac{\text{مح ت ح َ}}{\text{ن}} = \frac{-٣}{١٠٠}$$

$$= -٠٫٠٣$$

الخطوة ٦ : أعد الوحدة إلى ما كانت عليه أصلا .

$$\frac{\text{مح ت ح َ}}{\text{ن}} \times \text{ف} = -٠٫٠٣ \times ٥$$

$$= -٠٫١٥$$

الخطوة ٧ : أعد الأصل إلى الصفر بإضافة المتوسط الفرضى

$$\text{م} = \text{م فرضى} + \frac{\text{مح ت ح َ}}{\text{ن}} \times \text{ف}$$

$$= ١٠٢ + (-٠٫١٥)$$

$$= ١٠١٫٨٥$$

تمارين :

(١) كان التوزيع التكرارى لمعاملات ذكاء ٦٨٨ تلميذاً كما يلى :

معاملات الذكاء	التكرار
١٤٠ — ١٤٤	٥
١٣٥ — ١٣٩	٣٥
١٣٠ — ١٣٤	٥٤
١٢٥ — ١٢٩	٨٤
١٢٠ — ١٢٤	١٥٩
١١٥ — ١١٩	١٥٦
١١٠ — ١١٤	١٢٨
١٠٥ — ١٠٩	٤٦
١٠٠ — ١٠٤	١٦
٩٥ — ٩٩	٣
٩٠ — ٩٤	٢

احسب معامل الذكاء المتوسط للمجموعة .

(٢) أعطت نتائج أحد الامتحانات التوزيع التكرارى التالى للدرجات النهائية :

الدرجات	التكرار
١٠٠ — ١٠٤	٢٠
٩٥ — ٩٩	٦٢
٩٠ — ٩٤	١٢٦
٨٥ — ٨٩	٢٢٣
٨٠ — ٨٤	٢٤٤
٧٥ — ٧٩	١٧٥
٧٠ — ٧٤	٤٢
٦٥ — ٦٩	١٨
٦٠ — ٦٤	١
٥٥ — ٥٩	١

احسب الدرجة المتوسطة للمجموعة .

(٣) كان التوزيع التكرارى للدرجات الإنجليزى والحساب فى أحد الامتحانات كما يلى :

الدرجات	الإنجليزى (التكرار)	الحساب (التكرار)
١٠٠ – ١٠٩	٨٣	–
٩٠ – ٩٩	٢٠٣	–
٨٠ – ٨٩	٢٧٣	–
٧٠ – ٧٩	٣٠٠	١٩
٦٠ – ٦٩	٢٩٧	٢٧٦
٥٠ – ٥٩	٢٩٢	٤٧٤
٤٠ – ٤٩	٢٨٠	٥٠٤
٣٠ – ٣٩	٢٦٣	٣٨٥
٢٠ – ٢٩	١٩٦	٣١٥
١٠ – ١٩	١٤٥	٢٧٨
صفر – ٩	٧١	١٤٥

احسب الدرجة المتوسطة لكل من المادتين .

الفصل الخامس

مقاييس التشتت

Measurements of Scatter

ليس للدرجة معنى بدون معرفة علاقتها بغيرها من الدرجات ، وقد أوضحنا هذا فى الفصل الثانى ، كما يجب الإشارة إلى مستوى التصحيح الذى يمكن أن يكون المتوسط دالة عليه .

وحتى لو كان لمجموعتين من الدرجات نفس المتوسط ، فليس من الضرورى أنه يمكن المقارنة بينهما ، فالفرق فى تشتت درجاتهما يعطى لكل من هذه الدرجات قيمة مختلفة فى كل من المجموعتين .

المجموعة ا	المجموعة ب
١١٧	١٣٠
١١٦	١٢١
١١٥	١١٥
١١٣	١١٤
١١٢	١١١
١١٠	١١١
١٠٩	١٠٨
١٠٨	١٠٦
١٠٦	١٠٤
١٠٤	٩٠

وتمثل هاتان المجموعتان من الدرجات نتيجتى اختبار ذكاء طبق على مجموعتين من التلاميذ . ويبلغ متوسط معامل الذكاء فى كل من المجموعتين ١١١ . ولكن معاملات الذكاء فى المجموعة ا تميل إلى التجمع حول المتوسط ، بينما تنتشر الدرجات فى المجموعة ب أكثر منها فى المجموعة ا ؛ حيث إن الفروق الفردية فى هذه المجموعة أكبر .

المدى المطلق : Range

المدى المطلق هو أحد مقاييس تشتت الدرجات ؛ وهو الفرق بين أعلى القيم فى المجموعة وأدناها ؛ فالمدى فى المجموعة ا هو ١١٧ ــ ١٠٤ أى ١٣ . بينما أنه فى المجموعة ب ١٣٠ ــ ٩٠ أى ٤٠ .

وهكذا فإن ما يؤثر فى المدى هو الحالات المتطرفة فى المجموعة ، وبذلك فإنه غير ثابت عندما تكون هناك فجوات متعددة أو كبيرة فى التوزيع . فمثلا ، إذا أضيف إلى المجموعة ا فردان لهما معاملا الذكاء ١٤٠ ، ٨٢ على التوالى ، فإن المتوسط لا يتغير ولكن المدى يصبح ٥٨ ، برغم أن غالبية الأفراد فى المجموعة تتجمع حول المتوسط أكثر مما فى المجموعة ب .

الانحراف المتوسط Mean Deviation :

لكى نحصل على مقياس أكثر دقة للتشتت ، يجب أن تأخذ فى الاعتبار الدرجة التى يختلف بها كل فرد عن المتوسط : فى المثال السابق ، تكون القيمة العددية لانحراف كل معامل ذكاء عن المتوسط كما يلى :

المجموعة ا	المجموعة ب
٦	١٩
٥	١٠
٤	٤
٢	٣
١	صفر
١	صفر
٢	٣
٣	٥
٥	٧
٧	٢١
٣٦	٧٢

الانحراف المتوسط للمجموعة ا ، مع إهمال الإشارات هو ٣,٦ ، بينما يبلغ هذا الانحراف للمجموعة ب ٧,٢ . وبهذه الطريقة يكون التباين فى المجموعة ا نصفه للمجموعة ب . بينما يكون التباين للمجموعة ب بطريقة المدى الكلى ثلاثة أمثاله للمجموعة ا ، وليس هناك داع لأخذ الإشارات السالبة والموجبه فى الاعتبار عند حساب الانحراف المتوسط .

تمرين :

حصل ٣٤ تلميذاً على الدرجات التالية فى اختبار للحساب :

٣٤	٤٣	٤٠	٢١	٤٠	٣٠	٦٧
٣٦	٤٩	١١	٨	٩	٦٠	٦٨
٤٧	٥٦	٢٧	٤٧	٦	٥٦	٦٣
٤٧	٤٩	٤١	٣٣	٢٦	٦٢	٦٢
٥٦	٣٧	١٥	٨	٤٤	٦٢	

أوجد (ا) الدرجة المتوسطة .
(ب) الانحراف المتوسط للدرجات .

الانحراف المعيارى Standard Deviation :

لأسباب تخرج عن نطاق هذا الكتاب ، اتفق على طريقة تربع فيها الانحرافات الفردية ، ويحسب متوسطها ، ثم يوجد الجذر التربيعى لهذا المتوسط ، ويطلق على المقياس الناتج اسم « الانحراف المعيارى » وهو أهم مقاييس التباين أو التشتت . ويرمز إليه بالرمز « ع » . ويمكن إيضاح طريقة حساب الانحراف المغيارى « ع » من المثال التالى :

المجموعة أ: ح	المجموعة أ: $ح^2$	المجموعة ب: ح	المجموعة ب: $ح^2$
٦ +	٣٦	١٩ +	٣٦١
٥ +	٢٥	١٠ +	١٠٠
٤ +	١٦	٤ +	١٦
٢ +	٤	٣ +	٩
١ +	١	صفر	صفر
١ —	١	صفر	صفر
٢ —	٤	٣ —	٩
٣ —	٩	٥ —	٢٥
٥ —	٢٥	٧ —	٤٩
٧ —	٤٩	٢١ —	٤٤١
	١٧٠		١٠١٠

المتوسط للمجموعة ا $= \frac{١٧٠}{١٠} = ١٧$ المتوسط للمجموعة ب $= \frac{١٠١٠}{١٠} = ١٠١$

ع ا $= \sqrt{١٧} = ٤.١$ ع ب $= \sqrt{١٠١} = ١٠$

وتعطى هذه الطريقة مقياساً يبين أن تشتت المجموعة ب أكثر من ضعف تشتت المجموعة ا. وللانحرافات المتطرفة تأثير ملحوظ على التباين إذا قيس بهذه الطريقة ؛ فمثلا الانحرافان ١٩ ، — ٢١ فى المجموعة ب لهما تأثير أكبر على مقياس التشتت بطريقة الانحراف المعيارى ، عما لو كان قياس التشتت قد تم بطريقة الانحراف المتوسط .

ويمكن القول بأن الانحراف المعيارى هو الجذر التربيعى لمتوسط مربعات الانحراف عن متوسط التوزيع . أو أنه باختصار هو الجذر التربيعى لمتوسط مربع الانحرافات .

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات}}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مج}\ (س - م)^{٢}}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مج}\ ح^{٢}}{ن}}$$

حيث ح = س — م

تمرين :

أوجد متوسط الدرجات العشر التالية ؛ والانحراف المعيارى لها :

٦٧ ٧٩ ٧٥ ٨٢ ٧٨ ٧٦ ٦٠ ٦١ ٥٩ ٥٣

وإذا كان متوسط الدرجات رقماً صحيحاً يكون حساب الانحراف المعيارى سهلا نسبيـًّا ولكن الأمر يحتاج إلى بعض التبسيط فى الحالات الأخرى :

س	ح	ح²
٧	+ ١,٨	٣,٢٤
٦	+ ,٨	,٦٤
٥	− ,٢	,٠٤
٥	− ,٢	,٠٤
٣	− ٢,٢	٤,٨٤

مج س = ٢٦   مج ح² = ٨,٨٠

المتوسط = $\frac{\text{٢٦}}{\text{٥٠}}$ ع² = $\frac{\text{مج ح}^{2}}{\text{ن}}$

= ٥,٢   = $\frac{\text{٨,٨}}{\text{٥}}$

= ١,٧٦

ع = $\sqrt{\text{١,٧٦}}$

= ١,٣٣

ويمكن تبسيط حساب الانحراف المعيارى بتغيير الأصل . فى المثال السابق يختار المتوسط أقرب [ما يكون إلى المتوسط الحقيقى بالقدر الذى يمكن توقعه . وفى هذه الحالة يكون المتوسط ٥ وتصبح الانحرافات والمربعات كما يلى :

ح	ح²
+ ٢	٤
+ ١	١
صفر	صفر
صفر	صفر
− ٢	٤
مج ح = ١	مج ح² = ٩

ولا يكون الانحراف المعيارى فى هذه الحالة مساوياً $\sqrt{\frac{\text{مج ح}^{2}}{\text{ن}}}$ حيث إن الانحرافات مقاسة من

المتوسط الفرضى ٥ ، ولكن يمكن حساب الانحراف المعيارى من المعادلة :

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}}\right)^{2}}$$

وبرهان هذه المعادلة يمكن الرجوع إليه فى الملحق ١ .

$$\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}} = \frac{١}{٥} \qquad\qquad \frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}} = \frac{٩}{٥}$$

$$= ,٢ \qquad\qquad = ١,٨$$

$$\left(\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}}\right)^{2} = ,٠٤$$

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{(١,٨ - ,٠٤)}$$

$$= \sqrt{١,٧٦}$$

$$= ١,٣٣$$

وهذه هى النتيجة نفسها التى حصلنا عليها بالطريقة السابقة .

ويوضح المثال التالى طريقة لحساب الانحراف المعيارى لعشر درجات :

س	ح	ح^{2}
٦٠	+ ٥	٢٥
٥٨	+ ٣	٩
٥٦	+ ١	١
٥٥	صفر	صفر
٥٥	صفر	صفر
٥١	− ٤	١٦
٤٩	− ٦	٣٦
٤٨	− ٧	٤٩
٤٧	− ٨	٦٤
٤٥	− ١٠	١٠٠
	+ ٩	
	− ٣٥	
المجموع	− ٢٦	٣٠٠

$\text{ن} = ١٠ \qquad \text{مجـ ح} = -٢٦ \qquad \text{مجـ ح}^{٢} = ٣٠٠$

$$\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}} = \frac{-٢٦}{١٠} = -٢,٦$$

$$\left(\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}}\right)^{٢} = (-٢,٦)^{٢} = ٦,٧٦$$

$$\frac{\text{مجـ ح}^{٢}}{\text{ن}} = \frac{٣٠٠}{١٠} = ٣٠$$

طريقة الحساب :

الخطوة ١ : اختر درجة أقرب ما يكون إلى المتوسط المتوقع (م فرضى = ٥٥) .

الخطوة ٢ : أوجد الانحرافات (ح) عن هذا المتوسط ، وأوجد المجموع الجبرى لها مجـ ح = ـ ٢٦

الخطوة ٣ : أوجد مربعات الانحرافات (ح²) ، وأوجد مجموعها مجـ ح² = ٣٠٠

الخطوة ٤ : $\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}}\right)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٠ - ٦,٧٦}$

$= \sqrt{٢٣,٢٤}$

$= ٤,٨٢$

الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى :-

لإيجاد الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى المعطى فى الفصل الرابع ، ص ، تتبع نفس الخطوات الموضحة فى الطريقة السابقة . ولكن يجب ضرب كل انحراف × تكراره .

س	ت	ح	ت ح	ت ح²
٥	١	+٢	+٢	٤
٤	٣	+١	+٣	٣
٣	٨	صفر	صفر	صفر
٢	٢	ـ ١	ـ ٢	٢
١	١	ـ ٢	ـ ٢	٤
صفر	١	ـ ٣	ـ ٣	٩
			+٥	
			ـ ٧	
المجموع	١٦		ـ ٢	٢٢

$\text{ن} = ١٦$ $\qquad$ $\text{مجـ ت ح} = -٢$ $\qquad$ $\text{مجـ ت ح}^{٢} = ٢٢$

$$\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}} = \frac{-٢}{١٦} = -٠{,}١٢٥$$

$$\left(\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right)^{٢} = (-٠{,}١٢٥)^{٢} = ٠{,}٠١٥٦ \cong ٠{,}٠٢$$

$$\frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} = \frac{٢٢}{١} \cong ١{,}٣٨$$

طريقة الحساب :

الخطوة ١ : اختر متوسطاً فرضياً : م فرضى = ٣

الخطوة ٢ : أوجد الانحرافات (ح) لكل الدرجات عن المتوسط الفرضى .

الخطوة ٣ : اضرب كل انحراف (ح) × التكرار الخاص به ، وبذلك نحصل على ت ح ، وأوجد المجموع . مع مراعاة الإشارات مجـ ت ح = −٢

الخطوة ٤ : أوجد مربع الانحرافات ، واضربها فى التكرار (ت) للحصول على ت ح^{٢} . ويمكن أن يتم هذا ببساطة بضرب ت ح × ح . . . (٤ ، ٣ ، صفر ، ٢ ، ٤ ، ٩) .

الخطوة ٥ : أوجد المجموع (مجـ ت ح^{٢})

الخطوة ٦ : $\text{ع}^{٢} = \frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right)^{٢}$

$= ١{,}٣٨ - ٠{,}٠٢$

$= ١{,}٣٦$

$\text{ع} = \sqrt{١{,}٣٦}$

$= ١{,}١٧$

تمرين :

أعطت الدرجات التى حصل عليها أربعون تلميذاً التوزيع التكرارى التالى . احسب الانحراف المعيارى لهذه الدرجات .

الدرجة	التكرار	الدرجة	التكرار
٢٠	٢	١٤	٤
١٩	٣	١٣	٣
١٨	٢	١٢	٢
١٧	٥	١١	٢
١٦	٧	١٠	١
١٥	٩		

الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى لبيانات مجمعة :

يتبع لهذا الغرض طريقة مشابهة لما فى المثال السابق ، ويمكن إيضاحها بالمثال التالى :

ف	ت	ح	ت × ح	ت ح ٢
٢٠ – ٢٤	٤	٢ +	٨ +	١٦
١٥ – ١٩	٨	١ +	٨ +	٨
١٠ – ١٤	١٠	صفر	صفر	صفر
٥ – ٩	٦	١ –	٦ –	٦
صفر – ٤	٢	٢ –	٤ –	٨
			١٦ +	
			١٠ –	
المجموع	٣٠		٦ +	٣٨

ن = ٣٠   مج ت ح = ٦   مج ت ح ٢ = ٣٨

$$\frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}} = \frac{٦}{٣٠} = ٠,٢$$

$$\left(\frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}}\right)^{٢} = ٠,٠٤$$

$$\frac{\text{مج ت ح}^{٢}}{\text{ن}} = \frac{٣٨}{٣٠} \approx ١,٢٧$$

حجم الفئة = ٥

خطوات الحساب :

الخطوة ١ : اختر متوسطاً فرضياً (م فرضى = ١٢ ، وهو مركز الفئة ١٠ — ١٤)

الخطوة ٢ : أوجد الانحراف عن المتوسط ، بوحدات بحجم سعة الفئة .

الخطوة ٣ : اضرب كل انحراف (ح) × تكراره (ت) . . . للحصول على ت ح (٨ ، ٨ ، صفر ؛ — ٦ ، — ٤) .

الخطوة ٤ : أوجد حاصل ضرب مربعات الانحرافات × تكرارتها للحصول على ت ح^{٢} (١٦ ، ٨ ، صفر ، ٦ ، ٨) .

الخطوة ٥ : أوجد المجموع (مجـ ت ح^{٢} = ٣٨)

الخطوة ٦ : لاحظ حجم الفئة (ف = ٥) حيث إنها هى الوحدة المستخدمة فى القياس .

$$\text{ع} = \sqrt{\left[\frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{مجـ ت}} - \left(\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{مجـ ت}}\right)^{٢}\right]} \times \text{ف}$$

$$= \sqrt{[\,\text{١٫٢٧} - (\text{٫٠٤})\,]} \times \text{٥}$$

$$= \sqrt{(\text{١٫٢٣})} \times \text{٥}$$

$$= \text{١٫١١} \times \text{٥}$$

$$= \text{٥٫٥٥}$$

تمارين :

(١) احسب الانحراف المعيارى لمعاملات الذكاء فى التوزيع التالى :

معاملات الذكاء	التكرار
١٣٥ — ١٣٩	٢
١٣٠ — ١٣٤	٥
١٢٥ — ١٢٩	١٤
١٢٠ — ١٢٤	٤٠
١١٥ — ١١٩	٤٠
١١٠ — ١١٤	٣٥
١٠٥ — ١٠٩	٢٣
١٠٠ — ١٠٤	٢٦
٩٥ — ٩٩	١٠
٩٠ — ٩٤	١
٨٥ — ٨٩	١

(٢) احسب الانحراف المعيارى للدرجات فى التوزيع التالى :

الدرجات	التكرار
٩٥ — ٩٩	١
٩٠ — ٩٤	٦
٨٥ — ٨٩	١٨
٨٠ — ٨٤	١٩
٧٥ — ٧٩	٥٢
٧٠ — ٧٤	٢٣
٦٥ — ٦٩	٥
٦٠ — ٦٤	٢
٥٥ — ٥٩	٢

وتوجد صحائف بالشكل التالى ، تفيد فى حساب المتوسطات والانحراف المعيارى . ذلك أن استخدامها لا يتطلب تذكر المعادلة ، كما أنها تسهل عمليات المراجعة .

الفئة	ت	ح	ت ح	ت ح²
ن		+		مج ت ح²
		−		
		مج ت ح		

ف =　　　　　　م فرضى =

$$\frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}} = \qquad \left(\frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}}\right)^{2} = \qquad \frac{\text{مج ت ح}^{2}}{\text{ن}} =$$

$$\text{المتوسط} = \text{م فرضى} + \frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}} \times \text{ف} \qquad \text{ع} = \left[\sqrt{\frac{\text{مج ت ح}^{2}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج ت ح}}{\text{ن}}\right)^{2}}\,\right] \times \text{ف}$$

$$= \boxed{\qquad\qquad} \qquad\qquad = \boxed{\qquad\qquad}$$

تمارين :

احسب المتوسطات والانحرافات المعيارية للتوزيعات التالية :

(١)

الدرجة	التكرار
٩٥ — ٩٩	١
٩٠ — ٩٤	١
٨٥ — ٨٩	٣
٨٠ — ٨٤	٥
٧٥ — ٧٩	٩
٧٠ — ٧٤	٣
٦٥ — ٦٩	٥
٦٠ — ٦٤	٣
٥٥ — ٥٩	٧
٥٠ — ٥٤	١
٤٥ — ٤٩	٣
٤٠ — ٤٤	٢
٣٥ — ٣٩	١
٣٠ — ٣٤	١

(٢)

الدرجة	التكرار
٩٥ — ٩٩	١
٩٠ — ٩٤	٢
٨٥ — ٨٩	٣
٨٠ — ٨٤	٢
٧٥ — ٧٩	٥
٧٠ — ٧٤	٨
٦٥ — ٦٩	٤
٦٠ — ٦٤	٨
٥٥ — ٥٩	٢
٥٠ — ٥٤	٣
٤٥ — ٤٩	٣
٤٠ — ٤٤	٢
٣٥ — ٣٩	صفر
٣٠ — ٣٤	٢

(٣)

الدرجة	التكرار
٢٤٠ — ١٤٤	—
١٣٥ — ١٣٩	٢
١٣٠ — ١٣٤	٢
١٢٥ — ١٢٩	٣
١٢٠ — ١٢٤	٥
١١٥ — ١١٩	٩
١١٠ — ١١٤	١٨
١٠٥ — ١٠٩	١٢
١٠٠ — ١٠٤	١٧
٩٥ — ٩٩	٢٧
٩٠ — ٩٤	١٦
٨٥ — ٨٩	١٣
٨٠ — ٨٤	٩
٧٥ — ٧٩	١٠
٧٠ — ٧٤	٧

(٤)

الدرجة	التكرار
١٤٠ — ١٤٤	٢
١٣٥ — ١٣٩	٣
١٣٠ — ١٣٤	٥
١٢٥ — ١٢٩	٦
١٢٠ — ١٢٤	٩
١١٥ — ١١٩	٢١
١١٠ — ١١٤	٢٦
١٠٥ — ١٠٩	١٧
١٠٠ — ١٠٤	٣١
٩٥ — ٩٩	٢٣
٩٠ — ٩٤	٢٠
٨٥ — ٨٩	١٣
٨٠ — ٨٤	١٣
٧٥ — ٧٩	٧
٧٠ — ٧٤	٤

(٥)

الدرجة	التكرار
١٠٠ — ١٠٩	٨٣
٩٠ — ٩٩	٢٠٣
٨٠ — ٨٩	٢٧٣
٧٠ — ٧٩	٣٠٠
٦٠ — ٦٩	٢٩٧
٥٠ — ٥٩	٢٩٢
٤٠ — ٤٩	٢٢٨٠
٣٠ — ٣٩	٦٣
٢٠ — ٢٩	١٩٦
١٠ — ١٩	١٤٥
صفر — ٩	٧١

(٦)

الدرجة	التكرار
٧٠ — ٧٩	١٩
٦٠ — ٦٩	٢٧٦
٥٠ — ٥٩	٤٧٤
٤٠ — ٤٩	٥٠٤
٣٠ — ٣٩	٣٨٥
٢٠ — ٢٩	٣١٥
١٠ — ١٩	٢٧٨
صفر — ٩	١٤٥

الفصل السادس

المقارنة بين الدرجات وجمعها

Comparison and Addition of Marks

فيما يلى نبذة من سجل درجات تلميذ :

المادة	الدرجة	متوسط درجات الفصل
إنجليزى	٦٨	٥٨
تاريخ	٧٠	٥٢
جغرافيا	٧٠	٥٢
فرنسى	٦٥	٥٠
لاتينى	٧٠	٦٦
رياضيات	٩٠	٦٠
رسم	٦٠	٥٠

وواضح أن الدرجة ٧٠ ليس لها نفس الدلالة فى كل مادة . فالدرجة ٧٠ فى اللاتينى يبدو أنها صغيرة عن الدرجة ٧٠ فى كل من التاريخ والجغرافيا . لأن الأولى أعلى بأربع درجات فقط عن متوسط الفصل . بينما الدرجتان الأخريان أعلى من متوسط الفصل بثمانية عشر درجة . ولكن هل للدرجة ٧٠ نفس الدلالة فى التاريخ والجغرافيا ؟ يمكن فقط الإجابة عن هذا السؤال إذا عرف تشتت درجات الفصل فى كل من المادتين .

افترض أن الانحراف المعيارى لكل من المواد كما يلى :

المادة	الانحراف المعيارى
إنجليزى	١٠
تاريخ	٩
جغرافيا	١٢
فرنسى	١٠
لاتينى	٨
رياضيات	١٥
رسم	٥

الدرجتان اللتان حصل عليهما التلميذ فى التاريخ والجغرافيا أعلى من متوسط الفصل فيهما بثمانية عشرة درجة ، ولكن هذا الفرق فى التاريخ يمثل $\frac{١٨}{٩}$ أى أعلى من متوسط الفصل بضعف الانحراف المعيارى ، فى حين أن درجة الجغرافيا $\frac{١٨}{١٢}$ أى أعلى من متوسط الفصل بمره ونصف الانحراف المعيارى ، بهذا يمكن القول بأن الدرجة ٧٠ فى التاريخ أفضل من الدرجة ٧٠ فى الجغرافيا .

والدرجة ٩٠ فى الرياضيات أعلى من المتوسط بثلاثين درجة ، حيث أن الانحراف المعيارى لدرجات الرياضيات فى الفصل ١٥ ، بهذا تكون هذه الدرجة أعلى من متوسط الفصل بانحرافين معياريين . أما فى مادة الرسم فالدرجة ٦٠ أعلى من متوسط الفصل بضعف الانحراف المعيارى بهذا يمكن أن نخلص إلى أن هاتين الدرجتين تمثلان نفس المستوى من الإنجاز .

والدرجة ٧٠ فى اللاتينى تقع أعلى من متوسط الفصل بنصف انحراف معيارى فقط ، بينما أن الدرجة ٦٠ فى الرسم أعلى من متوسط الفصل بانحرافين معياريين، هكذا نرى أن درجة مادة الرسم ، أفضل من درجة مادة اللاتينى .

وبالمثل يمكن استنتاج أن درجتى الجغرافيا والفرنسى تمثلان نفس المستوى من الانجاز .

وهكذا نرى أن الدرجات لا يمكن مقارنتها أو تفسيرها دون الرجوع إلى المتوسط والانحراف المعيارى .

المقارنة بين الدرجات :

لنفرض أن تلميذنا فى المثال السابق سئل أن يختار أفضل ثلاث درجات حصل عليها ، فإنه يشعر بأنه محق فى اختيار درجات الجغرافيا واللاتينى والرياضيات ، ومجموعها ٢٣٠ (٧٠ + ٧٠ + ٩٠) : أما مجموعه فى التاريخ والرسم والرياضيات فهو ٢٢٠ (٧٠ + ٦٠ + ٩٠) . وقد سبق أن أوضحنا أن درجتى التاريخ والرسم ، أفضل نسبياً من درجتى الجغرافيا واللاتينى . من هذا يتضح أن المجموع ٢٢٠ فى التاريخ والرسم والرياضيات يمثل إنجازاً أفضل من المجموع ٢٣٠ فى الجغرافيا واللاتينى والرياضيات .

ولا يكون لجمع الدرجات الخام دلالة، دون أن يجرى عليها بعض التعديل الذى يأخذ فى الاعتبار كلا من المتوسط والانحراف المعيارى لكل مجموعة من هذه الدرجات.

تمارين :

(١) أى هذه الدرجات أفضل

٧٠ (م = ٦٠ ، ع = ٨) أو ٦٧ (م = ٥٥ ، ع = ٩) ؟

(٢) رتب الدرجات التالية حسب أفضليتها من حيث الإنجاز :

٧٥ (م = ٦٠ ، ع = ١٢) ؛ ٧٠ (م = ٥٥ ، ع = ١٠)

٦٨ (م = ٤٨ ، ع = ١٥) .

تحدد قيمة الدرجات فى سجل التلميذ ، ببعده عن المتوسط ، مقاساً بوحدات انحراف معيارى .

فدرجة التاريخ كانت أعلى من المتوسط بانحرافين معيارين ، بينما درجة اللاتينى كانت أعلى من المتوسط بنصف انحراف معيارى فقط .

ويرمز لهذا بالرمزين ٢ ع ، $\frac{1}{2}$ ع على التوالى . وتسمى هذه بالدرجات المعيارية Standrd Scores

وتقنن اختبارات الذكاء الجماعية عادة بمتوسط ١٠٠ وانحراف معيارى ١٥ ، وبهذا فإن معاملا للذكاء يبلغ ١١٥ يكون أعلى من المتوسط بمقدار ١٥ ، أو بانحراف معيارى واحد ، وبهذا يكون معامل الذكاء ١١٥ بالدرجات المعيارية يساوى ١ ع .

والدرجة المعيارية ٢ ع على اختبار ذكاء مشابه ، تكون أعلى من المتوسط بمقدار ٢ × ١٥ أو ٣٠ ، ويمثل هذا معامل ذكاء يبلغ ١٣٠ . وإذا كان معامل الذكاء ٨٥ فإنه يكون ١٥ أقل من المتوسط ، أو ١ ع أقل من المتوسط ويرمز له بالرمز (ــ١ ع) ، والدرجة المعيارية (ــ ٢ ع) لمعامل ذكاء ، تكون أقل من المتوسط بمقدار ٣٠ أى أن هذا المعامل يكون ٧٠ .

فالدرجات أعلى من المتوسط تكون موجبة ، بينما تلك الأقل من المتوسط تكون سالبة .

تمرين :

حول إلى درجات معيارية :

(أ) معاملات الذكاء : ١٢٠ ، ١٠٠ ، ٧٠ ، ٩٥ ، علماً بأن م = ١٠٠ ، ع = ١٥ .

(ب) الدرجات ٤٠ ، ٣٥ ، ٥٠ ، ٨٠ حيث م = ٥٠ ، ع = ١٥ .

(حـ) ما هى معاملات الذكاء التى تمثلها الدرجات المعيارية التالية :

٢ ع ، ــ ١ ع ، ــ ١,٣ ع ، ١,٧ ع .

حيث م = ١٠٠ ، ع = ١٥ .

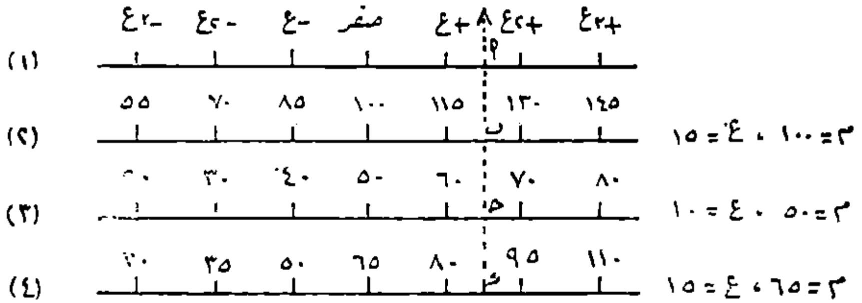
ويمكن حساب الدرجة المعيارية من المعادلة التالية :

$$د = \frac{س - م}{ع}$$

حيث د = الدرجة المعيارية ، س = الدرجة الخام

، م = المتوسط الحسابى . ، ع = الانحراف المعيارى .

ويمكن توضيح فكرة المقياس المعيارى كما يلى :



ويمثل الخط العلوى المقياس المعيارى ، بينما يمثل الخط الثانى معاملات الذكاء بمتوسط ١٠٠ وانحراف معيارى ١٥ ، وبثلاث انحرافات معيارية أعلى وأقل من المتوسط . أما الخطين الثالث والرابع فتمثل مقياسين متوسطهما ٥٠ ، ٦٥ ، وانحرافين معاريين ١٠ ، ١٥ على الترتيب .

موضع الدرجة على المقياس .

تتحدد موضع الدرجة على مقياس ببعدها عن المتوسط : علوا وهبوطاً ، بوحدات الانحراف المعيارى ، فمثلا ٢ ع هى النقطة التى تعلو المتوسط بانحرافين معياريين . وهى تساوى على الثلاثة مقاييس المبينة بالرسم ١٣٠ ، ٧٠ ، ٩٥ على التوالى .

تحويل الدرجات :

يمكن تحويل درجة ما على مقياس إلى مقابلا على مقياس آخر ، فمثلا . فى الشكل السابق ، من الواضح أن الدرجة ٤٠ على المقياس الثالث تعادل درجة ٥٠ على المقياس الرابع .

ما هى الدرجة على المقياس الرابع التى تعادلها الدرجة ٦٥ على المقياس الثالث ؟ الدرجة ٦٥ تزيد عن المتوسط $\frac{١٥}{١٠}$ درجة أى أو $١\frac{١}{٢}$ ع بالدرجات المعيارية .

والدرجة ١,٥ على المقياس الرابع هى ١,٥ × ١٥ أو ٢٢,٥ أعلى من المتوسط ٦٥ . وبذلك تكون ٨٧,٥ . وقد حددت المواضع النسبية على المقاييس الأربعة بالحروف ا ، ب ، حـ ، د .

ولتحويل الدرجة س (مس ، ع س) . إلى الدرجة ص (مص ، ع ص) تتبع الخطوات التالية :

(١) أوجد الفرق بين الدرجة س ، ومتوسطها مع مراعاة الإشارة :

$$\text{س} - \text{م}_{\text{س}} = ٦٥ - ٥٠$$
$$= ١٥$$

(٢) عبر عن الفرق بالانحرافات المعيارية عن للمتوسط . وذلك بقسمة الفرق على الانحرافات المعيارية ، وبهذا فإن :

$$\frac{\text{س} - \text{م}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{س}}} = \frac{١٥}{١٠}$$
$$= ١{,}٥$$

(٣) حول البعد عن المتوسط بالانحرافات المعيارية إلى البعد الحقيقي عن متوسط الدرجات ص ، وذلك بضربه × الانحراف المعيارى للدرجات ص :

$$\frac{\text{س} - \text{م}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \times \text{ع}_{\text{ص}} = ١{,}٥ \times ١٥ = ٢٢{,}٥ :$$

(٤) اجمع البعد عن متوسط الدرجات ص : على المتوسط .

$$\text{الدرجة ص} = \text{م}_{\text{ص}} + \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} (\text{س} - \text{م}_{\text{س}})$$
$$= ٦٥ + ٢٢{,}٥$$
$$= ٨٧{,}٥$$

التدريج Scaling :

يمكن التعبير عن العملية الكاملة لتحويل الدرجة س (مس ، ع س) إلى الدرجة ص (مص ، ع ص) بالمعادلة الآتية :

$$\text{ص} = \text{م}_{\text{ص}} + \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} (\text{س} - \text{م}_{\text{س}})$$

وتعرف هذه بمعادلة التدريج .

جمع الدرجات :

يعطى الجدول التالى تقديرات المدرسين لست تلاميذ ، والدرجات التى حصلوا عليها فى أحد الامتحانات :

التلميذ	التقدير	درجة الامتحان	المجموع
ا	٨٢	٦٨	١٥٠
ب	٨٠	٧٠	١٥٠
حـ	٧٨	٧٢	١٥٠
ى	٥٠	٥٥	١٠٥
هـ	٤٠	٤٩	٨٩
و	٣٦	٦٢	٩٨

لقد كان متوسط تقديرات المدرس للفصل ٤٠ ، والانحراف المعيارى لها ٢٠ . بينما كان متوسط درجات الامتحان ٥٠ ، والانحراف المعيارى لها ١٠ :

فإذا جمعت تقديرات المدرسين ، ودرجات الامتحان : يتساوى التلاميذ ا ، ب ، حـ ، ويتبعهم على التوالى التلاميذ ى ، هـ ، و :

وعلى وجه العموم ، فإن جمع الدرجات الخام إجراء غير سليم ، ويلزم إما أن نحول كل من مجموعتى الدرجات إلى مقياس مشترك ، أو نحول مجموعة منها إلى نفس معيار الدرجات الأخرى .

فإذا حولت التقديرات إلى نفس مقياس درجات الامتحان ، ثم جمعت الدرجات ، فإن النتيجة تصبح كما يلى :

التلميذ	التقدير	الدرجة المعيارية	التقديرات [م = ٥٠ ، ع = ١٠]	درجة الامتحان	المجموع
ا	٨٢	+ ٢,١ ع	٧١	٦٨	١٣٩
ب	٨٠	+ ٢ ع	٧٠	٧٠	١٤٠
حـ	٧٨	+ ١,٩ ع	٦٩	٧٢	١٤١
ى	٥٠	+ ٠,٥ ع	٥٥	٥٥	١١٠
هـ	٤٠	٠ صفر ع	٥٠	٤٩	٩٩
و	٣٦	– ٠,٢ ع	٤٨	٦٢	١١٠

ويتغير ترتيب التلاميذ كثيراً ، ليصبح تنازلياً كما يلى : حـ . ب . ا ، ى مع و (متساويان) ، هـ .

الطريقة البيانية لتحويل الدرجات :

معادلة تحويل الدرجات هي :

$$ص = م_{ص} + \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} (س - م_{س})$$

ويمثل هذا بيانياً بخط مستقيم يمكن رسمه بسهولة . افرض أن الخط ا ب يمثل هذا التحويل ، ولإيجاد الدرجة ص١ على المقياس الصادى . التى تقابل الدرجة س١ على المقياس السينى ، ارسم خطاً أفقياً من ص١ ليقابل ا ب فى حـ ثم يرسم عمود من حـ على المحور السينى ليقطعه فى س١ ، فتكون الدرجة س١ هى الدرجة السينية المقابلة للدرجة ص١

ويمدنا الرسم البيانى أيضاً ، بوسيلة لتحويل لدرجات على المقياس السينى إلى درجات على المقياس الصادى . وتحدد النقطة ى على الخط ا ب برسم خط رأسى من النقطة س٢ . ويرسم من النقطة ى خط أفقى ليقابل المحور الصادى فى ص٢ . وهذه هى الدرجة الصادية التى تقابل الدرجة س٢ .

وتوضح الطريقة برسم خط بيانى لتحويل مجموعة من الدرجات س بمتوسط ٥٠ وانحراف معيارى ١٠ إلى مجموعة من الدرجات ص بمتوسط ٦٥ ، وانحراف معيارى ١٥ .

ويمكن رسم الخط المستقيم بوضع نقطتين عليه ، ولكى يمكن التوصل إلى درجة أكبر من الثقة باستخدام ثلاث نقط يمكن تحديدها بسهولة (أنظر شكل ١١) وهى :

(١) النقطة ا التى تمثل مس ، مص (٥٠ × ، ٦٥) .

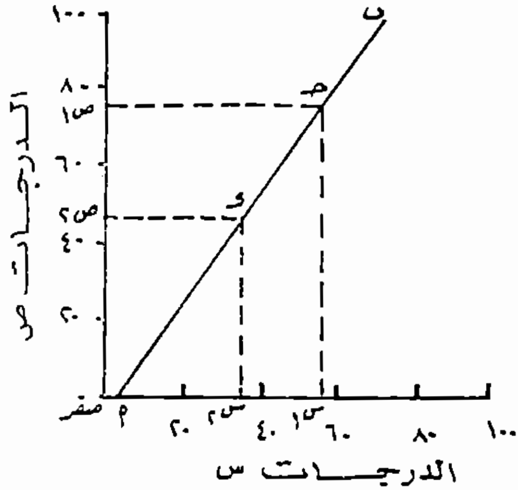
(٢) النقطة ب التى تمثل بعد انحراف معيارى أعلى من المتوسط (م س + ع س) ، (م ص + ع ص) أى ٥٠ + ١٠ = ٦٠ ؛ ٦٥ + ١٥ = ٨٠ .

(٣) النقطة حـ التى تمثل بعد انحراف معيارى أقل من المتوسط (م س — ع س) ؛ (م ص — ع ص) أى ٤٠ ، ٥٠ .

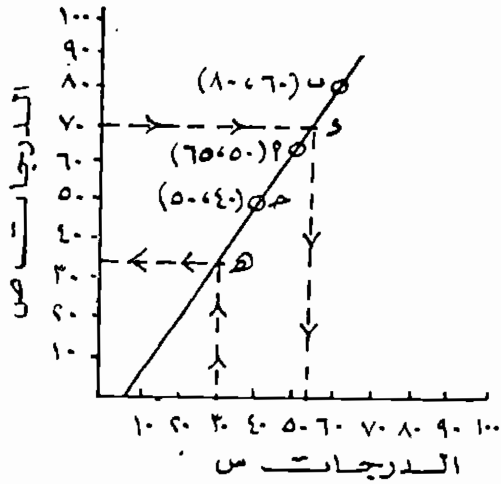
ويعطى الخط المار بهذه النقطة خط التحويل المطلوب .

ولتحويل درجة على المقياس ص (٧٠ مثلا) إلى الدرجة المقابلة لها على المقياس س ، ارسم خطاً أفقياً يمر بالنقطة الممثلة للدرجة ٧٠ على المحور الصادى ليتقابل الخط البيانى فى ى ، ثم ارسم من ى عموداً على المحور السينى فيقابل المحور السينى عند ٥٣ فتكون هى الدرجة السينية المطلوبة .

وبالمثل فإن درجة سينية ٣٠ يمكن تحويلها إلى درجة صادية برسم خط رأسى عند ٣٠ ليقابل الخط



(شكل ١٠)



(شكل ١١)

البيانى عند هـ ، ثم يرسم من هـ خط أفقى ليقابل المحور الصادى عند ٣٥ ، وبذلك تكون الدرجة الصادية التى تقابل الدرجة السينية ٣٠ هى ٣٥ .

وليس هناك حاجة إلى رسم خطوط أفقية ورأسية ، بل يكفى تحديد المواقع على الخط باستخدام مسطرة توضع فى المواقع المناسبة .

تمارين :

(١) أوجد مجموع تقديرات المدرسين درجات الامتحان المذكورة فى ص .

ا ــ إذا حولت الدرجات فى مقياس متوسط درجاته ٤٠ ، وانحرافه المعيارى ٢٠ .

ب ــ إذا حولت كل من التقديرات والدرجات إلى مقياس متوسطه ٤٠ وانحرافه المعيارى ١٠ .

(٢) يعطى الجدول التالى درجات ثمانية تلاميذ ينظر فى ترشيحهم لمنح دراسية ، على أساس الامتحانات فى الانجليزى والرياضيات ، وكانت الدرجة المتوسطة لجميع التلاميذ الذين أدوا الامتحان فى اللغة الانجليزية (م ح = ٤٠) ، وفى الرياضيات (مر = ٥٠) ،

أما الانحراف المعيارى فكان فى الانجليزى (ع ح = ١٠) ، وفى الرياضيات (ع ر = ٢٠) .

التلميذ	الانجليزى	الرياضيات
(١)	٦٠	٧٠
(٢)	٣٠	٣٠
(٣)	٤٢	٨٠
(٤)	٥٠	٨٤
(٥)	٢٠	٦٥
(٦)	٤٥	٦٥
(٧)	٤٠	٥٠
(٨)	٣٠	٧٠

أوجد :

ا ــ ترتيب التلاميذ الثمانية عند جمع الدرجات الخام .

ب ــ ترتيب التلاميذ الثمانية عند تحويل الدرجات بحيث يصبح لها مستوى تصحيح ، وتشتت درجات الانجليزى . وذلك باستخدام لطريقة الحسابية .

حـ ــ ترتيب التلاميذ الثمانية عند تحويل الدرجات بحيث يكون لها مستوى تصحيح ، وتشتت درجات الرياضيات ، وذلك باستخدام الطريقة البيانية .

الفصل السابع

المثينيات

PERCENTILES

يمكن إبراز معنى درجة تلميذ . بمعرفة النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على درجة أقل منها . فمثلا تعتبر الدرجة ٦٠ متوسطة إذا كان ٥٠ ٪ من التلاميذ قد حصلوا على درجة أقل منها : ولكنها تكون منخفضة إذا حصل ١٠ ٪ فقط من التلاميذ على درجة أقل منها .

وينبغي معرفة مستوى قدرة أو إنجاز المجموعة قبل الحكم على القيمة المطلقة للدرجة . فالدرجة ٦٠ تعتبر منخفضة بالنسبة إلى المجموعة التي أدت الامتحان إذا حصل ١٠ ٪ من تلاميذها على درجة أقل منها ، ولكنها مع هذا يمكن أن تمثل مستوى عال من الإنجاز إذا كانت المجموعة التي أدت الامتحان مرتفعة الذكاء ، فلا يمكن تثبيت المعايير إلا إذا اختبرت مجموعة العمر كلها .

المثينيات Percentiles :

يعرف المثيني بأنه الدرجة التي تقل عنها نسبة معينة من الدرجات ، فمثلا المثيني الثمانون هو الدرجة التي يقل عنها ٨٠ ٪ من الدرجات. ويرمز له بالرمز (م٨٠) ، ويرمز للمثيني ٥ بالرمز (م٥)

حساب المثيني من قائمة درجات

كانت درجات عشرين تلميذاً كما يلي :

٩٠	٦٢	٥٠	٣٦
٨٥	٦٠	٥٠	٣٢
٨٠	٦٠	٤٨	٣٠
٧٨	٦٠	٤٥	٣٠
٧٥	٥٤	٤٠	٢٥

الوسيط Median :

الدرجة التى تقل عنها درجات ٥٠ ٪ من التلاميذ ، فى المثال السابق تقع بين ٥٠ ، ٥٤ ، وتؤخذ على أنها فى منتصف المسافة بينهما أى ٥٢ . وبهذا يكون المئينى الخمسين هو ٥٢ أى $\text{م}_{٥٠}$ = ٥٢ .

ويطلق على المئينى الخمسين ($\text{م}_{٥٠}$) اسم « الوسيط » ، وتقع نصف الدرجات فى التوزيع أعلى من الوسيط . ويقع النصف الآخر أدنى منه ، ويفضل استخدام الوسيط على المتوسط الحسابى فى بعض الأحيان إذا كان التوزيع ملتوياً .

الربيعيات (الارباعيات) Quartiles :

تسمى الدرجة التى تقل عنها درجات ٢٥ ٪ من التلاميذ ($\text{م}_{٢٥}$) بالربيع الأول أو الربيع الأدنى ، ويرمز له بالرمز $\text{ر}_{١}$ ، وفى مثالنا . توجد خمس حالات أسفل $\text{م}_{٢٥}$ (أو $\text{ر}_{١}$) ؛ وبهذا فإن الربيع الأول يقع بين الدرجتين ٤٠ ، ٣٦ ، وبذلك يكون $\text{م}_{٢٥}$ ($\text{ر}_{١}$) = ٣٨ .

وبالمثل فإن المئينى الخامس والسبعين ، أو الربيع الأعلى ، أو الربيع الثالث ($\text{ر}_{٣}$) . توجد أسفله ١٥ حالة ، وهو بهذا يقع بين الدرجتين ٦٢ ، ٧٥ . وبهذا فإن $\text{م}_{٧٥}$ = ٦٨.٥ ؛

ويطلق على الفرق بين $\text{ر}_{٣}$ ، $\text{ر}_{١}$ اسم « المدى الربيعى interpercentile range » .

$$\text{ر}_{٣} - \text{ر}_{١} = ٦٨.٥ - ٣٨$$
$$= ٣٠.٥$$

ويستخدم المدى الربيعى أحياناً كمقياس لتشتت الدرجات ، ويفضل على المدى المطلق حيث إنه يأخذ فى الاعتبار كل الدرجات وليس الدرجتين المتطرفتين فقط .

ويطلق على نصف المدى الربيعى اسم « الانحراف الربيعى quartile deviation »

$$\text{ر} = \frac{\text{ر}_{٣} - \text{ر}_{١}}{٢}$$

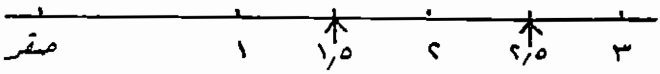
العشيريات (الاعشاريات) Deciles :

تسمى المئينيات $\text{م}_{١٠}$ ، $\text{م}_{٢٠}$ ، $\text{م}_{٣٠}$ ، . . . $\text{م}_{١٠٠}$ عشيريات.
وفى مثالنا . توجد درجتان أسفل $\text{م}_{١٠}$. وبهذا يكون $\text{م}_{١٠}$ = ٣٠ .
وتقع أربع درجات أسفل $\text{م}_{٢٠}$. وبهذا يكون $\text{م}_{٢٠}$ = ٣٤ .
وتقع ستة درجات أسفل $\text{م}_{٣٠}$ وبهذا يكون $\text{م}_{٣٠}$ = ٤٢.٥ .

النهايتان العليا والدنيا :

هناك اختلاف بين الإدراك الإحصائى للدرجة ما ، وبين الدرجة التى تمنح فى الفصل ، فقد يكون متوسط درجة فصل ٥٣,٥ : ولا توجد بالطبع مثل هذه الدرجة (إذا كانت كسور الدرجة لا تستخدم فى التصحيح) ، فأجزاء الدرجة مفهوم إحصائى مبنى على افتراض أن الدرجات مستمرة continuous، وتقع على مقياس يتراوح بين صفر والدرجة العظمى .

الرسم أ

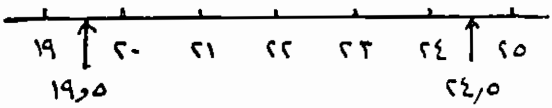


ويجب التفكير فى الدرجة ٢ ، على أنها كمية س بحيث إن :

$$١,٥ \leqq س \leqq ٢,٥$$

وبهذا يكون الحد الأدنى ١,٥ والحد الأعلى ٢,٥ ؛ وهكذا مع الفئات .

الرسم ب



ينظر إلى الفئة ٢٠ ـــ ٢٤ على أن نهايتها الكبرى ٢٤,٥ ، ونهايتها الصغرى ١٩,٥ بحيث إن $١٩,٥ \leqq س \leqq ٢٤,٥$.

تمرين :

٨٦	٥٠	٢٧	١٧
٨٤	٤٥	٢٦	١٢
٧٣	٣٧	٢٤	٩
٦٢	٣١	٢٠	٥
٥٨	٢٩	١٨	٣

أوجد من هذه المجموعة من الدرجات ، المئينيات التالية :

م١٠ م١٥ م٢٠ م٢٥ م٤٠ م٥٠ م٦٠ م٧٥ م٨٠ م٩٥

حساب المثينيات من توزيع تكرارى لدرجات مفردة

لإيجاد مئينى من التوزيع تكرارى لدرجات مفرده ، يوجد أولا التكرار المتجمع التصاعدى cumulative frequency ، الذى يعطى عدد الحالات حتى كل درجة ، ولكن دون أن يشمل هذا الدرجة نفسها .

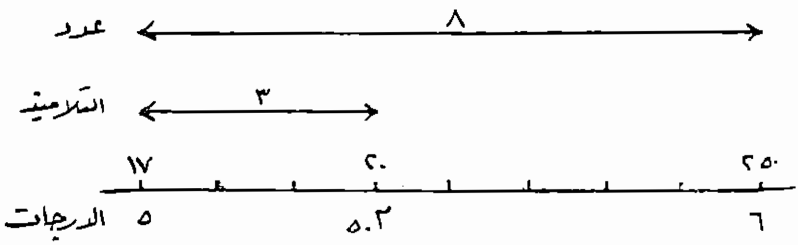
	الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
	س	ت	ت ج
	١٠	١	٤٠
	٩	٢	٣٩
	٨	٣	٣٧
	٧	٤	٣٤
م ٧٥ ←			
	٦	٥	٣٠
	٥	٨	٢٥
	٤	٧	١٧
م ٢٥ ←			
	٣	٣	١٠
	٢	٣	٧
	١	٣	٤
	صفر	١	١
	المجموع	٤٠	

ويحسب التكرار المتجمع فى العمود الثالث بإضافة كل تكرار إلى مجموع التكرارات التى توجد أدناه ، فهناك تلميذ واحد حصل على درجة أقل من ١ ؛ كما حصل أربع تلاميذ على درجة أقل من ٢ ، وحصل سبعة تلاميذ على درجة أقل من ٣ ؛ وهكذا .

ويكون م ٢٥ ؛ المئينى الخامس والعشرون ؛ درجة تقع أسفلها ٢٥ ٪ من الدرجات ؛ أو درجات عشر تلاميذ . وهذه الدرجة كما يتضح من التوزيع التجمعى التصاعدى هى ٤ ، وحدها الأسفل

٣,٥ ، وبالمثل فإن م$_{٢٥}$ هى الدرجة التى تقع أسفلها ٧٥ ٪ من الدرجات أو درجات ٣٠ من التلاميذ ومرة أخرى يتضح من العمود (٣) ، أنها الدرجة ٧ ، حيث أن ثلاثين تلميذاً تقل درجاتهم عن ٧ ، وبهذا تكون م$_{٧٥}$ هى ٦,٥ .

الرسم ح



يوجد عشرون تلميذاً تقل درجاتهم عن م$_{٥٠}$ ، سبعة عشر منهم درجاتهم أقل من ٥ ، وخمسة وعشرون تلميذاً درجاتهم أقل من ٦ ، وبهذا فإن م$_{٥٠}$ تقع بين الدرجتين ٥ ، ٦ .

وقد حصل ثلاثة تلاميذ (٢٠ — ١٧) على درجات بين ٥ ، م$_{٥٠}$ وحيث أن ثمانية تلاميذ (٢٥ — ١٧) حصلوا على درجات بين ٥ ، ٦ .

بهذا فإن م$_{٥٠}$ تقع على بعد $\frac{٣}{٨}$ المسافة بين الدرجة ٥ ، والدرجة ٦ وتحسب هذه المسافة من الحد الأصغر للدرجة ٥ .

م$_{٥٠}$ = ٤,٥ + $\frac{٣}{٨}$ × ١

= ٤,٥ + ٣٧٥,

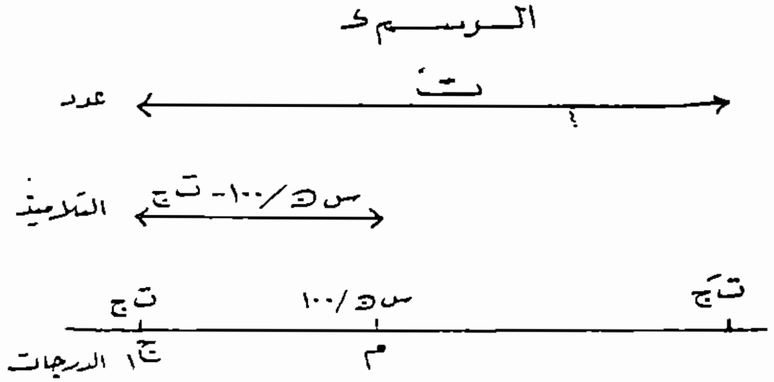
= ٤,٨٧٥

وبالمثل فإن م$_{٨٠}$ هى الدرجة التى تقع أسفلها ٨٠ ٪ من الدرجات أو درجات ٣٢ تلميذاً ، وستكون هذه الدرجة فى مكان ما بين الدرجتين ٧ ، ٨ حيث يوجد أربعة تلاميذ ، وتوجد أسفل الدرجة ٧ ثلاثون حالة ، وهكذا فإن م$_{٨٠}$ سوف تقع على بعد $\frac{٢}{٤}$ الطريق بين الدرجتين ٧ ، ٨ .

م$_{٨٠}$ = ٦.٥ + $\frac{٢}{٤}$ × ١

= ٦.٥ + ٠,٥

= ٧



وعلى وجه العموم :

$$م س = ح_١ + \frac{(س ن / ١٠٠ - ت ج)}{ت َج - ت ج}$$

حيث ن هو العدد الكلى للدرجات

، س هو النسبة المئوية (أو رقم المئينى)

$ح_١$ هو الحد الأدنى للدرجة التى تقل مباشرة عن م س ، أى تلك التى توجد أسفلها س ٪ من الدرجات :

ت ج هو التكرار المتجمع الذى يصغر مباشرة $ح_١$

ت َج هو التكرار المتجمع الذى يعلو $ح_١$ مباشرة .

تمرين :

الدرجة	التكرار
١٠	٣
٩	٤
٨	٧
٧	٩
٦	٣
٥	٦
٤	٤
٣	٢
٢	١
١	١

احسب من هذا التوزيع التكرارى للدرجات : المئينيات :

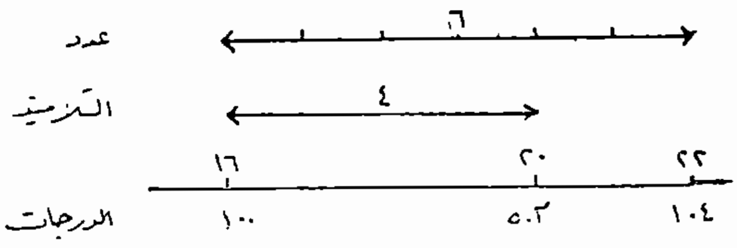
م٥ م١٠ م٣٠ م٤٠ م٥٠ م٧٥

حساب المئينى من التوزيع التكرارى
للبيانات المجمعة

تتضح عملية حساب المئينى من التوزيع التكرارى التالى :

	ف	ت	ت ج
	١٣٠ — ١٣٤	٢	٤٠
	١٢٥ — ١٢٩	صفر	٣٨
	١٢٠ — ١٢٤	١	٣٨
	١١٥ — ١١٩	٣	٣٧
	١١٠ — ١١٤	٥	٣٤
م٧٥			
	١٠٥ — ١٠٩	٧	٢٩
	١٠٠ — ١٠٤	٦	٢٢
م٥٠			
	٩٥ — ٩٩	٢	١٦
	٩٠ — ٩٤	٧	١٤
	٨٥ — ٨٩	٥	٧
	٨٠ — ٨٤	٢	٢
	المجموع	٤٠	

الرسم هـ



حصل ١٦ تلميذاً على درجات أقل من ١٠٠ . وبهذا فإن أربعة من الستة تلاميذ فى الفئة ١٠٠ — ١٠٤ يقعون أسفل م٥٠ . وبهذا فإن م٥٠ تشغل $\frac{٤}{٦}$ من الفئة التى تعلو الحد الأدنى للدرجة ١٠٠ .

وهكذا فإن :

$$\text{م}_{٥٠} = ٩٩,٥ + \frac{٤}{٦} \times ٥$$

$$= ٩٩,٥ + ٣,٣٣$$

$$= ١٠٢,٨٣$$

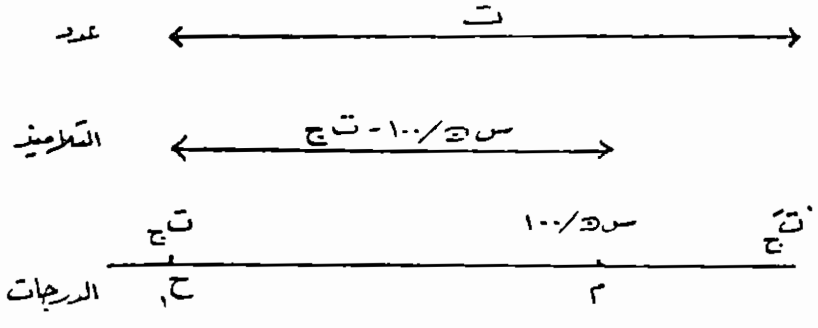
والمئينى $\text{م}_{٧٥}$ هو الدرجة التى تقل عنها ٣٠ درجة ، وسيقع فى الفئة ١١٠ — ١١٤ ، وسيكون $\left(\frac{٣٠ - ٢٩}{٥}\right)$ من الفئة التى تعلو الحد الأدنى للدرجة ١١٠ .

$$\therefore \text{م}_{٧٥} = ١٠٩,٥ + \frac{١}{٥} \times ٥$$

$$= ١٠٩,٥ + ١$$

$$= ١١٠,٥$$

الرسم و



وعلى وجه العموم فإن :

$$\text{م}_{\text{س}} = \text{ح}_{١} + \frac{\text{س ه} / ١٠٠ - \text{تج}}{\text{تَج} - \text{تج}}$$

حيث :

ح١ الحد الأدنى للفئة التى يقع فيها مس

ه التكرار الكلى

س رقم المئينى

تج التكرار المتجمع أسفل ح١ مباشرة

تَج التكرار المتجمع أعلى ح١ مباشرة

تمارين :

(١) احسب العشيريات ، والمدى الربيعى للتوزيع التالى :

معامل الذكاء	التكرار
١٣٠ – ١٣٤	٢
١٢٥ – ١٢٩	٣
١٢٠ – ١٢٤	٣
١١٥ – ١١٩	٨
١١٠ – ١١٤	٨
١٠٥ – ١٠٩	١٦
١٠٠ – ١٠٤	٢٠
٩٥ – ٩٩	١٤
٩٠ – ٩٤	١٠
٨٥ – ٨٩	٦
٨٠ – ٨٤	٥
٧٥ – ٧٩	٤
٧٠ – ٧٤	١
	١٠٠

(٢) احسب م١٥   م٢٥   م٥٠   م٧٥   م٨٥ للتوزيع التالى :

معامل الذكاء	التكرار
١٠٠ – ١٠٤	٢٠
٩٥ – ٩٩	٦٢
٩٠ – ٩٤	١٢٦
٨٥ – ٨٩	٢٢٣
٨٠ – ٨٤	٢٤٤
٧٥ – ٧٩	١٧٥
٧٠ – ٧٤	٤٢
٦٥ – ٦٩	١٨
٦٠ – ٦٤	١
٥٥ – ٥٩	١

الطريقة البيانية لحساب المئينى

(ا) التوزيع التكرارى للدرجات المفردة :-

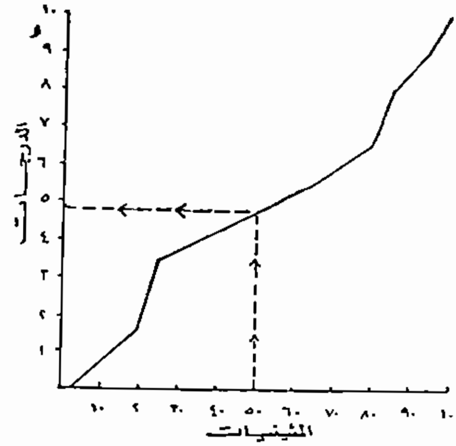
يعطى التوزيع التكرارى عدد التلاميذ الذين لاتزيد درجاتهم عن كل درجة من الدرجات . ويمكن التعبير عن التكرار كنسبة مئوية من الدرجات الكلية ، كما تعطى فى العمود ٣ ؛ فى الجدول ٤ .

جدول ٤

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع	التكرار المئوى
١٠	١	٤٠	١٠٠
٩	٢	٣٩	٩٧,٥
٨	٣	٣٧	٩٢,٥
٧	٤	٣٥	٨٢.٥
٦	٥	٣٠	٧٥,٠
٥	٨	٢٥	٦٢,٥
٤	٧	١٧	٤٢,٥
٣	٣	١٠	٢٥,٠
٢	٣	٧	١٧,٥
١	٣	٤	١٠,٠
صفر	١	١	٢,٥

وإذا رسمت العلاقة بين النسب المئوية والدرجات بيانياً كما فى شكل ١٢ ؛ يمكن قراءة أى مئينى من الرسم البيانى . فمثلا يحصل على م $_{٥٠}$ بتحديد النقطة على الخط البيانى التى يتقابل معها الخط الرأسى القائم من النسبة ٥ ٪ (على المحور الأفقى) . ثم يرسم خط أفقى من هذه النقطة حتى يصل إلى محور الدرجات فيقطعه عند النقطة ٤,٨ ، وبهذا فإن م $_{٥٠}$ = ٤,٨

ويناظر هذا طريقة الحساب الموضحة فى ص ٦٩ ، والتى أعطت القيمة : ٤,١٧٥ .



شكل (١٢)

تمرين :-

أوجد بالطريقة البيانية العشيريات والانحراف الربيعى للتوزيع التالى :

الدرجة	التكرار
١٢	٢
١١	٦
١٠	٥
٩	٣
٨	٣
٧	٥
٦	٤
٥	٢
٤	٢
٣	٢
٢	صفر
١	١
	٣٥

تأكد من صحة الأجوبة بالحساب

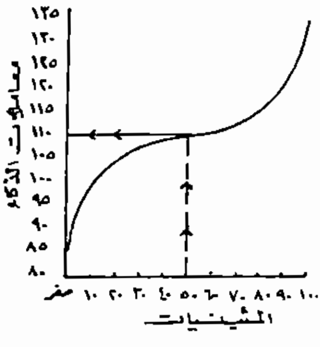
(ب) التوزيع التكرارى للبيانات المجمعة :

تشبه الطريقة البيانية لحساب المئينى من التوزيع التكرارى للبيانات المجمعة طريقة إيجاده بالنسبة للدرجات المفردة ، ونوضحها بالمثال التالى .

جدول ٥

ف	ت	ت ج	٪ ت ج
١٣٠ — ١٣٤	١	٤٠	١٠٠
١٢٥ — ١٢٩	٢	٣٩	٩٧,٥
١٢٠ — ١٢٤	٣	٣٧	٩٢,٥
١١٥ — ١١٩	٤	٣٤	٨٥,٠٠
١١٠ — ١١٤	١١	٣٠	٧٥,٠٠
١٠٥ — ١٠٩	٨	١٩	٤٧,٥
١٠٠ — ١٠٤	٤	١١	٢٧,٥
٩٥ — ٩٩	٣	٧	١٧,٥
٩٠ — ٩٤	٢	٤	١٠,٠٠
٨٥ — ٨٩	١	٢	٥,٠٠
٨٠ — ٨٤	١	١	٢,٥

يحسب تكرار النسب المئوية المتجمع ، ويرسم رسم بيانى يربط بين هذا التكرار والحد الأعلى لكل فئة شكل (١٣) .



شكل (١٣)

وتقرأ المئينيات بالطريقة المعتادة ، فمثلا م ٥٠ يكون ١١٠ ، ولو كان قد عين بالحساب لكان ١٠٩,٩٤ .

تمرين :

اقرأ العشيريات من شكل (١٣)، وراجع صحة نتائجك بالحساب .

الطريقة البيانية لتدريج الدرجات
باستخدام منحنيات المئينيات

أوضحنا أنه يمكن النظر إلى الدرجات على أنها متكافئة ، إذا كانت انحرافاتها المعيارية عن متوسطاتها متساوية ، وهكذا فإن الدرجة ٦٠ فى توزيع متوسطه ٥٠ ، وانحرافه المعيارى ١٠ ، تساوى الدرجة ٨٠ فى توزيع متوسطه ٦٥ ، وانحرافه المعيارى ١٥ .

وهناك طريقة أخرى للحكم على تكافؤ الدرجات ، فالدرجات تعتبر متكافئة إذا كانت لها نفس الرتبة المئينية . فإذا كان م٥٠ يساوى ٥٠ فى توزيع ما ، بينما كان يساوى ٦٠ فى توزيع آخر : فإن الدرجتين ٥٠ ، ٦٠ فى التوزيعين تعتبران متكافئتان .

انظر إلى التوزيعين فى العمود (١) والعمود (٤) من الجدول (٦) .

جدول ٦

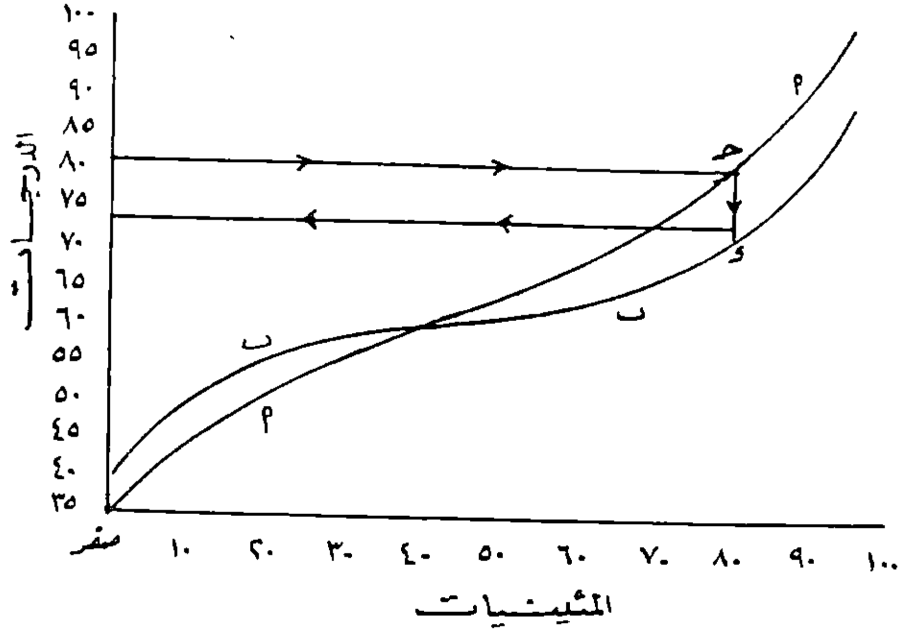
الفئة	ت(ا)	ت ج(ا)	٪ ت ج(ا)	ت(ب)	ت ج(ب)	٪ ت ج(ب)
٩٥ — ٩٩	١	٥٠	١٠٠	—	—	—
٩٠ — ٩٤	٢	٤٩	٩٨	—	—	—
٨٥ — ٨٩	٤	٤٧	٩٤	١	٥٠	١٠٠
٨٠ — ٨٤	٣	٤٣	٨٦	٥	٤٩	٩٨
٧٥ — ٧٩	٤	٤٠	٨٠	٣	٤٤	٨٨
٧٠ — ٧٤	٦	٣٦	٧٢	٥	٤١	٨٢
٦٥ — ٦٩	٤	٣٠	٦٠	٥	٣٦	٧٢
٦٠ — ٦٤	٦	٢٦	٥٢	١٢	٣١	٦٢
٥٥ — ٥٩	٥	٢٠	٤٠	٨	١٩	٣٨
٥٠ — ٥٤	٥	١٥	٣٠	٥	١١	٢٢
٤٥ — ٤٩	٣	١٠	٢٠	٤	٦	١٢
٤٠ — ٤٤	٤	٧	١٤	١	٢	٤
٣٥ — ٣٩	٢	٣	٦	١	١	٢
٣٠ — ٣٤	١	١	٢	—	—	—

يرسم التكراران المتجمعان للنسب المئوية فى العمودين٣، ٦ بيانياً ، ويرسم منحنياهما على نفس الرسم البيانى (شكل ١٤) .

ويمثل الخطان البيانيان ا ، ب التكراران التجمعيان للنسب المئوية للتوزيعين ا ، ب على التوالى .

ولتحويل الدرجة ٨١ على المقياس ا ، لنظيرتها على المقياس ب ، ارسم خطيًّا أفقيا من النقطة الممثلة للدرجة ٨١ على المحور الرأسى لتقابل الخط البيانى ا عند حـ ، ومن حـ ارسم خطاً رأسياًليقابل الخط

البيانى ب عند ى ، عندئذ يكون للنقطة ى نفس المئينى على الخط البيانى ب ، كما للنقطة حـ على الخط ا ، ثم ارسم من النقطة ى خطاً أفقياً ليقابل محور الدرجات ، ومنه نجد أن الدرجة ٧٤ هى الدرجة المحولة (أى التى تقابل الدرجة ٨١ على المقياس ا) .



شكل (١٤)

ولتدريج الدرجات ب على المقياس ا ، تبع طريقة مشابهة ابتداءً من رسم خط أفقى من محور الدرجات حتى يقابل أولا الخط البيانى ب .

ويعطى الجدول ٧ عدداً من الدرجات حولت من المقياس ا إلى المقياس ب ، وأخرى حولت من من المقياس ب إلى المقياس ا .

جدول ٧

الدرجة الخام (ا)	مقابلها على المقياس ب	الدرجة الخام (ب)	مقابلها على المقياس ا
٨١	٧٤	٧٦	٨٢
٧٣	٦٨	٨٤	٩٣
٦١	٦١	٦٩	٧٤
٥٥	٥٧	٥٥	٥١
٤٩	٥٣	٤٢	٣٥

تمارين :

(١)

ف	ت
٩٠ — ٩٤	١
٨٥ — ٨٩	٤
٨٠ — ٨٤	٧
٧٥ — ٧٩	٦
٧٠ — ٧٤	٣
٦٥ — ٦٩	٥
٦٠ — ٦٤	٥
٥٥ — ٥٩	٤
٥٠ — ٥٤	٢
٤٥ — ٤٩	٢
٤٠ — ٤٤	١

احسب من التوزيع التكرارى السابق ، المئينيات التالية ، وراجع صحة النتائج بطريقة بيانية : م١٠ م٢٠ م٣٠ م٤٠ م٥٠ م٦٠ م٧٠ م٨٠ م٩٠

(٢)

ف	ت
٧٠ — ٧٩	١٩
٦٠ — ٦٩	٢٧٦
٥٠ — ٥٩	٤٧٤
٤٠ — ٤٩	٥٠٤
٣٠ — ٣٩	٣٨٥
٢٠ — ٢٩	٣١٥
١٠ — ١٩	٢٧٨
صفر — ٩	١٤٥

احسب من التوزيع التكرارى السابق المئينيات : م٢٥ م٥٠ م٧٥
وراجع صحة النتائج بطريقة بيانية .

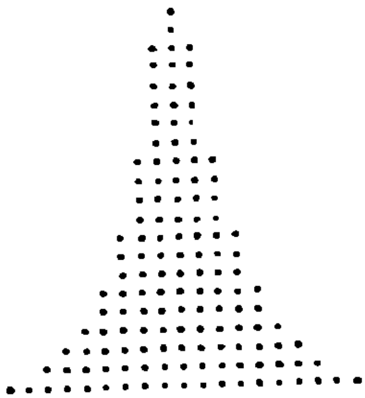
الفصل الثامن

المنحنى الاعتدالى

THE NORMAL CURVE

تصور عدداً كبيراً من الناس ، مجتمعين ، ومصفوفين تبعاً للطول ، بحيث يقف ذوو الطول الواحد وراء بعضهم ، فعند الوسط ، أو قريباً منه ؛ حيث يوجد ذوو الطول المتوسط ، تطول الطوابير بعيداً إلى الخلف ، بينما تقصر الطوابير قرب نهايتى الصف حيث يقف قصار القامة وطوالها ؛ حتى أنه عند أقصى نهايتى الصف ، قد نجد أن بعض الأفراد لا يقف وراءهم أحد .

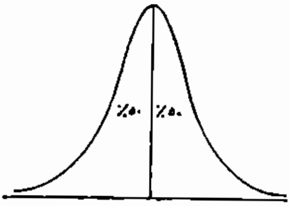
ومنظر هذه الطوابير كما تبدو من طائرة عمودية (هليوكبتر) تعلو الجمع مباشرة يبدو كما فى شكل ١٥ .



شكل (١٥)

وتميل معظم التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية للدرجات إلى أخذ هذا الشكل العام — فالقياسات تكون متمركزة حول الوسط ، ثم تخف تدريجياً من النقطة الأشد تركيزاً ، أو القمة ، بالتساوى نحو اليمين واليسار ، ويسمى المنحنى المار بالنقطة ، والممثل لقيم التكرار ، بالمنحنى الاعتدالى .

وهو متماثل تماماً على جانبى عمـود ساقط من أعلى نقطة فى المنحنى إلى خط القاعـدة (انظر شكل ١٦) :



شكل (١٦)

ومنحنى التكرار الاعتدالى له أهمية كبيرة فى الإحصاء التربوى وهو يمثل بالتقريب توزيع القدرة العقلية على تلاميذ المدرسة الابتدائية ، وله تطبيقات تربوية مهمة .

الفروق الفردية :

كان الاعتراف بوجود فروق فردية ، تقدماً كبيراً فى التربية ، وكذلك كان الاعتراف بالحاجة إلى تكييف التربية لتقابل القدرة العقلية لكل طفل . وبينما توجد فروق كبيرة جداً فى القدرة بين الأفراد ، إلا أن هناك استمرارية تمتد من إحدى نهايتى المقياس إلى نهايته الأخرى ، ففى المدرسة أو الفصل حيث لايتبع نظام خاص للاختيار ، توجد كل مستويات الذكاء من أدناها إلى أقصاها ، ولا يوجد انتقال فجائى بين ذوى النقص العقلى إلى ذوى الذكاء الممتاز . وقد توقعنا فى الخطأ ، التقسيمات التى يصنف وفقاً لها الناس من حيث الذكاء : كالناقصين عقلياً ، والعباقرة ، والمتفوقين ، والأغبياء ، والمتخلفين : فهناك استمرار يشمل كل الفئات ، وهى متداخلة ، وهكذا الحال مع درجات الامتحان ، فهناك فروق قليلة ، أو أنه لا توجد فروق إطلاقاً بين إنجازات التلاميذ الذين تتقارب درجاتهم .

الحيود عن الاعتدال :

توجد عدة أمور تتعلق بالمنحنى الاعتدالى يجب فهمها بوضوح .

(١) إذا كان عدد القيودات صغيراً ، فقد لا تكون هناك استمرارية كما هو مبين فى شكل (٣) (ص ١٩) . ولهذا فإن النتائج التى يحصل عليها من فصل واحد ، نادراً ما تعطى منحنى اعتدالياً : وكلما زاد حجم المجموعة ، كلما أصبح المنحنى أكثر اعتدالا ، ولا يتوقع أن يعطى التوزيع التكرارى لمعاملات ذكاء تلاميذ فصل ، أو حتى مدرسة ، منحنى اعتدالياً ، ومن ناحية أخرى ، فإنه إذا جمعت نتائج عدة مدارس ، فإن التوزيع يقترب أكثر من الاعتدال .

(٢) إذا لم تكن عينة التلاميذ التى يجرى اختبارها عادية فى طبيعتها ، وإذا لم يكن الامتحان معداً خصيصاً لها ، فإن التوزيع التكرارى لدرجاتها لن يعطى منحنى اعتدالياً ، فإذا كان الفصل لأطفال أغبياء أو متخلفين دراسياً ، وكان اختبارهم بامتحان معد لتلاميذ عاديين من نفس العمر ، فإن النتائج لن تكون اعتدالية .

٣ – قد يكون الحيود عن الاعتدال بسبب طبيعة الامتحان ، أو بسبب طبيعة المجموعة التى يجرى اختبارها ، ومع هذا فقد يصمم اختبار يحصل به على منحنى اعتدالى من مجموعة ليست عادية ، ولا يدرك كثير من المعلمين أنه يمكن تصميم اختبارات لإنتاج أنواع مختلفة من توزيعات الدرجات .

المساحات التى توجد أسفل المنحنى الاعتدالى

حيث إنه يمكن تحديد المنحنى الاعتدالى رياضيًّا بدقة ، فإنه يمكن إجراء حسابات مهمة ومفيدة عليه . فمثلا من الواضح أن العمود الذى يرسم من النقطة المتوسطة من القاعدة إلى قمة المنحنى ، بقسم المساحة التى توجد أسفله إلى قسمين متساويين : فخمسون فى المائة من المجموعة تقع أعلى المتوسط الحسابى ، والخمسون فى المائة الأخرى تقع أدناه (انظر شكل ١٦) .

وقد وضع جدول (انظر الملحق ٢) ، يوضح المساحة التى توجد أسفل المحنى الاعتدالى بين المتوسط والانحرافات المعيارية المختلفة عن المتوسط ، معبراً عنها بنسبة من المساحة الكلية .

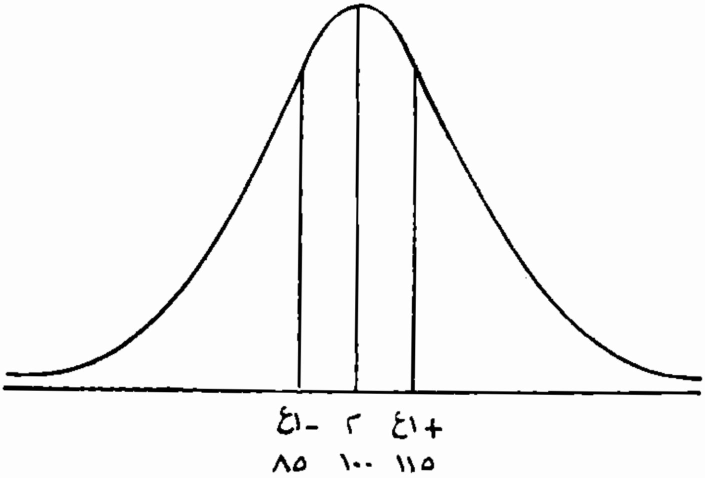
نسبة الحالات التى تقع من المتوسط ، + ١ ع تبلغ ٣٤,١٣ ٪ (الرقم المبين فى الجدول هو ٣٤١٣,) . وهذا صحيح مهما كانت قيمة «ع» ، بشرط أن يكون التوزيع اعتدالياً تقريباً ، ويعنى هذا إذا حول إلى المقياس الحتيقى أنه على سبيل المثال يوجد ٣٤٪ من التلاميذ لهم معامل ذكاء يتراوح بين ١٠٠ ، ١١٥ إذا كان متوسط الذكاء ١٠٠ ، وانحرافه المعيارى ١٥ .

وإذا كانت الدرجة المتوسطة ٦٥ ، والانحراف المعيارى ١٥ ؛ فإن ٣٤ ٪ من التوزيع يقع بين الدرجة ٦٥ والدرجة ٨٠ ، وبالمثل فإن ٣٤,١٣ من الحالات فى توزيع اعتدالى تقع بين معامل الذكاء ١٠٠ ، ومعامل الذكاء ٨٥ أى بين الانحراف المعيارى صفر ، والانحراف — ١ ع ؛ وبهذا فإن ٦٨,٢٦ ٪ من الناس لهم معاملات ذكاء تتراوح بين ٨٥ . ١١٥ (انظر شكل ١٧)

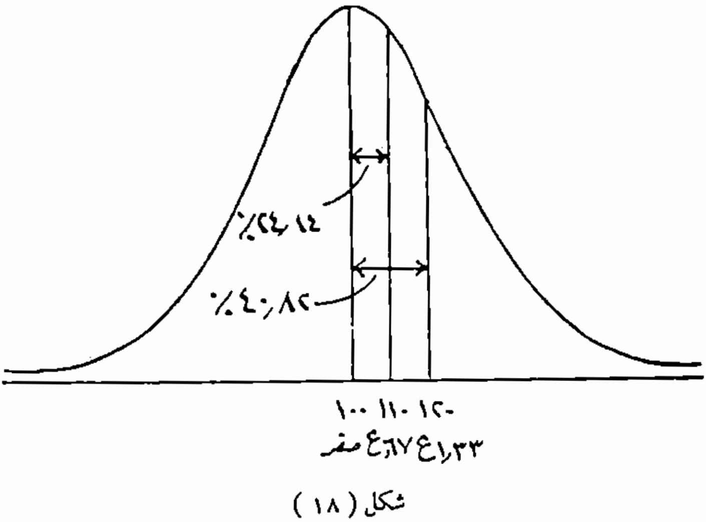
وبالمثل فإنه فى توزيع اعتدالى لمجموعة من الدرجات متوسطه ٥٠ ، وانحرافه المعيارى ١٠ ، فإن ٦٨,٢٦ ٪ من الدرجات تقع بين ٤٠ ، ٦٠ .

ويبين الشكل ١٨ كيفية حساب نسبة مجموع الأفراد التى تقع بين معامل الذكاء ١١٠ ، ومعامل الذكاء ١٢٠ (م = ١٠٠ ، ع = ١٥) .

فمعامل الذكاء ١١٠ هو ٦٧, ع أعلى من المتوسط . وفى الملحق ٢ نجد أن نسبة الحالات التى توجد بين المتوسط . ٦٧, ع هى ٠,٢٤٨٦ ، وبهذا فإن ٢٤,٨٦ ٪ من مجموع الأفراد يقعون بين معاملى الذكاء ١٠٠ ، ١١٠ ؛ وحيث إن معامل الذكاء ١٢٠ هو ١,٣٣ ع أعلى من معامل الذكاء المتوسط ١٠٠ ، فإن نسبة مجموع الأفراد التى توجد بين معامل الذكاء المتوسط ، ومعامل الذكاء ١٢٠



شكل (١٧)

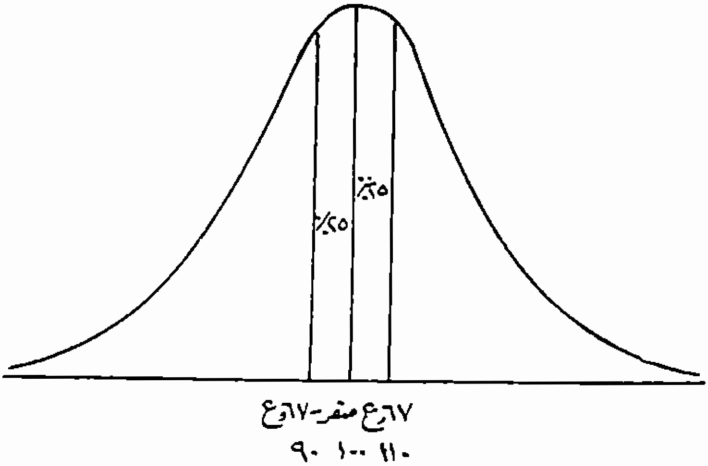


شكل (١٨)

هى ٤٠,٨٢ ٪ ، وعلى هذا فإن نسبة مجموع الأفراد التى توجد بين معاملى الذكاء ١١٠ ، ١٢٠ هى ٤٠,٨٢ ــ ٢٤,٨٦ أى ١٥,٩٦٪ ، أى حوالى ١٦ ٪ ، وتصح هذه الحسابات فقط إذا كان المجموع الكلى للأفراد موزعاً توزيعاً اعتدالياً .

ويمكن إجراء الحسابات بطريقة عكسية . فإذا أعطيت نسبة من المجتمع الكلى للأفراد ، فإنه يمكن حساب حدود معامل الذكاء التى تضم بينها هذه النسبة . فمثلا الخمسون فى المائة المتوسطة يحدها معاملا الذكاء اللذين يضمان ٢٥ ٪ من الحالات أعلى من المتوسط ، ٢٥ ٪ من الحالات أقل من المتوسط . ويوضح الجدول فى الملحق ٢ ، أن الخط المرسوم من + ٠,٦٧ ع يحد ٢٥ ٪ من المساحة إلى

يمين المتوسط ، وحيث إن ع = ١٥ ، فإن ٦٧,ع يمثل ١٠,٠٥ (١٥ × ٠,٦٧) نقطة من معاملات الذكاء ، وهكذا يكون معامل الذكاء المطلوب هو ١١٠ (انظر شكل ١٩) .



شكل (١٩)

ولقد كانت الأمثلة التي أوردناها تتعلق بمعاملات الذكاء ، ولكن يمكن إجراء حسابات من أي متوسط . أو معامل انحراف .

خذ على سبيل المثال ، توزيعاً اعتدالياً متوسطه ١٢ ، وانحرافه المعياري ٤ ، ما هي نسبة الحالات التي :

(ا) تقع بين الدرجتين ٨ ، ١٦ ؟

(ب) تقع أعلى من الدرجة ١٨ ؟

(حـ) تقع أدنى من الدرجة ٦ ؟

(ا) تقع الدرجتان ٨ ، ١٦ عند – ١ ع ، + ١ ع ، أي أنه توجد نسبة ٣٤,١٣ ٪ أعلى من المتوسط ، ونسبة ٣٤,١٣ ٪ أدنى منه ، وبهذا فإن الدرجتين ٨ ، ١٦ تضمان بينهما ٦٨,٢٦ ٪ من المجموع الكلي .

(ب) الدرجة ١٨ تعلو المتوسط بست نقاط . أي أنها تقع عند ١,٥ ع . ونسبة الحالات بين المتوسط ، ١,٥ ع هي ٤٣,٣٢ ٪ . وبهذا فإن نسبة الحالات أعلى من هذه النقطة هي ٦,٦٨ ٪ .

(حـ) وبالمثل فإنه توجد أسفل الدرجة ٦ ، حوالي ٧ ٪ من مجموع الحالات .

تقريب :

تعطى فى بعض الأمثلة ، درجة أو معامل ذكاء ، ليس عدداً صحيحاً ، مثلا معامل الذكاء ١١٠,٠٥ ، وقد تكون لمثل هذه الدقة ما يبررها حسابيـًّا ، ولكن القياس التربوى لا يتطلب مثل هذه الدقة ، وينبغى عادة التعبير عن الدرجات المفردة بأرقام صحيحة .

تمارين :

١ ـ ما هى النسبة المئوية من توزيع اعتدالى متوسطه ٢٩ . وانحرافه المعيارى ٤,٥ ، التى تقع بين ٢٠ ، ٣٨ .

٢ ـ توزيع اعتدالى متوسطه ١٤,٥ ، ع له ٢,٥ . ما هى النسبة المئوية من المجموعة التى تقع :

(ا) بين ١٢ ، ١٦ .
(ب) أعلى من ١٨ .
(حـ) أقل من ١٠ .

٣ ـ توزيع اعتدالى متوسطه ٦٥ ، ع له ١٥ . ما هى الدرجات التى تحد بينها من التوزيع النسبة :

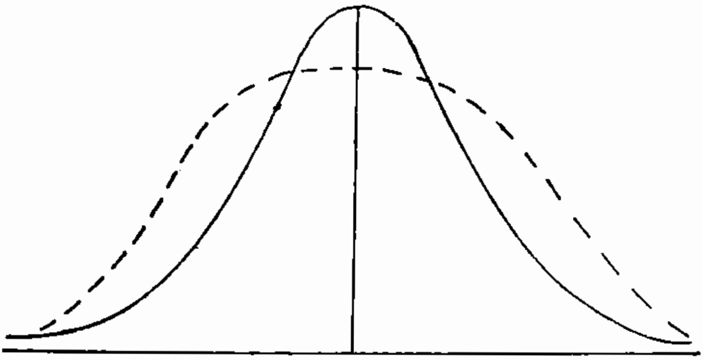
(ا) ٢٥,١٤ ٪ العليا .
(ب) ٣٠,٣٤ ٪ المتوسطة .
(حـ) ٢٠ ٪ الدنيا .

٤ ـ افترض توزيعاً اعتدالياً لمعاملات الذكاء متوسطه ١٠٠ ، وانحرافه المعيارى ١٥ :

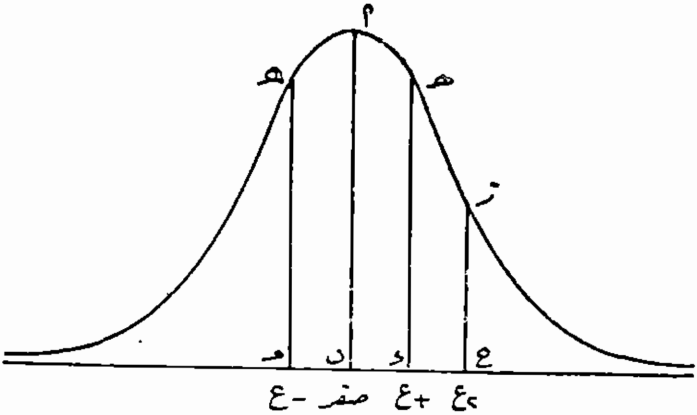
(ا) ما هى النسبة المئوية التى تقع أعلى من معامل الذكاء ١١٠ .
(حـ) ما هما معاملا الذكاء اللذان يحدان نسبة ٤٠ ٪ المتوسطة .

تأثير التشتت

رغم أن المنحنى الاعتدالى متماثل دائماً . إلا أنه يختلف فى شكله ، فقد يكون منضغطاً أو متسعاً ، ويتوقف هذا على تشتت الدرجات . ويبين الشكل ٢٠ منحنيين اعتداليين لهما نفس المتوسط ، ولكن تشتيتيهما يختلفان ، وقد يمثل هذان التوزيعان . على سبيل المثال ، توزيع الذكاء لعدد متساو من البنين والبنات ، يظهر أن تشتت معاملات الذكاء للأولاد أوسع منه للبنات .



شكل (٢٠)



شكل (٢١)

رسم المنحنى الاعتدالى

الخطوة الأولى فى رسم منحنى اعتدالى هى تحديد الارتفاع الأقصى للمنحنى (ا ب فى الشكل). وتسمى الأعمدة المرسومة من أى نقطة على المنحنى والساقطة على خط القاعدة بالإحداثيات ، ويرمز للإحداثى ا ب بالرمز ص صفر ، وهو الإحداثى المتوسط .

وجميع الإحداثيات الأخرى نسب ثابتة من الإحداثى ص صفر ، فمثلا الإحداثى حـ د على بعد + ع من المتوسط ، والذى يرمز له بالرمز ص ع يبلغ طوله ٦١ ٪ من ص صفر ، والإحداثى هـ و على بعد — ع من المتوسط ، ويرمز له بالرمز ص—ع ، له نفس الطول. بينما الاحداثى ز ح على بعد + ٢ ع من المتوسط ، يرمز له بالرمز ص٢ع يبلغ طوله حوالى ١٣,٥ ٪ من طول الإحداثى ص صفر .

وبرسم عدد كاف من الإحداثيات . يمكن رسم المنحنى بسهولة، خاصة إذا استعمل ورق رسم بيانى ، وفى هذه الحالة لاداعى لرسم الإحداثيات، بل يكفى رسم النقط عند قمم الإحداثيات التى تقع على المنحنى .

وتكفى ثلاثة عشرة نقطة لإعطاء فكرة جيدة عن المنحنى ، وهذه النقط هى (.بافتراض أن المتوسط ١٠٠) .

ص‌صفر = ١٠٠

عند ٥,ع (ص٥,ع) = ٨٨,٢٥

عند ع (ص ع) = ٦٠,٦٥

عند ١,٥ ع (ص١,٥ع) = ٣٢,٤٧

عند ٢ ع (ص٢ع) = ١٣,٥٣

عند ٢,٥ ع (ص٢,٥ع) = ٤,٣٩

عند ٣ ع (ص٣ع) = ١,١١

والإحداثيات عند القيم السالبة للانحراف المعيارى ، تماثل مثيلاتها ذات القيم الموجبة :

وارتفاعات الإحداثيات لجميع قيم ع معطاة فى ملحق ٣ .

وعلى سبيل المثال ، فإن الإحداثى عند ١,٢٦ ع يبلغ ٤٥٢١, ص‌صفر والإحداثى الذى يبلغ طوله ١٣, ص صفر يقع عند ٢,٠٢ ع ، وتحسب القيم المتوسطة بالنسب، فمثلا الإحداثى الذى يبلغ ٢٥, ص‌صفر يقع عند ١,٦٦٥ ع لأن :

٠,٢٥٢١	يقع عند ١,٦٦ ع
، ٠,٢٤٨٠	يقع عند ١,٦٧ ع
∴ ٠,٠٠٤١	يتسبب فى — ٠,٠١ ع
∴ ٠,٠٠٢١	يتسبب فى — ٠,٠٠٥ ع
∴ ٠,٢٥٠٠	تقع عند ١,٦٦٥ ع

تمرينات :

١ — ما هى نسبة الإحداثى المتوسط أسفل منحنى اعتدالى عند :

(١) ١,٢٢ ع (٢) — ٠,٥ ع

(٣) ٢,٨٥ ع (٤) ١,٣٢٥ ع

٢ — ما هى الانحرافات المعيارية عن المتوسط التى تقع عندها الإحداثيات التى تبلغ أطوالها النسب التالية من الإحداثى المتوسط .

٨٢ ٪ ٦٥,٥ ٪ ٤٠,٢ ٪

٢٠ ٪ ٣,٥٥ ٪

❋. اتمنى لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

رسم منحنى اعتدالى بمعلومية انحرافه المعيارى

(١) باستخدام التوزيع التكرارى للدرجات المفردة :

تعطى المعادلة التالية ارتفاع الإحداثى المتوسط

$$\text{ص}_{\text{صفر}} = \frac{\text{ن}}{\text{ع}\sqrt{\text{٢ ط}}}$$

حيث ن عدد الحالات

، ع الانحراف المعيارى

، $\sqrt{\text{٢ ط}}$ = ٢,٥١

افترض أن هناك ١٠٠ حالة . وأن ع = ١٠

$$\therefore \ \text{ص}_{\text{صفر}} = \frac{١٠٠}{١٠ \times ٢,٥١} = ٣,٩٨$$

وبهذا فإن :

ص٠,٥ع = ,٨٨٢٥ × ٣,٩٨ = ٣,٥١

ص ع = ,٦٠٦٥ × ٣,٩٨ = ٢,٤١

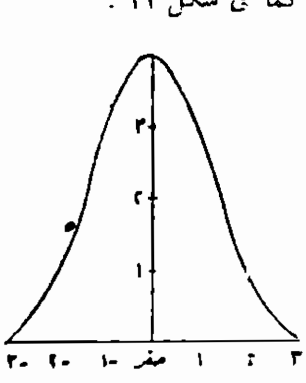
ص١,٥ع = ,٣٢٤٧ × ٣,٩٨ = ١,٢٩

ص٢ع = ,١٣٥٣ × ٣,٩٨ = ,٥٤

ص٢,٥ع = ,٠٤٣٩ × ٣,٩٨ = ,١٧

ص٣ع = ,٠١١١ × ٣,٩٨ = ,٠٤

ويمكن رسم المنحنى الاعتدالى كما فى شكل ٢٢ .



شكل (٢٢)

(ب) استخدام التوزيع التكرارى للبيانات المجمعة:

يعطى ارتفاع الإحداثى المتوسط فى هذه الحالة بالمعادلة :

$$\text{ص}_{\text{صفر}} = \frac{\text{ه ف}}{\text{ع} \sqrt{\text{٢ ط}}}$$

حيث

ه عدد الحالات

ف سعة الفئة

ع الانحراف المعيارى

$\sqrt{\text{٢ ط}}$ يساوى ٢,٥١

ويرسم المنحنى الاعتدالى للتوزيع التكرارى المبين فى الجدول ٨ كما يلى :

جدول ٨

الفئة	التكرار	الفئة	التكرار
٩٠ — ٩٤	١	٦٠ — ٦٤	١٢
٨٥ — ٨٩	٢	٥٥ — ٥٩	١٠
٨٠ — ٨٤	٣	٥٠ — ٥٤	٩
٧٥ — ٧٩	٥	٤٥ — ٤٩	٥
٧٠ — ٧٤	٨	٤٠ — ٤٤	٣
٦٥ — ٦٩	١١	٣٥ — ٣٩	١
		المجموع	٧٠

يبلغ متوسط هذا التوزيع ٦٢,٧١ ، ويبلغ انحرافه المعيارى ١١,٧ والخطوات اللازمة لإيجاد الإحداثيات المناسبة مبينة فى جدول ٩ :

جدول ٩

الفئة (١)	مركز الفئة (٢)	الانحراف المعيارى عن المتوسط (٣)	النسبة من الإحداثى المتوسط (٤)	التكرار النظرى (٥)	التكرار الملاحظ (٦)
٩٠ – ٩٤	٩٢	+ ٢.٥٠٣	.٠٤٣٩	.٥٢٣	١
٨٥ – ٨٩	٨٧	+ ٢.٠٧٦	.١١٥٠	١.٣٧	٢
٨٠ – ٨٤	٨٢	+ ١.٦٤٨	٢٥٦٣	٣.٠٥٥	٣
٧٥ – ٧٩	٧٧	+ ١.٢٢١	.٤٧٥١	٥.٦٦٢	٥
٧٠ – ٧٤	٧٢	+ .٧٩٤	.٧٣١٩	٨.٧٢٣	٨
٦٥ – ٦٩	٦٧	+ .٣٦٧	.٩٣٣٨	١١,١٣	١١
٦٠ – ٦٤	٦٢	+ .٠٠٣	١.٠٠٠	١١.٩١٨	١٢
٥٥ – ٥٩	٥٧	– .٤٨٨	.٨٨٦٩	١٠.٥٧٠	١٠
٥٠ – ٥٤	٥٢	– .٩١٥	.٦٥٥	٧.٨١	٩
٤٥ – ٤٩	٤٧	– ١.٣٤٣	.٤٠٧٥	٤.٨٥٧	٥
٤٠ – ٤٤	٤٢	– ١.٧٧	.٢٠٨٨	٢.٤٨٩	٣
٣٥ – ٣٩	٣٧	– ٢.١٩٧	.٠٨٨٩	١.٠٦	١

طريقة الحساب :

الخطوة ١ : اكتب مركز كل فئة . . مثلا

(العمود ١) ٩٢ ، ٨٧ ، ٠٠٠٠

الخطوة ٢ : احسب المسافات المعيارية عن المتوسط لكل مركز فئة

(العمود ٣) مثلا ٩٢ تقع على بعد من المتوسط .

$$= \frac{\text{٩٢} - \text{٦٢.٧١}}{\text{١١.٧}} = \text{٢.٥٠٣ ع}$$

الخطوة ٣ : أوجد من الملحق ٣ نسبة كل إحداثى من الإحداثى المتوسط عند المسافة المعيارية

(العمود ٤) فى العمود ٣ عن المتوسط مثلا ٢.٥٠٣ ع تساوى ٠٤٣٩.

الخطوة ٤ : أوجد ارتفاع الإحداثى المتوسط .

$$\text{ص}_{\text{صفر}} = \frac{\text{ن ف}}{\text{ع} \sqrt{\text{٢ ط}}} = \frac{\text{٧٠} \times \text{٥}}{\text{١١,٧} \times \text{٢,٥١}} = \text{١١,٩٢}$$

الخطوة ٥ : احسب ارتفاع كل إحداثى . مثلا

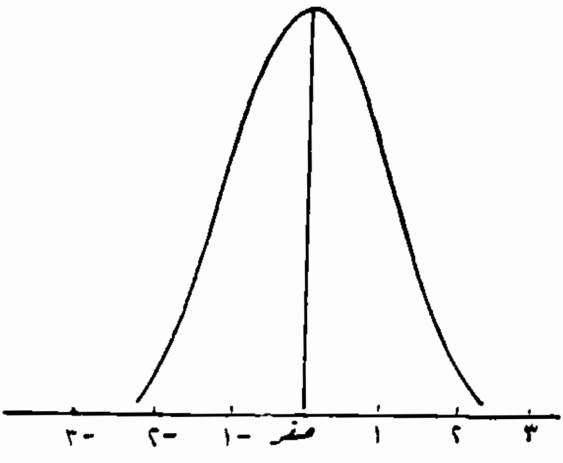
(العمود ٥) ص٢,٥٠٣ = ٠٤٣٩, ص صفر

= ٠٤٣٩, × ١١,٩٢

= ٥٢٣.

الخطوة ٦ : ارسم على ورقة رسم بيانى ، خطاً متوسطه عند ب ، وعند المسافات المعيارية ٢,٥٠٣ ؛ ٢,٠٧٦ .. إلخ من المتوسط ، ارسم النقط ٥٢٣, ، ١,٣٧٠ .. إلخ .: فوق للمسافات المعيارية المناسبة . ثم ارسم المنحنى (الشكل ٢٣) .

وتعطى المقارنة بين التكرارات فى العمودين ٥ ؛ ٦ ، دلالة على مدى اقتراب التكرار الملاحظ من التوزيع الاعتدالى .



شكل (٢٣)

تمارين :

١ – ارسم على رسم بيانى واحد ، المنحنيات الاعتدالية التالية :

(أ) ع = ٢٠ ، ن = ١٠٠ (ب) ع = ١٠ ، ن = ١٠٠

٢ – احسب التكرارات النظرية التى تعطى منحنى اعتدالياً من التوزيع التالى :

ف	ت
٦٥ – ٦٩	١
٦٠ – ٦٤	٢
٥٥ – ٥٩	٢
٥٠ – ٥٤	٥
٤٥ – ٤٩	١١
٤٠ – ٤٤	٧
٣٥ – ٣٩	٦
٣٠ – ٣٤	٣
٢٥ – ٢٩	١
٢٠ – ٢٤	١
١٥ – ١٩	١

الفصل التاسع

الارتباط

CORRELATION

قد يهمنا أحياناً معرفة كيفية ارتباط مجموعة من الدرجات بمجموعة أخرى. فإذا ظهر أن درجات التلاميذ فى الحساب لاعلاقة لها بمعاملات ذكائهم ، أو توجد بينهما علاقة بسيطة ، فقد يشك فى فاعلية طريقة التدريس المستخدمة. أو قد يستنتج أن معاملات الذكاء ليست دوال جيدة للتحصيل فى الحساب . أو ربما كان اختبار الحساب اختباراً غير جيد ، وقد يستلزم الأمر مزيداً من البحث لمعرفة أى هذه الاحتمالات أقرب إلى الواقع . ويبرز هذا أهمية وجود مقياس ما للعلاقة :

ودراسة العلاقة بين الدرجات التى يحصل عليها تلميذ فى مرحلة تعليمية ما ، وتلك التى يحصل عليها فى مرحلة أخرى ، لها أهميتها . فدرجات التلميذ فى المدرسة الإعدادية تستخدم للتنبؤ بنجاحه فى المدرسة الثانوية . فإذا أثبت البحث أنه لا توجد علاقة بينهما ، فلن يكون هناك داع لأخذ هذه الدرجات فى الاعتبار عند القبول بالمدرسة الثانوية .

وبالمثل ، فالعلاقة بين الدرجات التى يحصل عليها فى المدرسة الثانوية ، والنجاح فى الدراسة الجامعية ، مهمة . ذلك أن التنسيق للقبول بالجامعة يتم على أساس الدرجات التى يحصل عليها التلميذ فى المدرسة الثانوية .

معامل الارتباط

Coefficient of Correlation

يعرف مقياس العلاقة بين الدرجات بمعامل الارتباط ، ويرمز له بالرمز « r » (انظر ص ١٠٠) . ويرمز أحياناً بالرمز « ر م » (انظر ص ٩٨)

إذا أعطى عشر تلاميذ اختبار استدلال لفظى ، واختبار إنجليزى ، وكان ترتيب التلاميذ وفقاً لمعاملات الذكاء هو نفس ترتيبهم بالنسبة لدرجات الإنجليزى ، فإن العلاقة تكون كاملة مثالية : فترتيب أى تلميذ بالنسبة لأحد الاختبارين ، هو نفس ترتيبه بالنسبة للاختبار الآخر ، فالعلاقة هنا علاقة ١ : ١ بين مجموعتى النتائج ، ويكون معامل الارتباط فى مثل هذه الحالة مساوياً الواحد . وعندئذ تكون القيمة التنبؤية لإحدى مجموعتى الدرجات فيما يختص بالتنبؤ بالمجموعة الأخرى ١٠٠ ٪ ، فالتلميذ العاشر فى اختبار الاستدلال اللفظى سيكون العاشر فى اختبار الإنجليزى :

افرض أن درجات التلاميذ فى الإنجليزى قد قورنت بأطوالهم : وحيث إنه لا توجد علاقة بينهما ، فإن قيمة معامل الارتباط ستكون صفراً، واستخدام إحداهما للتنبؤ بالأخرى لن يكون أكثر من مجرد تخمين .

وتوجد بين هاتين النهايتين القصويين لمقياس العلاقة (صفر ، ١) علاقات مختلفة القيمة ، يعبر عنها بمعاملات مثل ٣, ، ٦, ، ٧, أى كسر عشرى بين صفر ، ١.

فالعلاقة مثلا بين الارتفاع والوزن ليست كاملة ، ولكنها ليست صفراً ،فهناك رجال ثقيلوا الوزن قصار القامة ، وآخرون خفيفوا الوزن طوال القامة . وتتوقف الدرجة التى يمكن بها التنبؤ بدقة بمجموعة من القيم ، من مجموعة أخرى من القيم ، على حجم معامل الارتباط ، فلا يتجاوز معامل الارتباط بين معاملات الذكاء والدرجات المدرسيه ٧٥, عدة . إذ تتدخل عوامل كثيره فى التخصيل الدراسى مثل الظروف المنزلية ، والمثابرة . والاهتمام .

وإذا حدث أن كان ترتيب مجموعة من الدرجات مضاداً تماماً لترتيب مجموعة أخرى . فإن معامل الارتباط بينهما يكون — ١ ، وهنا أيضاً تكون القيمة التنبؤية ١٠٠ ٪ :

وهكذا تتراوح معاملات الارتباط بين — ١ ، +١ ،ريمكن النظر إلى معامل الارتباط كما لو كان موزعاً على مقياس يمتد من —١ إلى + ١ . ويجب الحذر فى تفسير معامل الارتباط : والقيام بمزيد من البحث قبل التوصل إلى قرار بشأن مدى الارتباط ، إذ توجد الكثير من مصادر الخطأ فى القياسات التربوية نتيجة الاختلافات التى توجد بين البشر ، ولأن أدوات القياس فى ميدان التربية ما زال ينقصها الكثير من الدقة .

ويعطى الدليل الثانى فكرة تقريبية عن درجة العلاقة بين مجموعتين من القيم .

صفر— ٢٠,	علاقة تافهة
٢٠, — ٤٠,	علاقة منخفضة
٤٠, — ٦٠,	علاقة متوسطة
٦٠, — ٨٠,	علاقة كبيرة
٨٠, — ١,	علاقة وثيقة

الرتب Ranks

يعطى الجدول ١٠ قائمة لمعاملات ذكاء مجموعة من التلاميذ ، كما يعطى الدرجات التى حصلوا عليها فى امتحان الإنجليزى .

جدول ١٠

التلميذ	معامل الذكاء	درجة الإنجليزى
(١)	١٤٢	٨٠
(٢)	١٣٣	٦٧
(٣)	١٣٠	٨٣
(٤)	١٣٠	٧٦
(٥)	١٢٨	٧٦
(٦)	١٢٨	٧٨
(٧)	١٢٨	٦٥
(٨)	١٢٨	٧٣
(٩)	١٢٥	٥٣
(١٠)	١٢٢	٥٩
(١١)	١٢١	٤٩
(١٢)	١١٩	٥٠
(١٣)	١١٨	٥٤
(١٤)	١١٧	٤٩
(١٥)	١١٥	٥٩
(١٦)	١١٣	٦٢
(١٧)	١٠٩	٥٩
(١٨)	١٠٦	٥٧
(١٩)	١٠٦	٤٠
(٢٠)	٩٢	٢٨

ولإيجاد العلاقة بين معاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى ؛ يجب المقارنة بين ترتيب التلاميذ فى كل من القائمتين ؛ فيعطى كل تلميذ رتبة تدل على مركزه عندما ترتب المجموعة تنازليًّا .

فبالنسبة لمعاملات الذكاء ؛ يعطى التلميذان (١) ؛ (٢) الرتبتين ١ ، ٢ على التوالى . أما التلميذان (٣) ، (٤) فهما متساويان فى الرتبة ، فيعطى كل منهما متوسط الرتبتين اللتين كانا سيحتلانها لو أجبرا على احتلال رتبتين متتاليتين فى المجموعة (عن طريق الترتيب الهجائى مثلا) : فالتلميذ (٣)

كان سيحتل الرتبة الثالثة ، والتلميذ (٤) كان سيحتل الرتبة الرابعة ، وبهذا يعطى كل منهما ½ (٣ + ٤) أى ٣,٥ ، والتلاميذ (٥)، (٦)، (٧)، (٨) كانوا سيحتلون الرتب الخامسة والسادسة والسابعة والثامنة . وبذلك يعطى كل منهم الرتبة ¼ (٥ + ٦ + ٧ + ٨) أى ٦,٥ ، وبهذا تصبح رتب التلاميذ بالنسبة لمعامل الذكاء هى على الترتيب :

١	٢	٣,٥	٣,٥	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨,٥	١٨,٥	٢٠

وقد يكون ترتيب قائمة من الدرجات متعبا ، ولكن الطريقة التالية تيسر العملية :

(أ) اكتب الفئات التى تضم أعلى الدرجات وأدناها :

٨٠ – ٨٩
٧٠ – ٧٩
٦٠ – ٦٩
٥٠ – ٥٩
٤٠ – ٤٩
٣٠ – ٣٩
٢٠ – ٢٩

(ب) ابدأ بالتلميذ الأول ، واكتب كل درجة أمام الفئة المناسبة :

٨٠ – ٨٩	٨٠	٨٣					
٧٠ – ٧٩	٧٣	٧٦	٧٦	٧٨			
٦٠ – ٦٩	٦٢	٦٥	٦٧				
٥٠ – ٥٩	٥٠	٥٣	٥٤	٥٧	٥٩	٥٩	٥٩
٤٠ – ٤٩	٤٠	٤٩	٤٩				
٣٠ – ٣٩							
٢٠ – ٢٩	٢٨						

(حـ) وبهذا يمكن كتابة الدرجات بسهولة مرتبة كما يلى :

٨٣	٨٠	٧٨	٧٦	٧٦	٧٣	٦٧	٦٥	٦٢	٥٩
٥٩	٥٩	٥٧	٥٤	٥٣	٥٠	٤٩	٤٩	٤٠	٢٨

(د) وتكون الرتب كما يلى :

١	٢	٣	٤,٥	٤,٥	٦	٧	٨	٩	١١
١١	١١	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧,٥	١٧,٥	١٩	٢٠

معامل ارتباط الرتب

Rank Correlation Coefficient

يوضح المثال التالى طريقة حساب معامل ارتباط الرتب .

رتبة معامل الذكاء	رتبة درجة الإنجليزى	الفرق ف	ف²
١	٢	١ –	١
٢	٧	٥ –	٢٥
٣,٥	١	٢,٥+	٦,٢٥
٣,٥	٤,٥	١ –	١
٦,٥	٤,٥	٢+	٤
٦,٥	٣	٣,٥+	١٢,٢٥
٦,٥	٨	١,٥ –	٢,٢٥
٦,٥	٦	,٥ +	,٢٥
٩	١٥	٦ –	٣٦
١٠	١١	١ –	١
١١	١٧,٥	٦,٥ –	٤٢,٢٥
١٢	١٦	٤ –	١٦
١٣	١٤	١ –	١
١٤	١٧,٥	٣,٥ –	١٢,٢٥
١٥	١١	٤+	١٦
١٦	٩	٧+	٤٩
١٧	١١	٦+	٣٦
١٨,٥	١٣	٥,٥+	٣٠,٢٥
١٨,٥	١٩	,٥ –	,٢٥
٢٠	٢٠	صفر	صفر
		مجموع	٢٩٢,٠٠

خطوات فى حساب معامل ارتباط الرتب « ر م » .

الخطوة ١ : رتب القياسات بترتيب حجمها .

الخطوة ٢ : اطرح رتبة كل قياس فى المجموعة الثانية : من الرتبة المناظرة فى المجموعة الأولى ، ويرمز للفروق بالرمز ف (ــ ١ ، ــ ٥ ؛ ٢.٥ ٠٠٠) .

الخطوة ٣ : أوجد مربع كل من هذه الفروق للحصول على $ف^٢$ (١ ؛ ٢٥ ، ٦,٢٥ ٠٠٠) .

الخطوة ٤ : أوجد مجموع مربعات الفروق مج $ف^٢$ = ٢,٩٢ .

الخطوة ٥ : استخدم المعادلة التالية للحصول على ر .

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$

حيث ن هى عدد التلاميذ (٢٠)

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٢٩٢}{٢٠ (٤٠٠ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{١٧٥٢}{٧٩٨٠}$$

$$= ١ - ,٢٢$$

$$= ,٧٨$$

ويمكن من هذا استنتاج وجود علاقة وثيقة بين معاملات الذكاء والدرجات فى الإنجليزى : ويبين العمود المعنون « ف » الفروق فى الترتيب : وكان أكبر فرق هو بالنسبة للتلميذ (١٦) حيث إن معامل ذكائه ١١٣ . ودرجته فى الإنجليزى ٦٢ ، ويحتاج الأمر إلى مزيد من البحث لمعرفة السبب فى هذا الفرق .

وينبغى ملاحظة ما يلى :

(أ) ليس لإشارة ف أهمية فى العملية الحسابية حيث إن $ف^٢$ موجبة دائماً .

(ب) توجد طريقة بسيطة لحساب مربع عدد مثل ٦,٥ . يضرب العدد الصحيح الأعلى منه مباشرة (٧) × الرقم الصحيح الموجود أمام العلامة العشرية (٦) ، ثم يضاف ,٢٥ (٦ × ٧ + ,٢٥) = ٤٢,٢٥ .

وبالمثل $(٣.٥)^٢$ = ٣ × ٤ + ,٢٥ = ١٢,٢٥ .

(ح) ن^{٢} − ١ = (ن + ١) (ن − ١) ؛ وبهذا فإن المقام ن (ن^{٢} − ١) يكتب كحاصل ضرب عدة عوامل، فمثلا إذا كانت ن = ٢٧ ، فإن مقام المعادلة يكون ٢٧ × ٢٨ × ٢٦ .
وتناسب طريقة معامل ارتباط الرتب الأعداد الصغيرة فى حدود ٣٠ .

تمارين :-

١ ــ أوجد معامل الارتباط (ر) بين تقديرات المدرس لعشرين تلميذاً فى الإنجليزى والدرجات التى حصلوا عليها فى اختبار فى هذه المادة .

التلميذ	التقدير	الدرجة	التلميذ	التقدير	الدرجة
(١)	٨٨	٨٩	(١١)	٩٢	٩٤
(٢)	٩٥	٩٦	(١٢)	٨٤	٨٢
(٣)	٩٧	٩٢	(١٣)	٧٧	٧٤
(٤)	٨٢	٨٣	(١٤)	٥٤	٥٥
(٥)	٩٣	٨٤	(١٥)	٧٥	٧١
(٦)	٨٦	٨٢	(١٦)	٦٠	٥٦
(٧)	٨٧	٨٤	(١٧)	٤٥	٤٧
(٨)	٩٤	٩٢	(١٨)	٤٨	٥١
(٩)	٨٣	٨٣	(١٩)	٤٠	٣٩
(١٠)	٨١	٧٣	(٢٠)	٦٩	٦٨

٢ ــ أوجد معامل الارتباط بين درجات الإنجليزى والحساب للعشرين تلميذاً التاليين :

التلميذ	درجة الإنجليزى	درجة الحساب	التلميذ	درجة الإنجليزى	درجة الحساب
(١)	٧٣	٧٤	(١١)	٨٠	٧٩
(٢)	٧٨	٨٠	(١٢)	٨٧	٧٦
(٣)	٩٦	٧٨	(١٣)	٧٧	٨٤
(٤)	٧٩	٧٩	(١٤)	٦٩	٦٧
(٥)	٩٠	٩٠	(١٥)	٦٩	٧٣
(٦)	٧٩	٨٧	(١٦)	٦٥	٧٥
(٧)	٨١	٧١	(١٧)	٦٣	٤٠
(٨)	٨٧	٩٩	(١٨)	٦٠	٦٣
(٩)	٨٨	٩٠	(١٩)	٥٩	٤٦
(١٠)	٨٢	٨٦	(٢٠)	٥٣	٦٠

ما هى درجة العلاقة بين المجموعتين من الدرجات ؟
أى ثلاثة تلاميذ ، يختلف ترتيبهم فى المادتين أكبر اختلاف .

معامل الارتباط بطريقة العزوم

معامل ارتباط بيرسون

Product Moment Coefficient of Correlation

المعادلة العامة لإيجاد معامل الارتباط بطريقة العزوم هى :

$$\text{ر} = \frac{\text{مج ح س ح ص}}{\sqrt{\text{مج}(\text{ح}^{2}\text{ س}) \times \text{مج}(\text{ح}^{2}\text{ ص})}}$$

حيث ح س انحرافات الدرجات س عن متوسطها

، ح ص انحرافات الدرجات ص عن متوسطها ؛

وكما توجد طرق مختلفة لحساب الانحراف المعيارى ، كذلك توجد طرق مختلفة لحساب معامل الارتباط ، وتساعد أساليب تغيير أصل القياس ، وتغيير سعة الفئة فى التقليل من صعوبات العمليات الحسابية .

معامل الارتباط لقائمة من الدرجات :

الطريقة الأولى :

حيث : $\text{ر} = \frac{\text{مج ح س ح ص}}{\sqrt{\text{مج ح}^{2}\text{ س} \times \text{مج ح}^{2}\text{ ص}}}$

ويوضح المثال التالى ، طريقة حساب معامل الارتباط بهذه المعادلة ، حيث تقارن فيه درجات اثنى عشر تلميذاً فى اختبارين س ، ص ؛

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	ح س	ح ص	ح س ح ص	ح^{٢}س	ح^{٢}ص
(١)	٧٣	٤٠	+١١	+١٠	+١١٠	١٢١	١٠٠
(٢)	٧١	٣٥	+٩	+٥	+٤٥	٨١	٢٥
(٣)	٧٠	٣٣	+٨	+٣	+٢٤	٦٤	٩
(٤)	٦٧	٢٧	+٥	—٣	—١٥	٢٥	٩
(٥)	٦٤	٢٩	+٢	—١	—٢	٤	١
(٦)	٦١	٣١	—١	+١	—١	١	١
(٧)	٦١	٣٠	—١	صفر	صفر	١	صفر
(٨)	٦٠	٢٦	—٢	—٤	+٨	٤	١٦
(٩)	٥٨	٢٨	—٤	—٢	+٨	١٦	٤
(١٠)	٥٦	٣٤	—٦	+٤	—٢٤	٣٦	١٦
(١١)	٥٣	٢٥	—٩	—٥	+٤٥	٨١	٢٥
(١٢)	٥٠	٢٢	—١٢	—٨	+٩٦	١٤٤	٦٤
					+٣٣٦		
					—٤٢		
المجموع	٧٤٤	٣٦٠			٢٩٤	٥٧٨	٢٧٠

م س = ٦٢   م ص = ٣٠   مج ح س ح ص = ٢٩٤

مج ح^{٢} س = ٥٧٨   مج ح^{٢} ص = ٢٧٠

خطوات فى الحساب :

الخطوة ١ : احسب الدرجة المتوسطة فى كل مجموعة درجات

م س = ٦٢   م ص = ٣٠

الخطوة ٢ : احسب انحراف كل درجة عن متوسطها ، وهذه الانحرافات موضحة فى العمودين المعنونين ح س ، ح ص ، حيث :

ح س = س — م س   ،   ح ص = ص — م ص

الخطوة ٣ : اضرب ح س × ح ص وأوجد مج ح س ح ص ، مع مراعاة الإشارات :

مج ح س ح ص = ٣٣٦ — ٤٢ = ٢٩٤

الخطوة ٤ : أوجد مربع كل من الانحرافات ، وأوجد مجموعها

$$\text{مج ح}^{2}\text{س} = ٥٧٨ \qquad \text{مج ح}^{2}\text{ص} = ٢٧٠$$

الخطوة ٥ : طبق المعادلة .

$$\text{ر} = \frac{\text{مج ح س ح ص}}{\sqrt{\text{مج ح}^{2}\text{س}}\ \sqrt{\text{مج ح}^{2}\text{ص}}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{٥٧٨}\ \sqrt{٢٧٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{١٥٦٠٦٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{٣٩٥}$$

$$= ٠{,}٧٤$$

ويمكن أن نستنتج من هذا أن العلاقة قوية بين الاختبار س ، والاختبار ص .

الطريقة الثانية :

حساب معامل الارتباط من متوسط حسابي فرضي (عندما يحوي المتوسط الحقيقي كسوراً) :

يعطى المثال السابق متوسط كل مجموعة من الدرجات كعدد صحيح ، ولو كان المتوسط عدداً كسرياً مثل ٦٢,٣٥ ، لكان الحساب أكثر تعقيداً ، ولكن يمكن تجنب التعقيد فى هذه الحالة ، باختيار متوسط فرضى . مع عمل التصحيحات الضرورية .

افترض فى المثال السابق أن المتوسطين الفرضيين كانا ٦١ ؛ ٣١ فإن الحساب يكون كما يلى :

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	ح س	ح ص	ح س ح ص	ح² س	ح² ص
(١)	٧٣	٤٠	+١٢	+٩	+١٠٨	١٤٤	٨١
(٢)	٧١	٣٥	+١٠	+٤	+٤٠	١٠٠	١٦
(٣)	٧٠	٣٣	+٩	+٢	—١٨	٨١	٤
(٤)	٦٧	٢٧	+٦	—٤	—٢٤	٣٦	١٦
(٥)	٦٤	٢٩	+٣	—٢	—٦	٩	٤
(٦)	٦١	٣١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
(٧)	٦١	٣٠	صفر	—١	صفر	صفر	١
(٨)	٦٠	٢٦	—١	—٥	+٥	١	٢٥
(٩)	٥٨	٢٨	—٣	—٣	+٩	٩	٩
(١٠)	٥٦	٣٤	—٥	+٣	—١٥	٢٥	٩
(١١)	٥٣	٢٥	—٨	—٦	+٤٨	٦٤	٣٦
(١٢)	٥٠	٢٢	—١١	—٩	+٩٩	١٢١	٨١
			٤٠	١٨	٣٢٧		
			—٢٨	—٣٠	—٤٥		
المجموع			+١٢	—١٢	٢٨٢	٥٩٠	٢٨٢

ن = ١٢ مجـ ح س = ١٢ مجـ ح ص = ١٢ مجـ ح س ح ص = ٢٨٢

مجـ ح² س = ٥٩٠ مجـ ح² ص = ٢٨٢

خطوات فى الحساب :

الخطوة ١ : اختر متوسطاً فرضياً لكل مجموعة من الدرجات .

م س = ٦١ م ص = ٣١

الخطوة ٢ : أوجد انحراف كل درجة عن متوسط مجموعتها الفرضى .

ح س = س — م س ح ص = ص — م ص

الخطوة ٣ : أوجد مجموع الانحرافات بالنسبة لكل مجموعة مع مراعاة الانحرافات .

مجـ ح س = ١٢ مجـ ح ص = — ١٢

الخطوة ٤ : احسب انحراف درجة كل تلميذ عن المتوسط فى الاختبار س × انحراف درجة عن المتوسط فى الاختبار ص ؛ وذلك لإيجاد ح س ح ص.

الخطوة ٥ : أوجد مجـ ح س ح ص = ٢٨٢

الخطوة ٦ : أوجد مربع كل من الانحرافات ($\text{ح}^{٢}$ س ، $\text{ح}^{٢}$ ص) ، وأوجد مجموع كل منها

مجـ $\text{ح}^{٢}$ س ، مجـ $\text{ح}^{٢}$ ص

مجـ $\text{ح}^{٢}$ س = ٥٩٠ ؛ مجـ $\text{ح}^{٢}$ ص = ٢٨٢

الخطوة ٧ : احسب ر من المعادلة :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ ح س ح ص} - \dfrac{\text{مجـ ح س مجـ ح ص}}{\text{ه}}}{\sqrt{\left[\text{مجـ ح}^{٢}\text{س} - \dfrac{(\text{مجـ ح س})^{٢}}{\text{ه}}\right]\left[\text{مجـ ح}^{٢}\text{ص} - \dfrac{(\text{مجـ ح ص})^{٢}}{\text{ه}}\right]}}$$

$$\text{ر} = \frac{٢٨٢ - \dfrac{١٢ \times -١٢}{١٢}}{\sqrt{\left[٥٩٠ - \dfrac{١٤٤}{١٢}\right]\left[٢٨٢ - \dfrac{١٤٤}{١٢}\right]}}$$

$$\text{ر} = \frac{٢٨٢ + ١٢}{\sqrt{(٥٩٠ - ١٢)(٢٨٢ - ١٢)}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{٥٧٨ \times ٢٧٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{١٥٦٠٦٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{٣٩٥}$$

$$= ٠,٧٤$$

الطريقة ٣ :

حساب معامل الارتباط من القيم الخام

هناك طريقة أخرى لحساب معامل الارتباط بطريقة العزوم ، إذا توفرت آلة حاسبة، وتستخدم فيها المعادلة :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن}\ \text{مجـ س ص} - \text{مجـ س}\ \text{مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن}\ \text{مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}][\text{ن}\ \text{مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}]}}$$

حيث مجـ س مجموع درجات الاختبار س

مجـ ص مجموع درجات الاختبار ص

مجـ س^{2} مجموع مربعات درجات الاختبار س

مجـ ص^{2} مجموع مربعات درجات الاختبار ص

ن عدد التلاميذ

وتوضح طريقة الحساب فى الجدول التالى باستخدام نفس المثال الذى استخدم لتوضيح الطريقتين الأولى والثانية :

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	س ص	س^{2}	ص^{2}
(١)	٧٣	٤٠	٢٩٢٠	٥٣٢٩	١٦٠٠
(٢)	٧١	٣٥	٢٤٨٥	٥٠٤١	١٢٢٥
(٣)	٧٠	٣٣	٢٣١٠	٤٩٠٠	١٠٨٩
(٤)	٦٧	٢٧	١٨٠٩	٤٤٨٩	٧٢٩
(٥)	٦٤	٢٩	١٨٥٦	٤٠٩٦	٨٤١
(٦)	٦١	٣١	١٨٩١	٣٧٢١	٩٦١
(٧)	٦١	٣٠	١٨٣٠	٣٧٢١	٩٠٠
(٨)	٦٠	٢٦	١٥٦٠	٣٦٠٠	٦٧٦
(٩)	٥٨	٢٨	١٦٢٤	٣٣٦٤	٧٨٤
(١٠)	٥٦	٣٤	١٩٠٤	٣١٣٦	١١٥٦
(١١)	٥٣	٢٥	١٣٢٥	٢٨٠٩	٦٢٥
(١٢)	٥٠	٢٢	١١٠٠	٢٥٠٠	٤٨٤
المجموع	٧٤٤	٣٦٠	٢٢٦١٤	٤٦٧٠٦	١١٠٧٠

خطوات فى الحساب :

الخطوة ١ : أوجد مجموع الدرجات المفردة فى كل من الاختبارين

مجـ س = ٧٤٤ ، مجـ ص = ٣٦٠

الخطوة ٢ : اضرب درجة كل تلميذ فى الاختبار س×درجته فى الاختبار ص للحصول على س ص.

الخطوة ٣ : أوجد مجـ س ص

مجـ س ص = ٢٢٦١٤

الخطوة ٤ : أوجد مربع درجة كل تلميذ فى الاختبار س للحصول على س^{2} ، وأوجد مجـ س^{2}

مجـ س^{2} = ٤٦٧٠٦

اللهطوة ٥ : أوجد مربع درجة كل تلميذ فى الاختبار ص للحصول على ص^{2} ،أوجد مجـ ص^{2}

مجـ ص^{2} = ١١٠٧٠

الخطوة ٦ : أوجد معامل الارتباط من المعادلة .

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}][\text{ن مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}]}}$$

$$= \frac{١٢ \times ٢٢٦١٤ - ٧٤٤ \times ٣٦٠}{\sqrt{[١٢ \times ٤٦٧٠٦ - (٧٤٤)^{2}][١٢ \times ١١٠٧٠ - (٣٦٠)^{2}]}}$$

$$= \frac{٢٧١٣٦٨ - ٢٦٧٨٤٠}{\sqrt{(٥٦٠٤٧٢ - ٥٥٣٥٣٦)(١٣٢٨٤٠ - ١٢٩٦٠٠)}}$$

$$= \frac{٢٧١٣٦٨ - ٢٦٧٨٤٠}{\sqrt{٦٩٣٦ \times ٣٢٤٠}}$$

$$= \frac{٣٥٢٨}{٥٦,٩ \times ٨٣,٣}$$

$$= \frac{٣٥٢٨}{٧٤٣١}$$

$$= ,٧٤$$

وهكذا نرى أن معامل الارتباط لا تتغير قيمته بتغير طريقة حسابه .

تمارين :

١ ـ أوجد معامل الارتباط بين درجات اختبار إنجليزى (س)،درجات اختبار حساب (ص) لعشرين تلميذاً .

التلميذ	س	ص
(١)	٨٩	٧٠
(٢)	٩٦	٨٧
(٣)	٩٢	٨٧
(٤)	٨٣	٧٧
(٥)	٨٤	٨٠
(٦)	٨٢	٨٤
(٧)	٨٤	٧١
(٨)	٩٢	٨٧
(٩)	٨٣	٧١
(١٠)	٧٣	٨٥
(١١)	٩٤	٨٥
(١٢)	٨٢	٦٩
(١٣)	٧٤	٧٩
(١٤)	٥٥	٥٤
(١٥)	٧١	٧٣
(١٦)	٥٦	٥٦
(١٧)	٤٧	٤٦
(١٨)	٥١	٦٨
(١٩)	٣٩	٣٨
(٢٠)	٦٨	٦٤

(٢) أوجد معامل الارتباط من الدرجات التالية :

التلميذ	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)	(١١)	(١٢)
الاختبار س	٧٣	٧١	٧٠	٦٧	٦٤	٦١	٦١	٦٠	٥٨	٥٦	٥٣	٥٠
الاختبار ص	٤٠	٧٥	٣٣	٢٧	٢٩	٣١	٣٠	٢٦	٢٨	٣٤	٢٥	٢٢

معامل الارتباط للبيانات المجمعة

طريقة عمل رسم التشتت Scatter Diagram أو شبكة الارتباط Correlation Grid

تتضح هذه الطريقة من المثال التالى :

التلميذ	معامل الذكاء	درجة الإنجليزى	التلميذ	معامل الذكاء	درجة الإنجليزى
(١)	١١٢	٧٣	(٢١)	١٠٦	٥٨
(٢)	٨٨	٥٥	(٢٢)	٩٨	٦٩
(٣)	١١٥	٧٨	(٢٣)	١٠٩	٧٩
(٤)	١٣١	٨٨	(٢٤)	٩٤	٥٨
(٥)	١٠٥	٦٨	(٢٥)	١٠٨	٧٤
(٦)	٩١	٥٠	(٢٦)	٨٩	٦٢
(٧)	٨٥	٤٤	(٢٧)	١٠٥	٦٨
(٨)	١٠٦	٦٢	(٢٨)	١١٨	٨١
(٩)	٨٣	٥٥	(٢٩)	١٠٣	٦٧
(١٠)	١٠٢	٧١	(٣٠)	٨٩	٥٣
(١١)	١٠١	٧٧	(٣١)	١١١	٦٨
(١٢)	٨٧	٤٧	(٣٢)	٨٣	٤٧
(١٣)	٩٨	٥٥	(٣٣)	١٢٣	٨٦
(١٤)	١٠٣	٦٩	(٣٤)	١٠٨	٨٢
(١٥)	٩٠	٥٠	(٣٥)	٩٢	٥٦
(١٦)	١١٥	٨١	(٣٦)	١٣٤	٨٤
(١٧)	١١٣	٩٤	(٣٧)	٩٠	٥١
(١٨)	٩٣	٥٣	(٣٨)	١١٠	٧٨
(١٩)	٨٣	٥٣	(٣٩)	١٠٠	٥٥
(٢٠)	١٠٣	٧٦	(٤٠)	١١٣	٧٨

ورسم التشتت عبارة عن « شبكة » يمثل أحد جانبيها توزيع معاملات الذكاء بينما يمثل جانبها الآخر توزيع درجات الإنجليزى . فإذا مثلت الجوانب الرأسية من أسفل إلى أعلى معاملات الذكاء ، فإنها

ستوضح المدى ابتداءً من الدرجة ٨٠ إلى الدرجة ١٣٤ ، مقسما إلى إحدى عشرة فئة، بينما يمثل الجانب الأفقى من اليمين إلى اليسار درجات الإنجليزى التى تتراوح من ٤٠ إلى ٩٤، مقسمة إلى نفس العدد من الفئات ابتداءً من فئة ٤٠ — ٤٤ .

	درجات الإنجليزى											
معامل الذكاء	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	٧٥-٧٩	٨٠-٨٤	٨٥-٨٩	٩٠-٩٤	المجموع
١٣٠-١٣٤										١		
١٢٥-١٢٩												
١٢٠-١٢٤												
١١٥-١١٩								١				
١١٠-١١٤							١					
١٠٥-١٠٩						١						
١٠٠-١٠٤												
٩٥-٩٩												
٩٠-٩٤												
٨٥-٨٩			١									
٨٠-٨٤												
المجموع												

شكل(٢٤). شبكه الارتباط بين معاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى

معامل ذكاء التلميذ (١) هو١١٢ .بينما درجته فى الإنجليزى ٧٣ ،وبهذا يمكن تمثيل درجته بعلامة تكرارية، أوضحناها فى الرسم بتحويطها بدائرة فى الخانة المكونة من الصف ١١٠—١١٤ ، والعمود ٧٠ — ٧٤ . وبالمثل يمكن تسجيل معامل ذكاء كل تلميذ، ودرجته فى الإنجليزى فى الخانة المناسبة .

وقد بين تسجيل الخمس تلاميذ الأول فى شكل ٢٤ ، وعندما يتم تسجيل كل الدرجات ، تجمع العلامات التكرارية ويسجل العدد فى كل خانة : وتسمى الشبكة الكاملة المبينةفى شكل ٢٥ أحياناً « رسم التشتت » .

	درجات الإنجليزى											
معامل الذكاء	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	٧٥-٧٩	٨٠-٨٤	٨٥-٨٩	٩٠-٩٤	المجموع
١٣٠ - ١٣٤									١	١		٢
١٢٥ - ١٢٩												صفر
١٢٠ - ١٢٤										١		١
١١٥ - ١١٩								١	٢			٣
١١٠ - ١١٤						١	١	٢			١	٥
١٠٥ - ١٠٩				١	١	٢	١	١	١			٧
١٠٠ - ١٠٤				١		٢	١	٢				٦
٩٥ - ٩٩				١		١						٢
٩٠ - ٩٤			٤	٣								٧
٨٥ - ٨٩	١	١	١	١	١							٥
٨٠ - ٨٤		١	١									٢
المجموع	١	٢	٦	٧	٢	٦	٣	٦	٤	٢	١	٤٠

شكل (٢٥) رسم التشتت لمعاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى

وتعطى مجاميع تكرارات خانات الصفوف الأفقية ، التوزيع التكرارى لمعاملات الذكاء ، بينما تعطى مجاميع تكرارات الأعمدة ، التوزيع التكرارى لدرجات الإنجليزى .

ويتطلب الأمر أيضاً معرفة تكرارات الخانات المائلة (من عال ـ عال إلى منخفض ـ منخفض). كما هو موضح فى شكل ٢٦ .

طريقة الحساب :

توجد فى ص ١١٣ صحيفة بيانات أو لوحة ارتباط . ويمكن إجراء كل الحسابات اللازمة على مثل هذه الصحيفة المجهزة . ويمكن بسهولة إيجاد المتوسط والانحراف المعيارى لمعاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى . منها فمثلا : .

$$\text{متوسط معاملات الذكاء} = ١٠٧ + \left(\frac{-٣٧}{٤٠} \times ٥ \right)$$

$$= ١٠٧ - ٤,٦٣ = ١٠٢,٣٧$$

$$\text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{\left[\frac{٢٨٣}{٤٠} - \left(\frac{٣٣}{٤٠} \right)^{٢} \right]} \times ٥$$

$$= \sqrt{٧.٠٨ - .٨٦} \times ٥$$

$$= \sqrt{٦,٢٢} \times ٥ = ٢.٤٩ \times ٥ = ١٢,٤٥$$

وقد رمز لتكرارات الصفوف (معاملات الذكاء) بالرمز « ت س » بينما رمز لتكرارات الأعمدة (درجات الانجليزى) بالرمز « ت ص » ورمز لتكرارات الخانات القطرية بالرمز « ت ط » .

أ رمز لمعاملات الذكاء بالرمز « أ » ولدرجات الانجليزى بالرمز « ب » ، وإلى الخانات القطرية بالرمز « حـ » .

واحسب مجـ ت ح^{٢} $-$ $\frac{(\text{مجـ ت ح})^{٢}}{\text{ن}}$ لكل تكرار .

حيث مجـ ت ح^{٢} مجموع مربعات الانحرافات

مجـ ت ح مجموع الانحرافات .

ن عدد الحالات .

$$\therefore \text{أ} = \text{مجـ ت س ح}^{٢}\text{س} - \frac{(\text{مجـ ت س ح س})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$\text{ب} = \text{مجـ ت ص ح}^{٢}\text{ص} - \frac{(\text{مجـ ت ص ح ص})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$\text{حـ} = \text{مجـ ت ط ح}^{٢}\text{ط} - \frac{(\text{مجـ ت ط ح ط})^{٢}}{\text{ن}}$$

وبذلك تصبح معادلة معامل الارتباط ر هى

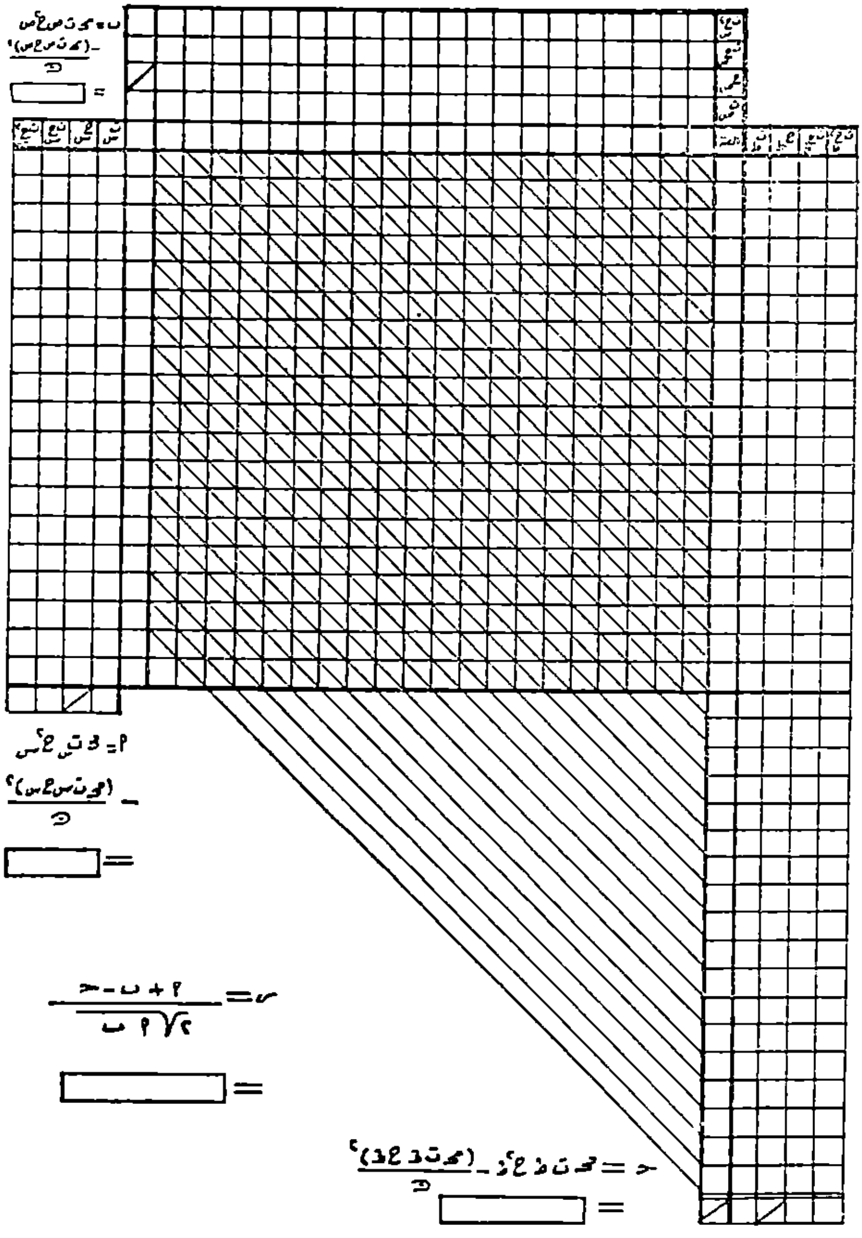
$$\text{ر} = \frac{\text{أ} + \text{ب} - \text{حـ}}{٢ \sqrt{\text{أ ب}}}$$

ص / ت	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	٧٥-٧٩	٨٠-٨٤	٨٥-٨٩	٩٠-٩٤	ت س
ت ص	١	٢	٦	٧	٢	٦	٣	٦	٤	٢	١	٤٠
١٣٠-١٣٤									١ / ١	١ / ١		٢
١٢٥-١٢٩												صفر
١٢٠-١٢٤										١ / ١		١
١١٥-١١٩								١ / ١	١١ / ٢			٣
١١٠-١١٤						١ / ١	١ / ١	١١ / ٢			١ / ١	٥
١٠٥-١٠٩				١ / ١	١	١١ / ٢	١ / ١	١ / ١	١ / ١			٧
١٠٠-١٠٤				١ / ١		١١ / ٢	١ / ١	١١ / ٢				٦
٩٥-٩٩				١ / ١		١ / ١						٢
٩٠-٩٤			١١١١ / ٤	١١١ / ٣								٧
٨٥-٨٩	١ / ١	١ / ١	١ / ١	١ / ١	١ / ١							٥
٨٠-٨٤		١ / ١	١ / ١									٢

ت ط
٢
٥
١٠
١٣
٥
٤
١
٤٠

شكل (٢٦)

لوحات الارتباط



شكل (٢٧)

(أ)

ت س	ح س	ت س ح س	ت س (ح س)^{٢}
٢	+٥	+١٠	٥٠
صفر	+٤	صفر	صفر
١	+٣	+٣	٩
٣	+٢	+٦	١٢
٥	+١	+٥	٥
٧	صفر	صفر	صفر
٦	−١	−٦	٦
٢	−٢	−٤	٨
٧	−٣	−٢١	٦٣
٥	−٤	−٢٠	٨٠
٢	−٥	−١٠	٥٠
		−٦١	
		+٢٤	
٤٠		−٣٧	٢٨٣

مجـ ت س ح س = −٣٧

مجـ ت س (ح س)^{٢} = ٢٨٣

$$\text{ا} = \text{مجـ ت س (ح س)}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ت س ح س})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$= ٢٨٣ - \frac{(٣٧)^{٢}}{٤٠}$$

$$= ٢٨٣ - ٣٤$$

$$= ٢٤٩$$

(ب)

ت ص	ح ص	ت ص ح ص	ت ص (ح ص)^{٢}
١	+ ٥	+ ٥	٢٥
٢	+ ٤	+ ٨	٣٢
٤	+ ٣	+ ١٢	٣٦
٦	+ ٢	+ ١٢	٢٤
٣	+ ١	+ ٣	٣
٦	صفر	صفر	صفر
٢	— ١	— ٢	٢
٧	— ٢	— ١٤	٢٨
٦	— ٣	— ١٨	٥٤
٢	— ٤	— ٨	٣٢
١	— ٥	— ٥	٢٥
		— ٤٧	
		+ ٤٠	
٤٠		— ٧	٢٦١

مج ت ص ح ص = — ٧

مج ت ص (ح ص)^{٢} = ٢٦١

ب = مج ت ص (ح ص)^{٢} — $\dfrac{(\text{مج ت ص ح ص})^{٢}}{\text{ن}}$

= ٢٦١ — $\dfrac{(-٧)^{٢}}{٤٠}$

= ٢٦١ — ١,٢٣

= ٢٦٠ تقريبا

(حـ)

ت ط	ح ط	ت ط ح ط	ت ط (ح ط)٢
٢	٣ +	٦ +	١٨
٥	٢ +	١٠ +	٢٠
١٠	١ +	١٠ +	١٠
١٣	صفر	صفر	صفر
٥	١ −	٥ −	٥
٤	٢ −	٨ −	١٦
١	٣ −	٣ −	٩
		١٦ −	
		٢٦ +	
٤٠		١٠ +	٧٨

مجـ ت ط ح ط = ١٠

مجـ ت ط (ح ط)٢ = ٧٨

$$\text{حـ} = \text{مجـ ت ط (ح ط)}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ت ط ح ط})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$= ٧٨ - \frac{(١٠)^{٢}}{٤٠}$$

$$= ٧٨ - ٢,٥$$

$$= ٧٥,٥$$

$$\text{ر} = \frac{\text{أ} + \text{ب} - \text{حـ}}{٢\sqrt{\text{أ ب}}} = \frac{٢٤٩ + ٢٦٠ - ٧٥,٥}{٢\sqrt{٢٤٩ \times ٢٦٠}}$$

$$= \frac{٤٣٣,٥}{٢\sqrt{٦٤٧٤٠}} = \frac{٤٣٣,٥}{٢ \times ٢٥٤,٥}$$

$$= \frac{٤٣٣,٥}{٥٠٩} = \underline{٠,٨٥}$$

تطبيقات معامل الارتباط

ثبات الاختبار Reliability :

ثبات الاختبار هو التناغم والتناسق فى النتائج التى يعطيها . ويكون الاختبار ثابتاً إذا أعطى درجات لا تختلف إلا قليلا عن الدرجات التى يعطيها عند إعادة استخدامه . أو عند تطبيق صورة بديلة منه .

وهناك ثلاثة طرق لتعيين ثبات الاختبار .

(ا) إعادة تطبيق نفس الاختبار على نفس التلاميذ بعد فترة .

(ب) طريقة الصور المتبادلة أو النسخ المتكافئة .

(حـ) تقسيم الاختبار إلى قسمين متساويين . ومقارنة درجات كل قسم بدرجات القسم الآخر (تجزئة الاختبار إلى نصفين) أو التجزئة النصفية .

(ا) طريقة إعادة تطبيق الاختبار Test-Retest :

إذا اختبر تلاميذ مدرسة ما بنفس الاختبار مرتين . ووجد أن معامل الارتباط بين نتائج التطبيقين ٠,٩٢ ، فإن هذا الاختبار يعتبر عالى الثبات .

ويعترض على طريقة إعادة تطبيق الاختبار بأن التلاميذ تختلف اتجاهاتهم نحو إعادة الاختبار ، كما أن أثر التذكر والتمرين يختلف من تلميذ لآخر كما أن التدريب لن يكون متساوياً . وإذا كانت الفترة بين التطبيق الأول للاختبار والتطبيق الثانى له طويلة جداً ، فإن التلاميذ يختلفون وقت إعادة الاختبار ، من حيث النضج والتعلم .

(ب) طريقة الصور المتبادلة أو النسخ المتكافئة من الاختبار :

Alternative or equivalent forms

تقوم هذه الطريقة على افتراض وجود أسئلة متوازية فى كل من الصورتين . وأنها متساوية الصعوبة ، أو متكافئة وتتجنب هذه الطريقة . الاعتراضات الرئيسة على طريقة الاختبار وإعادته ، ولكن اختلاف أثر التذكر والمران سيظل قائماً .

(حـ) طريقة التجزئة النصفية : Split-half

ينصف الاختبار نصفين . ويوجد الترابط بين نتائج النصفين وتعتبر هذه الطريقة عادة أفضل الطرق لحساب ثبات الاختبار : ولو أنه يلزم توجيه عناية خاصة لضمان تحديد درجة صعوبة الأسئلة

بدقة . وينشأ عدم ثبات الاختبار عن عدة عوامل منها :

(أ) قد يرجع عدم الثبات إلى التلاميذ . فهناك تغيرات تطرأ على مشاعر وصحة التلاميذ ، كما أنهم نادراً ما يقبلون على اختبارين بنفس التهيؤ الذهنى .

(ب) قد يكون الاختبار نفسه غير ثابت . إذا لم يراع فيه التدرج فى صعوبة الأسئلة . فقد يؤدى وجود سؤال صعب فى أول الاختبار إلى زيادة « عكتنة » بعض التلاميذ عن غيرهم .

وكذلك إذا كانت العينة التى اختيرت من الأسئلة غير ممثلة للمنهج تمثيلا صادقاً . فلا تكون منصفة للتلاميذ . وينطبق هذا أكثر على المواد ذات المنهج الواسع الذى يغطى موضوعات كثيرة ، كما فى الأدب والتاريخ . فيمكن أن يسأل التلاميذ فى موضوع لم يدرسوه ، فالامتحان الجيد يجب أن تكون أسئلته عن أشياء تقع ضمن حصيلة خبرة كل تلميذ .

(ح) قد يكون عدم الثبات بسبب أسلوب التصحيح . وتستخدم الاختبارات الموضوعية لضمان إعطاء المصححين نفس الدرجة لكل إجابة عن سؤال . بعكس اختبارات المقال التى تتأثر بالاختلافات الواسعة فى التصحيح . بل إن هذه الاختلافات قد تحدث بالنسبة للمصحح عندما يقوم بتصحيح نفس الإجابات على فترات زمنية متباينة . وقد وجد أن معامل الارتباط بين الدرجات التى يعطيها المصحح الواحد لنفس الإجابات قد يصل إلى ٠.٣

صدق الاختبار Validity :

يعرف صدق الاختبار بأنه صحة ودقة قياس ما يدعى أنه يقيسه . وينبغى التمييز بوضوح بين ثبات الاختبار وصدقه . فالميزان الذى يخطئ باستمرار فى تعيين الوزن بالزيادة مائة جرام ، يعتبر موثوقاً به ، أو ثابتاً . من حيث إنه متسق فى خطئه ، حيث إنه يسجل الأوزان بأكثر مما هى بمائة جرام دائماً . ولكن هذا الميزان ليس صادقاً not valid حيث إنه لا يسجل الأوزان بصدق .

قد تصحح موضوعات الإنشاء ، بخصم درجة عن كل خطأ هجائى وتعطى هذه الطريقة نتائج ثابتة ، حيث إنها تعطى نفس النتائج ولو تغير المصححون . ولكنها طريقة غير صادقة للحكم على مهارة التلميذ فى التعبير .

ويقاس صدق الاختبار بتعين الارتباط بين الدرجات التى حصل عليها التلاميذ فيه ، والدرجات التى حصل عليها نفس التلاميذ فى معيار آخر مستقل لما يدعى الاختبار قياسه .

وينبغى أن يحدد المدرسون الغرض الذى من أجله يمتحنون تلاميذهم ، فقد يكون الامتحان :

(ا) مقياساً للتحصيل .

(ب) وسيلة للتشخيص .

(ح) وسيلة للتنبؤ .

(ا) معظم الامتحانات مقاييس للتحصيل . فهى تحاول تحديد مقدار ما يعرفه التلاميذ فى مادة معينة .

(ب) وتعطى الاختبارات التشخيصية ، لتحديد مالا يعرفه التلميذ فى مادة ما . فالاختبار التشخصى فى الجمع ، يحدد عمليات الجمع التى لا يتقنها التلميذ .

(حـ) تستخدم كثير من نتائج الامتحانات ، للتنبؤ بالأداء فى مراحل تعليمية مستقبلة . فتستخدم اختبارات اللغة والحساب فى المرحلة الابتدائية للتنبؤ بالنجاح فى مقرارات المرحلة الاعدادية كما تستخدم نتائج شهادة إتمام الدراسة الثانوية للتنبؤ بالنجاح فى الجامعة ، والحق أن أن الارتباط بين نتائج الامتحانات فى المراحل التعليمية المختلفة أكثر انخفاضاً مما يتصور كثير من المعلمين .

التنبؤ :

إذا كان الارتباط بين الدرجات س . والدرجات ص هو ر س ص ، فإن العلاقة بينهم يعبر عنها بالمعادلة التالية :

$$\bar{س} = (ر_{س ص}) \times ص$$

حيث $\bar{س}$ الدرجة المعيارية المتنبأ بها على المقياس « س » .

، ص الدرجة المعيارية على المقياس « ص » .

وتصبح المعادلة كما يلى : فى حالة استخدام الدرجات الخام .

$$\frac{س - م_س}{ع_س} = ر_{س ص} \times \frac{ص - م_ص}{ع_ص}$$

حيث م س متوسط الدرجات س

، م س متوسط الدرجات ص

، ع س الانحراف المعيارى للدرجات س

، ع ص الانحراف المعيارى للدرجات ص

$$\therefore \quad س - م_س = ر_{س ص} \times \frac{ع_س}{ع_ص} (ص - م_ص)$$

$$\therefore \quad س = م_س + ر_{س ص} \times \frac{ع_س}{ع_ص} (ص - م_ص)$$

فمثلا :

إذا كان معامل الارتباط بين معاملات الذكاء ، درجات الحساب هو ٠,٨٠ وكان متوسط معاملات الذكاء ١٠٠ ، والانحراف المعيارى لها ١٥ ؛ بينما كان متوسط درجات الحساب ٦٥ ، وانحرافها المعيارى ١٠ ، وكان المطلوب إيجاد الدرجة المحتمل أن يحصل عليها تلميذ فى الحساب معامل ذكائه ١٠٥ ، فإنها توجد كما يلى .

ر س ص = ٠.٨٠

م ص = ١٠٠ ع ص = ١٥

م س = ٦٥ ع س = ١٠

$$س = ٦٥ + ٠.٨ \times \frac{١٠}{١٥} (١٠٥ - ١٠٠)$$

$$= ٦٥ + ٠.٨ \times \frac{١٠}{١٥} \times ٥$$

$$= ٦٥ \times ٢.٧$$

$$= ٦٧.٧ .$$

تمارين :

(١) إذا كان معامل الارتباط بين اختبار للذكاء (متوسطه ١٠٠ . والانحراف المعيارى له ١٥) ، واختبار إنجليزى (متوسطه ٥٠ . والانحراف المعيارى له ١٥) ، هو ٠,٨٥.

(ا) ما هى درجات الإنجليزى التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ معاملات ذكائهم ٨٥ ، ١٠٠ ، ١٢٠.

(ب) ما هى معاملات الذكاء التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ حصلوا على الدرجات التالية فى الإنجليزى ٤٥ ، ٥٠ ، ٧٥ .

(٢) ا ـ احسب معامل ارتباط الرتب (ر) بين الدرجات التالية :

ب ـ احسب معامل الارتباط ر بإحدى طرق إيجاد المعامل بمعادلة العزوم (معامل بيرسون) .

التلميذ	الإنجليزى	الحساب	التلميذ	الإنجليزى	الحساب
(١)	٨٨	٧٢	(١١)	٩٢	٨٠
(٢)	٩٥	٨٥	(١٢)	٨٤	٧٠
(٣)	٩٧	٨٢	(١٣)	٧٧	٧٤
(٤)	٨٢	٧٧	(١٤)	٥٤	٥٣
(٥)	٩٣	٨١	(١٥)	٧٥	٧٤
(٦)	٨٦	٨١	(١٦)	٦٠	٥٧
(٧)	٨٧	٧٧	(١٧)	٤٥	٤٥
(٨)	٩٤	٨٣	(١٨)	٤٨	٦٩
(٩)	٨٣	٧٨	(١٩)	٤٠	٣٩
(١٠)	٨١	٨٤	(٢٠)	٦٩	٦٨

ما هى درجة العلامة بين المجموعتين من الدرجات ؟

(٣) ما هو معامل الارتباط بين مجموعتين من معاملات الذكاء للأربعة وأربعين تلميذاً التاليين :

التلميذ	معامل الذكاء (١)	معامل الذكاء (٢)	التلميذ	معامل الذكاء (١)	معامل الذكاء (٢)
١	١١٤	١١٨	٢٣	٩٢	١٠٠
٢	١٢٤	١٢٦	٢٤	٩٥	١٠٣
٣	١١٨	١١٦	٢٥	١٠١	١٠٩
٤	١١٥	١٠٨	٢٦	٩١	٩٤
٥	١٢٥	١١٩	٢٧	٨١	٧٠
٦	١٢٠	١٢٨	٢٨	٩٥	٩٢
٧	١٢٩	١٢٠	٢٩	٩٩	١٠٠
٨	١٢٣	١٢٢	٣٠	١٠١	٩٣
٩	١١٧	١١٢	٣١	٩٠	٩٤
١٠	١١٨	١١٥	٣٢	٨٦	٩٢
١١	١٢٢	١٢١	٣٣	٩١	٨٦
١٢	١١٤	١١٣	٣٤	١٠١	١٠١
١٣	١٠٥	١٠٧	٣٥	٩٩	٩٧
١٤	٨١	٩١	٣٦	٧٩	٧٣
١٥	٩٨	٩٨	٣٧	٩٨	١٠٠
١٦	١٠٢	٩٠	٣٨	٩٣	٨٨
١٧	٧٧	٧٢	٣٩	٩٥	٩٣
١٨	١٠١	٩٣	٤٠	٩٨	٩٧
١٩	٧٩	٧٣	٤١	١١٢	١١٠
٢٠	١٠٣	١٠٥	٤٢	٩٠	٨٩
٢١	١٠٨	١٠٨	٤٣	١٠٣	٩٦
٢٢	٧٧	٧١	٤٤	٧٧	٧١

(٤) ما هو معامل الارتباط بين درجات ٤٤ تلميذاً فى الإنجليزى والحساب .

(ا) ما هى د جات الحساب التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ حصلوا على الدرجات التالية فى الإنجليزى ٨٠ ، ٧٠ ، ٥٠ .

(ب) ما هى درجات الإنجليزى التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ حصلوا على الد جات التالية فى الحساب : ٨٠ ، ٧٠ ، ٥٠ .

التلميذ	الإنجليزى	الحساب
١	٨٥	٧٠
٢	٩٤	٨٧
٣	٩٦	٨٥
٤	٨٢	٧٦
٥	٩١	٨٤
٦	٨٤	٨٤
٧	٨٤	٧٦
٨	٩٣	٨٦
٩	٨٣	٧٩
١٠	٨٢	٨٦
١١	٩٠	٨٢
١٢	٨٣	٦٩
١٣	٧٦	٧١
١٤	٥٦	٥٣
١٥	٧٤	٧١
١٦	٦٠	٥٨
١٧	٤٨	٤٥
١٨	٥١	٦٨
١٩	٤٢	٣٨
٢٠	٦٧	٦٧
٢١	٧٣	٧٩
٢٢	٣٩	٤٢
٢٣	٦٢	٥٩
٢٤	٦٣	٦٣
٢٥	٧١	٧١
٢٦	٥٩	٦١
٢٧	٣٤	٣٧
٢٨	٥٧	٥٤
٢٩	٦١	٥٧
٣٠	٦٤	٥٦
٣١	٥٨	٥٩
٣٢	٥٥	٦٤
٣٣	٥٥	٦٠
٣٤	٦٠	٦٣
٣٥	٦٧	٥٨
٣٦	٤٧	٤٩
٣٧	٦٩	٨٢
٣٨	٥٦	٥٧
٣٩	٥٧	٥٢
٤٠	٦٢	٦٦
٤١	٧٥	٦٥
٤٢	٦٢	٥٩
٤٣	٦٨	٦٢
٤٤	٣٨	٣٤

الفصل العاشر

الفرق بين متوسطين

قد يعطى المدرس امتحاناً لفصلين أحدهما من البنين والآخر من البنات، كيف يمكنه الحكم على ما إذا كان أداء البنين أفضل من أداء البنات فى الامتحان ؟ افترض أن الدرجة المتوسطة لفصل البنين ٦٢ ولفصل البنات٦٠ . هل يعنى فرقا فى الدرجة يبلغ الدرجتين ، أن هناك فارقاً حقيقياً أو ذا دلالة بين متوسطى درجتى الفصلين ؟

قد لا تعطينا المتوسطات وحدها الأدلة الكافية للتوصل إلى أحكام ، فينبغى أيضاً معرفة تشتت الدرجات فى كل من الفصلين ؟

ويعين المتوسط بجمع الدرجات وقسمتها على عددها . أما استقرار المتوسط . أو احتمال تغيره فيتوقف على عدد الدرجات . فمثلا كلما كان عدد الدرجات صغيراً ، كلما زاد أثر حصول تلميذ أو اثنين على درجات أقل أو أعلى من المعتاد على المتوسط . وكلما زاد عدد التلاميذ فى المجموعة ، كلما قل تأثر النتائج بالتغيرات فى أداء أفراد من التلاميذ .

وهناك مشكلة أخرى تتعلق بأداء فصل ما لامتحانين متتاليين فى مادة ما . فهل المستوى العام للفصل كان واحداً فى الامتحانين ، فإذا كان متوسط الفصل فى الامتحان الأول ٦٠ ، وفى الامتحان الثانى ٦٤ ، فهل يدل هذا على وجود فرق حقيقى أو ذى دلالة فى مستوى الإنجاز . ولما كانت نفس المجموعة من التلاميذ هى التى تجلس للامتحان ، فى حالتنا هذه ، فإن هناك علاقة بين مجموعتى الدرجات فى الامتحانين . وعلى هذا فلا يلزم فقط الحصول على معلومات عن تشتت الدرجات ، وحجم المجموعة ، ولكن يلزم أيضاً أن نأخذ فى الاعتبار الارتباط من المجموعتين من الدرجات .

وهكذا يجب أن تؤخذ العوامل التالية فى الاعتبار عند التساؤل عما إذا كانت الفروق فى المتوسطات ذات دلالة .

(ا) تشتت الدرجات .

(ب) حجم المجموعة .

(حـ) العلاقة بين الدرجات .

ويخرج عن نطاق هذا الكتاب ، شرح الأساس النظرى للحسابات التى تجرى لتقدير دلالة الفرق بين متوسطين .

وسنوضح فيما يلي ثلاثة أنواع من الحسابات .

(ا) عندما تكون الدرجات غير مرتبطة ، والمجموعات كبيرة (أكثر من ٥٠) .

(ب) عندما لاتوجد علاقة بين الدرجات ، والمجموعات صغيرة (أقل من ٥٠) .

(ح) عندما توجد علاقة بين الدرجات :

طريقة الحساب :-

تتبع فى الحالات الثلاثة السابق ذكرها الخطوات التالية .

(ا) يوجد الفرق بين المتوسطين $\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}$:

(ب) يحسب الخطأ المعيارى ، باستخدام المعادلة الخاصة بكل حالة :

(ح) توجد النسبة $\dfrac{\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\text{الخطأ المعيارى}}$ والتى تساوى ت (المحسوبة) .

(ى) توجد ت (النظرية) من الجدول ١١ ، ص ١٣٠ :

(ﻫ) عندما تكون ت (المحسوبة) $\geq$ ت (النظرية) ، فإنه يمكن اعتبار أن الفرق بين المتوسطين له دلالة ، أما عندما تكون ت (المحسوبة) $<$ ت (النظرية) فإن الفرق بين المتوسطين يعتبر غير ذى دلالة ، وأنه مجرد صدفة .

دلالة الفرق بين متوسطين

(ا) المجموعات الكبيرة (أكثر من ٥٠) ، والدرجات لا ارتباط بينها :

افترض أن عدد تلاميذ المجموعة ا هو $\text{ن}_{\text{ا}}$ ، وأن عدد تلاميذ المجموعة ب هو $\text{ن}_{\text{ب}}$ ، وأن $\text{م}_{\text{ا}}$ متوسط المجموعة ا ، $\text{م}_{\text{ب}}$ متوسط المجموعة ب . $\text{ع}_{\text{ا}}$ الانحراف المعيارى للمجموعة ا ، $\text{ع}_{\text{ب}}$ الانحراف المعيارى للمجموعة ب ، وأن الفرق بين المتوسطين $\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}$.

يحسب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين من المعادلة .

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{\text{ع}_{\text{ا}}^{2}}{\text{ن}_{\text{ا}}} + \frac{\text{ع}_{\text{ب}}^{2}}{\text{ن}_{\text{ب}}}}$$

$$\therefore \text{ت(المحسوبة)} = \frac{\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\sqrt{\frac{\text{ع}_{\text{ا}}^{2}}{\text{ن}_{\text{ا}}} + \frac{\text{ع}_{\text{ب}}^{2}}{\text{ن}_{\text{ب}}}}}$$

مثال :

متوسط معامل الذكاء لمجموعة من ٩٨ تلميذاً فى المدرسة ا ، هو ١٠٢ ، وانحرافها المعيارى ١٤ ، ومعامل الذكاء المتوسط لمجموعة من ٧٢ تلميذة فى المدرسة ب هو ١٠٠ . وانحرافها المعيارى ١٢ ، فهل معامل الذكاء المتوسط للبنين يختلف اختلافاً ذا دلالة عن البنات .

	المتوسط	ع	ن
ا	١٠٢	١٤	٩٨
ب	١٠٠	١٢	٧٢

الفرق بين المتوسطين $م_ا - م_ب = ١٠٢ - ١٠٠ = ٢$

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{ع_ا^٢}{ن_ا} + \frac{ع_ب^٢}{ن_ب}}$$

$$= \sqrt{\frac{١٩٦}{٩٨} + \frac{١٤٤}{٧٢}}$$

$$= \sqrt{٢ + ٢}$$

$$= \sqrt{٤}$$

$$= ٢$$

$$ت_{(\text{المحسوبة})} = \frac{م_ا - م_ب}{\text{الخطأ المعيارى}} = \frac{٢}{٢} = ١$$

وعندما تكون المجموعات أكبر من ٥٠ ، يمكن اعتبار أن ت(النظرية) = ٢ .

وفى مثالنا .

ت(المحسوبة) $<$ ٢ أى أن

ت (المحسوبة) $<$ ت(النظرية)

وبهذا فإن الفرق بين المتوسطين ليس له دلالة ، أى أنه لا يمكن اعتبار أن التلاميذ أكثر ذكاء من التلميذات :

تمارين :

(١) أعطى اختبار إنجليزى لتسعين تلميذاً . ولثمانين تلميذة فى إحدى المدارس . وكان متوسط درجات التلاميذ ٩٨ ، ومتوسط درجات التلميذات ١٠٢ ، والانحرافان المعياريان للمجموعتين ١٢ ، ١٥ على الترتيب ، فهل الفرق بين المتوسطين ذو دلالة .

(٢) يعطى أحد المدرسين امتحان إنجليزى لتلاميذه كل عام، وكان عدد تلاميذه فى إحدى السنوات ١١٠ ، والدرجة المتوسطة لهم ٦٨ ، ولانحراف المعيارى ١١ ، بينما كان عدد تلاميذه فى العام التالى ١٠٠ ، والدرجة المتوسطة لهم ٦٥ ، وانحرافهم المعيارى ٩ ، فهل الفرق بين انجازى المجموعتين راجع إلى الصدفة ؟

(ب) المجموعات الصغيرة (أقل من ٥٠) ، عندما لا توجد علاقة بين الدرجات :

يبلغ عدد تلاميذ أحد الفصول ٢٥ تلميذاً ، ومتوسط معاملات ذكائهم ١١٠ ، وانحرافها المعيارى ١٥ ؛ بينما يبلغ عدد تلميذات أحد الفصول ٣٠ تلميذة ،متوسط معاملات ذكائهن ١١٥، والانحراف المعيارى ١٠ ، فهل التلميذات أكثر ذكاء من التلاميذ ؟

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{(\text{ن}_{\text{ا}}\text{ع}_{\text{ا}}^{2} + \text{ن}_{\text{ب}}\text{ع}_{\text{ب}}^{2})(\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}})}{(\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}} - 2)(\text{ن}_{\text{ا}} \times \text{ن}_{\text{ب}})}}$$

$$\therefore \text{ت(المحسوبة)} = \frac{\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\sqrt{\dfrac{(\text{ن}_{\text{ا}}\text{ع}_{\text{ا}}^{2} + \text{ن}_{\text{ب}}\text{ع}_{\text{ب}}^{2})(\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}})}{(\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}} - 2)(\text{ن}_{\text{ا}} \times \text{ن}_{\text{ب}})}}}$$

$$= \frac{\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}}}{\sqrt{\text{ن}_{\text{ا}}\text{ع}_{\text{ا}}^{2} + \text{ن}_{\text{ب}}\text{ع}_{\text{ب}}^{2}}} \times \sqrt{\frac{(\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}} - 2)(\text{ن}_{\text{ا}} \times \text{ن}_{\text{ب}})}{(\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}})}}$$

فإذا كانت قيمة ت (المحسوبة) أكبر من ت (النظرية) المبينة فى جدول ١١ ، بالنسبة لقيمة ن التى تساوى $\text{ن}_{\text{ا}} + \text{ن}_{\text{ب}} - 2$ ؛ فإن الفرق بين المتوسطين يكون ذا دلالة ، أى لا يكون راجعاً للصدفة .

ففى المثال السابق :

	البنات	الأولاد
المتوسط	١١٥ ($\text{م}_{\text{ا}}$)	١١٠ ($\text{م}_{\text{ب}}$)
ع	١٠ ($\text{ع}_{\text{ا}}$)	١٥ ($\text{ع}_{\text{ب}}$)
ن	٣٠ ($\text{ن}_{\text{ا}}$)	٢٥ ($\text{ن}_{\text{ب}}$)

$$\text{م}_{\text{ا}} - \text{م}_{\text{ب}} = 115 - 110$$
$$= 5$$

$$\sqrt{\text{ن}_{أ}\,ع_{أ}^{٢} + \text{ن}_{ب}\,ع_{ب}^{٢}} = \sqrt{٣٠ \times ١٠٠ + ٢٥ \times ٢٢٥}$$

$$= \sqrt{٣٠٠٠ + ٥٦٢٦}$$

$$= \sqrt{٨٦٢٥}$$

$$= ٩٢{,}٨٧$$

$$\sqrt{\frac{(\text{ن}_{أ} + \text{ن}_{ب} - ٢)\,(\text{ن}_{أ}\,\text{ن}_{ب})}{\text{ن}_{أ} + \text{ن}_{ب}}} = \sqrt{\frac{(٣٠ + ٢٥ - ٢)\,(٣٠ \times ٢٥)}{٣٠ + ٢٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٣ \times ٣٠ \times ٢٥}{٥٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{٣٩٧٥٠}{٥٥}}$$

$$= ٢٦{,}٨٨$$

$$\text{ت(المحسوبة)} = \frac{٥ \times ٢٦{,}٨٨}{٩٢{,}٨٧}$$

$$= \frac{١٣٤{,}٤}{٩٢{,}٨٧} = \underline{١{,}٤٥}$$

وتوجد ت(النظرية) من الجدول ١١ ، بقراءة قيمة ن التي تقابل $\text{ن} = \text{ن}_{أ} + \text{ن}_{ب} - ٢$ وهي في حالتنا :

$$\text{ن} = ٣٠ + ٢٥ - ٢ = ٥٣$$

ومن جدول ١١ نرى أن ت(النظرية) للعدد ن = ٥٣ يقع بين ٢,٠١ ، ٢,٠٠ وبهذا تكون ت(المحسوبة) أصغر . ويكون الفرق بين المتوسطين غير ذى دلالة ، ولا يمكن القول بأن البنات أكثر ذكاء من الأولاد .

تمارين :

(١) إذا كان متوسط درجة عشرين تلميذاً ، في امتحان ما ٥٦ . والانحراف المعيارى ٨ ، بينما كان متوسط درجة ١٥ تلميذه ، ٥٣ ، والانحراف المعيارى ١٢ ، فهل للفرق بين المتوسطين دلالة إحصائية .

(٢) أى هذين الإنجازين يعتبر الإنجاز الأفضل ؟

ا) عدد التلاميذ ٣٠ ، والدرجة المتوسطة ٥٠ ، والانحراف المعيارى ١٠ ، أو

ب) عدد التلاميذ ٢٠ ، والدرجة المتوسطة ٥٢ ، والانحراف المعيارى ١٢ .

(حـ) دلالة الفروق بين متوسطات الدرجات التى توجد بينها علاقة

أعطى أحد المدرسين لتلاميذ فصله الذين يبلغ عددهم ٣٦ ، اختباراً فى الحساب ، ووجد أن الدرجة المتوسطة لهم ٥٠ ، والانحراف المعيارى ١٢ . وأعطاهم بعد شهر اختباراً مشابهاً ووجد أن الدرجة المتوسطة ٦٠ ، والانحراف المعيارى ٨ .

فإذا كان معامل الارتباط بين المجموعتين من الدرجات ٠،٦٠ فهل كان تقدم التلاميذ فى الحساب تقدماً ذا دلالة .

فى هذه الحالة :

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{ع_ا^{٢}}{ن_ا} + \frac{ع_ب^{٢}}{ن_ب} - ٢\,ر_{اب}\,\frac{ع_ا ع_ب}{ن_ا ن_ب}}$$

حيث ر$_{اب}$ هو معامل الارتباط بين مجموعتى الدرجات .

$$\text{ت (المحسوبة)} = \frac{م_ا - م_ب}{\sqrt{\frac{ع_ا^{٢}}{ن_ا} + \frac{ع_ب^{٢}}{ن_ب} - ٢\,ر_{اب} \times \frac{ع_ا ع_ب}{ن_ا ن_ب}}}$$

فإذا كانت ت(المحسوبة) أكبر من ت(النظرية) فى الجدول ١١ لقيمة ن = ن ا + ن ب − ١ فإن الفرق بين المتوسطين يكون ذا دلالة ، فى المثال السابق :

	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
المتوسط	٥٠ (م ب)	٦٠ (م ا)
ع	١٢ (ع ب)	٨ (ع ا)
ن	٣٦ (ن ب)	٣٦ (ن ا)

$$م_ب - م_ا \quad = ٦٠ - ٥٠$$

$$= ١٠$$

$$\frac{ع_ا^{٢}}{ن_ا} = \frac{٦٤}{٣٦} = ١،٧٨$$

$$\frac{\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{ب}}}{\text{ن}_{\text{ب}}} = \frac{\text{١٤٤}}{\text{٣٦}} = \text{٤}$$

$$\text{٢}\,\text{ر}_{\text{اب}} \times \sqrt{\frac{\text{ع}_{\text{ا}}\,\text{ع}_{\text{ب}}}{\text{ن}_{\text{ا}}\,\text{ن}_{\text{ب}}}} = \text{٢} \times \frac{\text{٦}}{\text{١٠}} \times \sqrt{\frac{\text{٨} \times \text{١٢}}{\text{٣٦} \times \text{٣٦}}}$$

$$= \frac{\text{٢} \times \text{٦} \times \text{٨} \times \text{١٢}}{\text{١٠} \times \text{٣٦}}$$

$$= \text{٣,٢٠}$$

$$\sqrt{\frac{\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{ا}}}{\text{ن}_{\text{ا}}} + \frac{\text{ع}^{\text{٢}}_{\text{ب}}}{\text{ن}_{\text{ب}}} - \text{٢}\,\text{ر}_{\text{اب}} \times \frac{\text{ع}_{\text{ا}}\,\text{ع}_{\text{ب}}}{\text{ن}_{\text{ا}}\,\text{ن}_{\text{ب}}}} = \sqrt{(\text{١,٧٨} + \text{٤} - \text{٣,٢٠})}$$

$$= \sqrt{\text{٢,٥٨}}$$

$$= \text{١,٦١}$$

$$\text{ت(المحسوبة)} = \frac{\text{١٠}}{\text{١,٦١}} = \text{٦,٢١}$$

توجد قيمة ت (النظرية) من الجدول ١١ للعدد : ن = ٣٦ + ٣٦ – ١ = ٧١

فنجد أنها تقع بين ٢ ، ١,٩٩

وحيث إن ت(المحسوبة) = ٧

∴ الفرق بين المتوسطين ذو دلالة ، وأن التلاميذ قد تقدموا حقيقياً فى الحساب .

جدول ١١

ن	ت (المحسوبة)	ن	ت (المحسوبة)
١	١٢،٧١	٢١	٢،٠٨
٢	٤،٣٠	٢٢	٢،٠٧
٣	٣،١٨	٢٣	٢،٠٧
٤	٢،٧٨	٢٤	٢،٠٦
٥	٢،٥٧	٢٥	٢،٠٦
٦	٢،٤٥	٢٦	٢،٠٦
٧	٢،٣٦	٢٧	٢،٠٥
٨	٢،٣١	٢٨	٢،٠٥
٩	٢،٢٦	٢٩	٢،٠٤
١٠	٢،٢٣	٣٠	٢،٠٤
١١	٢،٢٠	٣٥	٢،٠٣
١٢	٢،١٨	٤٠	٢،٠٢
١٣	٢،١٦	٤٥	٢،٠٢
١٤	٢،١٤	٥٠	٢،٠١
١٥	٢،١٣	٦٠	٢،٠٠
١٦	٢،١٢	٧٠	٢،٠٠
١٧	٢،١١	٨٠	١،٩٩
١٨	٢،١٠	٩٠	١،٩٩
١٩	٢،٠٩		
٢٠	٢،٠٩		

تمارين :

(١) كانت الدرجة المتوسطة لفصل من ٣٥ تلميذاً هي ٦٨ ، بانحراف معيارى ١٠ فى إحدى الفترات ؛ وفى الفترة التالية كانت الدرجة المتوسطة ٧٢ بانحراف معيارى ١٢ . فهل هناك فرق ذو دلالة بين الأداء فى الفترتين إذا كان معامل الارتباط بين درجات الفترتين ٦٥، .

(٢) إذا ارتكب ثلاثون تلميذاً فى اختبار هجاء ، مكون من ٢٠ سؤالا . ٢٥٠ خطأ ، بينما كان عدد الأخطاء فى اختبار مشابه ٣٠٠ خطأ ، فإذا كان الانحراف المعيارى فى درجات الاختبار الأول ٢ ؛ وفى درجات الاختبار الثانى ٣ : وكان معامل الارتباط بين النتيجتين ٨، ؛ فهل الفرق بين النتيجتين راجع للصدفة ؟

ملاحق

الملحق – ١

استنتاج معادلة الانحراف المعيارى

الدرجة الخام = س   المتوسط = م   المتوسط الفرضى = م فرضى

عدد الدرجات = ن

الانحراف عن المتوسط = ح = س – م   (١)

الانحراف عن المتوسط الفرضى = ح' = س – م فرضى   (٢)

س = ح' + م فرضى   من المعادلة (٢)

وبالتعويض عن س فى المعادلة (١) بقيمتها

∴ ح = (ح' + م فرضى) – م

∴ ح = ح' – (م – م فرضى)

وبفرض أن م – م فرضى = هـ   (٣)

∴ ح = ح' – هـ

∴ ح^2 = (ح' – هـ)^2

∴ ح^2 = ح'^{2} – ٢ هـ ح' + هـ^2

∴ مجـ ح^2 = مجـ ح'^{2} – ٢ هـ مجـ ح' + ن هـ^2 (٤)

ولكن مجـ ح' = مجـ س – ن م فرضى . . . من المعادلة (٢)

∴ مجـ ح' = مجـ (م + ح) – ن م فرضى

[حيث إن س = م + ح . . . من المعادلة (١)]

∴ مجـ ح' = مجـ م + مجـ ح – ن م فرضى

∴ مجـ ح' = ن م + مجـ ح – ن م فرضى

ولكن مجـ ح = صفر (حيث إن مجموع الانحرافات الموجبة عن المتوسط يساوى مجموع الانحرافات السالبة عنه) .

∴ مجـ ح' = ن م – ن م فرضى

∴ مجـ ح' = ن (م – م فرضى)

∴ مجـ ح' = ن هـ (من المعادلة ٣)

$$\therefore\ \text{م} = \frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}}{\text{ن}}$$

وبالتعويض عن م فى المعادلة (٤) بقيمتها .

$$\therefore\ \text{مجـ ح}^{\text{٢}} = \text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}^{\text{٢}} - \text{٢}\left(\frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}}{\text{ن}}\right)\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}} + \text{ن}\left(\frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}}{\text{ن}}\right)^{\text{٢}}$$

$$\therefore\ \text{مجـ ح}^{\text{٢}} = \text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}^{\text{٢}} - \text{٢}\,\frac{(\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}})^{\text{٢}}}{\text{ن}} + \frac{(\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}})^{\text{٢}}}{\text{ن}}$$

$$\therefore\ \text{مجـ ح}^{\text{٢}} = \text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}^{\text{٢}} - \frac{(\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}})^{\text{٢}}}{\text{ن}}$$

$$\therefore\ \frac{\text{مجـ ح}^{\text{٢}}}{\text{ن}} = \frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}^{\text{٢}}}{\text{ن}} - \frac{(\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}})^{\text{٢}}}{\text{ن}^{\text{٢}}}$$

$$\therefore\ \text{ع}^{\text{٢}} = \frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}^{\text{٢}}}{\text{ن}} - \frac{(\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}})^{\text{٢}}}{\text{ن}^{\text{٢}}}$$

$$\therefore\ \underset{\text{(الانحراف المعيارى)}}{\text{ع}} = \sqrt{\left[\frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}^{\text{٢}}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ}\,\bar{\text{ح}}}{\text{ن}}\right)^{\text{٢}}\right]}$$

ملحق ـ ٢

المساحات أسفل المنحنى الاعتدالى (كنسب من المساحة الكلية) بين المحور المتوسط والمحاور على أبعاد معيارية مختلفة منه

	,٠٠	,٠١	,٠٢	,٠٣	,٠٤	,٠٥	,٠٦	,٠٧	,٠٨	,٠٩
٠,٠	,٠٠٠٠	,٠٠٤٠	,٠٠٨٠	,٠١٢٠	,٠١٦٠	,٠١٩٩	,٠٢٣٩	,٠٢٧٩	,٠٣١٩	,٠٣٥٩
٠,١	,٠٣٩٨	,٠٤٣٨	,٠٤٧٨	,٠٥١٧	,٠٥٥٧	,٠٥٩٦	,٠٦٣٦	,٠٦٧٥	,٠٧١٤	,٠٧٥٣
٠,٢	,٠٧٩٣	,٠٨٣٢	,٠٨٧١	,٠٩١٠	,٠٩٤٨	,٠٩٨٧	,١٠٢٦	,١٠٦٤	,١١٠٣	,١١٤١
٠,٣	,١١٧٩	,١٢١٧	,١٢٥٥	,١٢٩٣	,١٣٣١	,١٣٦٨	,١٤٠٦	,١٤٤٣	,١٤٨٠	,١٥١٧
٠,٤	,١٥٥٤	,١٥٩١	,١٦٢٨	,١٦٦٤	,١٧٠٠	,١٧٣٦	,١٧٧٢	,١٨٠٨	,١٨٤٤	,١٨٧٩
٠,٥	,١٩١٥	,١٩٥٠	,١٩٨٥	,٢٠١٩	,٢٠٥٤	,٢٠٨٨	,٢١٢٣	,٢١٥٧	,٢١٩٠	,٢٢٢٤
٠,٦	,٢٢٥٧	,٢٢٩١	,٢٣٢٤	,٢٣٥٧	,٢٣٨٩	,٢٤٢٢	,٢٤٥٤	٢٤٨٦	,٢٥١٧	,٢٥٤٩
٠,٧	,٢٥٨٠	,٢٦١١	,٢٦٤٢	,٢٦٧٣	,٢٧٠٤	,٢٧٣٤	,٢٧٦٤	,٢٧٩٤	,٢٨٢٣	,٢٨٥٢
٠,٨	,٢٨٨١	,٢٩١٠	,٢٩٣٩	,٢٩٦٧	,٢٩٩٥	,٣٠٢٣	,٣٠٥١	,٣٠٧٨	,٣١٠٦	,٣١٣٣
٠,٩	,٣١٥٩	,٣١٨٦	,٣٢١٢	,٣٢٣٨	,٣٢٦٤	,٣٢٩٠	,٣٣١٥	,٣٣٤٠	,٣٣٦٥	,٣٣٨٩
١,—	,٣٤١٣	,٣٤٣٨	,٣٤٦١	,٣٤٨٥	,٣٥٠٨	,٣٥٣١	,٣٥٥٤	,٣٥٧٧	,٣٥٩٩	,٣٦٢١
١,١	,٣٦٤٣	,٣٦٦٥	,٣٦٨٦	,٣٧٠٨	,٣٧٢٩	,٣٧٤٩	,٣٧٧٠	,٣٧٩٠	,٣٨١٠	,٣٨٣٠
١,٢	,٣٨٤٩	,٣٨٦٩	,٣٨٨٨	,٣٩٠٧	,٣٩٢٥	,٣٩٤٤	,٣٩٦٢	,٣٩٨٠	,٣٩٩٧	,٤٠١٥
١,٣	,٤٠٣٢	,٤٠٤٩	,٤٠٦٦	,٤٠٨٢	,٤٠٩٩	,٤١١٥	,٤١٣١	,٤١٤٧	,٤١٦٢	,٤١٧٧
١,٤	,٤١٩٢	,٤٢٠٧	,٤٢٢٢	,٤٢٣٦	,٤٢٥١	,٤٢٦٥	,٤٢٧٩	,٤٢٩٢	,٤٣٠٦	,٤٣١٩
١,٥	,٤٣٣٢	,٤٣٤٥	,٤٣٥٧	,٤٣٧٠	,٤٣٨٣	,٤٣٩٤	,٤٤٠٦	,٤٤١٨	,٤٤٢٩	,٤٤٤١

تابع — ملحق ٢

	,٠٠	,٠١	,٠٢	,٠٣	,٠٤	,٠٥	,٠٦	,٠٧	,٠٨	,٠٩
١.٦	.٤٤٥٢	.٤٤٦٣	.٤٤٧٤	,٤٤٨٤	,٤٤٩٥	.٤٥٠٥	.٤٥١٥	.٤٥٢٥	,٤٥٣٥	,٤٥٤٥
١,٧	.٤٥٥٤	٤٥٦٤	,٤٥٧٣	,٤٥٨٢	.٤٥٩١	.٤٥٩٩	.٤٦٠٨	.٤٦١٦	,٤٦٢٥	,٤٦٣٣
١.٨	.٤٦٤١	.٤٦٤٩	.٤٦٥٦	.٤٦٦٤	.٤٦٧١	,٤٦٧٨	.٤٦٨٦	,٤٦٩٣	,٥٦٩٩	,٤٧٠٦
١.٩	.٤٧١٣	.٤٧١٩	,٤٧٢٦	.٤٧٣٢	.٤٧٣٨	.٤٧٤٤	.٤٧٥٠	.٤٧٥٦	.٤٧٦١	.٤٧٦٧
٢.٠	.٤٧٧٢	,٤٧٧٨	,٤٧٨٣	.٤٧٨٨	.٤٧٩٣	.٤٧٩٨	,٤٨٠٣	,٤٨٠٨	.٤٨١٢	.٤٨١٧
٢,١	.٤٨٢١	.٤٨٢٦	.٤٨٣٠	.٤٨٣٤	.٤٨٣٨	.٤٨٤٢	.٤٨٤٦	.٤٨٥٠	.٤٨٥٤	,٤٨٥٧
٢.٢	.٤٨٦١	.٤٨٦٤	,٤٨٦٨	.٤٨٧١	.٤٨٧٥	,٤٨٧٨	.٤٨٨١	,٤٨٨٤	,٤٨٨٧	,٤٨٩٠
٢.٣	.٤٨٩٣	,٤٨٩٦	.٤٨٩٨	,٤٩٠١	.٤٩٠٤	.٤٩٠٦	.,٤٩٠٩	.٤٩١١	,٤٩١٣	.٤٩١٦
٢.٤	.٤٩١٨	.٤٩٢٠	,٤٩٢٢	,٤٩٢٥	.٤٩٢٧	.٤٩٢٩	,٤٩٣١	.٤٩٣٢	,٤٩٣٤	.٤٩٣٦
٢.٥	.٤٩٣٨	,٤٩٤٠	,٤٩٤١	,٤٩٤٣	.٤٩٤٥	.٤٩٤٦	.٤٩٤٨	.٤٩٤٩	,٤٩٥١	,٤٩٥٢
٢.٦	.٤٩٥٣	.٤٩٥٥	,٤٩٥٦	,٤٩٥٧	.٤٩٥٩	.٤٩٦١	.٤٩٦١	.٤٩٦٢	.٤٩٦٣	,٤٩٦٤
٢.٧	.٤٩٦٥	,٤٩٦٦	,٤٩٦٧	.٤٩٦٨	.٤٩٦٩	,٤٩٧٠	.٤٩٧١	,٤٩٧٢	,٤٩٧٣	,٤٩٧٤
٢.٨	.٤٩٧٤	.٤٩٧٥	.٤٩٧٦	,٤٩٧٧	.٤٩٧٧	,٤٩٧٨	.٤٩٧٩	.٤٩٧٩	,٤٩٨٠	,٤٩٨١
٢.٩	,٤٩٨١	,٤٩٨٢	,٤٩٨٢	,٤٩٨٣	.٤٩٨٤	,٤٩٨٤	,٤٩٨٥	,٤٩٨٥	,٤٩٨٦	,٤٩٨٦
٣,—	,٤٩٨٧	—	—	—	—	—	—	—	—	—
٣,٥	.٤٩٩٨	—	—	—	—	—	—	—	—	—
٤,—	,٤٩٩٩	—	—	—	—	—	—	—	—	—

ملحق ـ ٣

المحاور أسفل المنحنى الاعتدالى (كنسب من المحور المتوسط) على مسافات معيارية متباينة من المتوسط

	,٠٠	,٠١	,٠٢	,٠٣	,٠٤	,٠٥	,٠٦	,٠٧	,٠٨	,٠٩
٠,٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	,٩٩٩٨	,٩٩٩٦	,٩٩٩٢	,٩٩٨٨	,٩٩٨٢	,٩٩٧٦	,٩٩٦٨	,٩٩٦٠
٠,١	,٩٩٥٠	,٩٩٤٠	,٩٩٢٨	,٩٩١٦	,٩٩٠٣	,٩٨٨٨	,٩٨٧٣	,٩٨٥٧	,٩٨٣٩	,٩٨٢١
٠,٢	,٩٨٠٢	,٩٧٨٢	,٩٧٦١	,٩٧٣٩	,٩٧١٦	,٩٦٩٢	,٩٦٦٨	,٩٦٤٢	,٩٦١٦	,٩٥٨٨
٠,٣	,٩٥٦٠	,٩٥٣١	,٩٥٠١	,٩٤٧٠	,٩٤٨٣	,٩٤٠٦	,٩٣٧٣	,٩٣٣٨	,٩٣٠٣	,٩٢٦٨
٠,٤	,٩٢٣١	,٩١٩٤	,٩١٥٩	,٩١١٧	,٩٠٧٧	,٩٠٣٧	,٨٩٩٦	,٨٩٥٤	,٨٩١٢	,٨٨٦٩
٠,٥	,٨٨٢٥	,٨٧٨١	,٨٧٣٥	,٨٦٩٠	,٨٦٤٣	,٨٥٩٦	,٨٥٤٩	,٨٥٠١	,٨٤٥٢	,٨٤٠٣
٠,٦	,٨٣٥٣	,٨٣٠٢	,٨٢٥١	,٨٢٠٠	,٨١٤٨	,٨٠٩٦	,٨٠٤٣	,٧٩٩٠	,٧٩٣٦	,٧٨٨٢
,٧	,٧٨٢٧	,٧٧٧٢	,٧٧١٧	,٧٦٦١	,٧٦٠٥	,٧٥٤٨	,٧٤٩٢	,٧٤٣٥	,٧٣٧٧	,٧٣١٩
,٨	,٧٢٦٢	,٧٢٠٣	,٧١٤٥	,٧٠٨٦	,٧٠٢٧	,٦٩٦٨	,٦٩٠٩	,٦٨٤٩	,٦٧٩٠	,٦٧٣٠
,٩	,٦٦٧٠	,٦٦١٠	,٦٥٥٠	,٦٤٨٩	,٦٤٢٩	,٦٣٦٨	,٦٣٠٨	,٦٢٤٧	,٦١٨٧	,٦١٢٦
١,٠	,٦٠٦٥	,٦٠٠٥	,٥٩٤٤	,٥٨٨٣	,٥٨٢٣	,٥٧٦٢	,٥٧٠٢	,٥٦٤١	,٥٥٨١	,٥٥٢١
١,١	,٥٤٦١	,٥٤٠١	,٥٣٤١	,٥٢٨١	,٥٢٢٢	,٥١٦٢	,٥١٠٣	,٥٠٤٤	,٤٩٨٥	,٤٩٢٦
١,٢	,٤٨٦٨	,٤٨٠٩	,٤٧٥١	,٤٦٩٣	,٤٦٣٦	,٤٥٧٨	,٤٥٢١	,٤٤٦٤	,٤٤٠٨	,٤٣٥٢
١,٣	,٤٢٩٦	,٤٢٤٠	,٤١٨٥	,٤١٢٩	,٤٠٧٥	,٤٠٢٠	,٣٩٦٦	,٣٩١٢	,٣٨٥٩	,٣٨٠٦
١,٤	,٣٧٥٣	,٣٧٠١	,٣٦٤٩	,٣٥٩٧	,٣٥٤٦	,٣٤٩٥	,٣٤٤٥	,٣٣٩٤	,٣٣٤٥	,٣٢٩٥
١,٥	,٣٢٤٧	,٣١٩٨	,٣١٥٠	,٣١٠٢	,٣٠٥٥	,٣٠٠٨	,٢٩٦٢	,٢٩١٦	,٢٨٧٠	,٢٨٢٥
١,٦	,٢٧٨٠	,٢٧٣٦	,٢٦٩٢	,٢٦٤٩	,٢٦٠٦	,٢٥٦٣	,٢٥٢١	,٢٤٨٠	,٢٤٣٩	,٢٣٩٨

تابع — ملحق ٣

	,٠٠	,٠١	,٠٢	,٠٣	,٠٤	,٠٥	,٠٦	,٠٧	,٠٨	,٠٩
١,٧	,٢٣٥٨	,٢٣١٨	,٢٢٧٨	,٢٢٣٩	,٢٢٠١	,٢١٦٣	,٢١٢٥	,٢٠٨٨	,٢٠٥١	,٢٠١٥
١,٨	,١٩٧٩	,١٩٤٤	,١٩٠٩	,١٨٧٤	,١٨٤٠	,١٨٠٦	,١٧٧٣	,١٧٤٠	,١٧٠٨	,١٦٧٦
١,٩	,١٦٤٥	,١٦١٤	,١٥٨٤	,١٥٥٣	,١٥٢٣	,١٤٩٤	,١٤٦٥	,١٤٣٦	,١٤٠٨	,١٣٨١
٢,٠	,١٣٥٣	,١٣٢٧	,١٣٠٠	,١٢٧٤	,١٢٤٨	,١٢٢٣	,١١٩٨	,١١٧٤	,١١٥٠	,١١٢٦
٢,١	,١١٠٣	,١٠٨٠	,١٠٥٧	,١٠٣٥	,١٠١٣	,٠٩٩١	,٠٩٧٠	,٠٩٥٠	,٠٩٢٩	,٠٩٠٩
٢,٢	,٠٨٨٩	,٠٨٧٠	,٠٨٥١	,٠٨٣٢	,٠٨١٤	,٠٧٩٦	,٠٧٧٨	,٠٧٦٠	,٠٧٤٣	,٠٧٢٧
٢,٣	,٠٧١٠	,٠٦٩٤	,٠٦٧٨	,٠٦٦٢	,٠٦٤٧	,٠٦٣٢	,٠١٦٧	,٠٦٠٣	,٠٥٨٩	,٠٥٧٥
٢,٤	,٠٥٦١	,٠٥٤٨	,٠٥٣٥	,٠٥٢٢	,٠٥١٠	,٠٤٩٧	,٠٤٨٥	,٠٤٧٣	,٠٤٦٢	,٠٤٥١
٢,٥	,٠٤٣٩	,٠٤٢٩	,٠٤١٨	,٠٤٠٧	,٠٣٩٧	,٠٣٨٧	,٠٣٧٨	,٠٣٦٨	,٠٣٥٨	,٠٣٤٩
٢,٦	,٠٣٤١	,٠٣٣٢	,٠٣٢٣	,٠٣١٥	,٠٣٠٧	,٠٢٩٩	,٠٢٩١	,٠٢٨٣	,٠٢٧٦	,٠٢٦٨
٢,٧	,٠٢٦١	,٠٢٥٤	,٠٢٤٧	,٠٢٤١	,٠٢٣٤	,٠٢٢٨	,٠٢٢٢	,٠٢١٦	,٠٢١٠	,٠٢٠٤
٢,٨	,٠١٩٨	,٠١٩٣	,٠١٨٨	,٠١٨٢	,٠١٧٧	,٠١٧٢	,٠١٦٧	,٠١٦٣	,٠١٥٨	,٠١٥٤
٢,٩	,٠١٤٩	,٠١٤٥	,٠١٤١	,٠١٣٧	,٠١٣٣	,٠١٢٩	,٠١٢٥	,٠١٢٢	,٠١١٨	,٠١١٥
٣,٠	,٠١١١	—	—	—	—	—	—	—	—	—

ملحق ــ ٤

جدول المربعات والجذور التربيعية للأعداد ١ ــ ٢٠٠

العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي
١	١	١.٠٠٠	٢٦	٦٧٦	٥.٠٩٩	٥١	٢٦٠١	٧,١٤١
٢	٤	١.٤١٤	٢٧	٧٢٩	٥.١٩٦	٥٢	٢٧٠٤	٧,٢١١
٣	٩	١.٧٣٢	٢٨	٧٨٤	٥,٢٩٢	٥٣	٢٨٠٩	٧,٢٨٠
٤	١٦	٢,٠٠٠	٢٩	٨٤١	٥.٣٨٥	٥٤	٢٩١٦	٧,٣٤٨
٥	٢٥	٢.٢٣٦	٣٠	٩٠٠	٥.٤٧٧	٥٥	٣٠٢٥	٧.٤١٦
٦	٣٦	٢.٤٤٩	٣١	٩٦١	٥.٥٦٨	٥٦	٣١٣٦	٧.٤٨٣
٧	٤٩	٢,٦٤٦	٣٢	١٠٢٤	٥.٦٥٧	٥٧	٣٢٤٩	٧,٥٥٠
٨	٦٤	٢,٨٢٨	٣٣	١٠٨٩	٥.٧٤٥	٥٨	٣٣٦٤	٧,٦١٦
٩	٨١	٣,٠٠٠	٣٤	١١٥٦	٥.٨١٣	٥٩	٣٤٨١	٧,٦٨١
١٠	١٠٠	٣.١٦٢	٣٥	١٢٢٥	٥.٩١٦	٦٠	٣٦٠٠	٧,٧٤٦
١١	١٢١	٣,٣١٧	٣٦	١٢٩٦	٦,٠٠٠	٦١	٣٧٢١	٧,٨١٠
١٢	١٤٤	٣,٤٦٤	٣٧	١٣٦٩	٦,٠٨٣	٦٢	٣٨٤٤	٧,٨٧٤
١٣	١٦٩	٣,٦٠٦	٣٨	١٤٤٤	٦,١٦٤	٦٣	٣٩٦٩	٧,٩٣٧
١٤	١٩٦	٣,٧٤٢	٣٩	١٥٢١	٦,٢٤٥	٦٤	٤٠٩٦	٨,٠٠٠
١٥	٢٢٥	٣,٨٧٣	٤٠	١٦٠٠	٦,٣٢٥	٦٥	٤٢٢٥	٨,٠٦٢
١٦	٢٥٦	٤,٠٠٠	٤١	١٦٨١	٦.٤٠٣	٦٦	٤٣٥٦	٨,١٢٤
١٧	٢٨٩	٤,١٢٣	٤٢	١٧٦٤	٦.٤١٨	٦٧	٤٤٨٩	٨,١٨٥
١٨	٣٢٤	٤.٢٤٣	٤٣	١٨٤٩	٦.٥٥٧	٦٨	٤٦٢٤	٨,٢٤٦
١٩	٣٦١	٤,٣٥٩	٤٤	١٩٣٦	٦.٦٣٣	٦٩	٤٧٦١	٨,٣٠٧
٢٠	٤٠٠	٤,٤٧٢	٤٥	٢٠٢٥	٦.٧٠٨	٧٠	٤٩٠٠	٨,٣٦٧
٢١	٤٤١	٤.٥٨٣	٤٦	٢١١٦	٦.٧٨٢	٧١	٥٠٤١	٨,٤٢٦
٢٢	٤٨٤	٤,٦٩٠	٤٧	٢٢٠٩	٦.٨٥٦	٧٢	٥١٨٤	٨,٤٨٥
٢٣	٥٢٩	٤,٧٩٦	٤٨	٢٣٠٤	٦.٩٢٨	٧٣	٥٣٢٩	٨.٥٤٤
٢٤	٥٧٦	٤.٨٩٩	٤٩	٢٤٠١	٧,٠٠٠	٧٤	٥٤٧٦	٨,٦٠٢
٢٥	٦٢٥	٥.٠٠٠	٥٠	٢٥٠٠	٧.٠٧١	٧٥	٥٦٢٥	٨,٦٦٠

تابع – ملحق ٤

العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي
٧٦	٥٧٧٦	٨.٧١٨	١٠١	١٠٢٠١	١٠.٠٥٠	١٢٦	١٥٨٧٦	١١.٢٢٥
٧٧	٥٩٢٩	٨.٧٧٥	١٠٢	١٠٤٠٤	١٠.١٠٠	١٢٧	١٦١٢٩	١١.٢٦٩
٧٨	٦٠٨٤	٨.٨٣٢	١٠٣	١٠٦٠٩	١٠.١٤٩	١٢٨	١٦٣٨٤	١١,٣١٤
٧٩	٦٢٤١	٨.٨٨٨	١٠٤	١٠٨١٦	١٠.١٩٨	١٢٩	١٦٦٤١	١١,٣٥٨
٨٠	٦٤٠٠	٨.٩٤٤	١٠٥	١١٠٢٥	١٠.٢٤٧	١٣٠	١٦٩٠٠	١١.٤٠٢
٨١	٦٥٦١	٩.٠٠٠	١٠٦	١١٢٣٦	١٠.٢٩٦	١٣١	١٧١٦١	١١.٤٤٦
٨٢	٦٧٢٤	٩.٠٥٥	١٠٧	١١٤٤٩	١٠.٣٤٤	١٣٢	١٧٤٢٤	١١,٤٨٩
٨٣	٦٨٨٩	٩.١١٠	١٠٨	١١٦٦٤	١٠.٣٩٢	١٣٣	١٧٦٨٩	١١.٥٣٣
٨٤	٧٠٥٦	٩.١٦٥	١٠٩	١١٨٨١	١٠.٤٤٠	١٣٤	١٧٩٥٦	١١.٥٧٦
٨٥	٧٢٢٥	٩.٢٢٠	١١٠	١٢١٠٠	١٠.٤٨٨	١٣٥	١٨٢٢٥	١١.٦١٩
٨٦	٧٣٩٦	٩.٢٧٤	١١١	١٢٣٢١	١٠.٥٣٦	١٣٦	١٨٤٩٦	١١,٦٦٢
٨٧	٧٥٦٩	٩,٣٢٧	١١٢	١٢٥٤٤	١٠.٥٨٣	١٣٧	١٨٧٦٩	١١,٧٠٥
٨٨	٧٧٤٤	٩.٣٨١	١١٣	١٢٧٦٩	١٠.٦٣٠	١٣٨	١٩٠٤٤	١١,٧٤٧
٨٩	٧٩٢١	٩,٤٣٤	١١٤	١٢٩٩٦	١٠,٦٧٧	١٣٩	١٩٣٢١	١١,٧٩٠
٩٠	٨١٠٠	٩.٤٨٧	١١٥	١٣٢٢٥	١٠,٧٢٤	١٤٠	١٩٦٠٠	١١,٨٣٢
٩١	٨٢٨١	٩.٥٣٩	١١٦	١٣٤٥٦	١٠.٧٧٠	١٤١	١٩٨٨١	١١,٨٧٤
٩٢	٨٤٦٤	٩,٥٩٢	١١٧	١٣٦٨٩	١٠.٨١٧	١٤٢	٢٠١٦٤	١١,٩١٦
٩٣	٨٦٤٩	٩.٦٤٤	١١٨	١٣٩٢٤	١٠.٨٦٣	١٤٣	٢٠٤٤٩	١١,٩٥٨
٩٤	٨٨٣٦	٩,٦٩٥	١١٩	١٤١٦١	١٠.٩٠٩	١٤٤	٢٠٧٣٦	١٢,٠٠٠
٩٥	٩٠٢٥	٩.٧٤٧	١٢٠	١٤٤٠٠	١٠.٩٥٤	١٤٥	٢١٠٢٥	١٢,٠٤٢
٩٦	٩٢١٦	٩.٧٩٨	١٢١	١٤٦٤١	١١.٠٠٠	١٤٦	٢١٣١٦	١٢,٠٨٣
٩٧	٩٤٠٩	٩.٨٤٩	١٢٢	١٤٨٨٤	١١,٠٤٥	١٤٧	٢١٦٠٩	١٢,١٢٤
٩٨	٩٦٠٤	٩.٨٩٩	١٢٣	١٥١٢٩	١١.٠٩١	١٤٨	٢١٩٠٤	١٢,١٦٦
٩٩	٩٨٠١	٩.٩٥٠	١٢٤	١٥٣٧٦	١١.١٣٦	١٤٩	٢٢٢٠١	١٢,٢٠٧
١٠٠	١٠٠٠٠	١٠.٠٠٠	١٢٥	١٥٦٢٥	١١,١٨٠	١٥٠	٢٢٥٠٠	١٢,٢٤٧

تابع – ملحق ٤

العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي
١٥١	٢٢٨٠١	١٢,٢٨٨	١٧١	٢٩٢٤١	١٣,٠٧٧	١٨٦	٣٤٥٩٦	١٣,٦٣٨
١٥٢	٢٣١٠٤	١٢,٣٢٩	١٧٢	٢٩٥٨٤	١٣,١١٥	١٨٧	٣٤٩٦٩	١٣,٦٧٥
١٥٣	٢٣٤٠٩	١٢,٣٦٩	١٧٣	٢٩٩٢٩	١٣,١٥٣	١٨٨	٣٥٣٤٤	١٣,٧١١
١٥٤	٢٣٧١٦	١٢,٤١٠	١٧٤	٣٠٢٧٦	١٣,١٩١	١٨٩	٣٥٧٢١	١٣,٧٤٨
١٥٥	٢٤٠٢٥	١٢,٤٥٠	١٧٥	٣٠٦٢٥	١٣,٢٢٩	١٩٠	٣٦١٠٠	١٣,٧٨٤
١٥٦	٢٤٣٣٦	١٢,٤٩٠	١٧٦	٣٠٩٧٦	١٣,٢٦٦	١٩١	٣٦٤٨١	١٣,٨٢٠
١٥٧	٢٤٦٤٩	١٢,٥٣٠	١٧٧	٣١٣٢٩	١٣,٣٠٤	١٩٢	٣٦٨٦٤	١٣,٨٥٦
١٥٨	٢٤٩٦٤	١٢,٥٧٠	١٧٨	٣١٦٨٤	١٣,٣٤٢	١٩٣	٣٧٢٤٩	١٣,٨٩٢
١٥٩	٢٥٢٨١	١٢,٦١٠	١٧٩	٣٢٠٤١	١٣,٣٧٩	١٩٤	٣٧٦٣٦	١٣,٩٢٨
١٦٠	٢٥٦٠٠	١٢,٦٤٩	١٨٠	٣٢٤٠٠	١٣,٤١٦	١٩٥	٣٨٠٢٥	١٣,٩٦٤
١٦١	٢٥٩٢١	١٢,٦٨٩	١٨١	٣٢٧٦١	١٣,٤٥٤	١٩٦	٣٨٤١٦	١٤,٠٠٠
١٦٢	٢٦٢٤٤	١٢,٧٢٨	١٨٢	٣٣١٢٤	١٣,٤٩١	١٩٧	٣٨٨٠٩	١٤,٠٣٦
١٦٣	٢٦٥٦٩	١٢,٧٦٧	١٨٣	٣٣٤٨٩	١٣,٥٢٨	١٩٨	٣٩٢٠٤	١٤,٠٧١
١٦٤	٢٦٨٩٦	١٢,٨٠٦	١٨٤	٣٣٨٥٦	١٣,٥٦٥	١٩٩	٣٩٦٠١	١٤,١٠٧
١٦٥	٢٧٢٢٥	١٢,٨٤٥	١٨٥	٣٤٢٢٥	١٣,٦٠١	٢٠٠	٤٠٠٠٠	١٤,١٤٢
١٦٦	٢٧٥٥٦	١٢,٨٨٤						
١٦٧	٢٧٨٨٩	١٢,٩٢٣						
١٦٨	٢٨٢٢٤	١٢,٩٦١						
١٦٩	٢٨٥٦١	١٣,٠٠٠						
١٧٠	٢٨٩٠٠	١٣,٠٣٨						

الأجوبة

الفصل الثالث

ص (١٥)

١.

١٢	𝍷𝍷	٢
١١	𝍸𝍷	٦
١٠	𝍸	٥
٩	𝍷𝍷𝍷	٣
٨	𝍷𝍷𝍷	٣
٧	𝍸	٥
٦	𝍷𝍷𝍷𝍷	٤
٥	𝍷𝍷	٢
٤	𝍷𝍷	٢
٣	𝍷𝍷	٢
٢		صفر
١	𝍷	١
صفر		صفر
		٣٥

٢.

٦٥-٦٩	𝍷𝍷𝍷	٣
٦٠-٦٤	𝍷𝍷𝍷	٣
٥٥-٥٩	𝍸	٥
٥٠-٥٤	𝍸	٥
٤٥-٤٩	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	٩
٤٠-٤٤	𝍸 𝍷	٦
٣٥-٣٩	𝍷𝍷	٢
٣٠-٣٤	𝍷	١
٢٥-٢٩	𝍷𝍷	٢
٢٠-٢٤	𝍷	١
١٥-١٩	𝍷	١
١٠-١٤	𝍷	١
٥-٩	𝍷	١

ص (١٨)

١ـ

٩٥ - ٩٩	𝍷𝍷	٢
٩٠ - ٩٤		صفر
٨٥ - ٨٩	𝍷𝍷	٢
٨٠ - ٨٤	𝍷	١
٧٥ - ٧٩	𝍷𝍷𝍷𝍷	٤
٧٠ - ٧٤		صفر
٦٥ - ٦٩		صفر
٦٠ - ٦٤	𝍷𝍷	٢
٥٥ - ٥٩	𝍷𝍷	٢
٥٠ - ٥٤	𝍸 𝍷𝍷	٧
٤٥ - ٤٩	𝍸	٥
٤٠ - ٤٤	𝍷𝍷𝍷	٣
٣٥ - ٣٩	𝍷	١
٣٠ - ٣٤	𝍸	٥
٢٥ - ٢٩		صفر
٢٠ - ٢٤	𝍸	٥
١٥ - ١٩	𝍷	١
١٠ - ١٤	𝍷	١
٥ - ٩	𝍷	١
صفر - ٤		صفر
		٤٢

٢.

٩٨ - ١٠٤		صفر
٩١ - ٩٧	𝍷𝍷	٢
٨٤ - ٩٠	𝍸	٥
٧٧ - ٨٣	𝍸	٥
٧٠ - ٧٦	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	٩
٦٣ - ٦٩	𝍸 𝍸 𝍷	١١
٥٦ - ٦٢	𝍸	٥
٤٩ - ٥٥	𝍷𝍷	٢
٤٢ - ٤٨	𝍷𝍷	٢
٣٥ - ٤١	𝍷	١
٢٨ - ٣٤		صفر
٢١ - ٢٧		صفر
١٤ - ٢٠		صفر
٧ - ١٣		صفر
صفر - ٦		صفر
		٤٢

ص (١٩)

٩٥ - ٩٩	I	١
٩٠ - ٩٤	III	٣
٨٥ - ٨٩	IIII	٤
٨٠ - ٨٤	II	٢
٧٥ - ٧٩	𝍸 III	٨
٧٠ - ٧٤	IIII	٤
٦٥ - ٦٩	𝍸 II	٧
٦٠ - ٦٤	II	٢
٥٥ - ٥٩	IIII	٤
٥٠ - ٥٤	III	٣
٤٥ - ٤٩	I	١
٤٠ - ٤٤	II	٢
٣٥ - ٣٩		صفر
٣٠ - ٣٤	I	١
٢٥ - ٢٩		صفر
		٤٢

ص (٢٤)

(١)

١٠	٩	٧	٧	٦	٥
٩	٩	٧	٧	٥	٢
٩	٨	٧	٦	٥	صفر
٩	٨	٧	٦	٥	
٩	٨	٧	٦	٥	

(أ) ١١

(ب) ٧

(حـ) ١١

٢-

١٠	I	١
٩	I	١
٨	𝍸 IIII	٩
٧	I	١
٦		
٥	𝍸	٥
٤	IIII	٤
٣	II	٢
٢	IIII	٤
١	I	١
صفر		
		٢٨

❄. اتمني لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

ص (٢٤)

-٢	٩٧ - ٩١	𝍷	١
	٩٠ - ٨٤	𝍷𝍷𝍷𝍷	٤
	٨٣ - ٧٧	𝍸 𝍷𝍷𝍷	٨
	٧٦ - ٧٠	𝍷𝍷𝍷𝍷	٤
	٦٩ - ٦٣	𝍸	٥
	٦٢ - ٥٦	𝍸	٥
	٥٥ - ٤٩	𝍸 𝍸	١٠
	٤٨ - ٤٢	𝍷𝍷𝍷	٣
			٤٠

أ - ٥ ب - ٨

ص (٢٥)

-٤	٩٨ - ٩٠	𝍷𝍷𝍷	٣
	٨٩ - ٨١	𝍷	١
	٨٠ - ٧٢	𝍸 𝍷𝍷𝍷	٨
	٧١ - ٦٣	𝍸 𝍸 𝍷𝍷	١٢
	٦٢ - ٥٤	𝍸 𝍷𝍷	٧
	٥٣ - ٤٥	𝍸	٥
	٤٤ - ٣٦	𝍷𝍷𝍷𝍷	٤
			٤٠

١٢تلميذا

الفصل الرابع

ص (٢٧)

(١) م = ٧ (٢) م = ٢٩ (٣) م = ٥٤,٨

ص (٢٩)

(١) م = ٦

(٢) الدرجة

الدرجة	٢٠	١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥
التكرار	٢	١	٢	٢	٤	٢	٣	٥	٣	صفر	٢	٤	٢	٢	١	٢

م = ١٢,٦٥

ص (٣٧)

إنجليزى م = ٦٤,١ حساب م = ٦٦,٤

ص (٤٢) ، (٤٣) :

(١) ١١٩,٦٥ (٢) ٨٤,٣ (٣) إنجليزى ٥٧,٠٥

حساب ٣٨,٨٨

الفصل الخامس

ص (٤٦) :

(أ) ٤٠ (ب) ١٥,٢٣

ص (٤٧)

م = ٦٩ ع = ٩,٦٩٥

ص (٥٢) : ٢,٣٨

ص (٥٣) : (١) —٫٩

ص (٥٤) (٢) ٦,٩٥

ص (٥٥) (١) م = ٦٧.٤٥ ع = ١٥,٢

(٢) م = ٦٦.٤٥ ع = ١٥,٢٥

(٣) م = ٩٩ ع = ١٤,٦٦٥

(٤) م = ١٠٣,٣ ع = ١٤,٩٦٥

(٥) م = ٥٧,٠٥ ع = ٢٦

(٦) م = ٣٨,٨٨ ع = ١٧,٧

الفصل السادس

ص (٥٧) . (٥٨) :

(١) ٧٠ ($\frac{1}{4}$ ١ ع) ٦٧ ($\frac{1}{2}$ ١ ع) ∴ ٦٧ هى الدرجة الأحسن

(٢) ٧٥ ($\frac{1}{4}$ ١ ع) ٧٠ ($\frac{1}{2}$ ١ ع) ٦٨ ($\frac{1}{2}$ ١ ع)

الترتيب ٧٠ . ٦٨ . ٧٥ .

ص (٥٨) :

(أ) ١$\frac{1}{3}$ ع ، صفر ، —٢ ع . — $\frac{1}{3}$ ع

(ب) — $\frac{2}{3}$ ع ، — ١ ع ، صفر ، ٢ ع

(حـ) ١٣٠ ، ٨٥ ، ٨٠,٥ . ١٢٥,٥

ص (٦٣) :

(١) أ — الدرجات (م = ٤٠ . ع = ٢٠) : ٧٦ ، ٨٠ ، ٨٤ ، ٥٠ ، ٣٨ ، ٦٤ .

المجموع الكلى لدرجات الامتحان : ١٥٨ ، ١٦٠ ، ١٦٢ ، ١٠٠ ، ٧٨ ، ١٠٠ .

ب — ١١٩ ، ١٢٠ ، ١٢١ . ٩٠ . ٧٩ ، ٩٠

(٢) الترتيب وفقاً للدرجات الخام : (٤) . (١) ، (٣) ، (٦) ، (٨) ، (٧) ، (٥) ، (٢)

الترتيب وفقاً للدرجات المدرجة . (١) . (٤) . (٣) ، (٦) . (٨) ، (٧) متساويان ، (٥) ، (٢)

الفصل السابع

ص (٦٧) :

٧ ، ١٠٫٥ ، ١٤٫٥ ، ١٧٫٥ ، ٢٥ ، ٢٨ ، ٣٤ ، ٥٤ ، ٦٠ ، ٨٥ .

ص (٧٠) :

٢٫٥ ٣٫٥ ٥٫١٧ ٦٫١٦ ٦٫٨٣ ٨٫٠٧

ص (٧٣) :

(١) م١٠ = ٨٤٫٥ م٦٠ = ١٠٤٫٥

م٢٠ = ٩١٫٥ م٧٠ = ١٠٧٫٦٢٥

م٣٠ = ٩٥٫٩٣ م٨٠ = ١١٢

م٤٠ = ٩٩٫٥ م٩٠ = ١١٨٫٢٥

م٥٠ = ١٠٢ المدى الربيعى = ١٥٫١٩

(٢) م١٥ = ٧٦٫٦٤ م٧٥ = ٨٩٫٠٥

م٢٥ = ٧٩٫٢٤ م٨٥ = ٩٢٫٣٨

م٥٠ = ٨٣٫٩٦

ص (٧٥) :

م١٠ = ٣٫٧٥ م٦٠ = ٩٫١٧

م٢٠ = ٥٫٥ م٧٠ = ١٠٫ــ

م٣٠ = ٦٫٣٧٥ م٨٠ = ١٠٫٦٧

م٤٠ = ٧٫١ م٩٠ = ١١٫٢٥

م٥٠ = ٨٫ــ المدى الربيعى = ١٢٫١٨٢٥

ص (٧٩) :

(١) ٥٢ ٥٨٫٢٥ ٦٢٫٥ ٦٦٫٥ ٧١٫١٧ ٧٦٫١٧ ٧٩٫٥ ٨٢٫٣ ٨٥٫٧٥

(٢) ٢٥٫٠٨ ٤٠٫٩٨ ٥٣٫١

الفصل الثامن

ص (٨٥)
(١) ٩٥,٤٤
(٢) (أ) ٥٦,٧ ٪
(ب) ٨,٠٨ ٪
(جـ) ٣,٥٩ ٪
(٣) (أ) ٧٥,٠٥
(ب) ٥٩,١٥ — ٧٠.٨٥
(جـ) ٥٢,٤
(٤) (أ) ٢٥,١٤ ٪
(ب) ٩٢,٢ — ١٠٧,٨

ص (٨٧)
(١) (١) ٠,٤٧٥١
(٢) ٨٨٢٥ ٪
(٣) ٠,٠١٧٢
(٤) ٠,٤١٥٧
(٢) (١) ٠,٦٣
(٢) ٠,٩٢
(٣) ١,٣٥
(٤) ١,٧٩٥
(٥) ٠,٢٥٨٣

ص (٩٢)

٢ — التكرارات النظرية : ٠.٦٣٣	٦.١٧٦
١.٦٨٣	٤,٠٢٥
٣.٥١٨	١,٩٩٤
٥,٧٤١	٠,٧٨
٧,٤٦١	٠,٢٤٥
٧,٦٤٣	

الفصل التاسع

ص (٩٩) (١) ٠,٩٧

ص (٩٩) (٢) ٠,٧٦١٧

ص (١٠٧) (١) ٠,٨٠٥٣ (٢) ٠,٦٩٧٥

ص (١٢٠) ؛ (١٢١) ؛ (١٢٢) :

(١) (أ) ٤١,٥ ؛ ٥٠ ؛ ٦١,٣١

(ب) ٩٣,٦٢٥ ، ١٠٠ ، ١٣١,٨٧٥

(٢) ٠,٨٢٧٤ ، ١٠.٨٩٩٣

(٣) ٠.٩٤

٭. اتمني لكم مطالعة ممتعة : محمد عموش

(٤) ٠,٩١ (أ) ٧٥,٣٢ ، ٦٧,٢٣٢ ، ٥١,٠٤
(ب) ٨٢,٤٦ ؛ ٧٢,٢٢٩ ؛ ٥١,٧٧
(حـ) ٥٨.٥٤ ٪

الفصل العاشر

ص (١٢٥) ، (١٢٦)،

(١) ت(المحسوبة) = ١.٩٠٤ ت(النظرية) = ٢
∴ ت(المحسوبة) < ت(النظرية)
الفرق بين المتوسطين ليس له دلالة إحصائية

(٢) ت(المحسوبة) = ٢.١٧٠ ت(النظرية) = ٢
ت(المحسوبة) > ت(النظرية)
الفرق فى الانجاز ليس راجعاً إلى الصدفة ؛

ص (١٢٧) ، (١٢٨) :

(١) ت(المحسوبة) = ٠,٨٦٠٢ ت(النظرية) تقع بين ٢,٠٤ ، ٢,٠٣
∴ ت(المحسوبة) < ت(النظرية)
الفرق بين المتوسطين ليس له دلالة إحصائية :

(٢) ت(المحسوبة) = ٠,٦٢٦ ت(النظرية) تقع بين ٢,٠٢ ، ٢,
∴ ت(المحسوبة) < ت(النظرية)
لا يفضل أى من الإنجازين الآخر .

ص (١٣٥)

(١) ت(المحسوبة) = ٢,٥٢٣ ت(النظرية) = ٢
ت(المحسوبة) > ت(النظرية)
يوجد فرق ذو دلالة إحصائية

(٢) ت(المحسوبة) = ٠,٦٦٧ ت(النظرية) تقع بين ٢,٠١ ، ٢
ت(المحسوبة) > ت(النظرية)
الفرق ليس راجعاً إلى الصدفة .